Récursivité

Définitions

Une fonction récursive comprend dans sa définition un ou plusieurs

Mal écrite, une fonction récursive

Une fonction récursive doit par conséquent comprendre , déterminée à partir du .

Une fonction qui n'est pas récursive est dite

Exercice 1

La factorielle $n!$ d'un nombre entier $n \geq 1$ est définie par $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times n$.

1. Compléter le tableau ci-dessous (calculatrice interdite !).

n	1	2	3	4	5	6	7
$n!$							

2. Quelle est la relation de récurrence vérifiée par la factorielle ?
   (En d'autres termes, exprimer $n!$ en fonction de $(n-1)!$)

3. On considère la fonction ci-dessous.

```
1  def factorielle(n):
2      return n*factorielle(n-1)
```

   (a) Expliquer pourquoi cette fonction ne renvoie pas la valeur attendue pour l'appel `factorielle(4)`.

   (b) Corriger la fonction pour qu'elle renvoie bien la valeur de $n!$ pour une valeur entière du paramètre n.

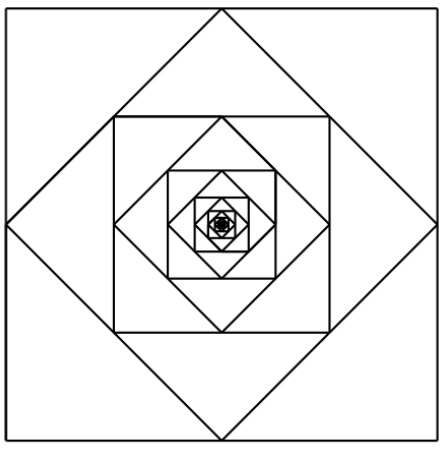
   (c) Écrire un jeu de test permettant de vérifier les résultats (en se basant sur la première question).

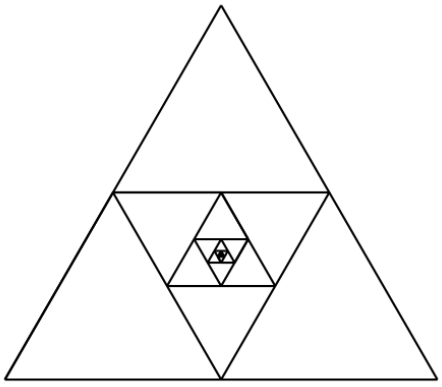
   (d) Ajouter la précondition sur le type de n.

   (e) Combien d'appels récursifs sont réalisés lors de l'appel `factorielle(4)` ?

Exercice 2

Réaliser les figures suivantes à l'aide du module `Turtle` en utilisant des fonctions récursives.





Exercice 3

On considère la fonction récursive `fibo` ci-dessous, qui prend en argument un nombre entier.

```
def fibo(n):
    if n<=1: # condition d'arrêt
        return n
    return fibo(n-1)+fibo(n-2)
```

1. Quelle valeur renvoie l'appel `fibo(6)` ?
2. Combien d'appels récursifs ont été nécessaires ?
3. Proposer une version itérative de la fonction `fibo`.

Exercice 4 – *(Palindrome)*

Un palindrome est un mot pouvant se lire à l'endroit comme à l'envers, comme « été » ou « radar ».

On veut écrire une fonction `est_palindrome` prenant en entrée une chaîne de caractères `mot` et renvoyant un booléen indiquant si ce mot est un palindrome ou non.

1. Les cas de base sont les cas où `mot` est de longueur 0 ou 1. Que doit renvoyer la fonction dans ces cas ?

2. Dans tous les autres cas, `mot` est un palindrome si :
   - la première et la dernière lettre du mot sont identiques ;
   - le reste du mot (sans la première et la dernière lettre) est un palindrome.

   Sur quelle valeur l'appel récursif se fait-il ?
3. Écrire la fonction `est_palindrome` incluant ces différents cas, en itératif et en récursif.

> **Aide**
> Pour prendre une partie d'une chaîne de caractères, on peut faire ce qu'on appelle du *slicing*, c'est-à-dire un découpage de la chaîne entre deux indices : pour une chaîne `chaine`, on peut choisir de considérer `chaine[i:j]` qui prendra les éléments de `i` à `j-1` de `chaine`.

Exercice 5 – *(Somme d'une liste)*

Une fonction récursive sur un paramètre de type liste Python fonctionne de la même manière qu'avec un entier : il faut, à chaque nouvel appel, réduire le problème jusqu'au cas de base. C'est-à-dire ici, réduire la liste initiale.

1. Écrire une fonction itérative (utilisant une boucle) permettant de calculer la somme des éléments d'une liste de nombres `somme_it(lst)`. (Il est interdit d'utiliser la fonction Python `sum` !)

2. Pour quelle valeur de la liste est-il le plus facile de faire ce calcul, et que vaut-il dans ce cas ? (cas de base)

3. On peut faire du *slicing* sur les listes Python de la même manière que sur les chaînes de caractères.

   (a) Comment prendre tous les éléments d'une liste sauf le premier ?

   (b) En déduire l'appel récursif de la fonction `somme_rec` qui sera fait pour faire le calcul de la somme d'une liste de manière récursive.

4. Écrire la fonction récursive `somme_rec(lst)`.

Exercice 6 – *(Le rendu de monnaie)*

Le code suivant permet de rendre la monnaie avec l'algorithme glouton vu en classe de première. L'algorithme est cette fois-ci implémenté de manière récursive. Compléter le code :

```
def rendu_glouton(a_rendre, pieces):
    """ rendu_glouton(int, list) -> list
    a_rendre : la somme d'argent à rendre
    pieces : une liste de pièces possibles à rendre"""
    piece_max = pieces[0]

    if a_rendre == 0:
        return ................

    if ................ >= piece_max:
        return ................ + rendu_glouton(a_rendre - piece_max, pieces)

    return rendu_glouton(a_rendre, ................)

valeurs_possibles = [100, 50, 20, 10, 5, 2, 1]

assert rendu_glouton(67, valeurs_possibles) == [50, 10, 5, 2]
assert rendu_glouton(291, valeurs_possibles) == [100, 100, 50, 20, 20, 1]
# si on ne dispose pas de billets de 100 :
assert  rendu_glouton(291, valeurs_possibles[1:]) == [50, 50, 50, 50, 50, 20, 20, 1]
```