Skriptum Mathematik

erstellt von Daniela Wacek, BSc

Inhaltsverzeichnis: **Seite**

Seite

Stichwortliste laut VMC:

Zehnerpotenzen:

- Präfixe
- Rechenbeispiele

Algebra:

- Schlussrechnung
- Prozentrechnung
- Bruchrechnen
- Gleichungen/Ungleichungen

Geometrie:

- Winkel
- Kreis
- Rechteck
- Dreieck
- Prisma
- Quader
- Zylinder
- Kugel

Einheiten:

- Zeit
- Längen
- Flächen
- Volumina
- Umrechnungen

Funktionen:

- Winkelfunktionen
- e-Funktionen
- Logarithmus
- Potenzfunktion
- Differential
- Integral
- Geradenfunktion

Zehnerpotenzen:

Präfixe:

10^{18}	Exa	E
10^{15}	Peta	P
10^{12}	Tera	T
10^{9}	Giga	G
10^{6}	Mega	M
10^{3}	Kilo	k
10^{2}	hekto	h
10^{1}	deka	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	mikro	µ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	piko	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

Beispiele:

10^{-3} = 0,001

10^{-2} = 0,01

10^{-1}= 0,1

10^{0} = 1

10^{1}= 10

10^{2}=100

10^{3} = 1000

Rechenregeln zu Zehnerpotenzen:

- $10^a * 10^b = 10^{a+b}$
- $\frac{10^a}{10^b} = 10^{a-b}$
- $\frac{1}{10^b} = 10^{-b}$
- $(10^a)^b = 10^{a*b}$
- $10^{-a} = \frac{1}{10^a}$
- $\sqrt[a]{10^b} = 10^{\frac{b}{a}}$

Beispiele zum selber rechnen:

1) $2{,}45 * 10^{-9}$= ? µm
2) 10^{-3} µL = ? nL
3) 0,12 Mg = ? t
4) 132 nm^3 = ? mL
5) 0,000001 cm = ? µm
6) 120 000 t = ? Tg

7) $10^3 * 10^4$= ?

8) $10^3 * 10^2$ = ?

9) $(10^6)^3$ = ?

10) $(10^7)^4$= ?

11) $10^{-6} + 10^2$ = ?

Überprüfe folge Aufgaben auf deren Richtigkeit:

$130\ nm^3 = 0{,}13\ mL$

$0{,}34\ Tg = 3{,}4 * 10^6\ kg$

0,0002 cm = 2 µm

$6700\ km/h = 6{,}7 * 10^2\ Mm/sec$

$0{,}09\ ml/m^2 = 0{,}009\ \mu L/cm^2$

Algebra:

Schlussrechnung:

<u>Direkte Proportionalität:</u>

z.B. bei Beispielen mit Prozentrechnungen

=> wird das eine mehr, wird das andere auch mehr

Bsp:

100 ml ... 5 mg

10 ml ... ? mg

----

10 ml * 5mg = 100ml * x mg   /: 100 ml

$x = \frac{10\ ml * 5\ mg}{100\ ml}$

x= 0,5 mg

Indirekte Proportionalität:

z.B. Arbeitsprozess => umso mehr Leute, umso weniger Zeit wird gebraucht

=> wird das eine mehr, wird das andere weniger

Bsp:

28 T ... 3 h

20 T ... ? h

----

28 T * 3 h = 20 T * x h   / : 20T

x = $\frac{28\,T * 3\,h}{20\,T}$

x = 4,2 h

Beispiel:

100 ml einer Lösung beinhaltet 5 mg eines Medikaments. Wie viel mg beinhalten 10 ml?

100 ml ... 5 mg

10 ml ... ? mg

----

100 ml * x mg = 10 ml * 5 mg   / : 100 ml

x = $\frac{10\,ml * 5\,mg}{100\,ml}$

x= 0,5 mg

Beispiel:

Ein Haus hat 15 Mieter. Jeder braucht etwa 12 kWh/Tag. Bei nur noch 11 Mietern ist der Stromverbrauch jedoch gleich geblieben. Wie hoch ist der pro Kopf-Verbrauch an Strom nach dem Auszug der 4 Mieter?

