

HỒ LÝ MINH LỮ – DA22TTB – 110122231.

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Bài 1: Đưa bài toán về dạng chuẩn và suy ra PACB ban đầu:

$$f(x) = 5x_1 + 2x_2 - 4x_3 \rightarrow \max.$$

$$\begin{cases} -2x_1 + 2x_2 - 5x_3 \geq 12 & (1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 6x_2 + 7x_3 \leq -15 & (2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 \geq 18 & (3) \end{cases}$$

$$x_1 \in \mathbb{R}, x_2 \leq 0, x_3 \geq 0.$$

Giải: Cộng vào VT của (1) ẩn phụ x_4 ($x_4 \geq 0$) với hệ số bằng (-1) ta được:

$$-2x_1 + 2x_2 - 5x_3 - x_4 = 12$$

Cộng vào VT của (2) ẩn phụ x_5 ($x_5 \geq 0$) với hệ số bằng (1) ta được:

$$3x_1 + 6x_2 + 7x_3 + x_5 = -15$$

Cộng vào VT của (3) ẩn phụ x_6 ($x_6 \geq 0$) với hệ số bằng (-1), ta được:

$$-x_1 + 3x_2 - 2x_3 - x_6 = 18$$

$$x_1 \in \mathbb{R}, \text{ đặt } x_1 = x_1' - x_1'' \quad (x_1', x_1'' \geq 0)$$

$$x_2 \leq 0, \text{ đặt } x_2 = -t_2 \quad (t_2 \geq 0)$$

Dạng chính tắc của bài toán là:

$$f(x) = 5x_1' - 5x_1'' - 2t_2 - 4x_3 \rightarrow \max$$

$$\begin{aligned} & -2x_1' + 2x_1'' - 2t_2 - 5x_3 - x_4 = 12 & (*) \\ & 3x_1' - 3x_1'' - 6t_2 + 7x_3 + x_5 = -15 & (**) \\ & -x_1' + x_1'' - 3t_2 - 2x_3 - x_6 = 18 & (***) \end{aligned}$$

$$x_1', x_1'', t_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0$$

$$\begin{cases} -2x_1' + 2x_1'' - 2t_2 - 5x_3 - x_4 = 12 & (*) \\ 3x_1' - 3x_1'' - 6t_2 + 7x_3 + x_5 = -15 & (**) \\ -x_1' + x_1'' - 3t_2 - 2x_3 - x_6 = 18 & (***) \\ x_1', x_1'', t_2, x_3, x_4, x_5, x_6 \geq 0 \end{cases}$$

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Nhân 2 vế của $(**)$ cho (-1) ta được:

$$-3x_1' + 3x_1'' + 6t_2 - 7x_3 - x_5 = 15.$$

Cộng vào vế của điều kiện ràng buộc $(*)$ một ẩn giả x_7 ($x_7 \geq 0$), ta được:

$$-2x_1' + 2x_1'' - 2t_2 - 5x_3 - x_4 + x_7 = 12.$$

Cộng vào vế của điều kiện ràng buộc $(**)$ một ẩn giả x_8 ($x_8 \geq 0$), ta được:

$$-3x_1' + 3x_1'' + 6t_2 - 7x_3 - x_5 + x_8 = 15.$$

Cộng vào vế của điều kiện ràng buộc $(***)$ một ẩn giả x_9 ($x_9 \geq 0$), ta được:

$$-x_1' + x_1'' - 3t_2 - 2x_3 - x_6 + x_9 = 18.$$

Dạng chuẩn của bài toán là:

$$f(x) = 5x_1' - 5x_1'' - 2t_2 - 4x_3 - Mx_7 - Mx_8 - Mx_9 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} -2x_1' + 2x_1'' - 2t_2 - 5x_3 - x_4 + x_7 = 12 \\ -3x_1' + 3x_1'' + 6t_2 - 7x_3 - x_5 + x_8 = 15 \\ -x_1' + x_1'' - 3t_2 - 2x_3 - x_6 + x_9 = 18 \\ x_1', x_1'', t_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9 \geq 0 \end{cases}$$

x_7 là ẩn cơ bản thứ nhất.

x_8 là ẩn cơ bản thứ hai.

x_9 là ẩn cơ bản thứ ba.

