① Матрица поворота на угол φ вокруг $A(a;b)$.
(на плоскости)

△ чтобы повернуть вокруг точки,
→ перенесем центр координат в A
→ сделаем поворот
→ сделаем обратный перенос

$$Tr(-a;-b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -a \\ 0 & 1 & -b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad Tr(a;b) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & a \\ 0 & 1 & b \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

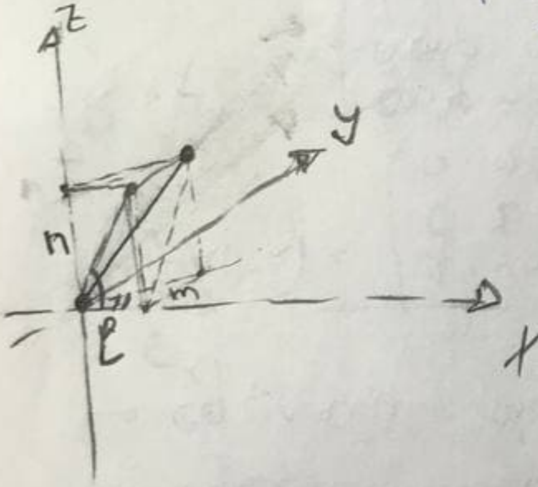
$$R(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\boxed{M = Tr(a;b) \times R(\varphi) \times Tr(-a;-b)}$$

3) Поворот на угол φ вокруг оси $(A(a;b;c), \vec{r}(l,m,n))$

Аналогично, перенесем A в начало координат; затем сделаем комбинацию из 2х поворотов вокруг осей $\vec{x}, \vec{y}, \vec{z}$, потом вернемся в изначальную систему координат.

$$Tr(-a,-b,-c) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -a \\ 0 & 1 & 0 & -b \\ 0 & 0 & 1 & -c \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Совместим $\vec{r}$ с осью X:

1) повернем относительно оси X на угол $-\alpha$, т.ч. $tg\,\alpha = \frac{m}{n}$;

2) повернем отн. оси y на угол $-\beta$, т.ч. $tg\,\beta = \frac{l}{n}$.

затем сделаем поворот вокруг O_x на φ.

$$R_x\left(-arctg\frac{m}{n}\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\alpha & \sin\alpha & 0 \\ 0 & -\sin\alpha & \cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y\left(-\mathrm{arctg}\,\frac{l}{n}\right) = \begin{pmatrix} \cos\beta & 0 & -\cos\beta & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin\beta & 0 & \cos\beta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

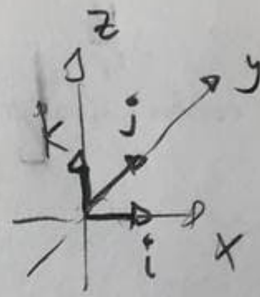
$$R_z(\varphi) = \begin{pmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Итого!

$$\boxed{M = Tr(a, b, c) \cdot R_x(\alpha) \cdot R_y(\beta) \cdot R_z(\varphi) \cdot R_y(-\beta) \cdot R_x(-\alpha) \cdot Tr(-a-b-c)}$$

8) $\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\pi}{2}$, $\Rightarrow$ $q_1 = 1/\sqrt{2} + i\frac{1}{\sqrt{2}}$;

$q_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} + j\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}$



$$q_2 q_1 = \frac{1}{2}(1+i)(1+j) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}(i+j-k) =$$

$$= \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\cdot\left(i\frac{1}{\sqrt{3}} + j\cdot\frac{1}{\sqrt{3}} - k\cdot\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$\cos\frac{\pi}{3}$ $\sin\frac{\pi}{3}$

$\Rightarrow$ <u>Ответ</u>: поворот на $\frac{2\pi}{3}$

вокруг оси $(1; 1; -1)$