Review

김현정 Acka1357@gmail.com

- 0과 1로 이루어진 행렬 A, B
- A를 B로 바꾸는데 필요한 연산 횟수의 최소값

- 0과 1로 이루어진 행렬 A, B
- A를 B로 바꾸는데 필요한 연산 횟수의 최소값
- 연산: 3 * 3크기의 부분 행렬의 모든 원소를 뒤집는다.
- $0 \rightarrow 1, 1 \rightarrow 0$

- 0과 1로 이루어진 크기가 같은 행렬 A, B
- A를 B로 바꾸는데 필요한 연산 횟수의 최소값
- 연산: 3 * 3크기의 부분 행렬의 모든 원소를 뒤집는다.
- 0 -> 1, 1- > 0
- $1 \le N, M \le 50$

0	0	0	0
0	0	1	0
0	0	0	0



1	0	0	1
1	0	1	1
1	0	0	1

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

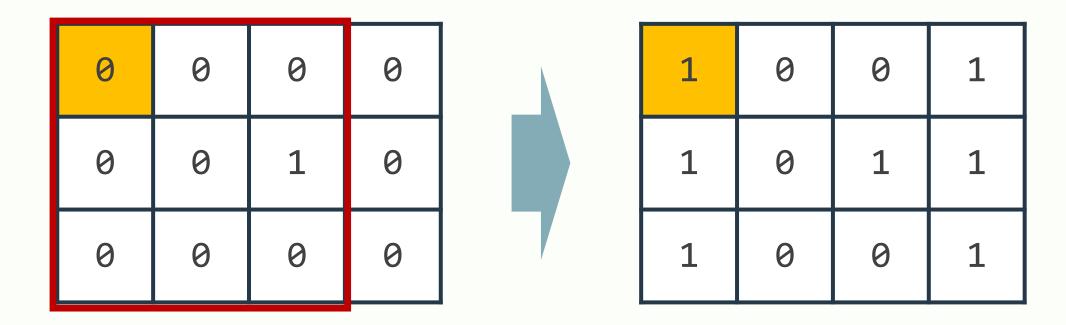
0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	1

각 칸을 바꾸기 위한 최소 연산은?

0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	0	0	1

A[0][0]를 바꾸기 위해서는?

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080



A[0][0]를 바꾸기 위해서는 이 범위를 모두 바꾸는 수밖에 없다.

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1

A[0][0]를 바꾸기 위해서는 이 범위를 모두 바꾸는 수밖에 없다.

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1

A[0][0]를 바꾸는 방법은 더 이상 없다. == A[0][0]값은 더 이상 바뀌어서는 안된다

1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1

A[0][1]을 바꾸기 위해서는?

1	1	1	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	1
1	1	1	0	1	0	0	1

A[0][1]을 바꾸기 위해서는? A[0][0]를 바꿔서는 안되므로 위 방법뿐

1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1

A[0][1]을 바꾸기 위해서는? A[0][0]를 바꿔서는 안되므로 위 방법뿐

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1

A[0][1]를 바꾸는 방법은 더 이상 없다. == A[0][1]값은 더 이상 바뀌어서는 안된다

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1

더 이상 할 수 있는 연산이 없다.

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

1	0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1

더 이상 할 수 있는 연산이 없다. 모두 일치 => 연산 횟수, 하나라도 불일치 => 불가능

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

• 확장해보면

A[0][0]	A[0][1]	•••	A[0][M-2]	A[0][M-1]
A[1][0]	•••	•••	•••	A[1][M-1]
•••	•••	A[r][c]	•••	•••
A[N-2][0]	•••	•••	•••	A[N-2][M-1]
A[N-1][0]	A[N-1][1]	•••	A[N-1][M-2]	A[N-1][M-1]

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

• A[r][c]를 B[r][c]로 바꿀 때, A[r][c-1]까지는 값이 확정되어 있다.

A[0][0]	A[0][1]	A[0][M-2]		A[0][M-1]
A[1][0]	•••	•••	•••	A[1][M-1]
•••	•••	A[r][c]	•••	•••
A[N-2][0]	•••	•••	•••	A[N-2][M-1]
A[N-1][0]	A[N-1][1]	•••	A[N-1][M-2]	A[N-1][M-1]

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/1080

• A[r][c]를 B[r][c]로 바꾸려면

A[0][0]	A[0][1]	•••	A[0][M-2]		A[0][M-1]
A[1][0]	•••	•••	•••		A[1][M-1]
•••	•••	A[r][c]		•••	•••
A[N-2][0]	•••	•••		•••	A[N-2][M-1]
A[N-1][0]	A[N-1][1]	•••	A[N-1][M-2]		A[N-1][M-1]

- A[0][0] -> A[N-1][M-1]까지 순회하면서
- A[r][c] == B[r][c] => 연산하지 않는다.
- A[r][c] != B[r][c] => A[r][c]를 왼쪽위로 하는 3X3범위에 연산을 실행

- A[0][0] -> A[N-1][M-1]까지 순회하면서
- A[r][c] == B[r][c] => 연산하지 않는다.
- A[r][c] != B[r][c] => A[r][c]를 왼쪽위로 하는 3X3범위에 연산을 실행
- 시간복잡도: O(N * M)
 - (0, 0) ~ (r 2, c 2)의 모든 칸에 대해 3X3범위의 연산
 - O((N-2) * (M-2) * 9) = O(N * M)

- C/C++: https://gist.github.com/Acka1357/79f7eff41661c4a899d00a6ca8cd2b1d
- Java: https://gist.github.com/Acka1357/e1e5a35bceb3a5a2c63918edfc0cd98e

- N개의 수로 이루어진 1차원 배열
- 구간 점수: 구간에 속한 수의 최대값과 최소값의 차이
- 구간은 하나 이상의 연속된 수로 이루어져 있고
- 배열의 각 수는 모두 하나의 구간에 포함되어 있어야 한다.
- M개 이하로 구간을 만들 때 구간 점수 최대값의 최소값

- 구간 점수 최대값 X를 지정한다.
- 구간 점수가 X를 넘지 않는 M개 이하의 구간으로 나눌 수 있는가?