15 Mieter ... 12 kWh/Tag

11 Mieter ... ? kWh/Tag

----

15 Mieter * 12 kWh/Tag = 11 Mieter * x kWh/Tag   / : 11 Mieter

$x = \frac{15\ Mieter * 12\ kWh/Tag}{11\ Mieter}$

x = 16,36 kWh/Tag

Beispiele zum selber rechnen:

1) Für 15 km braucht ein Radfahrer ca. eine halbe Stunde. Wie lange braucht er für 20 km?

2) Um eine Lösung von 2% auf 6% zu erhöhen braucht man 5 mg. Wie viel mg bräuchte man für eine 11%ige Lösung?

3) Ein Medizinstudent müsste für eine Prüfung 4 Wochen jeweils 3 Stunden pro Tag lernen, damit er den gesamten Stoff beherrscht. Durch mangelnde Motivation lernt er daraufhin 6 Tage nichts. Wie viele Stunden müsste er jetzt pro Tag bewältigen um den gesamtem Stoff noch zu bewältigen?

4) Bei der Produktion von Ringerlösung werden täglich 1100 Packungen zu je 0,5 Liter produziert. Wenn man Packungen mit je 0,75 Liter mit derselben Produktionsmenge befüllen würde, wie viele Packungen würden dann produziert werden?

Prozentrechnung:

A = G * $\frac{p\ (in\ \%)}{100}$

A ... Prozentanteil

G ... Grundwert

p ... Prozentsatz

Bsp. 1)

Man löst 4 ml eines Medikaments so auf, dass eine Lösung mit 1 Promille entsteht. Wie viel Liter Lösung erhält man?

A = G * $\frac{p\ (in\ \%)}{100}$

4 = G * $\frac{1}{1000}$

G = 4000 mL = 4L

Bsp. 2)

Batteriesäure ist eine ca. 37%ige Schwefelsäure. Wie viel kg Schwefelsäure sind in einer ca. 6 kg Packung Batteriesäure enthalten?

A= G * $\frac{p\ (in\%)}{100}$

A = 6 * $\frac{37}{100}$

A = 2,2 kg Schwefelsäure

Beispiele zum selber rechnen:

1) Ein Rechteck hat die Seitenlängen 25 cm und 37 cm. Beide Seiten werden um 11% erhöht, um wie viel Prozent erhöht sich der Flächeninhalt des Rechtecks?

2) Der Preis eines Frühstücksmüslis wird heimlich von der Geschäftsleitung um 55% erhöht und dann um 25% heruntergesetzt. Um wie viel Prozent wurde der Preis des Müslis schlussendlich erhöht?

3) Wie viel ng Salz wird benötigt, wenn man 1,75 Liter einer 12%igen Salzlösung herstellen möchte und Salz eine Dichte von 2,17 g/cm^3 hat?

Bruchrechnen:

<u>Merke:</u>

1) Addition und Subtraktion von Brüchen => nur bei selben Nenner

2) Multiplikation => Zähler und Nenner multiplizieren

3) Division => mit Kehrwert multiplizieren

Rechenregeln:

- Addition: $\frac{a}{n} + \frac{b}{n} = \frac{a+b}{n}$
- Subtraktion: $\frac{a}{n} - \frac{b}{n} = \frac{a-b}{n}$
- Multiplikation: $\frac{a}{b} * \frac{c}{d} = \frac{a*c}{b*d}$
- Division: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} * \frac{d}{c} = \frac{a*d}{b*c}$

Beispiele zum selber rechnen:

1) $\frac{1}{2} * \frac{4}{6} + \frac{7}{12} =$

2) $\frac{3}{2} : \frac{4}{6} * \frac{12}{18} + \frac{1}{3} =$

3) $\frac{6}{8} - \frac{12}{24} : \frac{4}{6} + \frac{2}{12} * \frac{3}{2} =$

4) $\frac{2}{7} + \frac{9}{18} - \frac{3}{4} - \frac{1}{3} * \frac{7}{9} =$

Gleichungen/Ungleichungen:

Merke folgende Regeln für Gleichungen:

1) Klammern zuerst auflösen

2) Punktrechnung vor Strichrechnung

3) Kommutativgesetz: a + b = b + a ; a * b = b * a

4) Assoziativgesetz: (a+b) + c = a + (b+c) ; (a*b) * c = a * (b*c)

5) Distributivgesetz: a* (b $\pm c) = a * b + a * c$; $a : (b \pm c) = a : b - a : c$

6) Binomischer Lehrsatz: (a $\pm b)^2$ = $a^2 \pm 2ab + b^2$; (a+b) * (a-b) = $a^2 - b^2$

Ungleichungen:

=> werden wie Gleichungen behandelt, ABER wenn man mit einer negativen Zahl multipliziert oder dividiert dreht sich das Ungleichungszeichen um. Es ist, wie auch bei Gleichungen auf die Grundmenge G zu achten.

