

DP #3

김현정 Acka1357@gmail.com

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- N개의 정수로 이루어진 수열 A
- 연속된 $A[i, j]$ 구간합 중 최대값
- 숫자는 한 개 이상 선택해야 한다.

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 모든 $\text{sum}(i, j)$ 에 대해 조사 $\Rightarrow O(N^2)$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 모든 $\text{sum}(i, j)$ 에 대해 조사 $\Rightarrow O(N^2)$
- $1 \leq N \leq 100,000$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 3으로 끝나는 연속합 중 최대는 아래와 같다.
- $\text{sum}(0, 2): 10 - 4 + 3$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 3으로 끝나는 연속합 중 최대는 아래와 같다.
- $\text{sum}(0, 2): 10 - 4 + 3$
- -4를 굳이 포함하는 이유는?
- $(10 - 4)$ 가 양수이기 때문에.

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 마찬가지로, 6으로 끝나는 연속합 중 최대는 다음과 같다.
- $\text{sum}(0, 5): 10 - 4 + 3 + 1 + 5 + 6 = 21$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 마찬가지로, 6으로 끝나는 연속합 중 최대는 다음과 같다.
- $\text{sum}(0, 5): 10 - 4 + 3 + 1 + 5 + 6 = 21$
- $\text{sum}(0, 4)$ 가 양수이므로, 더하면 커진다.

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- -35를 끝으로하는 연속합은?
- $\text{sum}(0, 6): 10 - 4 + 3 + 1 + 5 + 6 - 35 = -14$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- -35를 끝으로하는 연속합은?
- $\text{sum}(0, 6): 10 - 4 + 3 + 1 + 5 + 6 - 35 = -14$
- 역시 앞의 양수를 모두 포함하는 것이 좋다.

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 12를 끝으로하는 최대 연속합은?
- $\text{sum}(0, 7) : \text{sum}(0, 6) + 12 = -14 + 12 = 2$
- $\text{sum}(7, 7): 12$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $A = \{10, -4, 3, 1, 5, 6, -35, 12, 21, -1\}$
- 12를 끝으로하는 최대 연속합은?
- $\text{sum}(0, 7) : \text{sum}(0, 6) + 12 = -14 + 12 = 2$
- $\text{sum}(7, 7): 12$
- 직전수를 끝으로하는 최대 연속합 중 양수가 없다면
- 이번 숫자부터 시작하는 것이 좋다.

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$: i 번째 수를 끝으로 하는 최대 연속합

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$: i 번째 수를 끝으로 하는 최대 연속합
- $D[i] = D[i - 1] + A[i]$ (if $D[i - 1] \geq 0$)
- $D[i] = A[i]$ (if $D[i - 1] < 0$)

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- $D[i]$: i 번째 수를 끝으로 하는 최대 연속합
- $D[i] = D[i - 1] + A[i]$ (if $D[i - 1] \geq 0$)
- $D[i] = A[i]$ (if $D[i - 1] < 0$)
- 답: $\max_{i = 1 \text{ to } N}(D[i])$

연속합

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/1912>

- C/C++: <https://gist.github.com/Acka1357/f84e8481e9cf629d2a4c75e771d90ec8>
- Java: <https://gist.github.com/Acka1357/95dcf4313d131670174a360cb2d0168c>

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- N개의 정수로 이루어진 수열 A
- 연속된 $A[i, j]$ 구간합 중 최대값
- 숫자는 한 개 이상 선택해야 한다.
- 한 개의 숫자를 제거할 수 있다.

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- 각 숫자를 마지막으로 하는 최대 연속합을 구할 때
- 알아야하는 정보는 다음과 같다

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- 각 숫자를 마지막으로 하는 최대 연속합을 구할 때
- 알아야하는 정보는 다음과 같다
- 수를 제거한 적이 있는가
- 이전 수를 마지막으로 하는 최대 연속합

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- $D[i][j]$: j 개 수를 삭제하고 i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합
 - $D[i][0]$: 수를 삭제하지 않고, i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합
 - $D[i][1]$: 수를 하나 삭제했으며, i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- $D[i][j]$: j 개 수를 삭제하고 i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합
 - $D[i][0]$: 수를 삭제하지 않고, i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합
 - $D[i][1]$: 수를 하나 삭제했으며, i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합
- $A[i]$ 원소를 삭제할 때는 아래와 같이 정의한다.
- $D[i - 1][0] - > D[i][1]$

