Phiên bản: 2020.1.0

*Mục tiêu:* Cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace. Trên cơ sở đó, sinh viên có thể học tiếp các học phần sau về toán cũng như các môn kỹ thuật khác, góp phần tạo nên nền tảng toán học cơ bản cho kỹ sư các ngành công nghệ để có thể làm việc và nghiên cứu tiếp sau này.

Objective: To provide the knowledge and calculation skills on infinite series and basic differential equations, Laplace transform, to formulate mathematical foundations for students of technology majors, providing mathematical tools for students to work and study in the future.

*Nội dung:* Chuỗi số, chuỗi hàm, chuỗi lũy thừa, chuỗi Fourier, phương trình vi phân cấp I, phương trình vi phân cấp II, hệ phương trình vi phân cấp I, phương pháp toán tử Laplace và vận dụng vào việc giải các phương trình vi phân cấp cao và hệ phương trình vi phân. Giới thiệu lý thuyết ổn định và một số ứng dụng của phương trình vi phân.

Contents: Infinite numerical series, series of functions, Fourier series, first-order differential equations, second-order linear differential equations, first-order systems of differential equations, Laplace transforms. Introduce to the stability theory and some applications of differential equations.

### 1. THÔNG TIN CHUNG

Tên học phần:

Giải tích III

Mã số học phần:

MI1131-KSTN

Khối lượng:

3(2-2-0-6)

Lý thuyết: 30 tiếtBài tâp: 30 tiết

Học phần tiên quyết:

Học phần học trước:

Giải tích I

Học phần song hành:

- Giải tích II

## 2. MÔ TẢ HỌC PHẦN

Môn học này nhằm cung cấp cho sinh viên những kiến thức cơ bản về chuỗi, phương trình vi phân và phương pháp toán tử Laplace

# 3. MỤC TIÊU VÀ CHUẨN ĐẦU RA CỦA HỌC PHẦN

Sinh viên hoàn thành học phần này có khả năng:

| Mục<br>tiêu/CĐR | Mô tả mục tiêu/Chuẩn đầu ra của học phần  | CĐR được phân<br>bổ cho HP/ Mức<br>độ(I/T/U) |  |
|-----------------|---|--|--|
| [1]             | [2]   | [3]  |  |
| M1              | Nắm vững được các kiến thức cơ bản về chuỗi, phương trình<br>vi phân và phương pháp toán tử Laplace | 10,  |  |
| M1.1            | Nắm vững được các khái niệm cơ bản.   | IT   |  |
| M1.2            | Có khả năng vận dụng các kiến thức đã học vào giải các bài tập liên quan đến nội dung môn học.      | TU   |  |
| M2              | Có thái độ làm việc nghiêm túc cùng kỹ năng cần thiết để làm việc có hiệu quả                       |  |  |

| Mục<br>tiêu/CĐR | Mô tả mục tiêu/Chuẩn đầu ra của học phần  | CĐR được phân<br>bổ cho HP/ Mức<br>độ(I/T/U) |
|-----------------|---|--|
| M2.1            | Có kỹ năng phân tích và giải quyết vấn đề bằng tư duy logic chặt chẽ, làm việc độc lập, tập trung.                                  | TU   |
| M2.2            | M2.2 Nhận diện được một số vấn đề thực tế có thể sử dụng lý thuyết về chuỗi, phương trình vi phân và toán tử Laplace để giải quyết. |  |
| M2.3            | Có thái độ làm việc nghiêm túc, chủ động sáng tạo, thích nghi với môi trường làm việc có tính cạnh tranh cao.                       | IT   |

### 4. TÀI LIỆU HỌC TẬP

#### Giáo trình

- [1] Nguyễn Đình Trí, Trần Việt Dũng, Trần Xuân Hiển, Nguyễn Xuân Thảo (2015). *Toán học cao cấp tập 3: Chuỗi và phương trình vi phân*. NXB Giáo dục.
- [2] Nguyễn Đình Trí, Trần Việt Dũng, Trần Xuân Hiển, Nguyễn Xuân Thảo (2017). Bài tập Toán học cao cấp tập 3: Chuỗi và phương trình vi phân. NXB Giáo dục.
- [3] Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh (2000). *Bài tập Toán học cao cấp tập II*. NXB Giáo dục.
- [4] Nguyễn Đình Trí, Tạ Văn Đĩnh, Nguyễn Hồ Quỳnh (1999). Bài tập Toán học cao cấp tập III. NXB Giáo dục.