Bsp. 1)

Das Sechsfache einer Zahl ist um 24 kleiner, als das Neunfache der Zahl. Wie lautet die Zahl?

6* x + 24 = 9*x /-6x

24 = 3x / :3

x= 8

Bsp. 2)

Zwei Radfahrer fahren ein Rennen. Der erste Radfahrer fährt die Strecke in einer halben Stunde, der zweite fährt 5 km/h langsamer und braucht für dieselbe Strecke eine dreiviertel Stunde. Wie lang ist die Strecke?

v= $\frac{s}{0,5}$ und v -5 = $\frac{s}{0,75}$

=> 0,5 v = (v - 5) * 0,75 => v= 15 km/h => s = 7,5 km

Beispiele zum selber rechnen:

1) In welcher Zeit fahren zwei entgegengesetzt fahrende Züge mit 200m bzw. 255m Länge aneinander vorbei, wenn sie mit 8 m/s bzw. mit 17 m/s fahren?

2) Bei einer dreiziffrigen Zahl ist die Einerziffer das dreifache der Zehnerziffer und die Hundeterziffer ist das Vierfache der Zehnerziffer. Vertauscht man die Hunderterziffer mit der Einerziffer so ist die neue Zahl um 187 kleiner als die alte Ziffer. Wie lautet die Zahl?

3) Addiert man die Hälfte, ein Sechstel und ein Drittel einer Zahl, so erhält man die um 13 vergrößerte Zahl. Wie lautet die Zahl?

4) Sind zwei Schläuche gleichzeitig geöffnet, so füllt sich ein Schwimmbecken innerhalb von 20 min. Ist der erste Schlauch 10 min geöffnet, so muss der zweite 40 min geöffnet sein, um das Schwimmbecken zu füllen. Wie lange würde der erste Schlauch alleine zur Füllung des Beckens benötigen?

Geometrie:

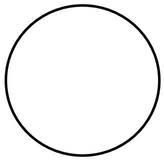
Winkel:

- spitzer Winkel: 0° bis 90°
- rechter Winkel: 90°
- stumpfer Winkel: 90° bis 180°

Umwandlung von Grad in Radiant:

Grad	Radiant
30°	$\frac{\pi}{6}$
45°	$\frac{\pi}{4}$
60°	$\frac{\pi}{3}$
90°	$\frac{\pi}{2}$
180°	π
270°	$\frac{3\pi}{2}$
360°	$2\,\pi$

Kreis:



$U = 2\,\pi * r \approx 6 * r$

$A = \pi * r^2 \approx 3 * r^2$

$d = 2 * r$

=> Umfang und Flächeninhalt sind nur vom Radius r des Kreises abhängig

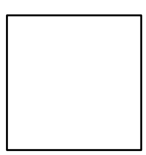
Rechteck:

$U = 2 * (a + b)$

$A = a * b$

$e^2 = a^2 + b^2$ bzw. $d = a^2 + b^2$

Quadrat:

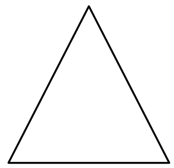


$U = 4 * a$

$A = a^2$

$d = a * \sqrt{2}$ => $d^2 = 2 * a^2$

Dreieck:



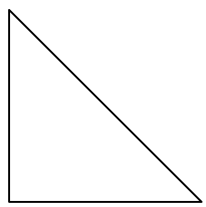
allgemein:

U = a + b + c

A = $\frac{a * ha}{2}$

Winkelsumme = 180°

rechtwinkeliges Dreieck:



U = 2 * a + c

A = $\frac{a*b}{2}$

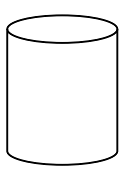
Satz des Pythagoras: $a^2 + b^2 = c^2$

gleichseitiges Dreieck:

α = 60°

A= $\frac{a* h}{2}$

Prisma:



