

Thuật toán NSGA-II

Nhóm 8: Neural Architecture Search

Tháng 11, 2023

Mục lục

- 1 Giới thiệu
- 2 Ý tưởng thuật toán

Bài toán tối ưu đa nhiệm

- Một bài toán tối ưu đa nhiệm có thể viết dưới dạng

$$\min_{x \in X} (f_1(x), f_2(x), \dots, f_k(x)).$$

- Thông thường, không tồn tại một nghiệm tối ưu đồng thời tất cả các hàm mục tiêu. Do đó người ta quan tâm tới các nghiệm tối ưu Pareto.
- Một nghiệm x^0 được gọi là Pareto-dominate một nghiệm khác x , ký hiệu là $x^0 \preceq x$ nếu:

$$\forall 1 \leq i \leq k, f_i(x^0) \leq f_i(x),$$

$$\exists 1 \leq i \leq k, f_i(x^0) < f_i(x).$$

Thuật toán NSGA-II

NSGA-II là một giải thuật tiến hóa. Các giải thuật tiến hóa được xây dựng nhằm giải quyết các vấn đề sau:

- Sự hội tụ đến nghiệm tối ưu phụ thuộc vào giá trị khởi tạo ban đầu.
- Hầu hết các thuật toán thông thường có xu hướng hội tụ đến nghiệm tối ưu địa phương chứ không phải toàn cục.

Thuật toán NSGA-II có các đặc điểm chính sau:

- Các cá thể tốt trong quần thể có cơ hội được lai ghép trong các thế hệ tiếp theo,
- Có cơ chế bảo đảm sự đa dạng trong quần thể.

Fast Nondominated Sorting Approach

- Với mỗi cá thể, ta tính hai giá trị: n_p là số cá thể trội hơn cá thể p , và S_p là tập hợp các cá thể mà cá thể p trội hơn. Bước này cần $O(MN)$ phép so sánh.
- Tất cả các cá thể thuộc thế hệ đầu tiên đều có $n_p = 0$. Với mỗi cá thể p như vậy ta lấy một cá thể $q \in S_p$ và làm giảm số cá thể trội hơn q đi 1.
- Theo cách này, nếu cá thể q có số cá thể trội bằng 0 thì ta xếp vào thế hệ thứ hai. Quá trình này được tiếp tục cho đến khi tất cả các thế hệ được xác định.

fast-non-dominated-sort(P)

for each $p \in P$

$S_p = \emptyset$

$n_p = 0$

for each $q \in P$

if $(p \prec q)$ then

$S_p = S_p \cup \{q\}$

else if $(q \prec p)$ then

$n_p = n_p + 1$

if $n_p = 0$ then

$p_{\text{rank}} = 1$

$\mathcal{F}_1 = \mathcal{F}_1 \cup \{p\}$

$i = 1$

while $\mathcal{F}_i \neq \emptyset$

$Q = \emptyset$

for each $p \in \mathcal{F}_i$

for each $q \in S_p$

$n_q = n_q - 1$

if $n_q = 0$ then

$q_{\text{rank}} = i + 1$

$Q = Q \cup \{q\}$

$i = i + 1$

$\mathcal{F}_i = Q$

If p dominates q

Add q to the set of solutions dominated by p

Increment the domination counter of p

p belongs to the first front

Initialize the front counter

Used to store the members of the next front

q belongs to the next front

Diversity Preservation

Trong thuật toán NSGA-II, phương pháp so sánh đám đông (crowd-comparison) được sử dụng. Ta có một số định nghĩa:

- Density Estimation: Để ước lượng mật độ cá thể xung quanh một cá thể cho trước, ta sử dụng đại lượng $i_{distance}$ là khoảng cách trung bình từ các cá thể khác đến cá thể đang xét.
- Crowded-Comparison Operator: Toán tử so sánh đám đông (\prec_n) chỉ dẫn quá trình lựa chọn ở các giai đoạn khác nhau của thuật toán nhằm đạt đến một thể hệ tối ưu Pareto:

$$i \prec_n j \quad \text{if } (i_{rank} < j_{rank}) \\ \text{or } ((i_{rank} = j_{rank}) \\ \text{and } (i_{distance} > j_{distance}))$$

crowding-distance-assignment(\mathcal{I})

$l = |\mathcal{I}|$

for each i , set $\mathcal{I}[i]_{\text{distance}} = 0$

for each objective m

$\mathcal{I} = \text{sort}(\mathcal{I}, m)$

$\mathcal{I}[1]_{\text{distance}} = \mathcal{I}[l]_{\text{distance}} = \infty$

for $i = 2$ to $(l - 1)$

$\mathcal{I}[i]_{\text{distance}} = \mathcal{I}[i]_{\text{distance}} + (\mathcal{I}[i + 1].m - \mathcal{I}[i - 1].m) / (f_m^{\max} - f_m^{\min})$

number of solutions in \mathcal{I}

initialize distance

sort using each objective value

so that boundary points are always selected

for all other points