- 구간 점수 최대값 X를 지정한다.
- 구간 점수가 X를 넘지 않는 M개 이하의 구간으로 나눌 수 있는가?

- 나눌 수 있다
- => 구간 점수 최대값 X+1, X+2 .. 에 대해서도 성립한다.

- 나눌 수 있는 최소 X를 찾는다.
- D(X): 점수가 X를 넘지 않는 M개 이하의 구간으로 나눌 수 있는가?

- 나눌 수 있는 최소 X를 찾는다.
- D(X): 점수가 X를 넘지 않는 M개 이하의 구간으로 나눌 수 있는가?
- D(X)를 만족하는 최소값을 찾기 위한 Parametric Search

- 나눌 수 있는 최소 X를 찾는다.
- D(X): 점수가 X를 넘지 않는 M개 이하의 구간으로 나눌 수 있는가?
- D(X)를 만족하는 최소값을 찾기 위한 Parametric Search
- 시간복잡도: O(N * log(MAX_A))
 - 최대 X를 찾는 시간: O(log(MAX_A))
 - 각 X에 대한 D(X): O(N)
 - $O(log(MAX_A)) * O(N) = O(N * log(MAX_A))$

- C/C++: https://gist.github.com/Acka1357/f005fcbf53f317bd79c5a381f2b132a5
- Java: https://gist.github.com/Acka1357/612d8b5535f56d1845fa607d40dcd470

- N개의 정수 중 임의의 수 K를 뺐을 때
- 나머지 N 1개 수의 최대공약수를 최대로
- 이때 최대 최대공약수와 K를 구하는 문제
- 단, 최대 최대공약수는 K의 약수여서는 안된다.

- N개의 정수 중 임의의 수 K를 뺐을 때
- 나머지 N 1개 수의 최대공약수를 최대로
- 이때 최대 최대공약수와 K를 구하는 문제
- 단, 최대 최대공약수는 K의 약수여서는 안된다.

- N개의 정수를 하나씩 제외하면서
- N 1개 정수의 최대공약수를 구한다.

- N개의 정수를 하나씩 제외하면서
- N 1개 정수의 최대공약수를 구한다.

- $5 \le N \le 1000000$
- 시간초과

- A[i]를 제외한 수들의 최대공약수는
- GCD(1 ~ A[i 1])와 GCD(A[i + 1] ~ A[N]) 이다.

- A[i]를 제외한 수들의 최대공약수는
- GCD(1 ~ A[i 1])와 GCD(A[i + 1] ~ A[N])의 최대공약수이다.
- 각 A[i]를 제외한 수들의 최대공약수를 구하는데 필요한것:
- $GCD(1 \sim A[i-1])$
- GCD(A[i + 1] ~ A[N])

- D1[i]: GCD(A[1] ~ A[i])
- D2[i]: GCD(A[i] ~ A[N])

최대공약수 하나 빼기

- D1[i]: GCD(A[1] ~ A[i])
- D2[i]: GCD(A[i] ~ A[N])
- D1, D2는 각각 반복문 한번으로 구할 수 있다.
- D1[i]: GCD(D1[i 1], A[i])
- D2[i]: GCD(D2[i + 1], A[i])

최대공약수 하나 빼기

- 정답: max_{i = 1 to N}(GCD(D[i − 1], D[i + 1]))
- 시간복잡도: O(O(GCD) * N)
 - D1, D2 전처리: O(O(GCD) * N)
 - 모든 i에 대해, i를 제외한 모든 수의 GCD: O(O(GCD) * N)
 - GCD(A, B)연산은 매우 작은 시간복잡도를 가진다.

최대공약수 하나 빼기

- C/C++: https://gist.github.com/Acka1357/11effc05b5a0d1920aaa47e1ecab6f53
- Java: https://gist.github.com/Acka1357/8a08e416cf2720afeb46bac653e5c54a

- 수열 A에 대해서
- K-짝합수열: K개 연속한 원소로 이루어진 모든 부분수열의 합이 짝수
- A를 K-짝합수열로 만들 때 바꿔야하는 원소의 최소개수

•
$$a_i + a_{i+1} + ... + a_{i+k-1}$$
이 짝수여야 하고

- (a_{i+1} + ... + a_{i+k-1})이 짝수인 경우
- a_i는 짝수여야 한다. (짝수 + 짝수 = 짝수)
- a_{i+k} 는 짝수여야 한다. (짝수 + 짝수 = 짝수)

- (a_{i+1} + ... + a_{i+k-1})이 짝수인 경우
- a_i는 짝수여야 한다. (짝수 + 짝수 = 짝수)
- a_{i+k} 는 짝수여야 한다. (짝수 + 짝수 = 짝수)
- (a_{i+1} + ... + a_{i+k-1})이 홀수인 경우
- a;는 홀수여야 한다. (홀수 + 홀수 = 짝수)
- a_{i+k} 는 홀수여야 한다. (홀수 + 홀수 = 짝수)

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/7976

• a_i, a_{i+K}, a_{i+2*K}, a_{i+3*K}, ...는 짝수/홀수 중 하나로 통일되어야 한다.

- a_i, a_{i+K}, a_{i+2*K}, a_{i+3*K}, ...는 짝수/홀수 중 하나로 통일되어야 한다.
 - K로 나눈 나머지가 0인 인덱스의 수는 짝수/홀수 중 하나로 통일되어야 한다.
 - K로 나눈 나머지가 1인 인덱스의 수는 짝수/홀수 중 하나로 통일되어야 한다.
 - K로 나눈 나머지가 2인 인덱스의 수는 짝수/홀수 중 하나로 통일되어야 한다.
 - •
 - K로 나눈 나머지가 K-1인 인덱스의 수는 짝수/홀수 중 하나로 통일되어야 한다.

- a_i, a_{i+K}, a_{i+2*K}, a_{i+3*K}, ...는 짝수/홀수 중 하나로 통일되어야 한다.
- 이 조건을 만족하면, 최초구간 sum(0, K): a₀ ~ a_K의 합이 짝수라면
- 이후 모든 구간에 대해서도 sum(i, i + K)는 짝수가 된다.