$$\text{Cho } x_1' = x_1'' = t_2 = x_3 = x_4 = x_5 = x_6 = 0.$$

$$\Rightarrow x_7 = 12; x_8 = 15; x_9 = 18.$$

Ta được phương án cơ bản ban đầu của bài toán là:

$$x^0 = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 12, 15, 18)$$

Bài 2: Giải bài toán:

$$\begin{aligned} f(x) &= 10x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 &\leq 60 & (1) \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 36 & (2) \\ 6x_1 + 5x_2 &= 75 & (3) \\ x_1, x_2 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Giải: Công vào VT của (1) ẩn phụ x_3 ($x_3 \geq 0$) với hệ số bằng (1), ta được:

$$3x_1 + 5x_2 + x_3 = 60$$

Công vào VT của (2) ẩn phụ x_4 ($x_4 \geq 0$) với hệ số bằng 1, ta được:

$$3x_1 + 2x_2 + x_4 = 36$$

• Dạng chuẩn của bài toán:

$$\begin{aligned} f(x) &= 10x_1 + 10x_2 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 &= 60 & (*) \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 &= 36 & (***) \\ 6x_1 + 5x_2 &= 75 & (****) \\ x_1, x_2, x_3, x_4 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Công vào VT của (****) một điều kiện ràng buộc x_5 ($x_5 \geq 0$), ta được:

$$6x_1 + 5x_2 + x_5 = 75$$

• Dạng chuẩn của bài toán là:

$$\begin{aligned} f(x) &= 10x_1 + 10x_2 + 11x_5 \rightarrow \max \\ \begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + x_3 &= 60 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_4 &= 36 \\ 6x_1 + 5x_2 + x_5 &= 75 \\ x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

x_3 là ẩn cơ bản thứ nhất

x_4 là ẩn cơ bản thứ hai

x_5 là ẩn cơ bản thứ ba

Ta có PABC ban đầu là: $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0, x_4^0, x_5^0)$
 $= (0, 0, 60, 36, 75)$

Bước 1: ~~Pha~~ lập bảng.

Hệ số	Ân Cơ bản	Phương án	10 x_1	10 x_2	0 x_3	0 x_4	Δ_i
0	x_3	60	3	5	1	0	20
0	x_4	36	3	2	0	1	12
-M	x_5	75	6	5	0	0	25/2
	$f(x)$	0	-10	-10	0	0	
		-75	-6	-5	0	0	
0	x_3	24	0	3	1	-1	8
10	x_1	12	1	2/3	0	1/3	18
-M	x_5	3	0	1	0	-2	3
	$f(x)$	120	0	-10/3	0	10/3	
		-3	0	-1	0	2	

Bước 2: Kiểm tra tối ưu: $\Delta_1 < 0$ và $a_{11}, a_{21}, a_{31} > 0$ nên PA chưa tối ưu và chưa có dấu hiệu bài toán K có PATL.

Bước 3: Tìm ẩn đưa vào: $\Delta_1 < 0$ nhỏ nhất nên x_1 đưa vào Cột 1 chủ yếu.

Bước 4: Tìm ẩn đưa ra: Δ_2 nhỏ nhất ứng với x_4 nên x_4 đưa ra hàng 2 chủ yếu.

a_{21} là trục xoay.

Bước 5: biến đổi bảng.

VKA

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Trở lại bước 2: $\Delta_2 < 0$, $a_{12}, a_{22}, a_{32} > 0$ nên PA chứa tối thiểu và chứa có dấu hiệu bậc toàn không có PATU.

Bước 3: Tìm ẩn đưa vào: Δ_2 nhỏ nhất, x_3 đưa vào.

Cột 2 chủ yếu.

Bước 4: Tìm ẩn đưa ra: $\lambda_3 = 3$ nhỏ nhất ứng với x_5 đưa ra, hàng 3 chủ yếu.

a_{32} là trục xoay.

Bước 5: biến đổi bảng:

Hệ số	Ấp cơ bản	Phương án	10	10	0	0	λ_i
			x_1	x_2	x_3	x_4	
0	x_3	24	0	3	1	-1	8
10	x_1	12	1	2/3	0	1/3	18
-M	x_5	3	0	1	0	-2	3
	$f(x)$	120	0	-10/3	0	10/3	
		-3	0	-1	0	2	
0	x_3	15	0	0	1	5	3
10	x_1	10	1	0	0	5/3	6
10	x_2	3	0	1	0	-2	
	$f(x)$	130	0	0	0	-10/3	
		0	0	0	0	10	

Trở lại bước 2: $\Delta_4 < 0$, $a_{14}, a_{24} > 0$ nên PA chứa tối thiểu và chứa có dấu hiệu bậc toàn không có PATU.

Bước 3: Tìm ẩn đưa vào: Δ_4 nhỏ nhất nên x_4 đưa vào cột 4 chủ yếu.

Bước 4: Tìm ẩn đưa ra: λ_1 nhỏ nhất ứng với x_3 nên x_3 đưa ra, hàng 1 chủ yếu.

VKA

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

a_{14} là trục xoay

Bước 5: biên 'đôi' bảng.

