变化的电磁场

11.1 电磁感应定律

法拉第电磁感应定律

感应电动势与穿过回路的磁通量对时间的变化率的**负值**成正比。

$$\mathcal{E}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}\text{或}\mathcal{E}=-\frac{N\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}\Psi}{\mathrm{d}t}$$

其中，Ψ是磁链，$\Psi_{\mathrm{m}}=N\Psi_{\mathrm{m}}$

回路中的感应电流和通过回路导线任一截面的感应电量：

$$i=\frac{\mathcal{E}}{R}=-\frac{1}{R}\frac{\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t}$$

$$q=-\frac{1}{R}\int_{\Phi_{\mathrm{m1}}}^{\Phi_{\mathrm{m2}}}\mathrm{d}\Phi_{\mathrm{m}}=\frac{1}{R}(\Phi_{\mathrm{m1}}-\Phi_{\mathrm{m2}})=-\frac{\Delta\Phi_{\mathrm{m}}}{R}$$

楞次定律

反抗，阻碍

11.2 动生电动势与感生电动势

感生电动势

- 感生电场 / 涡旋电场 $\boldsymbol{E}_r$：变化的磁场在其周围空间激发了一种新电场。

$$E=\oint\boldsymbol{E}_r\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\frac{\mathrm{d}\Phi_m}{\mathrm{d}t},\Phi_m=\int_S\boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

$$\Rightarrow E=\oint_L\boldsymbol{E}_r\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S\boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{S}=-\int_S\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

其中，负号表示$\boldsymbol{E}_r$与$\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}$构成左手螺旋关系。

对于同时存在静电场$\boldsymbol{E}_e$和涡旋电场$\boldsymbol{E}_r$的总电场$\boldsymbol{E}$，有

$$\oint_L\boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\oint_L\boldsymbol{E}_e\mathrm{d}\boldsymbol{l}+\oint_L\boldsymbol{E}_r\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0+\oint_L\boldsymbol{E}_r\mathrm{d}\boldsymbol{l}=-\oint_L\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial t}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$

感生电场的特点

1. 由变化磁场激发
2. 非保守场
3. 是无源场

动生电动势

存在非静电场力。

$$\boldsymbol{F}=q\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}=q\boldsymbol{E}_k$$
$$E_{ab}=\int_{-}^{+}\boldsymbol{E}_k\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_a^b(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\mathrm{d}\boldsymbol{l}$$

故计算时：$E=\int_L(\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B})\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

11.3 自感与互感

自感 L

- 自感现象：I随t变化，线圈中因磁通量变化而产生感生电动势的现象
- 自感磁通量$\Phi_{m自}$，线圈的自感磁链$\Psi_{m自}$

$$E_{自}=-N\frac{\mathrm{d}\Phi_{m自}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}N\Phi_{m自}}{\mathrm{d}t}=-\frac{\mathrm{d}\Psi_{m自}}{\mathrm{d}t}$$

- 自感系数L：只依赖线圈本身形状大小和μ，除了有铁芯的通电螺线管，和I无关

$E_{自}=-L\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t}$（$\Phi_{m自}=LI\,/\,\Psi_{m自}=LI$），单位：H，$1\mathrm{H}=1\mathrm{Wb/A}$

通电螺线管：$L=\mu n^2V$（V：体积）（$n=\frac{N}{L_{线}}$）

> 这里的n和$L_{线}$是什么？

互感 M

- 互感现象：因两个载流线圈中的电流变化而相互在对方线圈中激起感应电动势的现象
- M：互感系数，反映两个线圈的耦合效果，M越高，效果越好
- Ψ_{m21}：$\boldsymbol{B}_1$穿过线圈2的磁通链，且$\Psi_{m21}=M_{21}I_1$；同理，$\Psi_{m12}=M_{12}I_2$（$M_{12}=M_{21}=M$）。