- odd[i]: K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 홀수의 개수
- even[i]: K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 짝수의 개수
 - odd[i] + even[i] = K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 개수

- odd[i]: K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 홀수의 개수
- even[i]: K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 짝수의 개수
 - odd[i] + even[i] = K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 개수
- D[i][j]: K로 나눈 나머지가 i인 인덱스까지 더한 값을 j로 만들 때 바꿔야하는 원소의 최소 개수
 - j = 0: 짝수
 - j = 1: 홀수

- D[i][0]: min(D[i 1][0] + odd[i], D[i 1][1] + even[i])
 - i까지의 합을 짝수로 만들기 위해서는
 - D[i 1][0] + odd[i]
 - i-1까지의 합이 짝수라면, i는 짝수가 되어야 한다.
 - => K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 모든 홀수를 짝수로 바꾼다.
 - D[i 1][1] + even[i]
 - i-1까지의 합이 홀수라면, i는 홀수가 되어야 한다.
 - => K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 모든 짝수를 홀수로 바꾼다.

- D[i][1]: min(D[i-1][0] + even[i], D[i-1][1] + odd[i])
 - i까지의 합을 홀수로 만들기 위해서는
 - D[i 1][0] + even[i]
 - i-1까지의 합이 짝수라면, i는 홀수가 되어야 한다.
 - => K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 모든 짝수를 홀수로 바꾼다.
 - D[i 1][1] + odd[i]
 - i-1까지의 합이 홀수라면, i는 짝수가 되어야 한다.
 - => K로 나눈 나머지가 i인 인덱스의 값 중 모든 홀수를 짝수로 바꾼다.

- 답: D[K 1][0]
 - K 1까지의 합을 짝수로 만들기 위해 바꿔야하는 원소의 최소개수

- 답: D[K 1][0]
 - K 1까지의 합을 짝수로 만들기 위해 바꿔야하는 원소의 최소개수

- 시간복잡도: O(N)
 - odd, even 배열의 전처리: O(N)
 - D배열을 구하는 시간: O(K)
 - O(N) + O(K) = O(N)

- C/C++: https://gist.github.com/Acka1357/b85fc3e69424103ed02504860daea856
- Java: https://gist.github.com/Acka1357/87e0ef6122ed780301689911d8546c52

- C/C++: https://gist.github.com/Acka1357/b85fc3e69424103ed02504860daea856
- Java: https://gist.github.com/Acka1357/87e0ef6122ed780301689911d8546c52

- 길이가 N인 수열 A
- M개의 쿼리 (i, j, k)
- Q(i, j, k): A[i, j]중 k보다 큰 원소의 개수
- $1 \le N \le 100,000$
- $1 \le M \le 100,000$

- 답의 출력만 순서대로 하면
- 쿼리를 꼭 순서대로 처리할 필요는 없다.

Problem: https://www.acmicpc.net/problem/13537

• k가 큰 순서로 쿼리를 처리하게 된다면?

- k가 m번째로 큰 쿼리 (i_m, j_m, k_m)에 대해서
- 세그먼트 트리에는 km보다 큰 원소가 있는지/없는지만 저장
- 0: 없다, 1: 있다
- (i_m, j_m, k_m): sum(i_m, j_m)

- k가 m번째로 큰 쿼리 (i_m, j_m, k_m)에 대해서
- 세그먼트 트리에는 km보다 큰 원소가 있는지/없는지만 저장
- 0: 없다, 1: 있다
- (i_m, j_m, k_m) : sum (i_m, j_m)
- k가 m+1번째로 큰 쿼리 (i_{m+1}, j_{m+1}, k_{m+1})를 구하기 전에
- 세그먼트 트리에 $[k_m, k_{m+1})$ 에 속하는 원소의 정보를 추가

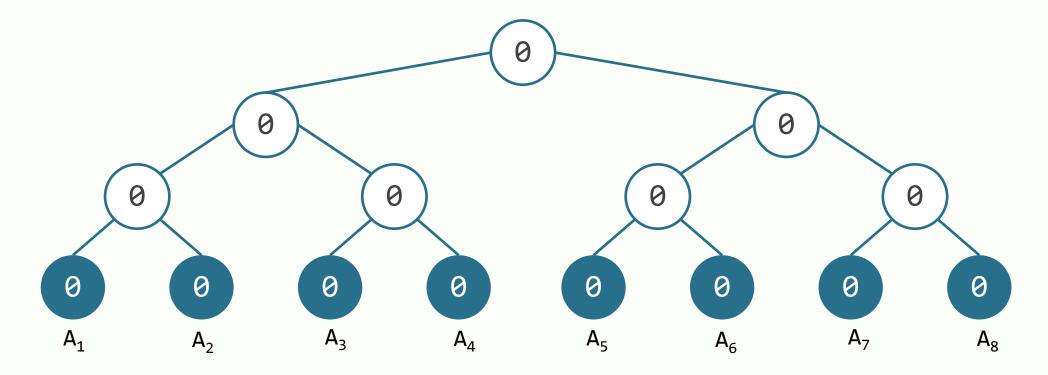
- A: $\{A_1:5, A_2:1, A_3:2, A_4:3, A_5:4\}$
- Q: ${Q_1:(2, 4, 1), Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2)}$

- A: $\{A_1:5, A_2:1, A_3:2, A_4:3, A_5:4\}$
- Q: $\{Q_1:(2, 4, 1), Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2)\}$
- A는 원소값이 큰 순서대로, Q는 k가 큰 순서대로 정렬한다.