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- $D[i][j]$: j 개 수를 삭제하고 i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합
- $D[i][0]$: $D[i - 1][0] + A[i]$ (if $D[i - 1][0] \geq 0$)
- $D[i][0]$: $A[i]$ (if $D[i - 1][0] < 0$)

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- $D[i][j]$: j 개 수를 삭제하고 i 번 수를 마지막으로 하는 최대 연속합
- $D[i][0]$: $D[i - 1][0] + A[i]$ (if $D[i - 1][0] \geq 0$)
- $D[i][0]$: $A[i]$ (if $D[i - 1][0] < 0$)
- $D[i][1]$: $D[i - 1][1] + A[i]$ (if $D[i - 1][1] \geq 0$)
- $D[i][1]$: $A[i]$ (if $D[i - 1][1] < 0$)
- $D[i][1]$: $D[i - 1][0]$ (remove $A[i]$)

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- $D[i][0]: \max(D[i - 1][0] + A[i], A[i]);$
- $D[i][1]: \max(D[i - 1][1] + A[i], A[i], D[i - 1][0]);$

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- $D[i][0]: \max(D[i - 1][0] + A[i], A[i]);$
- $D[i][1]: \max(D[i - 1][1] + A[i], A[i], D[i - 1][0]);$
- 답: $\max_{i = 1 \text{ to } N}(D[i][0], D[i][1]);$

연속합2

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/13398>

- C/C++: <https://gist.github.com/Acka1357/f0d63298bbda118fce8f21c905202098>
- Java: <https://gist.github.com/Acka1357/de14ddbdbfbefabda9f710b833b217d5>

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- K개의 파일이 있다.
- 두 파일을 합치는데에는 파일 크기의 합 $C_i + C_j$ 의 비용이 든다.
- 서로 인접한 파일만을 합칠 수 있다.
- 모든 파일을 하나의 파일로 합치는 최소비용

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- C: {C1: 40, C2: 30, C3: 30, C4: 50}

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- C: {C1: 40, C2: 30, C3: 30, C4: 50}
- C2 + C3 => X1 (total cost: 60)
 - C: {C1: 40, X1: 60, C4: 50}
- C1 + X1 => X2 (total cost: 60 + 100 = 160)
 - C: {X2: 100, C4: 50}
- X2 + C4 => 최종파일 (total cost: 160 + 150 => 310)

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- C: {C1: 40, C2: 30, C3: 30, C4: 50}
- C1 + C2 => Y1 (total cost: 70)
 - C: {Y1: 70, C3: 30, C4: 50}
- C3 + C4 => Y2 (total cost: 70 + 80 = 150)
 - C: {Y1: 70, Y2: 80}
- Y1 + Y2 => 최종파일 (total cost: 150 + 150 = > 300)

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- 작은 개수부터 합쳐 나간다.

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- 작은 개수부터 합쳐 나간다.
- 연속된 $1 \sim (L - 1)$ 개의 파일을 합치는 최소 비용이 계산된 상태라면
- 연속된 L 개의 파일을 하나의 파일로 만드는 경우는 다음과 같다.
 - 1개가 합쳐진 파일 + $(L - 1)$ 개가 합쳐진 파일
 - 2개가 합쳐진 파일 + $(L - 2)$ 개가 합쳐진 파일
 - 3개가 합쳐진 파일 + $(L - 3)$ 개가 합쳐진 파일
 - ...
 - $(L - 1)$ 개가 합쳐진 파일 + 1개가 합쳐진 파일

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- $D[i][j]$: i 번째파일부터 j 번째 파일을 하나로 합치는데 필요한 최소비용

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- $D[i][j]$: i 번째파일부터 j 번째 파일을 하나로 합치는데 필요한 최소비용
- $D[i][j]: \min_{k = 0 \text{ to } L - 1} (D[i][i + k] + D[i + k + 1][j]) + \text{sum}(i, j)$
 - $\text{sum}(i, j)$: $i \sim j$ 번 파일 크기의 합
 - $\text{sum}(i, j): \text{acc}[j] - \text{acc}[i - 1]$
 - $L = j - i + 1$

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- $D[i][j]$: i 번째파일부터 j 번째 파일을 하나로 합치는데 필요한 최소비용
- $D[i][j]: \min_{k = 1 \text{ to } L - 1} (D[i][i + k] + D[i + k + 1][j]) + \text{sum}(i, j)$
 - $\text{sum}(i, j)$: $i \sim j$ 번 파일 크기의 합
 - $\text{sum}(i, j): \text{acc}[j] - \text{acc}[i - 1]$
 - $L = j - i + 1$
- 정답이 int 범위를 넘어갈 수 있음에 주의하자.