#### Sách tham khảo

- [1] Trần Bình (2005). Giải tích II và III, NXB KH và KT.
- [2] Lê Ngọc Lăng, Nguyễn Chí Bảo, Trần Xuân Hiển, Nguyễn Phú Trường. Ôn thi học kỳ và thi vào giai đoạn II. NXB Giáo dục.
- [3] Lê Ngọc Lăng, Tống Đình Quỳ, Nguyễn Đăng Tuấn, Mai Văn Dược (1998). Giúp ôn tập tốt môn Toán cao cấp. NXBKH.
- [4] Đinh Bạt Thẩm, Nguyễn Phú Trường (1993). Bài tập Toán học cao cấp tập II. NXB Giáo dục.
- [5] Nguyễn Xuân Thảo (2010). Bài giảng Phương pháp Toán tử Laplace.
- [6] Nguyễn Thiệu Huy: Infinite series and differential equations. download: http://sami.hust.edu.vn/tai-lieu/
- [7] James Stewart (2008), Calculus. Thomson, 6th ed.
- [8] W. E. Boyce, R. C. DiPrima (2001). Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems. John Wiley & Sons, 7th ed.
- [9] P. O'Neil (2003). Advanced Engineering Mathematics. Thomson, 5th ed.
- [10] R. Wrede, M. R. Spiegel (2002). *Theory and Problems of ADVANCED CALCULUS*. McGraw-Hill, 2nd ed.

# 5. CÁCH ĐÁNH GIÁ HỌC PHẦN

| Điểm thành phần        | Phương pháp đánh giá cụ<br>thể           | Mô tả   | CĐR<br>được<br>đánh giá | Tỷ<br>trọng |
|------------------------|--|---------|-------------------------|-------------|
| [1]                    | [2]                                      | [3]     | [4]                     | [5]         |
| A1. Điểm quá trình (*) | Đánh giá quá trình                       |         |                         | 30%         |
|                        | A1.1. Bài tập trên lớp và bài tập về nhà | Tự luận |                         |             |
|                        | A1.2. Thi giữa kỳ                        | Tự luận |                         |             |
| A2. Điểm cuối kỳ       | Đánh giá cuối kỳ                         | Tự luận |                         | 70%         |

<sup>\*</sup> Điểm quá trình sẽ được điều chỉnh bằng cách cộng thêm điểm chuyên cần, điểm tích cực học tập. Điểm chuyên cần và điểm tích cực học tập có giá trị từ –2 đến +2, theo quy định của Viện Toán ứng dụng và Tin học cùng Quy chế Đào tạo đại học hệ chính quy của Trường ĐH Bách khoa Hà Nội.