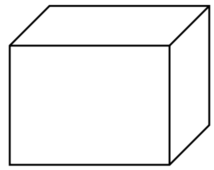
=> Grundflächen sind gleich groß

O= 2 * G * M G ... Grundfläche

M = U * h M ... Mantel

V = G * h

Quader:



$O = 2 * (a * b + a * c + b * c)$

$V = a * b * c = a * b * h$

$M = (2*a + 2*b) * h$

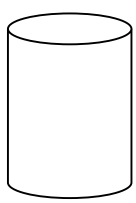
Würfel:

$O = 6*a^2$

$V = a^3$

$d = a * \sqrt{3}$

Zylinder:



$O = 2 * r^2 * \pi + 2 * r * \pi * h$

$V = r^2 * \pi * h$

$M = 2 * r * \pi * h$

Kugel:

$O = 4 * r^2 * \pi = \pi * d^2$

$V = \frac{4 * r^3 * \pi}{3} = \pi * \frac{d^3}{6}$

Verhältnisse:

$V1 : V2 = 1 : \frac{r2^3}{r1^3}$

$O1 : O2 = 1 : \frac{r2^2}{r1^2}$

Beispiele zum selber rechnen:

1) Ein Rad hat einen Durchmesser von 2 Metern. Wie viele Umdrehungen macht dieses Rad ca. wenn es 66 Meter weit rollt?

2) Gegeben sind zwei Kugeln mit den Radien r1 = 4 cm und r2= 6 cm. Wie Verhalten sich die Volumina der Kugeln zueinander?

3) Das Volumen eines Zylinders mit r= 0,25 mm und l=45 cm beträgt wie viel?

4) Wie oft passt 1 ml in einen Würfel mit der Kantenlänge von 1 dm?

5) Eine Pyramide hat dieselbe Grundfläche wie ein Quader, aber die vierfache Höhe. Berechnen Sie das Verhältnis der Volumina dieser beider Körper.

6) Ein Dreieck, mit einer Länge von 4 cm und einer Höhe von 35 mm, hat ein Drittel der Fläche eines Rechtecks mit der Breite von 6 cm. Wie groß ist die Länge des Rechtecks?

Einheiten:

Zeit:

1 h = 60 min = 3600 s

1 min = 60 s

1 Tag = 24 h

1 Monat = 28-31 Tage

1 Jahr = 365/366 Tage

1 Jahr = 52 Wochen

Multiplizieren

Tag	* 24	Stunden (h)	* 60	Minuten (min)	* 60	Sekunden (s)

Dividieren

Bsp:

1) 9 min = ? s

2) 15 s = ? h

3) 20 m/s = ? km/h

4) 3,75 h = ? min

Umrechnung in Geschwindigkeit:

km/h	: 3,6	m/s

zB. 10 m/s = ? km/h

=> 10 m/s = 36 km/h

Längen:

km . . m dm cm mm

Multiplizieren

km	*1000	m	*10	dm	*10	cm	*10	mm

Dividieren

zB. 0,4 km = ? cm

=> 40 000 cm

Beispiele zum selber rechnen:

1) 3 mm =? m

2) 25 dm = ? km

3) 370 mm = ? dm

Flächen:

km^2 . ha . a . m^2 . dm^2 . cm^2 . mm^2

Multiplizieren

km^2	*100	ha	*100	a	*100	m^2	*100	dm^2	*100	cm^2	*100	mm^2

Dividieren

zB. 400 m^2 = ? a => 4 a

0,7 km^2 = ? ha => 70 ha

Beispiele zum selber rechen:

1) 35 mm^2 = ? m^2

2) 750 cm^2 = ? km^2

3) 98 m^2 = ? a

4) 5609 ha = ? km^2

Volumina:

m^3 . . dm^3 . . cm^3 . . mm^3

Multiplizieren

km^3	* 1000 000 000	m^3	*1000	dm = L	*1000	cm^3= mL	*1000	mm^3

Dividieren

1 L = 1 dm^3 = 1000 mL

1 mL = 1 cm^3

Beispiele zum selber rechnen:

1) 700 m^3 = ? L
2) 5 dm^3 = ? mL
3) 950 cm^3 = ? km^3
4) 67 mL = ? mm^3

Massen:

t . . kg . dag g

t	*1000	kg	*1000	g

Bsp:

