Numération binaire

La numération usuelle est une numération par position : à chaque chiffre correspond un « poids », d'autant plus élevé qu'il est situé à gauche. Par exemple pour le nombre 496 :

- le chiffre 4 est le chiffre des , de poids ;
- le chiffe 9 est le chiffre des , de poids ;
- le chiffre 6 est le chiffre des , de poids .

En résumé, on peut écrire que : $496 = 4 \times 10^2 +$.

Le rôle des puissances de 10 donne le nom à ce système de numération, appelé système .

Il utilise les 10 chiffres que nous connaissons bien.

Le système binaire est fondé lui sur les puissances de , et il utilise chiffres, à savoir .

Par exemple :

$$1\,1111\,0000_{\,2} = \mathbf{1} \times 2^8 + \mathbf{1} \times 2^7 + \mathbf{1} \times 2^6 + \mathbf{1} \times 2^5 + \mathbf{1} \times 2^4 + \mathbf{0} \times 2^3 + \mathbf{0} \times 2^2 + \mathbf{0} \times 2^1 + \mathbf{0} \times 2^0$$

Pour convertir ce nombre dans le système décimal, il est utile de connaître les puissances de 2.

$$\begin{array}{rlrl}
2^0 = & & 2^8 = & \\
2^1 = & & 2^9 = & \\
2^2 = & & 2^{10} = & \\
2^3 = & & 2^{11} = & \\
2^4 = & & 2^{12} = & \\
2^5 = & & 2^{13} = & \\
2^6 = & & 2^{14} = & \\
2^7 = & & 2^{15} = &
\end{array}$$

Ainsi : $1\,1111\,0000_{\,2} = 2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^5 + 2^4 =$

Exercice 1

Déterminer les valeurs décimales des nombres ci-dessous.

$$\begin{array}{ll}
1_{\,2} = & 10_{\,2} = \\
11_{\,2} = & 100_{\,2} = \\
1001_{\,2} = & 1011_{\,2} = \\
 & \\
1101_{\,2} = & 1001_{\,2} = \\
1000\,0000_{\,2} = & 1010\,0000_{\,2} = \\
1000\,1101_{\,2} = & 1010\,1001_{\,2} = \\
 & \\
1111_{\,2} = & 1\,1111_{\,2} = \\
11\,1111_{\,2} = & 1111\,1111_{\,2} =
\end{array}$$

Exercice 2

Effectuer les opérations ci-dessous et vérifier les résultats obtenus.

$$\begin{array}{rcccc}
 & 1 & 0 & 1 & 0_2 \\
+ & 1 & 0 & 0 & 1_2 \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcccc}
 & 1 & 0 & 1 & 1_2 \\
+ & 1 & 0 & 0 & 1_2 \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcccc}
 & 1 & 0 & 1 & 1_2 \\
+ & 1 & 0 & 1 & 1_2 \\
\hline
\end{array}
\qquad
\begin{array}{rcccc}
 & 1 & 1 & 1 & 1_2 \\
+ & & & & 1_2 \\
\hline
\end{array}$$

Exercice 3

Effectuer les opérations ci-dessous et vérifier les résultats obtenus.

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1_2 \\ -\ 1\ 0\ 0\ 1_2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 0_2 \\ -\ \ 1\ 1\ 1_2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1_2 \\ \times\ 1\ 0\ 0\ 1_2 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1_2 & 1\ 1\ 1_2 \\ \hline & \end{array}$$

Exercice 4

Convertir les nombres ci-dessous dans le système binaire.

$4 =$	$5 =$	$6 =$	$9 =$
$16 =$	$32 =$	$64 =$	$128 =$
$33 =$	$65 =$	$66 =$	$131 =$
$150 =$	$180 =$	$220 =$	$240 =$

Méthode alternative

L'écriture binaire d'un nombre s'obtient en effectuant des divisions successives par 2.
Explication sur un exemple :

$$\begin{array}{rcllc} 496 & = & 2 \times 248 & + & \mathbf{0} \\ 248 & = & 2 \times 124 & + & \mathbf{0} \\ 124 & = & 2 \times 62 & + & \mathbf{0} \\ 62 & = & 2 \times 31 & + & \mathbf{0} \\ 31 & = & 2 \times 15 & + & \mathbf{1} \\ 15 & = & 2 \times 7 & + & \mathbf{1} \\ 7 & = & 2 \times 3 & + & \mathbf{1} \\ 3 & = & 2 \times 1 & + & \mathbf{1} \\ 1 & = & 2 \times 0 & + & \mathbf{1} \end{array}$$

L'écriture binaire de 496 s'obtient alors en

Exercice 5

Déterminer avec cette méthode l'écriture binaire de 903.