## 6. KÉ HOẠCH GIẢNG DẠY

| Tuần | Nội dung  | CĐR<br>học<br>phần | Hoạt động<br>dạy và<br>học | Bài đánh<br>giá |
|------|---|--------------------|----------------------------|-----------------|
| [1]  | [2]   | [3]                | [4]                        | [5]             |
| 1    | Chương 1. Chuỗi (11LT+ 11BT)  | M1,M2              | Giới thiệu                 | A1, A2          |
|      | 1.1 Đại cương về chuỗi số   |                    | môn học,<br>tài liệu,      |                 |
|      | - Các khái niệm: Chuỗi số, số hạng tổng quát, tổng riêng, phần dư, chuỗi hội tụ, phân kỳ, tổng của  |                    | cách học.<br>Giảng bài     |                 |
|      | chuỗi hội tụ. Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi $\sum_{n=0}^{+\infty} aq^n$ .  |                    |                            |                 |
|      | - Điều kiện ắt có để chuỗi hội tụ (có chứng minh).  |                    |                            |                 |
|      | Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n}$ .   |                    |                            |                 |
|      | - Các tính chất cơ bản của chuỗi số hội tụ (học sinh tự đọc chứng minh).  |                    |                            |                 |
|      | 1.2 Chuỗi số dương  |                    |                            |                 |
|      | - Định nghĩa chuỗi số dương.  |                    |                            |                 |
|      | - Các định lý so sánh 1 và 2 (chứng minh định lý 1, học sinh tự đọc chứng minh định lý 2).  |                    |                            |                 |
|      | <ul> <li>Các tiêu chuẩn hội tụ (tiêu chuẩn D'Alambert,</li> <li>Cauchy, tích phân) (Chứng minh tiêu chuẩn</li> <li>D'Alambert, học sinh tự đọc chứng minh 2 tiêu</li> </ul> |                    |                            |                 |
|      | chuẩn còn lại). Chú ý: Phải có ví dụ chuỗi $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{1}{n^{\alpha}}$ .  |                    |                            |                 |
| 2    | 1.3 Chuỗi số có số hạng với dấu bất kỳ  | M1,M2              |                            | A1, A2          |
|      | - Chuỗi có dấu bất kỳ: các khái niệm hội tụ tuyệt   |                    |                            | -               |

| Tuần | Nội dung   | CĐR<br>học<br>phần | Hoạt động<br>dạy và<br>học | Bài đánh<br>giá |
|------|--|--------------------|----------------------------|-----------------|
| [1]  |  | [3]                | [4]                        | [5]             |
|      | đối, bán hội tụ. Định lý về chuỗi số hội tụ tuyệt đối (học sinh tự đọc chứng minh).  |                    |                            |                 |
|      | - Chuỗi số đan dấu: định nghĩa, định lý Leibniz (có chúng minh). Một số dấu hiệu khác: Dirichlet, Abel.  |                    |                            |                 |
|      | <ul> <li>Các tính chất của chuỗi số hội tụ tuyệt đối. Tính<br/>chất đổi thứ tự và tích hai chuỗi (học sinh tự đọc<br/>chứng minh).</li> </ul>  |                    |                            |                 |
| 3    | 1.4 Chuỗi hàm  | M1,M2              |                            | A1, A2          |
|      | - Định nghĩa chuỗi hàm, miền hội tụ của chuỗi hàm (hội tụ điểm), tổng của chuỗi hàm.   |                    |                            |                 |
|      | - Sự hội tụ đều của chuỗi hàm: định nghĩa, tiêu chuẩn Cauchy, tiêu chuẩn Weierstrass (không chứng minh).   |                    |                            |                 |
|      | <ul> <li>Các tính chất của chuỗi hàm hội tụ đều: tổng là hàm liên tục, tích phân, đạo hàm dưới tổng (học sinh tự đọc chứng minh hai tính chất cuối).</li> <li>Một số dấu hiệu hội tụ khác: Dirichlet, Abel.</li> </ul> |                    |                            |                 |
| 4    | 1.5 Chuỗi luỹ thừa   | M1,M2              |                            | A1,A2           |
|      | - Định nghĩa chuỗi luỹ thừa: định lý Abel (có chứng minh), khoảng và miền hội tụ.  |                    |                            | <b>,</b>        |
|      | - Các tính chất của chuỗi luỹ thừa: chuỗi hội tụ đều, tổng là hàm liên tục, tích phân và đạo hàm dưới tổng (học sinh tự đọc chứng minh). Phần áp dụng để tính tổng một số chuỗi (chỉ nêu một ví dụ, học sinh tự đọc).  |                    |                            |                 |
|      | <ul> <li>Khai triển hàm thành chuỗi luỹ thừa (Chuỗi<br/>Taylor, Maclaurin). Các định lý để hàm khai triển<br/>được (không chứng minh).</li> </ul>  |                    |                            |                 |
| 5    | - Các khai triển của một số hàm số sơ cấp cơ bản.<br>Áp dụng để tính gần đúng giá trị của hàm, tính gần<br>đúng tích phân xác định (học sinh tự đọc).  | M1,M2              |                            | A1,A2           |
|      | 1.6 Chuỗi Fourier  |                    |                            |                 |
|      | - Chuỗi lượng giác, chuỗi Fourier.   |                    |                            |                 |
|      | <ul> <li>Điều kiện để một hàm khai triển được thành<br/>chuỗi Fourier. Định lý Dirichlet (không chứng<br/>minh).</li> </ul>  |                    |                            |                 |
| 6    | - Khai triển Fourier hàm chẵn, hàm lẻ tuần hoàn chu kỳ $2\pi$ .  | M1,M2              |                            | A1,A2           |
|      | - Khai triển Fourierhàm tuần hoàn chu kỳ $2\pi$ , chu kỳ $2l$ . Giới thiệu khai triển Fourier hàm trên $[a,b]$ .   |                    |                            |                 |
|      | Chương 2. Phương trình vi phân (11LT+ 12 BT)   |                    |                            |                 |

