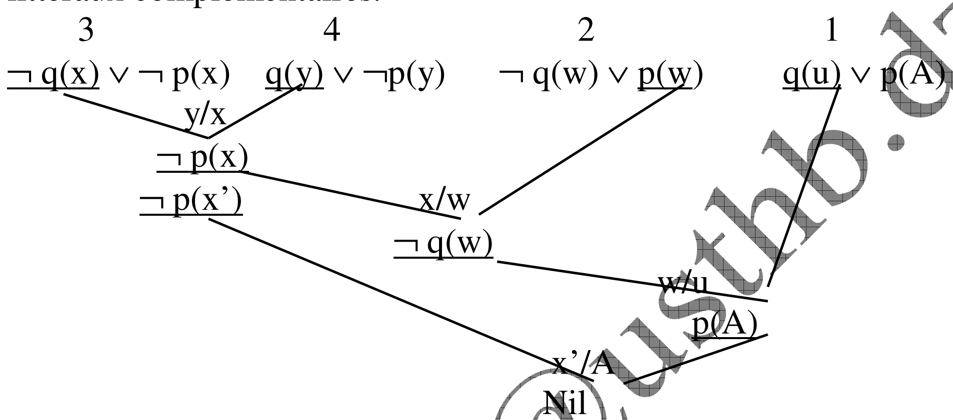
<u>Exercice 1</u>:

a) Donner un arbre de réfutation pour ces clauses.

1) $q(u) \vee p(A)$
2) $\neg q(w) \vee p(w)$
3) $\neg q(x) \vee \neg p(x)$
4) $q(y) \vee \neg p(y)$

<u>Corrigé:</u> On vous a donné directement les clauses de $\{S, \neg But\}$
Nous allons essayer de produire Nil. Les littéraux soulignés sont les littéraux complémentaires.



<u>Remarque</u> : le littéral $\neg p(x')$ est utilisé une seconde fois pour produire Nil, (on a renommé la variable x en x').

b) Est ce qu'on peut utiliser la stratégie par rapport aux données?
(Rappel: Stratégie par rapport aux données: chaque résolvante a au moins un parent qui appartient à l'ensemble de **clauses initiales).**

On ne peut pas utiliser la stratégie par rapport aux données pour cet arbre car la clause Nil est obtenue avec les 2 clauses parentes qui n'appartiennent pas à l'ensemble initial, et donc la condition n'est pas vérifiée.

<u>Exercice 2:</u>

Soient les fbf

1) $(\forall x)(\forall y)(\forall z) \{[p(x,y) \wedge p(y,z)] \Rightarrow g(x,z)$
2) $(\forall y)(\exists x)\, p(x,y)$.

et soit la fbf but: $(\exists x)(\exists y)\, g(x,y)$

Utilisez le système QR pour trouver les valeurs des variables pour lesquelles le but est Conséquence Logique de 1 et 2.

Corrigé :

Je vous rappelle le système Q/R vu en cours.

On peut résumer le processus d'extraction comme suit:

0) Transformer l'ensemble {S, ¬But} en clauses.

1) Un arbre de réfutation par résolution est découvert par le processus de recherche.

2) De nouvelles variables sont substituées à toute fonction de Skolem apparaissant dans les clauses qui résultent de la négation de la fbf but.

3) Les clauses qui résultent de la négation de la fbf but sont transformées en tautologies en leur ajoutant leurs propres négations.

4) Un arbre de démonstration modifié modélisant la structure de l'arbre de réfutation original est produit. Chaque résolution dans l'arbre modifié utilise un ensemble d'unification déterminé par l'ensemble d'unification utilisé par la résolution correspondante dans l'arbre de réfutation.

5) La clause à la racine de l'arbre modifié est la formule réponse qui contient les valeurs des variables recherchées.

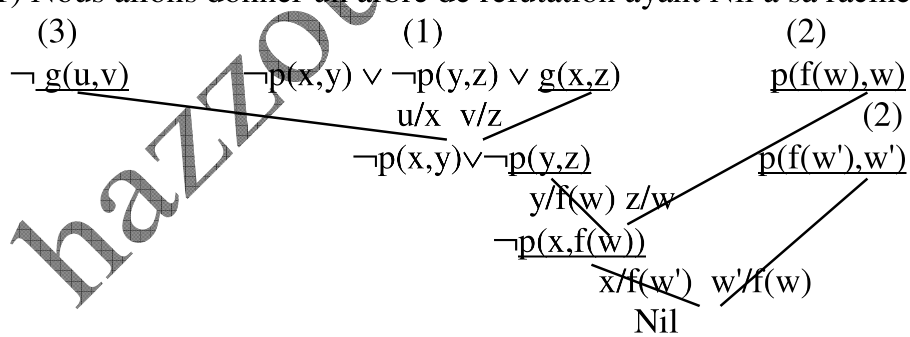
Application de ce processus:

On va démontrer en utilisant la résolution que la clause provenant de la fbf but découle logiquement de l'ensemble de clauses obtenues à partir des clauses des fbfs 1 et 2.