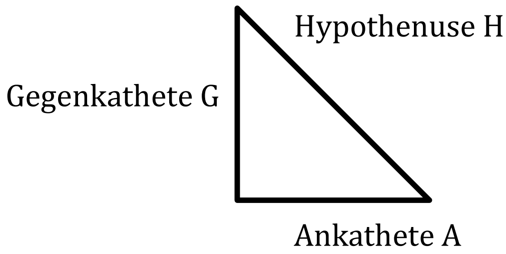
1) 1,7 kg = ? g
2) 10 g = ? t
3) 37 dag = ? kg

Umrechnungen:

1) Welche Aussage ist richtig?
    a. 3 cm/ms = 3 m/min
    b. 7 L = 7 m^2
    c. 1 L/min = 100 mL/min
    d. 3,6 Mol/h = 1 mMol/s
    e. Keine ist richtig
2) Welche Aussage ist richtig?
    a. 3,6 km^2/h = 1 m^2/s
    b. 3,6 cm^3/h = 1 mm^3/s
    c. 3,6 mm^2/h = 1 mm^2/s
    d. 3,6 km/h = 1 m/min
    e. Keine ist richtig
3) Wie oft ist 1 mm^3 in 1 m^3 enthalten?
4) Wie oft ist 1 L in 1 m^3 enthalten?

Funktionen:

Winkelfunktionen:

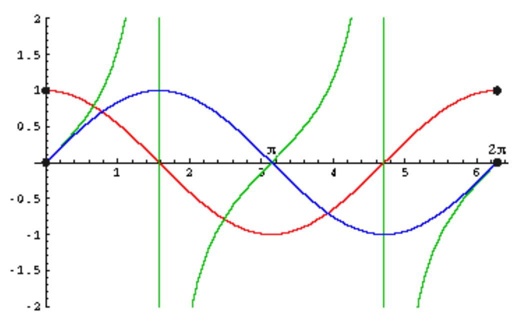


sin α = $\frac{G}{H}$

cos α = $\frac{A}{H}$

tan α = $\frac{G}{A}$

	0 = 2π	$\boldsymbol{\pi/4}$	**π /2**	**π**	**3π/2**
sin α	0	$\sqrt{2}/2$	1	0	-1
cos α	1	$\sqrt{2}/2$	0	-1	0
tan α	0	1	undefiniert	0	undefiniert



http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kurs/trig2.htm

Tangens ... grün

Sinus ... blau

Cosinus ... rot

<u>Merke:</u>

Sinus geht durch den Nullpunkt, durch π (180°) und durch 2π (360°).

Cosinus geht NICHT durch den Nullpunkt, aber durch $\frac{\pi}{2}$ (90°) und 3 π/2 (270°).

Tangens geht durch 0 (0°) durch π (180°) und durch 2 π (360°).

Co-tangens = $\frac{1}{\tan(\alpha)}$ => cot α = $\frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$

Co- tangens geht durch π/2 (90°) und 3π/2 (270°).

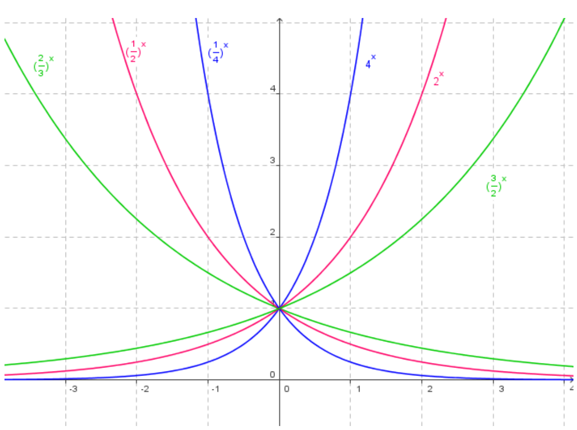
Exponentialfunktion:

f(x) = b * e^{a*x} + c

Exponentialfunktionen haben vor allem Bedeutung bei Wachstumsprozessen in den Naturwissenschaften (zB. Bakterienwachstum).

Exponentialfunktion e^x hat keine Nullstellen und ist streng monoton wachsend!