| Tuần | T vội dung  | CĐR<br>học<br>phần | Hoạt động<br>dạy và<br>học | Bài đánl<br>giá |
|------|---|--------------------|----------------------------|-----------------|
| [1]  | [2] 2.1 Khái niệm mở đầu  | [3]                | [4]                        | [5]             |
|      | - Định nghĩa phương trình vi phân (PTVT), cấp của phương trình, nghiệm của phương trình (PT).   | a                  |                            |                 |
|      | 2.2 Phương trình vi phân cấp 1  |                    |                            |                 |
|      | - Đại cương về PTVP cấp 1: dạng tổng quát của PT, định lý về sự tồn tại và duy nhất nghiệm (không chứng minh), bài toán Cauchy, nghiệm tổng quát, nghiệm riêng. Giới thiệu một vài ứng dụng thực tế của PTVP cấp 1. |                    |                            |                 |
| 7    | - Các PT khuyết y, khuyết x   | M1,M2              |                            | A1,A2           |
|      | - PT biến số phân ly  |                    |                            |                 |
|      | - PT thuần nhất (đẳng cấp)  |                    |                            |                 |
|      | - PT tuyến tính   |                    |                            |                 |
|      | - PT Bernoulli  |                    |                            |                 |
|      | - PTVP toàn phần  |                    |                            |                 |
| 8    | 2.3 Phương trình vi phân cấp 2  | M1,M2              |                            | A2              |
|      | -Đại cương về PTVP cấp 2: Dạng tổng quát, định lý<br>về sự tồn tại và duy nhất nghiệm, bài toán Cauchy,<br>nghiệm tổng quát, nghiệm riêng. Giới thiệu một<br>vài ứng dụng thực tế của PTVP cấp 2.                   |                    |                            |                 |
|      | - Các PT khuyết y và y', khuyết y, khuyết x   |                    |                            |                 |
|      | - PT tuyến tính dang: $y + p(x)y + q(x) = f(x)$   |                    |                            |                 |
|      | PT thuần nhất: Các định lý về cấu trúc nghiệm của PTVP tuyến tính cấp 2 thuần nhất (chứng minh định lý để dẫn đến công thức $y = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$   |                    |                            |                 |
| 9    |   |                    |                            |                 |
| 9    | THI GIỮA KỲ : TỪ CHƯƠNG 1 ĐẾN HẾT<br>MỤC 2.2 CHƯƠNG 2   |                    |                            |                 |
| 10   | - PT không thuần nhất: Định lý về nghiệm tổng quát (học sinh tự đọc chứng minh). Phương pháp biến thiên hằng số Lagrange. Nguyên lý chồng chất nghiệm.  | M1,M2              |                            | A2              |
|      | - PTVP tuyến tính cấp 2 có hệ số không đổi:<br>PT thuần nhất.   |                    |                            |                 |
| 1    | PT không thuần nhất với vế phải f(x) có dạng:   | M1,M2              |                            | A2              |
| 1    | $f(x) = e^{\alpha x} P_n(x)$  |                    |                            |                 |
|      | $f(x) = e^{\alpha x} [P_n(x) \cos \beta x + Q_m(x) \sin \beta x]$   |                    |                            |                 |
|      | - PT Euler (giáo viên hướng dẫn thông qua một số ví dụ).  |                    |                            |                 |