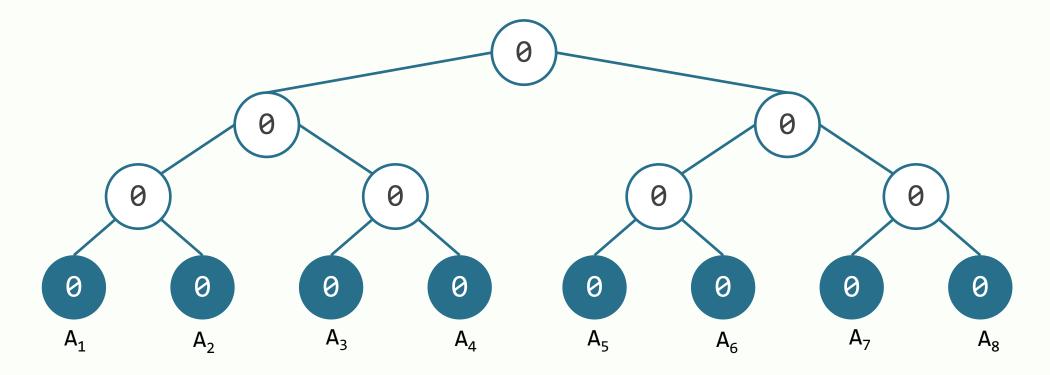
- A: $\{A_1:5, A_2:1, A_3:2, A_4:3, A_5:4\}$
- Q: $\{Q_1:(2, 4, 1), Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2)\}$
- A는 원소값이 큰 순서대로, Q는 k가 큰 순서대로 정렬한다.

- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$

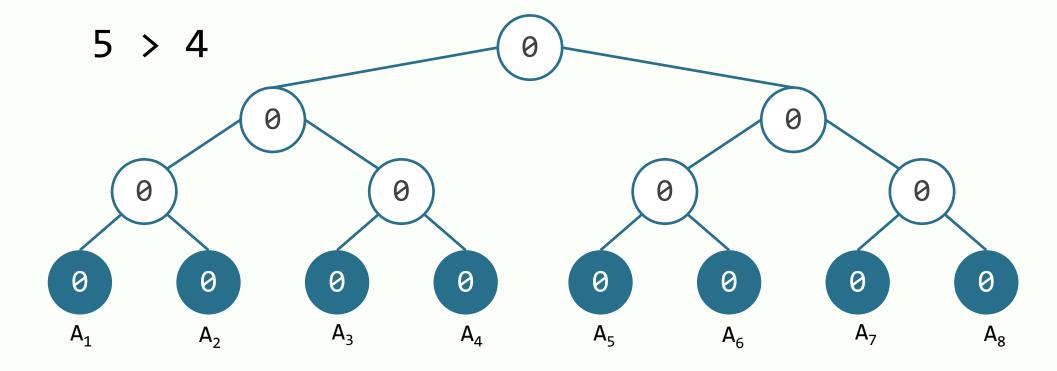
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



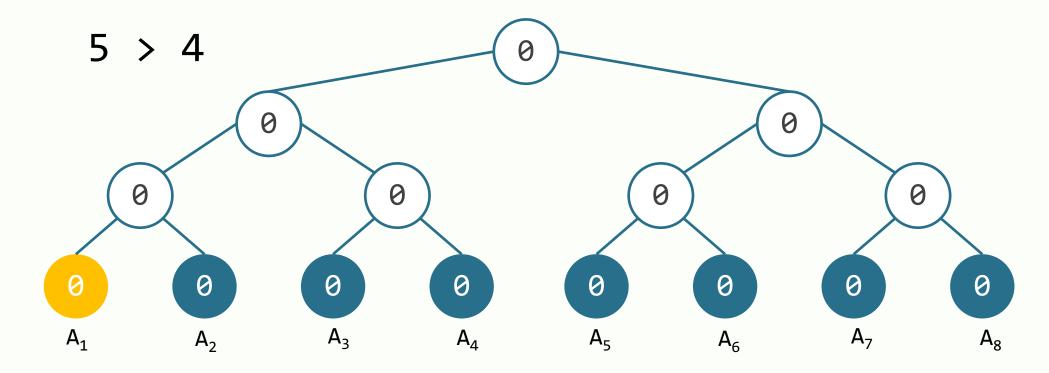
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



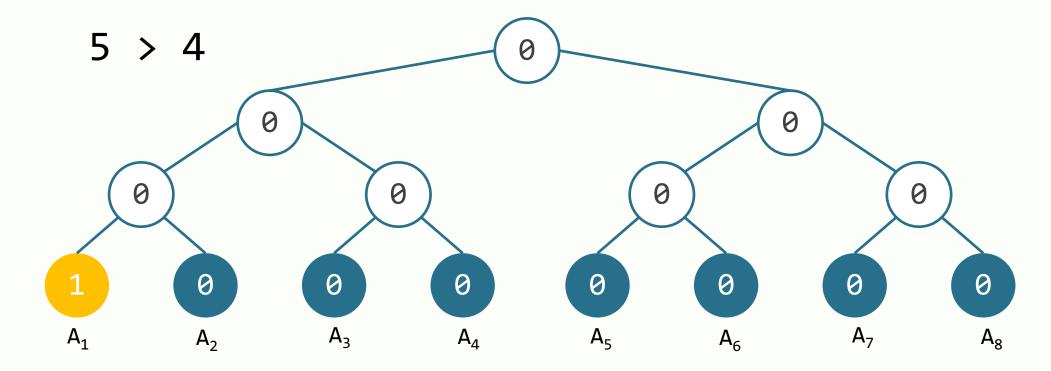
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



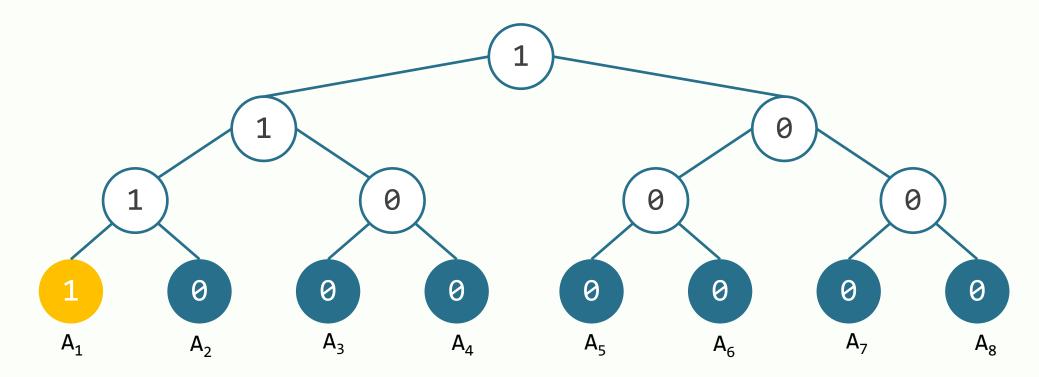
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