파일 합치기

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/11066>

- C/C++: <https://gist.github.com/Acka1357/13045f3644d775d7b5d1d60d998b6029>
- Java: <https://gist.github.com/Acka1357/31d12459143fa81e67ff45e248b24aaa>

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- N개의 이름을 가로 칸의 수가 M인 공책에 적으려 한다.
- 이름 옆에 이름을 쓸 때에는 한 칸을 띄워야한다.
- 하나의 이름은 한 줄에 쓰여야한다. 즉, 중간에 끊겨서는 안된다.
- 이때 각 줄의 오른쪽 끝에 남게 되는 칸 수의 제곱의 합의 최소값
- (마지막 줄의 남는 칸은 포함하지 않는다.)

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*		*	*		*	*	*	
*	*		*	*	*	*	*		*										
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*								

$$1^2 + 10^2 + 0^2 = 101$$

*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*		*	*					
*	*	*		*	*		*	*	*	*	*		*						
*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*								

$$5^2 + 6^2 + 0^2 = 61$$

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- i 번째 이름을 쓸 때에는
- 이전 이름과 같은 줄에 쓸 지
- 새로운 줄에 쓸 지 선택할 수 있다.

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- i 번째 이름을 쓸 때에는
 - 이전 이름과 같은 줄에 쓸 지
 - 새로운 줄에 쓸 지 선택할 수 있다.
- 따라서 i 번째 이름을 쓰기 위해
 - 이번 줄의 몇번칸까지 쓰여있는지 알아야한다.

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- $D[i][j]$: i 번째 이름을 이번 줄의 $(j - L[i] + 1, j)$ 칸에 걸쳐 썼을 때
이전 줄까지 오른쪽 끝에 남게 되는 칸 수의 제곱의 합의 최소값
- $L[i]$: i 번째 이름의 길이

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- $D[i][j]$: i 번째 이름을 이번 줄의 $(j - L[i] + 1, j)$ 칸에 걸쳐 썼을 때
이전 줄까지 오른쪽 끝에 남게 되는 칸 수의 제곱의 합의 최소값
- $L[i]$: i 번째 이름의 길이

*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*		*	*		*	*	*	
*	*		*	*	*	*	*		*										
*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*	*	*	*	*	*	*	*
*	*	*	*	*	*	*	*		*	*	*	*							

6번째 이름이 이번 줄의 4 ~ 8번 칸에 걸쳐 쓰임
=> $D[6][8]: 1$

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- $D[i][j]$: i 번째 이름을 이번 줄의 $(j - L[i] + 1, j)$ 칸에 걸쳐 썼을 때
이전 줄까지 오른쪽 끝에 남게 되는 칸 수의 제곱의 합의 최소값
 - $L[i]$: i 번째 이름의 길이
- $i - 1$ 번째 이름과 i 번째 이름을 같은 줄에 쓸 때
- $D[i][j] = D[i - 1][j - L[i] - 1]$
- $\Rightarrow D[i][j + L[i] + 1] = D[i - 1][j];$

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- $i - 1$ 번째 이름과 i 번째 이름을 같은 줄에 쓸 때
- $D[i][j] = D[i - 1][j - L[i] - 1]$
- $\Rightarrow D[i][j + L[i] + 1] = D[i - 1][j];$
- i 번째 이름을 새로운 줄에 쓸 때
- $D[i][L[i]] = \min_{j = 1 \text{ to } M}(D[i - 1][j] + (M - j)^2)$

