

## 1 Class 1

### 1.1 review

$$|\psi\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}$$

整体状态完全确定，个体状态却未知

$$\rho^A = \text{tr}_B |\psi\rangle\langle\psi| = \frac{1}{2}(|0\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|) = \frac{I^A}{2}$$

$$\text{同理 } \rho^B = \frac{I^B}{2}$$

因此，该系统虽然整体状态已知，个体却是两个状态概率相当，无法得到任何信息

### 1.2 idea 1: 逻辑门

$$f: \{0,1\}^n \rightarrow \{0,1\}$$

$O_f$  输入  $x$  和辅助位  $y$ ，得到  $x$  和  $y \oplus f(x)$

$$O_f^2 = I$$

## 2 Class 2: logical gateway

- 

$$I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$X, Y, Z$

- $H, S, T$

- 

$$R_x\left(\frac{\theta}{2}\right) = e^{-i\frac{\theta}{2}X}$$

$$R_y\left(\frac{\theta}{2}\right) = e^{-i\frac{\theta}{2}Y}$$

$$R_z(\frac{\theta}{2}) = e^{-i\frac{\theta}{2}Z}$$

$$A^2=I\quad e^{iXA}=\cos(x)+i\sin x\ast A$$

$$R_x(\frac{\theta}{2})=\cos\frac{\theta}{2}\ast I-i\sin\frac{\theta}{2}X=$$

$$\begin{bmatrix} e^{i(\alpha+\delta)}\cos\frac{\theta}{2} & e \end{bmatrix}$$

$$U=\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

任何一个门可以通过

$$CNOT+\{S,T,H\}$$

来构造

$$U=e^{i\alpha}AXBXC\quad ABC=I$$

$$U=\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ h & i & j \end{bmatrix}$$

$$U_i=\begin{bmatrix} x & y & 0 \\ z & t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$U_1U=\begin{bmatrix} a1 & b1 & c1 \\ 0 & e1 & f1 \\ h1 & i1 & j1 \end{bmatrix}$$

$$U_2U=\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & e1 & f1 \\ 0 & i1 & j1 \end{bmatrix}=U_3$$

$$U=U_1^+U_2^+U_3$$

### 3 Deutsch - Jozsa Algorithm

$$f : \{0, 1\}^n \rightarrow \{0, 1\}$$

$$S_0 = \{x : f(x) = 0\}$$

$$S_1 = \{x : f(x) = 1\}$$

- constant function

$$f(x) = f(x')$$

- balanced function

$$|S_0| = |S_1|$$

要判定  $f$  是常数函数还是平衡函数，量子计算只需要查询一次

- input :  $|x\rangle, |-\rangle$
- 经过  $U_f$

$$|x\rangle |-\rangle \rightarrow (-1)^{f(x)} |x\rangle |-\rangle$$

- 

$$\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$$