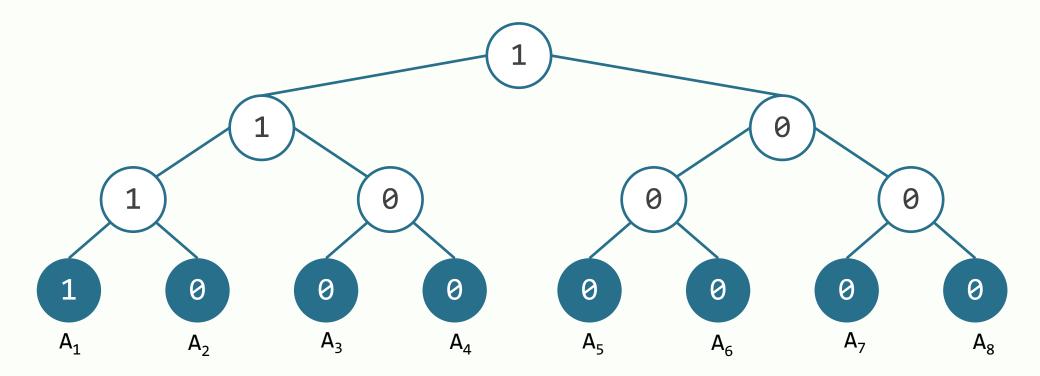
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



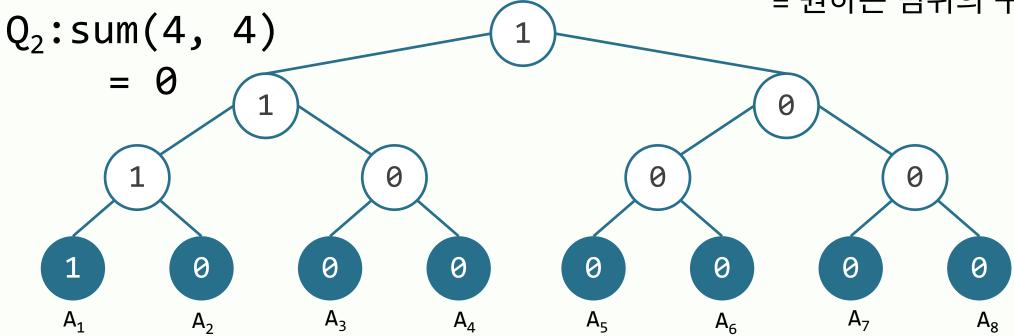
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



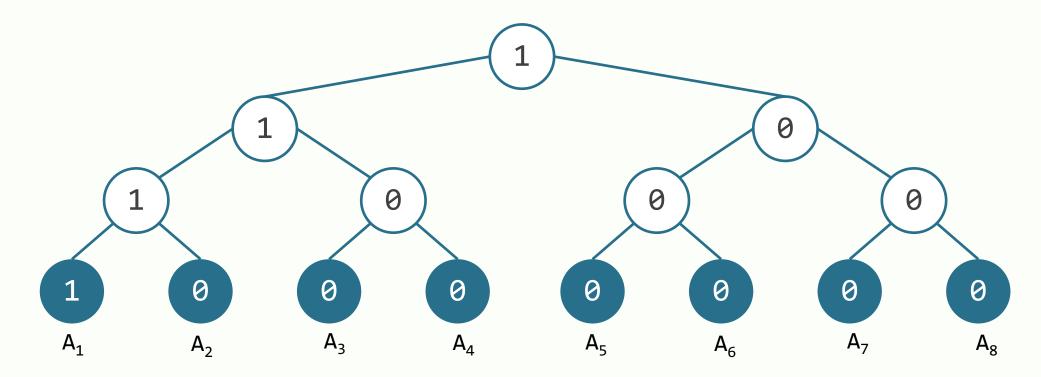
Problem: https://www.acmicpc.net/problem/13537

- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$

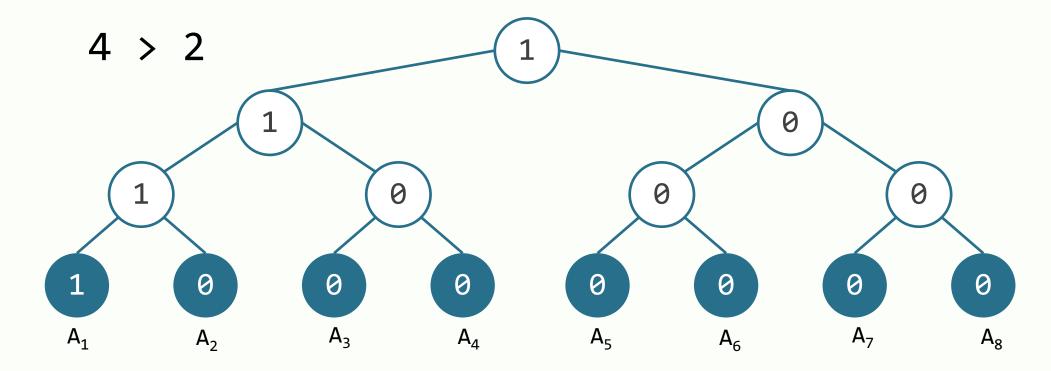
현재 트리에 있는 원소 = 4보다 큰 원소 그 중 원하는 범위의 개수 = 원하는 범위의 구간합