0)On commence par transformer les fbf 1, 2 et ¬but en clauses, on obtient (après renommage des variables) les clauses suivantes:

1) ¬p(x,y)∨¬p(y,z)∨g(x,z)
2) p(f(w),w)
3) ¬but : ¬ g(u,v)

1) Nous allons donner un arbre de réfutation ayant Nil à sa racine:



Remarque: le littéral ¬ p(f(w), w) est utilisé une seconde fois pour produire Nil, (on a renommé la variable w en w').

2) On ne fait rien dans cette étape car il n'y a pas de fonction de Skolem dans les clauses de la négation du but.

3) On transforme les clauses de la négation du but (¬ *g(u,v))* en tautologie, en lui ajoutant sa propre négation c.-à-d. g(u,v) (en gras dans l'arbre suivant).

4) L'arbre de démonstration est le suivant (la négation des clauses provenant de la négation de la fbf but sont en gras. On reprend l'arbre de réfutation ci-dessus, et on lui rajoute la partie en gras.

(3) ¬ g(u,v) ∨ **g(u,v)**   (1) ¬p(x,y) ∨ ¬p(y,z) ∨ g(x,z)   (2) p(f(w),w)

u/x v/z

¬p(x,y)∨¬p(y,z) ∨ **g(x,z)**   (2) p(f(w'),w')

y/f(w) z/w

¬p(x,f(w)) ∨ **g(x,w)**

x/f(w') w'/f(w)

Nil∨ **g(f(f(w)),w)**

5) L'arbre de démonstration a le littéral g(f(f(w)),w) à la racine. Cette clause représente la fbf g(f(f(w)),w). La réponse dans ce cas utilise la fonction de Skolem f. Si on suppose par exemple que le prédicat p est utilisé pour représenter lien de parenté (parent), on peut supposer que la fonction f est utilisée pour représenter la fonction lien de parenté (parent). Le terme f(f(w)) explicite: pour tout individu w son grand parent est le père du père de w.

Exercice 3 : Soit l'ensemble S consistant en 1 fbf :

(∀w) (∀u) P(B,w,w) ∨ P(A,u,u), et la fbf but (∃ x)(∀ y)(∃ z)P(x, y, z)..

Corrigé 3:

0) Les clauses obtenues de la fbf 1 et la négation du but sont :

a) P(B,w,w) ∨ P(A,u,u)

b) ¬But ≡ ¬P(x, f(x), z)   où f est une fonction de Skolem.

1) L'arbre de réfutation de cet exemple est donné par:

¬P(x,f(x),y)   P(B,w,w) ∨ P(A,u,u)

x/A, u/f(A), y/f(A)

¬P(x',f(x'),y')   P(B,w,w)

x'/B, w/f(B), y'/f(B)

Nil

2) On remplace la fonction de Skolem de la négation du but par une nouvelle variable t, on obtient le nouvel arbre de réfutation suivant :

¬P(x,t,y)   P(B,w,w) ∨ P(A,u,u)

x/A, u/t, y/t

¬P(x',t',y')   P(B,w,w)

x'/B, w/t', y'/t'

Nil

3) La clause de la négation du but, ¬P(x,t,y) (et ¬P(x',t',y') utilisée dans l'arbre) est transformée en tautologie, en lui rajoutant sa propre négation P(x, t, y) (et P(x',t',y'))

4) On étend cet ajout à l'arbre et on obtient l'arbre de démonstration suivant :

¬P(x, t, y) ∨ **P(x, t, y)**   P(B, w, w) ∨ P(A, u, u)

x/A, u/t, y/t

¬P(x', t', y') ∨ **P(x', t', y')**   P(B, w, w) ∨ **P(A, t, t)**

x'/B, w/t', y'/t'

Nil ∨ P(A, t, t) ∨ P(B, t', t')

5) La clause à la racine, **P(A, t, t)** ∨ **P(B, t', t')**, contient les nouvelles variables t et t' qui remplace la fonction de Skolem f(x) obtenue après transformations de la négation de la fbf but en clause.

<u>Exercice 4</u>: Reprenons l'exemple précèdent et supposons que nous voulions démontrer la fbf but à partir de l'axiome:

(∀ z)(∀ u) P(z, u, z) ∨ P(A, u, u).

A Faire.