Hệ số	Ấn cơ bản	Phương án	10	10	0	0	Δ_i
			x_1	x_2	x_3	x_4	
0	x_3	15	0	0	1	5	3
10	x_1	10	1	0	0	5/3	6
10	x_2	3	0	1	0	-2	
	$f(x)$	130	0	0	0	-10/3	
0	x_4	3	0	0	1/5	1	
10	x_1	5	1	0	-1/3	0	
10	x_2	9	0	1	2/5	0	
	$f(x)$	140	0	0	2/3	0	

Ta thấy $\Delta_j \geq 0, \forall_j$ nên phương án đang xét là PATƯ.
PATƯ của bài toán mở rộng là:

$$x = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) = (5, 9, 0, 3, 0).$$

Trong PATƯ cơ án giả $x_5 = 0$ nên PATƯ của bài
toán xuất phát là:

$$x = (5, 9), \text{ Gtrị hàm mục tiêu: } f(x) = 140.$$

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Bài 3: Cho bài toán:

$$\begin{aligned} f(x) &= -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max \\ \begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 &= 2 & (a) \\ -x_2 - 7x_3 + 3x_4 &\leq 2 & (b) \\ -3x_3 + 2x_4 &\leq 5 & (c) \end{cases} \\ x_j &\geq 0, j = \overline{1, 4} \end{aligned}$$

- a) Viết bài toán đối ngẫu của bài toán đã cho.
b) Giải một trong hai bài toán và suy ra kết quả của bài toán còn lại.

Giải:

a) Bài toán đối ngẫu của bài toán trên:

$$\begin{aligned} g(y) &= 2y_1 + 2y_2 + 5y_3 \rightarrow \min. \\ \begin{cases} y_1 &\geq -2 \\ y_1 - y_2 &\geq -1 \\ 2y_1 - 7y_2 - 3y_3 &\geq 1 \\ -y_1 + 3y_2 + 2y_3 &\geq 1 \\ y_1 \in \mathbb{R}, y_2, y_3 &\geq 0 \end{cases} \end{aligned}$$

b) Giải bài toán gốc:

Cộng vào VT của (b) một ẩn phụ x_5 ($x_5 \geq 0$) với hệ số bằng 1, ta được:

$$-x_2 - 7x_3 + 3x_4 + x_5 = 2.$$

Cộng vào VT của (c) một ẩn phụ x_6 ($x_6 \geq 0$) với hệ số bằng 1, ta được:

$$-3x_3 + 2x_4 + x_6 = 5.$$

Dạng chính tắc cũng là dạng chuẩn của bài toán

$$f(x) = -2x_1 - x_2 + x_3 + x_4 \rightarrow \max$$

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 2 \\ -x_2 - 7x_3 + 3x_4 + x_5 = 2 \\ -3x_3 + 2x_4 + x_6 = 5 \\ x_j \geq 0, j = \overline{1,6} \end{cases}$$

x_1 là ẩn cơ bản thứ nhất

x_5 là ẩn cơ bản thứ hai

x_6 là ẩn cơ bản thứ ba

Ta có PABC ban đầu là $x^0 = (2, 0, 0, 0, 2, 5)$.

Bước 1: Lập bảng:

Hệ số	Ân cơ bản	Phương án	-2	-1	1	1	0	0	Δ_i
		ân	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
-2	x_1	2	1	1	2	-1	0	0	1
0	x_5	2	0	-1	-7	3	1	0	
0	x_6	5	0	0	-3	2	0	1	
	$f(x)$	-4	0	-1	-5	1	0	0	

Bước 2: Kiểm tra tối ưu: $\Delta_2, \Delta_3 < 0, a_{12}, a_{13} > 0$
 Do đó phương án chưa tối ưu và chưa có dấu hiệu bài toán không có PATU.

Bước 3: Tìm ẩn đưa vào: Δ_3 nhỏ nhất nên x_3 đưa vào cột 3 chủ yếu.

Bước 4: Tìm ẩn đưa ra: $\Delta_1 = 1$ nhỏ nhất ứng với x_1 nên x_1 đưa ra, hàng 1 chủ yếu.

a_{13} là trục xoay.

Bước 5: Biến đổi bảng.