| Tuần      | Nội dung   | CĐR<br>học<br>phần | Hoạt động<br>dạy và<br>học | Bài đánh<br>giá |
|-----------|--|--------------------|----------------------------|-----------------|
| [1]<br>12 | [2]  | [3]                | [4]                        | [5]             |
| 12        | 2.4 Hệ phương trình vi phân cấp 1 - Định nghĩa dạng tổng quát, nghiệm, đưa PTVP cấp cao về hệ chuẩn tắc và ngược lại. Định lý về sự tồn tại duy nhất nghiệm. Phương pháp khử (thể hiện qua một ví dụ giải hệ gồm 2 phương trình có hệ số không đổi dạng đơn giản) (giáo viên hướng dẫn học sinh tự đọc và làm bài tập) Giới thiệu về lý thuyết ổn định của phương trình vi phân. | M1,M2              |                            | A2              |
| 13        | Chương 3. Phương pháp toán tử Laplace (8LT+7BT)  3.1 Phép biến đổi Laplace và phép biến đổi ngược - Phép biến đổi Laplace (PBĐ), tính chất tuyến tính, bảng PBĐ Laplace của một số hàm, hàm số liên tục từng khúc, sự tồn tại của PBĐ Laplace. Ví dụ PBĐ Laplace nghịch đảo, sự duy nhất của PBĐ Laplace nghịch đảo. Ví dụ.  | M1,M2              |                            | A2              |
| 14        | <ul> <li>3.2 Phép biến đổi của bài toán với giá trị ban đầu</li> <li>PBĐ của đạo hàm, nghiệm của bài toán giá trị ban đầu, Ví dụ giải PTVP tuyến tính cấp 2 với hệ số hàng số.</li> <li>Hệ PTVP tuyến tính cấp hai, giới thiệu mô hình toán.</li> <li>PBĐ của tích phân.</li> </ul>  | M1,M2              |                            | A2              |
|           | <ul> <li>3.3 Phép tịnh tiến và phân thức đơn giản</li> <li>Phân thức đơn giản tuyến tính, phân thức đơn giản bậc 2, biến đổi trên trục s.</li> <li>Giải PTVP tuyến tính cấp cao (lớn hơn hay bằng 3) với hệ số hằng số.</li> </ul>   | M1,M2              |                            | A2              |
| 1         | <ul> <li>3.4 Đạo hàm, tích phân và tích của các phép biến đổi</li> <li>Tích chập của hai hàm, PBĐ Laplace của tích chập.</li> <li>Vi phân của PBĐ.</li> <li>Tích phân của PBĐ.</li> <li>Giải PTVP tuyến tính thuần nhất cấp 2 với hệ số biến đổi (nhị thức bậc nhất).</li> <li>Giải PTVP tuyến tính cấp 2 có hệ số hằng số với vế phải là hàm liên tục từng khúc.</li> </ul>     | M1,M2              |                            | A2              |

VIỆN TRƯƠNG VIỆN TOÁN ỦNG DỤNG & TIN HỌC TS. Lê Quang Chủy