量子信息学
lec 9

郝琰 516021910721
ACM Class,2016
2018 年 7 月 24 日

1 Class 1

1.1 idea 1

$$f:\{0,1\}^n \to \{0,1\} \quad f(x_0)=1 \quad f(x)=0(x!=x_0)$$

若用量子进行计算 (搜素 unique answer x_0)，则复杂度约为 $O(\sqrt{N})$(1996,Grover,PRL)
O_f 的作用

$$|x> \quad \to \quad (-1)^{f(x)}|x>$$

- input

$$|0>$$

- the first step

$$H^{\bigotimes n} \quad \to \quad \sum_{x=0}^{2^n-1} \frac{|x>}{\sqrt{2^n}}$$

- the second step

$$O_f$$

- the third step

$$U_f$$

Jump to the second step

The point is , how to deciede what U_f is. U_f 的作用在于下次更方便地查询

$$U = 2|\psi><\psi| - I = H^{\bigotimes n}(2|0^{\bigotimes n}><0^{\bigotimes n}|H^{\bigotimes n})$$

把 O 和 U 和起来作为 G

$$G^k|\psi> \approx |x_0>$$

因此复杂度约为 $\sqrt{N}$

$$N = 2^n$$

$$\begin{aligned}
|\psi> &= \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{x=0}^{N-1} |x> \\
&= \frac{1}{\sqrt{N}} \Big(\sum_{\text{x is not solution}} |x^{'}> + \sum_{\text{x is solution}} |x^{''}> \Big) \\
&= \frac{1}{\sqrt{N}} (\sqrt{N-M}|\alpha> + \sqrt{M}|\beta>)
\end{aligned}$$

$$|\psi>=\sqrt{\frac{N-M}{N}}|\psi>+\sqrt{\frac{M}{N}}|\beta>$$
$$G=U*O$$
$$|\alpha>\rightarrow|\alpha>\quad|\beta>\rightarrow-|\beta>$$
$$O=|\alpha><\alpha|-|\beta><\beta|=2|\alpha><\alpha|-I$$
$$U=2|\psi><\psi|-I$$
G 即为两个反射变换的乘积，即为旋转

$$|\psi>=cos\theta|\psi>+sin\theta|\beta>$$

若 ψ 与 X 轴正向原本夹角 θ，则作用结束后与 X 轴正向夹角 3θ

$$O|\psi>=cos(-\theta)|\alpha>+sin(-\theta)|\beta>$$

$$G|\psi>=UO|\psi>=cos(3\theta)|\alpha>+sin(3\theta)|\beta>$$
$$G|\psi>^k=UO|\psi>=cos((2k+1)\theta)|\alpha>+sin((2k+1)\theta)|\beta>$$
即每次作用可看作该向量顺时针旋转 2θ

$$cos(2k+1)\theta|\alpha>+sin(2k+1)\theta|\beta>\approx|\beta>$$

$$(2k+1)\sqrt{\frac{M}{N}}=\frac{\pi}{2}$$
$$k=\frac{\pi}{4}\sqrt{\frac{N}{M}}-\frac{1}{2}$$

2 Class 3

2.1 Problem 1

面对一个黑盒 $O_f\in\{O_{f_1},O_{f_2},...,O_{f_N}\}$

$$O_{f_k}|x>=|x>\quad x\neq k$$

$$O_{f_k}|k>=|k>\quad x=k$$

如果这些向量已经两两正交，由于不是标准正交，就做一个 unitary 操作，变化到标准正交基上。即变化到 $\{|0>,|1>,...,|d>\}$
可以把原本的正交基作为输入 X

2.2 Problem 2

区分
$$U\in\{I,X,Y,Z\}$$
$$(U^A\bigotimes I^B)|\beta_{00}>=\{|\beta_{00}>,|\beta_{01}>,|\beta_{10}>,|\beta_{11}>\}$$