

Réseaux sociaux : la modélisation avec des graphes

1 Découverte des graphes

Un réseau social est avant tout un ensemble de relations entre individus.

Considérons un cas « simple ». Imaginons un réseau social « Resoc » ayant uniquement 8 abonnés :

Adil, Bastien, Chloé, Doryne, Évan, Fatima, Grégory et Hasna.

Les relations entre ces abonnés sont les suivantes :

- Adil est ami avec Bastien, Doryne, Évan et Fatima.
- Bastien est ami avec Adil, Chloé, Doryne, Évan et Grégory.
- Chloé est amie avec Bastien et Doryne et Hasna.
- Doryne est amie avec Adil, Bastien, Chloé et Grégory.
- Évan est ami avec Adil et Bastien.
- Fatima est amie avec Adil, Grégory et Hasna.
- Grégory est ami avec Bastien, Doryne, Fatima et Hasna.
- Hasna est amie avec Chloé, Fatima et Grégory.

Exercice 1

1. Qui est l'abonné-e ayant le plus d'ami-es ?
2. Qui est l'abonné-e ayant le moins d'ami-es ?
3. Tous les participants ont-ils au moins un ami en commun ?
4. Peuvent-ils tous entrer en contact (éventuellement par le biais de leurs amis) ?
5. La description du réseau ainsi que son analyse est quelque peu fastidieuse et il n'y a que 8 inscrits ! En ce moment, combien y a-t-il d'abonnés actifs mensuels sur le réseau Facebook ?

Pour visualiser un peu plus facilement le réseau « Resoc », on peut le modéliser par un tableau à double entrée dans lequel il suffirait de faire une croix dans chaque case pour modéliser les relations d'amitié.

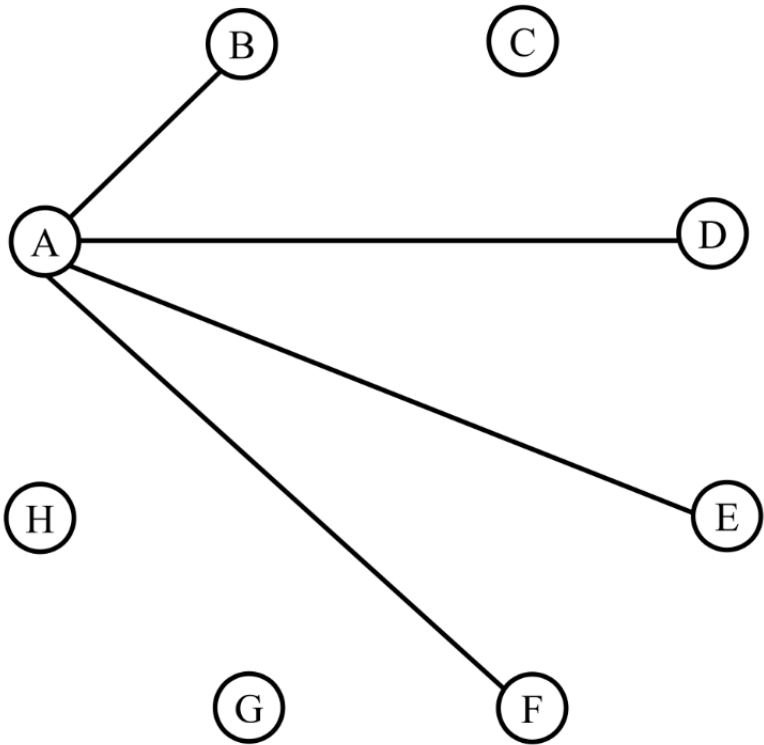
Exercice 2

1. Compléter le tableau suivant en appliquant ce principe.

	Adil	Bastien	Chloé	Doryne	Évan	Fatima	Grégory	Hasna
Adil								
Bastien								
Chloé								
Doryne								
Évan								
Fatima								
Grégory								
Hasna								

Il existe un moyen encore plus visuel pour représenter ce réseau social : on peut représenter chaque abonné par un cercle (avec l'initiale du prénom de l'abonné situé dans le cercle) et chaque relation "X est ami avec Y" par un segment reliant X et Y ("X est ami avec Y" et "Y est ami avec X" étant représenté par le même segment).

2. Le principe précédemment décrit a été appliqué ci-dessous pour Adil (lettre A dans un cercle), compléter le schéma pour l'ensemble du réseau « Resoc » :



Ce type de figure s'appelle un **graphe**. Les graphes sont des objets mathématiques aux utilités diverses, notamment en informatique. Les cercles, correspondant aux abonnés, sont appelés des **sommets** ou **nœuds** et les segments, correspondant aux relations d'amitié, des **arêtes**.

Voici quelques mots de vocabulaire supplémentaires à connaître sur les graphes :

• **Chaîne :**

Dans un graphe, une chaîne reliant un sommet X à un sommet Y est définie par une suite finie d'arêtes consécutives, reliant X à Y.

Exemple : Dans le graphe précédent, E-B-C-H est une chaîne qui relie E à H.

• **Distance entre 2 sommets :**

La distance entre deux sommets d'un graphe est le nombre minimum d'arêtes d'une chaîne allant de l'un à l'autre.

Exemple : Dans le graphe précédent, la distance entre le sommet D et le sommet E est de 2 (chaîne D-A-E).

/!\ on parle bien du nombre minimum d'arêtes, D-C-B-E est aussi une chaîne entre D et E mais dans ce cas, nous avons 3 arêtes.