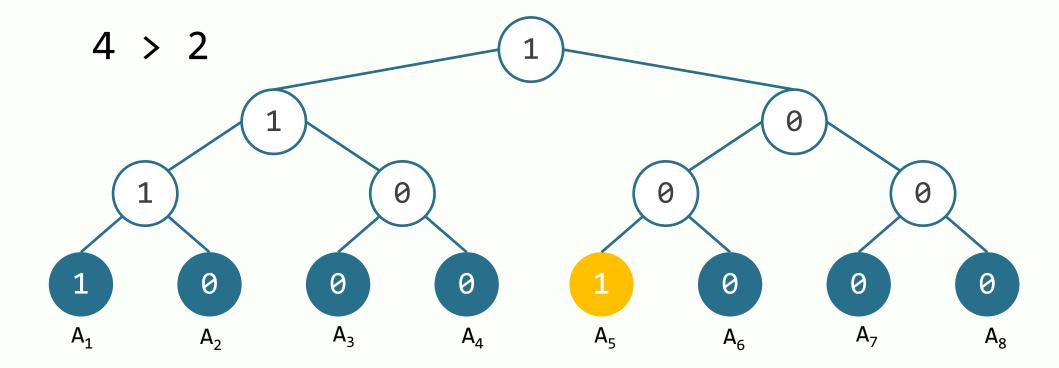
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



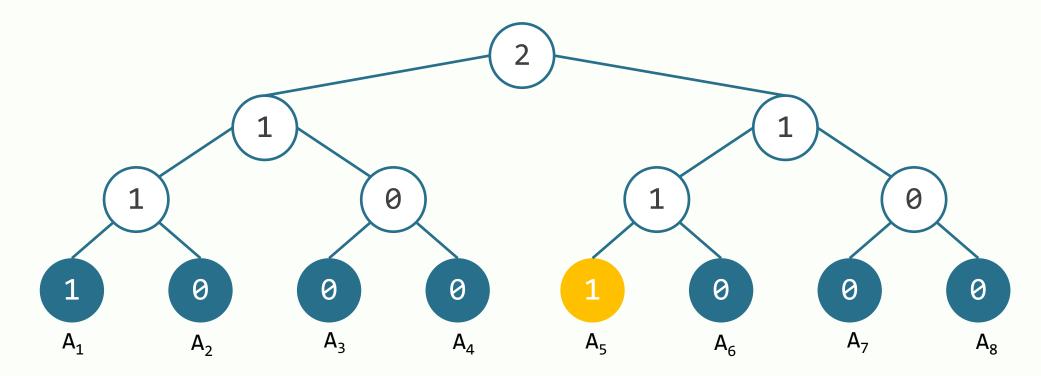
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



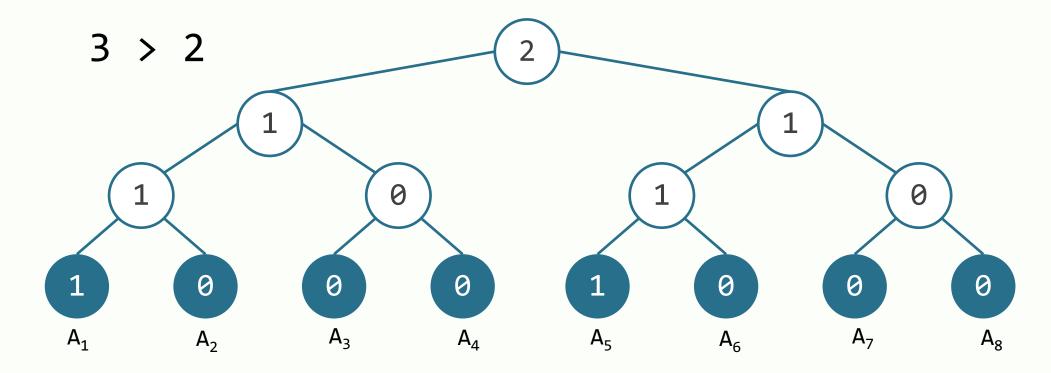
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



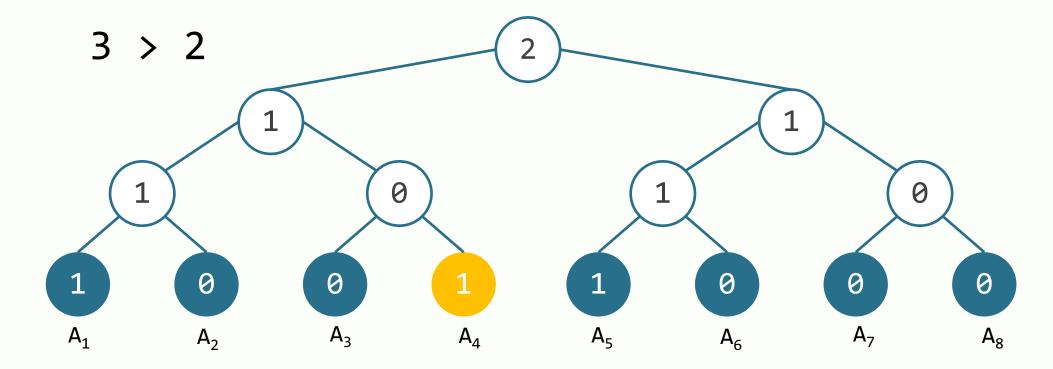
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



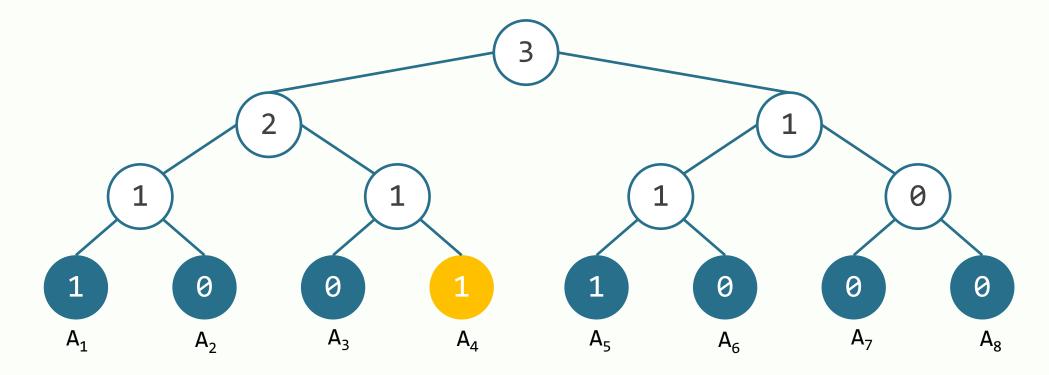
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



