Mô tả bài toán: M/M/1

Tại một hệ thống tính tiền trong siêu thị, khách hàng đến theo tiến trình Poisson, trung bình 3 phút sẽ có một khách hàng đến. Các khách hàng đến sẽ được yêu cầu xếp hàng theo thứ tự đến của khách hàng và được phục vụ bởi một nhân viên thu ngân. Thời gian phục vụ được phân bố mũ với trung bình là 2 phút. Giả sử siêu thị có đủ khả năng phục vụ cho một lượng lớn khách hàng.

Yêu cầu:

1. Tính xác suất một khách hàng phải chờ để được phục vụ.
2. Cho biết chiều dài trung bình của hàng đợi.
3. Cho biết xác suất có hơn 15 khách hàng trong hệ thống, kể cả người đang được phục vụ.
4. Cho biết xác suất mà một khách hàng phải đợi nhiều hơn 5 phút để được phục vụ.
5. Tính thời gian đợi trung bình của một khách hàng.
6. Cho biết xác suất mà một khách hàng mất tối đa là 4 phút để được phục vụ và ra khỏi hệ thống.

Giải

Giả sử hệ thống tính tiền đủ lớn để chứa một lượng khách hàng, một nhân viên thu ngân là một sever, tình huống này có thể được mô hình hóa như một hàng đợi M/M/1. Với các giá trị sau:

Theo giả thuyết ta có:

Số khách hàng trong 1 đơn vị thời gian là: λ= người/phút

Số khách hàng được phục vụ trong 1 đơn vị thời gian là: người/phút

1. Xác suất một khách hàng phải chờ để được phục vụ là:

=

Vậy xác suất một khách hàng phải chờ để được phục vụ là: 66,6%

1. Chiều dài trung bình của hàng đợi là:

Nq = λW = = =

Vậy chiều dài trung bình cảu hàng đơi là: 4/3

1. Xác suất có hơn 15 khách hàng trong hệ thống, kể cả người đang được phục vụ.

phục vụ là:

P = [ N ≥ n ] = = 0.00228

Vậy xác suất có hơn 15 khách hàng trong hệ thống , kể cả người đang được phục vụ là: 0.00228

1. Xác suất mà một khách hàng phải đợi nhiều hơn 5 phút để được phục vụ là:

P[ thời gian đợi > t ] =

=> P[ thời gian đợi > 5 ] = ≈ 0.29

Vấy xác suất mà một khách hàng phải đợi nhiều hơn 5 phút để được phục vụ là: 29%

1. Tính thời gian đợi trung bình của một khách hàng.

W = T - = = 4 phút

Vậy thời gian đợi trung bình của một khác hàng là: 4 phút

1. Xác suất mà một khách hàng mất tối đa là 4 phút để được phục vụ và ra là:

=> P[ thời gian đợi ≤ 2 ] = ≈ 0.52 = 52%

Vậy xác suất mà một khách hàng mất tối đa là 4 phút để được phục vụ và ra là: 52%