• **Écartement / Excentricité :**

L'écartement (ou excentricité) d'un sommet est la distance maximale existant entre ce sommet et les autres sommets du graphe.

Exemple : D'après le tableau ci-dessus, l'écartement (ou excentricité) de A est 2.

• **Centre :** On appelle centre d'un graphe, le sommet d'écartement minimal (le centre n'est pas nécessairement unique).

Exemple : Dans le graphe précédent, tous les sommets ont une excentricité de 2 à l'exception du sommet E qui a une excentricité de 3, nous pouvons donc affirmer que A, B, C, D, F, G et H sont les 7 centres du graphe.

Les centres des graphes sont les individus à partir desquels l'information se diffuse plus vite, sur les réseaux sociaux, on parle d'**influenceurs**. Un influenceur n'est pas forcément celui qui a le plus d'amis mais il occupe une position centrale.

• **Rayon :** On appelle rayon d'un graphe, l'écartement d'un de ses centres.

Exemple : Le rayon du graphe précédent est de 2.

• **Diamètre :** On appelle diamètre d'un graphe G, la distance maximale entre deux sommets du graphe G.

Exemple : Dans le graphe précédent la distance maximale entre 2 sommets est de 3, nous pouvons donc dire que le diamètre du graphe est de 3.

Exercice 3

Compléter le tableau suivant en indiquant dans chaque case la distance entre les sommets concernés.

Distances	A	B	C	D	E	F	G	H
A								
B								
C								
D								
E								
F								
G								
H								

Exercice 4

1. Construire ci-dessous un graphe du réseau social « Resoc2 » à partir des informations suivantes :

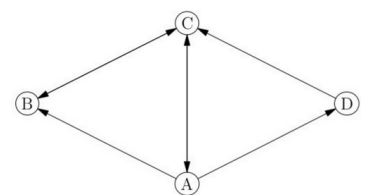
- A est ami avec B et E
- B est ami avec A et C
- C est ami avec B, D et F
- D est ami avec C, E et F
- E est ami avec A, D et F
- F est ami avec C, D et E

2. Déterminer le(s) centre(s) ainsi que les rayon et diamètre de ce graphe.

Remarque

Le réseau « Resoc » a un fonctionnement plus ou moins similaire à celui de Facebook : pour être en relation, deux personnes inscrites doivent en effet s'accepter mutuellement comme « amis ». Sur Twitter par exemple, le fonctionnement est différent : il est possible sur Twitter, de suivre une personne inscrite sans que cela ne soit réciproque. On peut toujours représenter ces relations par des graphes. On modéliser le sens de la relation par une orientation de l'arête, on parle alors d'**arc**.

Dans l'exemple ci-dessus, A suit B, A et C se suivent mutuellement, B et C également, A suit D et D suit C.



2 La notion de *petit monde*

« Le monde est petit ! ». C'est ce que s'exclament souvent deux personnes en découvrant qu'elles ont un ami commun.

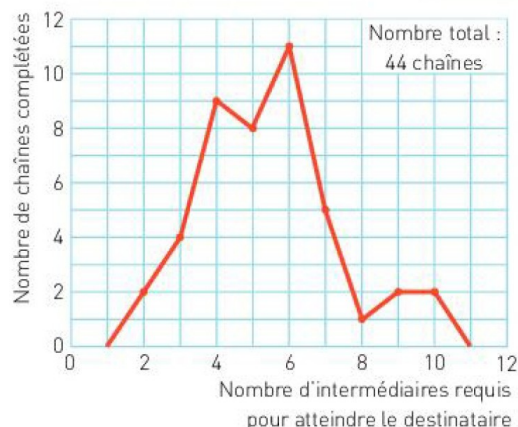
C'est ce qu'a étudié le psychologue américain Stanley Milgram à l'aide d'une expérience.

En 1967, il remit 160 lettres à 16 volontaires choisis au hasard dans le Nebraska, aux États-Unis.

Leur mission : s'assurer que la lettre parvienne à son destinataire, en la faisant passer de main en main par autant d'intermédiaires que nécessaire.

Milgram se demandait combien de personnes seraient nécessaires pour acheminer la lettre, sachant que le destinataire (toujours le même) se trouvait à plus de 2 000 km dans le Massachusetts.

Il obtient les résultats ci-contre.



1. Au cours de l'expérience de Milgram, combien de lettres sont parvenues à leur destinataire ? Combien de lettres se sont perdues en route ?
2. Formuler deux hypothèses pour expliquer la perte de nombreuses lettres.
3. Quel est environ le nombre d'intermédiaires moyen qui ressort de cette expérience (en se basant uniquement sur les lettres parvenues à leur destinataire).
4. Imaginer une chaîne continue de personnes, connues ou non qui pourraient remettre un document officiel, de votre part et en main propre, au président de la République.

Aujourd'hui, le constat de Milgram a été étendu au contexte plus large des relations sociales. Chacun est à quelques poignées de main de toute personnalité ! Cet effet est appelé « petit monde ».

Un « **petit monde** » est un réseau social dans lequel deux personnes quelconques sont reliées par un faible nombre d'intermédiaires.

Avec les réseaux sociaux aujourd'hui, le nombre de liens entre deux individus quelconques dans le monde est descendu à 4,67 en 2011.

Les réseaux sociaux favorisent la formation de communautés d'intérêt, et les algorithmes de recommandation renforcent ce phénomène.

Certains chercheurs alertent donc sur le cloisonnement de communautés qui cultivent l'entre-soi, avec pour conséquence l'appauvrissement de la pensée critique.