Logarithmus- und Exponentialfunktion sind die zueinander inversen Funktionen.



http://www.roro-seiten.de/uhu/index.php?page=950 f(x) = b1 * e^{a1*x} + c1

⇨ Verändert man die additiven Konsonanten c1, so verschiebt sich die Funktion nur entlang der y-Achse (also nach oben oder unten)

- Mit dem log rechnet man den Exponentient (Hochzahl) aus
- Mit der Wurzel (√) rechnet man die Basis aus

Umkehroperation:

y= e^{x}

y= ln x

Exponentialfunktion:

- NIE negative Werte oder Null
- Exponentielle Zunahme: y= a * e^{b*x}
- Exponentielle Abnahme: y= a *e^{-b*x}

y= a * e^{b*x} a + b … Konstanten

e … euler´sche Zahl (2,718)

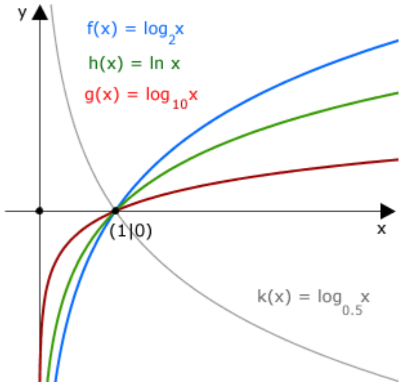
wenn x=0 => hat es den Wert der Konstante a

Logarithmusfunktionen:

f(x) = b* log a *x + c => ein beschränktes Wachstum kann damit beschrieben werden

⇨ Verändert man c, so verschiebt sich die Logarithmusfunktion an der x-Achse

Die Ableitung einer Funktion ist ein Maß dafür, wie steil ihr Graph ist.



https://alongkorn23.wordpress.com/category/mathematik/

= > log geht immer durch (1/0)!!

Beispiele:

pH ändert sich um 1 => Konzentration ändert sich um den Faktor 10

lg(1) = 0	ln(1) = 0
lg(10) = 1	ln(e)= 1
lg(1/x) = - lg(x)	ln(1/x) = - ln(x)

x > 1 => log(x) > 0

0 < x < 1 => log(x) < 0

x < 0 => log NICHT möglich! (log darf nie Null oder negativ sein)

ln (e^x) = x

y * log (x) = $\frac{\ln(x)}{\ln(y)}$ zB. 5 log 25 = 2 => $\frac{\ln(25)}{\ln(5)}$ = 2

Rechenregeln:

- Log (a*b) = log(a) + log(b)
- Log($\frac{a}{b}$) = log(a) – log(b)
- Log (a^b) = b* log(a)
- a * log(b) = $\frac{\ln b}{\ln a}$

➢ Der dekadische Logarithmus von x (lg(x) oder log(x))ist jene Zahl mit der man 10 potenzieren muss, um x zu erhalten.
   - zB. lg (x) = x   Bsp: log(476) = 2,6776   => weil $10^{2,6776}$= 476

➢ Der natürliche Logarithmus von x (ln(x)) ist jene Zahl mit der man die euler´sche Zahl (2,718) potenzieren muss um x zu erhalten.
   - zB. ln(x) =x   Bsp: ln(0,0045) = -5,404   => weil $e^{-5,404}$

Beispiel pH-Wert:

- ändert sich der pH um 1 => ändert sich die Konzentration um den Faktor 10
- OH-Konzentration, die 100x kleiner als eine andere ist, hat einen pH der um 2 größer ist
- HCl mit pH = 0,3 hat eine 10 000x höhere Konzentration , als HCl mit pH= 4,3

Feste Werte:

Dekadische Logarithmus:	**Natürliche Logarithmus:**
log(100) = log(10^2) =2	ln(e^2) = 2
log(10) = log(10^1) = 1	ln(e) = ln(e^1) = 1
log(1) = log(10^0)= 0	ln(1)= ln(e^0) = 0
log(0,1) = log(10^{-1}) = -1	ln($\frac{1}{e}$) = ln(e^{-1}) = -1
log(0,01) = log(10^{-2}) = -2	ln($\frac{1}{e^2}$) = ln(e^{-2}) = -2

Potenzfunktionen:

f(x) = a * x^b + c

- a > 1 => Funktion steigt steiler
- 0 < a < 1 => Funktion steigt schwächer und Graph ist breiter
- 0 > a > -1 => Graph wird gespiegelt und wird breiter
- a < -1 => Funktionsgraph wird gespiegelt