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- $i - 1$ 번째 이름과 i 번째 이름을 같은 줄에 쓸 때
- $D[i][j] = D[i - 1][j - L[i] - 1]$
- $\Rightarrow D[i][j + L[i] + 1] = D[i - 1][j];$
- i 번째 이름을 새로운 줄에 쓸 때
- $D[i][L[i]] = \min_{j = 1 \text{ to } M}(D[i - 1][j] + (M - j)^2)$
- 답: $\min_{i = 1 \text{ to } M}(D[N][i])$

데스노트

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2281>

- C/C++: <https://gist.github.com/Acka1357/0b8a055c2fa4e007d5c7994096b1f986>
- Java: <https://gist.github.com/Acka1357/0fc447aae4aba23c23329325f411cb96>

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- DDR 게임판이 있다.
- 왼발과 오른발이 있다.
- 처음에 두 발을 중앙에 모으고 있다.
- 한 번에 한 발만 움직일 수 있다.
- 처음을 제외하고, 두 발은 한 곳에 있을 수 없다.
- 0: 중앙, 1: 상, 2: 좌, 3: 하, 4: 우
- 0 ~ 4번에 있는 한 발로 0 ~ 4번으로 이동해 누르기 위해서 필요한 힘이 다르다.
- 모든 지시 사항을 만족하는 데 사용되는 힘의 최소값

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- 움직임을 결정하기 위해서는 아래와 같은 정보가 필요하다.
- 왼발이 어디에 있는지
- 오른발이 어디에 있는지

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- 움직임을 결정하기 위해서는 아래와 같은 정보가 필요하다.
 - 왼발이 어디에 있는지
 - 오른발이 어디에 있는지
-
- 위 정보를 통해 아래를 결정할 수 있다.
 - 왼발을 움직인다
 - 오른발을 움직인다

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- $D[i][l][r]$: i 번째 지시 사항을 만족했을 때,
왼발이 l 에, 오른발이 r 에 있는 상태에서의 최소 힘

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- $D[i][l][r]$: i 번째 지시 사항을 만족했을 때,
왼발이 l 에, 오른발이 r 에 있는 상태에서의 최소 힘
- $i - 1$ 번째 지시 사항을 $past$, i 번째 지시 사항이 $next$ 라고 했을 때
- $i - 1$ 번 상태의 왼발과 오른발 중 하나는 $past$ 에 있어야 하고
- i 번 상태의 왼발과 오른발 중 하나는 $next$ 에 있어야 한다.

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- 아래와 같은 네가지 경우로 나눌 수 있다.
- past를 왼발로 밟았고, next도 왼발로 밟을 때
- past를 왼발로 밟았고, next를 오른발로 밟을 때
- past를 오른발로 밟았고, next를 왼발로 밟을때
- past를 오른발로 밟았고, next도 오른발로 밟을 때

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- past를 왼발로 밟았고, next도 왼발로 밟을 때
- 오른발은 어디든 있을 수 있다.
- $D[i][next][r]: \min_{r=0 \text{ to } 4} (D[i-1][past][r] + \text{cost}[past][next])$
- past를 왼발로 밟았고, next를 오른발로 밟을 때
- 오른발은 어디서든 올 수 있다.
- $D[i][past][next]: \min_{r=0 \text{ to } 4} (D[i-1][past][r] + \text{cost}[r][next])$

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- past를 오른발로 밟았고, next를 왼발로 밟을 때
 - 왼발은 어디서든 올 수 있다.
 - $D[i][next][past]: \min_{l = 0 \text{ to } 4} (D[i - 1][l][past] + cost[l][next])$
-
- past를 오른발로 밟았고, next도 오른발로 밟을 때
 - 왼발은 어디든 있을 수 있다.
 - $D[i][l][next]: \min_{l = 0 \text{ to } 4} (D[i - 1][l][past] + cost[past][next])$

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- 이 네가지 경우를
- 두 발이 같은 곳에 있는 경우를 피해 관리한다.
- 답: $\min_{l, r = 0 \text{ to } 4} (D[N][l][\text{past}], D[N][\text{past}][r])$

Dance Dance Revolution

Problem: <https://www.acmicpc.net/problem/2342>

- C/C++: <https://gist.github.com/Acka1357/e6bf80456650347378f51e43f3e9db28>
- Java: <https://gist.github.com/Acka1357/4d4f6985c4432d8024c8aa9d6cbe5ded>