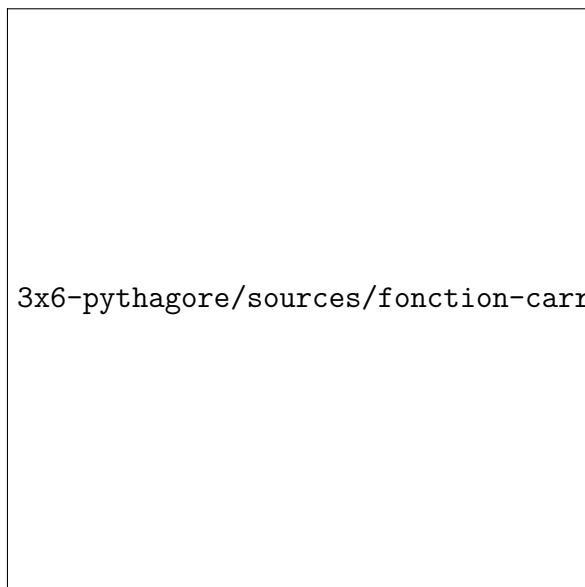

CHAPITRE 6 - THÉORÈME DE PYTHAGORE

1 - DEUX OUTILS MATHÉMATIQUES

On appelle des outils mathématiques des fonctions. Elles ont un sens géométrique et un sens numérique. Pour réussir le chapitre de Pythagore, il faut comprendre ces deux aspects.

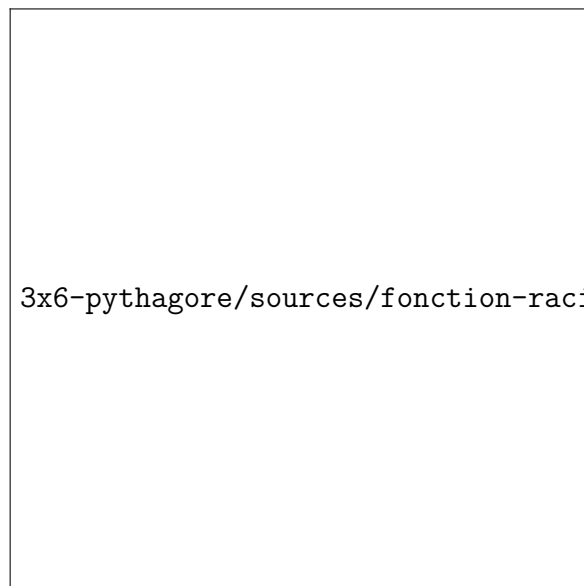
LA FONCTION CARRÉ



3x6-pythagore/sources/fonction-carre.pdf

- Elle est noté x^2 .
- La fonction carré permet de calculer l'aire d'un carré à partir de son côté.
- $15^2 = 15 \times 15 = 225$

LA FONCTION RACINE CARRÉ



3x6-pythagore/sources/fonction-racine.pdf

- Elle est noté \sqrt{x} .
- La fonction racine carré permet de calculer le côté d'un carré à partir de son aire.
- C'est une nouvelle opération qui ne peut être écrit avec les 4 opérations de base. Par définition : $\sqrt{12^2} = 12$.

2 - THÉORÈME GÉOMÉTRIQUE

Dans un triangle rectangle, la somme des deux petits carrés est égale au grand carré.

SOURCE : [youtu.be](https://youtu.be/3x6-pythagore)

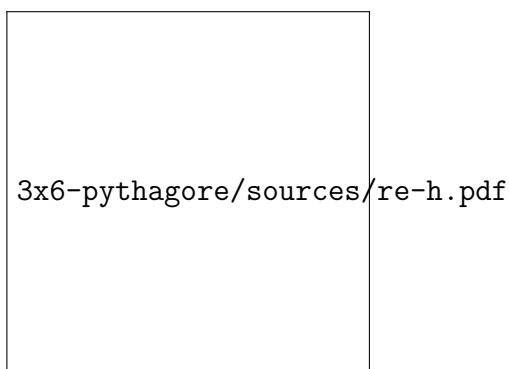
3x6-pythagore/sources/pyth.png

3 - MODÉLISATION : USAGE DU THÉORÈME

3.1 - CALCUL DE LONGUEUR

Si dans un triangle rectangle, je connais deux longueurs, je vais pouvoir calculer la troisième longueur.

A. RECHERCHE DU GRAND CÔTÉ : (+)



Dans le triangle MNO rectangle en O.
D'après le théorème de Pythagore.

$$MN^2 = MO^2 + NO^2$$

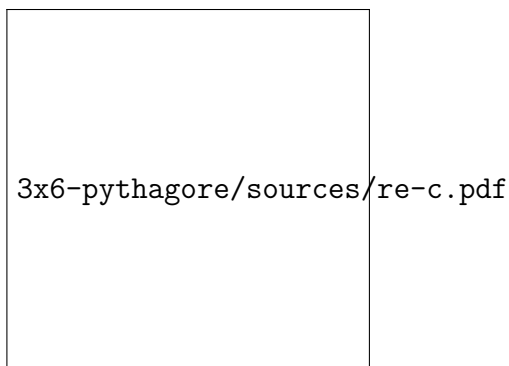
$$MN^2 = 20^2 + 32^2$$

$$MN = \sqrt{20^2 + 32^2}$$

$$MN \approx 37.7$$

La longueur MN mesure environ 27.7cm.

B. RECHERCHE D'UN PETIT CÔTÉ (-)



Dans le triangle MNO rectangle en O.
D'après le théorème de Pythagore.

$$MN^2 = MO^2 + NO^2$$

$$40^2 = MO^2 + 12^2$$

$$MO = \sqrt{40^2 - 12^2}$$

$$MO = 38$$

La longueur MO mesure 38cm.

3.2 DÉMONSTRATION

Si on connaît les trois côtés d'un triangle, on peut démontrer si le triangle est rectangle. Pour cela on compare le grand carré avec la somme des autres carrés.

Soit DMW un triangle tel que : $DW = 14,8$ cm , $WM = 4,8$ cm et $DM = 14$ cm.

Quelle est la nature du triangle DMW ?

Le triangle DMW n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$DW^2 = 14,8^2 = 219,04$ ($[DW]$ est le plus grand côté.)

$$WM^2 + DM^2 = 4,8^2 + 14^2 = 219,04$$

$$\text{Donc } DW^2 = WM^2 + DM^2.$$

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle DMW est rectangle en M .

Soit ZHB un triangle tel que : $HZ = 19,3$ cm, $HB = 20$ cm et $BZ = 5,6$ cm.

Quelle est la nature du triangle ZHB ?

Le triangle ZHB n'est ni isocèle, ni équilatéral.

$HB^2 = 20^2 = 400$ ($[HB]$ est le plus grand côté.)

$$BZ^2 + HZ^2 = 5,6^2 + 19,3^2 = 403,85$$

$$\text{Donc } HB^2 \neq BZ^2 + HZ^2.$$

D'après la contraposée du théorème de Pythagore, le triangle ZHB n'est rectangle.