Konstante c => gibt Verschiebung an y-Achse an

y= a * x^r

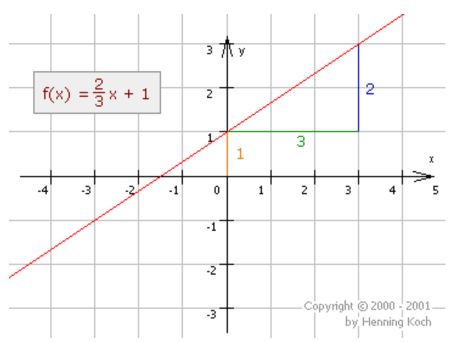
r=1 => lineare Funktion

r= -1 => indirekt proportionale Funktion

r= 2 => quadratische Funktion

Lineare Funktion

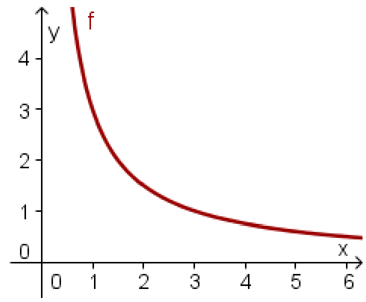
⇨ ergeben eine Gerade



http://www.netalive.org/rationale-funktionen/chapters/2.1.html

indirekt proportionale Funktion

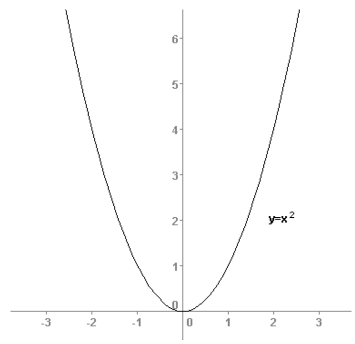
⇨ ergeben Hyperbel



http://rfdz.phnoe.ac.at/fileadmin/lernpfade/lernpfad_schnittstelle89_funktionen/sites/05_indirekt_prop.html

quadratische Funktion

⇨ ergeben eine Parabel (hat immer 2 Lösungen)



http://did.mat.uni-bayreuth.de/~wn/ss_01/mueller/node11.html

<u>Lineare Funktion:</u>

y= k*x +d

k … Steigung der Geraden

d .. Schnittpunkt mit y-Achse

Spezialfälle:

- y= k*x

⇨ proportionaler Zusammenhang; Gerade geht durch Nullpunkt

- y= d   => k= 0

⇨ Gerade verläuft parallel zur x-Achse im Abstand d

Zusammenfassung lineare Funktion:

y= k*x + d	Geradengleichung
k > 0	Gerade steigt
k < 0	Gerade fällt
k = 0	Gerade verläuft parallel zur x-Achse
d > 0	Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse oberhalb der x-Achse
d < 0	Schnittpunkt der Geraden mit der y-Achse unterhalb der x-Achse
d = 0	Gerade verläuft durch den Ursprung
y = k*x + d	Inhomogene lineare Gleichung, nicht durch den Ursprung
y = k * x	Homogene lineare Gleichung, durch den Ursprung

<u>Indirekt proportionale Funktion:</u>

$y = \frac{a}{x}$ bzw. x*y = a => Hyperbel

- ⇨ Wenn x größer wird, muss y kleiner werden
- ⇨ a = Konstante

zB. Gesetz von Boyle-Mariotte

p * V = konstant

<u>Quadratische Funktion:</u>

$y = a * x^2$ => Parabel

- ⇨ wenn x verdoppelt wird, vergrößert sich der Wert von y um den Faktor 4
- ⇨ eine quadratische Gleichung hat immer 2 Lösungen
- ⇨ alle quadratischen Funktionen laufen durch den Ursprung (entweder tiefste oder höchste Punkt der Funktion = Scheitel der Parabel)

Differentialfunktion:

Differenzie rn = Ableiten

<u>Ableitungsregeln</u>:

Potenzregel: $(x^n)'$ = n * x^{n-1}

Konstantenregel (a *x *b)´ = a   mit a,b Konstanten

Summenregel: (f(x) + g(x))´= f´(x) + g´(x)

Produktregel: (f(x) * g(x))´= f´(x) * g(x) + f(x) * g´(x)

Kettenregel: (g(f(x)))´= g´(f(x)) * f´(x)

Ableitung von Winkelfunktionen:

(sin x)´= cos x

(cos x)´= -sin x

(tan x)´= $\frac{1}{cos^2 x}$

Ableitung von Exponential- und Logarithmusfunktion:

(e^x)´= e^x

(ln x)´= $\frac{1}{x´}$

(log x) = $\frac{lnx}{ln10}$

Differential bietet die Möglichkeit die Extrema einer Funktion zu berechnen

Differentialquotient: gibt die Steigung bzw. Änderung dieser Funktion in einem unendlichen kleinen Intervall an.