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Hệ số	Ấn cơ bản	Phương án.	-2 x_1	-1 x_2	1 x_3	1 x_4	0 x_5	0 x_6	Δ_i
-2	x_1	2	1	1	2	-1	0	0	1
0	x_5	2	0	-1	-7	3	1	0	
0	x_6	5	0	0	-3	2	0	1	
	$f(x)$	-4	0	-1	-5	1	0	0	
1	x_3	1	1/2	1/2	1	-1/2	0	0	
0	x_5	9	7/2	5/2	0	-1/2	1	0	
0	x_6	8	3/2	3/2	0	1/2	0	1	16
	$f(x)$	1	5/2	3/2	0	-3/2	0	0	

Quay về bước 2: $\Delta_4 < 0$, $a_{34} = \frac{1}{2} > 0$ nên phương án đang xét chưa tối ưu và chưa có dấu hiệu bài toán K có PATT

Bước 3: Tìm ấn đưa vào: Δ_4 nhỏ nhất nên x_4 đưa vào, cột 4 chủ yếu.

Bước 4: Tìm ấn đưa ra: Δ_3 nhỏ nhất ứng với x_6 nên x_6 đưa ra, hàng 3 chủ yếu.

a_{34} là ~~đ~~ thực xảy.

Bước 5: Biên đổi bảng:

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Hệ số	ân cơ bản	phương ân.	-2	-1	1	1	0	0	Δ_i
	x_3	ân.	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	
1	x_3	1	1/2	1/2	1	-1/2	0	0	
0	x_5	9	7/2	5/2	0	-1/2	1	0	
0	x_6	8	9/2	3/2	0	1/2	0	1	16
	$f(x)$	1	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	0	$-\frac{3}{2}$	0	0	
1	x_3	9	2	2	1	0	0	1	
0	x_5	17	5	4	0	0	1	1	
1	x_4	16	3	3	0	1	0	2	
	$f(x)$	25	7	6	0	0	0	3	

Ta thấy $\Delta_j > 0$ vì nên phương ân đang xét là PATU.

x_5 là ân phụ nên PATU của bài toán là:

$$x^0 = (0, 0, 9, 16)$$

Giá trị hàm mục tiêu $f(x^0) = 25$.

$$\text{Ta có: } x_3^0 = 9 > 0 \Rightarrow 2y_1 - 7y_2 - 3y_3 = 1$$

$$x_4^0 = 16 > 0 \Rightarrow -y_1 + 3y_2 + 2y_3 = 1$$

Thay $x = (0, 0, 9, 16)$ vào các biểu thức về trục của đườn bài toán gốc thì đi C_j , ta được

$$-x_2 - 7x_3 + 3x_4 - 2 = -17 \neq 0$$

Vì biểu thức $-x_2 - 7x_3 + 3x_4 - 2$ nhận từ ràng buộc thứ 2 nên $y_2 = 0$.

Vậy PATU của bài toán đối ngẫu là:

$$y^0 = (5, 0, 3)$$

Giá trị hàm mục tiêu $g(y^0) = 25$.

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Bài 4: Tìm PACB ban đầu và quy 0 chi phí ô chọn:

$i \backslash j$	15	10	17	18
20	160	50	100	70
30	100	200	30	60
10	30	40	30	50

Giải:

$s_1 = -160 \quad s_2 = -50 \quad s_3 = -40 \quad s_4 = -70$				
$i \backslash j$	15	10	17	18
20	160	50	100	70
30	100	200	30	60
10	30	40	30	50

$$r_1 = 0$$

$$r_2 = 10$$

$$r_3 = 130$$

Ta có PACB ban đầu:

$$X = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 17 & 13 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\Rightarrow X$ không suy biến.

Quy 0 chi phí ô chọn:

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

0	9	0	60	0	3
	5	10			5
-50		160	0	0	2
1			17		13
0	120	120	110		
	10				

Ta thấy $C_{31} = -50 < 0$ nên phương án đang xét chưa tối ưu. $X_{31} = 5$ là lượng điều chỉnh.

Ta có phương án mới:

$$\lambda_1 = 50 \quad \lambda_2 = 0 \quad \lambda_3 = 0 \quad \lambda_4 = 0$$

0	0	60	0
	10		10
-50	160	0	0
5		17	8
0	120	120	110
10			

$$r_1 = 0$$

$$r_2 = 0$$

$$r_3 = -50$$

Quy 0 các phí ở chọn.

50	0	60	0
	10		10
0	160	0	0
5		17	8
0	70	70	60
10			

Thứ..... ngày..... tháng..... năm.....

Ta thấy các ô có chữ phủ được nên phủ ăn đang
xét là phủ ăn từ từ.

$$X = \begin{bmatrix} 0 & 10 & 0 & 10 \\ 5 & 0 & 17 & 8 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Như vậy ta chuyển

- 20 tấn của A_1 vào 10 tấn B_2 và 10 tấn B_4
- 30 tấn của A_2 vào 5 tấn B_1 , 17 tấn B_3 và 8 tấn vào B_4 .
- 10 tấn của A_3 sẽ vào hết B_1 .