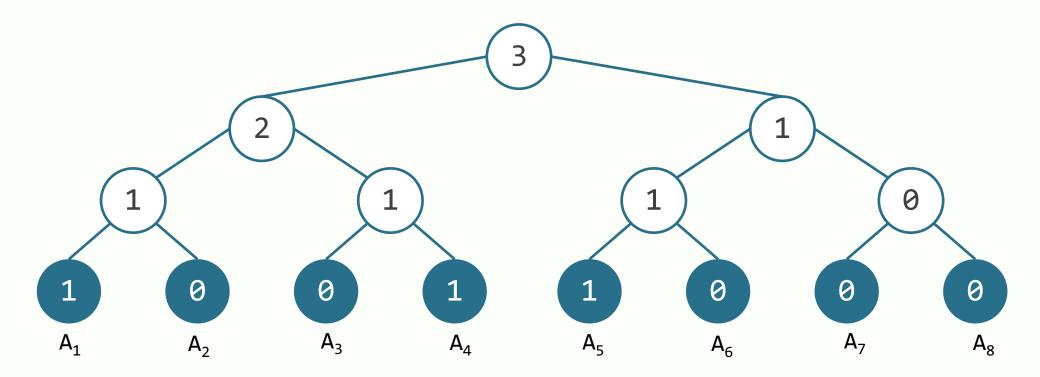
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



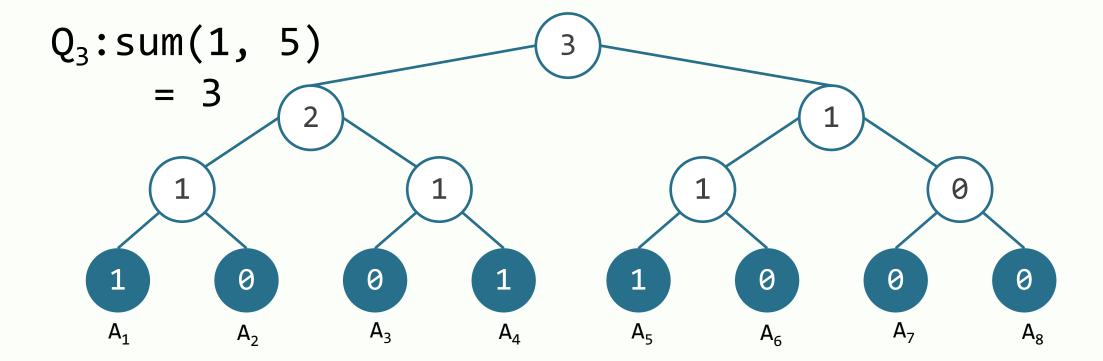
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



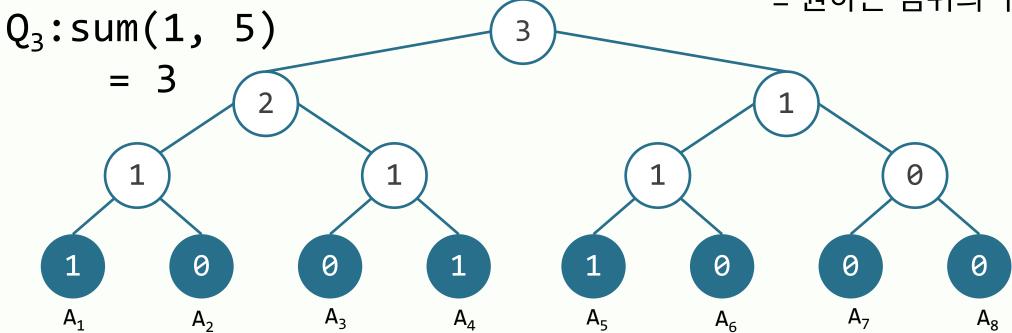
80

수열과 쿼리 1

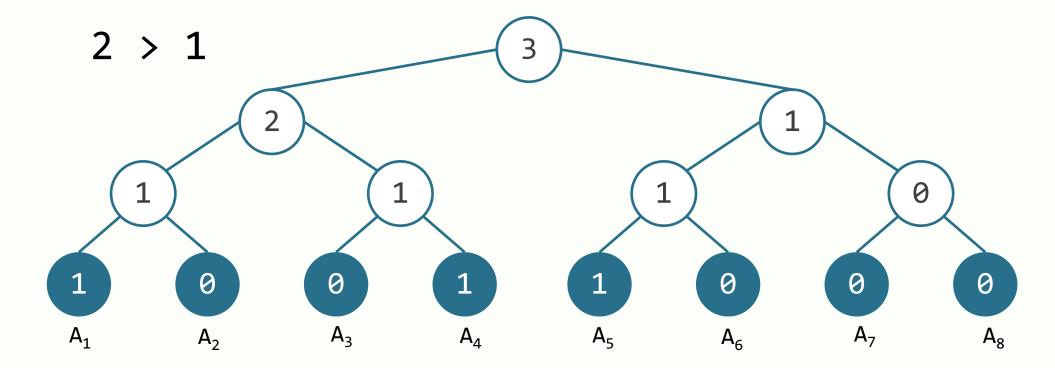
Problem: https://www.acmicpc.net/problem/13537

- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$

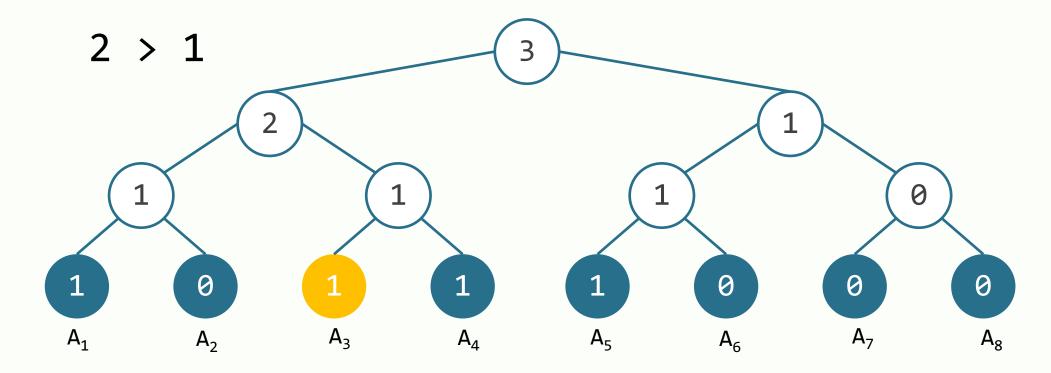
현재 트리에 추가된 원소는 모두 2보다 큰 원소이다. 그 중 원하는 범위의 개수 = 원하는 범위의 구간합



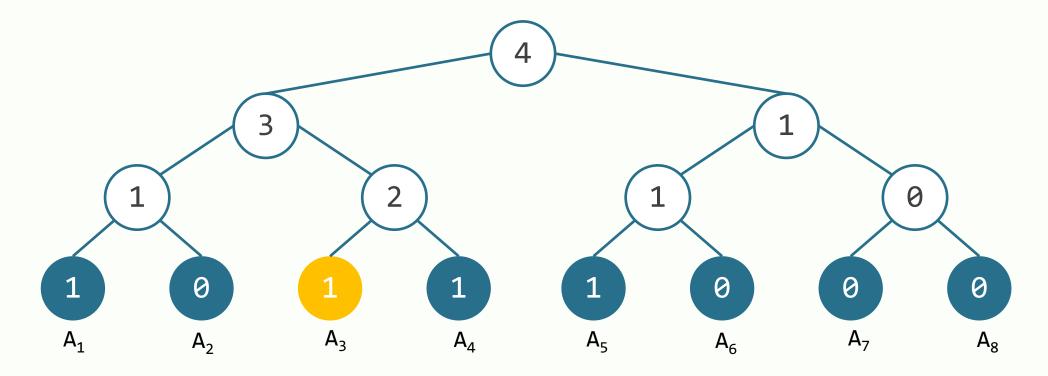
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



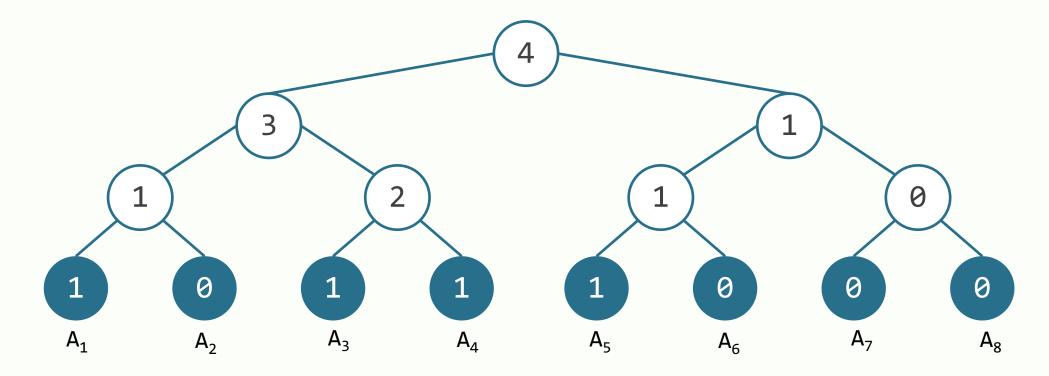
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



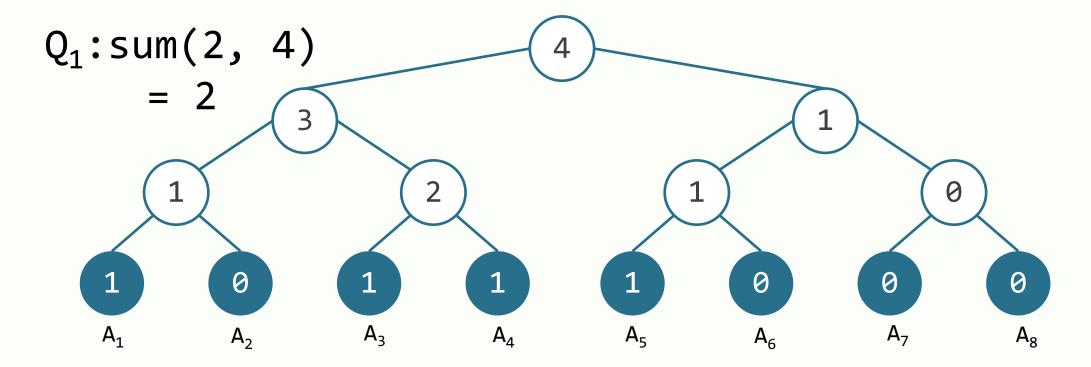
- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



- A: $\{A_1:5, A_5:4, A_4:3, A_3:2, A_2:1\}$
- Q: $\{Q_2:(4, 4, 4), Q_3:(1, 5, 2), Q_1:(2, 4, 1)\}$



Problem: https://www.acmicpc.net/problem/13537

• Qi에 대한 답을 저장해두고, 순서대로 출력한다.

- Qi에 대한 답을 저장해두고, 순서대로 출력한다.
- 시간복잡도: O(N * log(N))
 - 수열/쿼리 정렬: O(N * log(N))
 - 수열추가: O(N * log(N))
 - 쿼리결과: O(M * log(N))
 - O(N * log(N)) + O(N * log(N)) + O(M * log(N)) = O(N * log(N))

- C/C++: https://gist.github.com/Acka1357/4565e4967ecfb665b77c2cb747561542
- Java: https://gist.github.com/Acka1357/312345a679f55368f20e83940c1a86da