Stammfunktion	Ableitung	Beispiel
y = a	y´= 0	y= 7 => y´= 0
y = a* $\boldsymbol{x^n}$	y´= n*a*x^{n-1}	y= 3x^2 => y´= 6x
y= $\boldsymbol{\frac{1}{x}}$	y´= - $\frac{1}{x^2}$	y = $\frac{1}{2}$ => y´= $\frac{1}{4}$
y= sin(x)	y´= cos(x)	y= sin(3) => y´= cos(3)
y= cos(x)	y´= - sin(x)	y= cos(4) => y´= - sin(4)
y= $\boldsymbol{e^x}$	y´= e^x	y= e^4 => y´= e^4
y= ln(x)	y´= $\frac{1}{x}$	y= ln(2) => y´= $\frac{1}{2}$

y= f(x) wird als $\frac{dy}{dx}$ oder y´ angeschrieben

k= $\frac{dy}{dx}$ => Differentialquotient

Ableiten einer Funktion => zur Ermittlung des Differentialquotienten

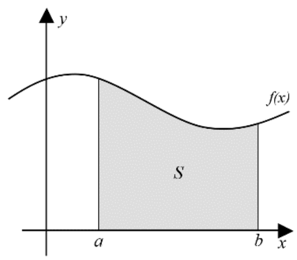
1. Ableitung einer Funktion gibt Auskunft über das Zu- und Abnehmen dieser Funktion

- streng monoton steigend: f(x1) < f(x2) => f´(x) > 0
- streng monoton fallend: f(x1) > f(x2) => f´(x) < 0
- monoton steigend: f(x1) ≤ f(x2) => f´(x) ≥ 0
- monoton fallend: f(x1) ≥ f(x2) => f´(x) ≤ 0

Integral:

Integrieren = Umkehroperation vom Differenzieren

- ⇨ gibt die Fläche unter einer Kurve eingeschlossen mit der x-Achse an
- ⇨ Fläche unter Funktionsgraphen zwischen a und b in Abbildung daneben



https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Integral_as_region_under_curve.png

$\int_a^b f(x)\ dx$

Beispiel:

$\int_1^2 \frac{2}{5}\ x^2\ dx = \frac{2}{15} x^3 \ / = (\frac{2}{15} * 2^3 - \frac{2}{15} * 1^3) = \frac{14}{15}$

$\int_1^2 \frac{4}{25} x\ \ dx = \frac{4}{25} * 2 - \frac{4}{25} * 1 = 0{,}16$

Integrationsregeln:

- $\int (a * \ x^n + b)\ dx = a * \frac{x^{n+1}}{n-1} + bx + c$ n ≠ -1
- $\int f(x) + g(x)\ dx = \ \int f(x)\ dx + \ \int g(x)\ dx$
- $\int \sin x = \ -\cos x\ ;\ \int \cos x = \sin x\ ; \int \tan x = \ -\ln|\cos\ x| + c$
- $\int_a^b f(x)\ dx = F(b) - F(a)$, wobei F die Stammfunktion ist

dx … gibt an nach welchen Variablen man integriert

c … weil Integral einer Funktion nicht eindeutig ist

Beim Differenzieren einer Funktion fallen alle additiven Konstanten weg, beim Integrieren passiert das umgekehrte, beim bestimmten Integral fällt diese Konstante dann aber weg.

Geradenfunktion:

= lineare Funktion

$f(x) = k * x + d \qquad k, d \in R$

k … Steigung

d … Abstand vom Nullpunkt auf y-Achse

Funktion hat höchstens eine Nullstelle

$k > 0$ Funktion ist streng monoton steigend

$k < 0$ Funktion ist streng monoton fallend

$k = 0$ Funktion ist konstant und parallel zur x- Achse