> 所以互感的两原线圈无论面积如何，总有$\Phi_{21}=\Phi_{12}$。

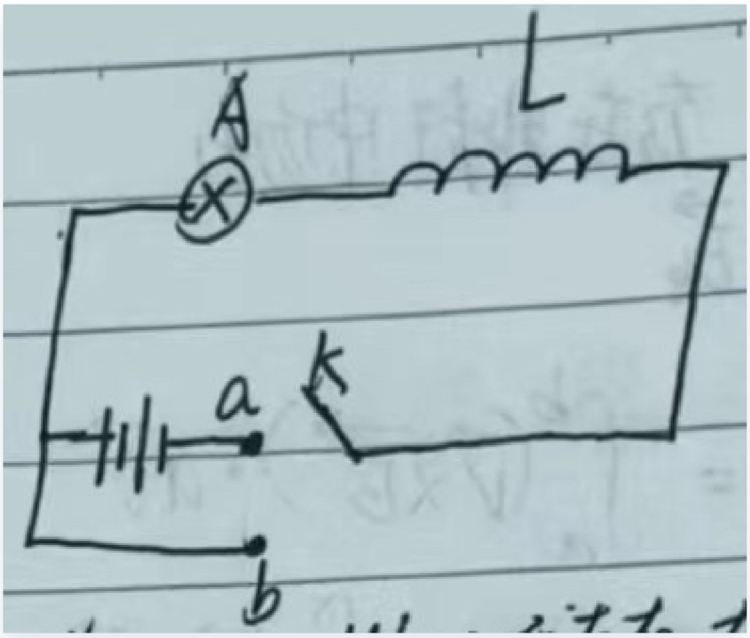
$$E_{21}=-M\frac{\mathrm{d}I_1}{\mathrm{d}t},E_{12}=-M\frac{\mathrm{d}I_2}{\mathrm{d}t}$$

应用：无线充电

11.4 磁场能量

自感磁能 W_m

$W_m=\frac{1}{2}LI^2$



1. K闭合于a：建立电流I→反抗自感电动势做功W→储存在线圈中的能量W_m
2. K闭合于b：自感磁能通过自感电动势全部释放→光能、热能

磁场能量

长直密绕螺线管的自感$L=\mu_0n^2V$，若管内充满均匀磁介质（非铁磁质），则有$L=\mu n^2V$，μ为磁介质的磁导率。当螺线管通以电流I时，它所储存的磁能$W_m=\frac{1}{2}LI^2=\frac{1}{2}\mu n^2VI^2$。

又因为长直螺线管内$H=nI$，$B=\mu nI$，所以$W_m=\frac{1}{2}BHV$，V是螺线管内部空间的体积，即磁场存在的空间体积。

$w_m=\frac{W_m}{V}=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\mu H^2=\frac{1}{2}\frac{B^2}{\mu}$（$W_m=\int_V w_m\mathrm{d}V$）

$L=2\frac{W_m}{I^2}$

11.5 位移电流 麦克斯韦方程组

位移电流 $\boldsymbol{I}_D$

- 位移电流密度 $\boldsymbol{j}_D = \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}$
- $\boldsymbol{I}_D = \frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\int_S \boldsymbol{D}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_S \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_S \boldsymbol{j}_D\mathrm{d}\boldsymbol{S}$

全电流定律

$$\oint_l \boldsymbol{H}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I_i + \int_S \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \int_S (\boldsymbol{j}_c + \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t})\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$
$$\boldsymbol{j}_D = \varepsilon_0 \frac{\partial \boldsymbol{E}}{\partial t}$$

麦克斯韦方程组

$$\begin{cases} \oint_S \boldsymbol{D}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \sum q_i, & (1) \\ \oint_l \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = -\int_S \frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial t}\mathrm{d}\boldsymbol{S}, & (2) \\ \oint_S \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = 0, & (3) \\ \oint_l \boldsymbol{H}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I_i + \int_S \frac{\partial \boldsymbol{D}}{\partial t}\mathrm{d}\boldsymbol{S}, & (4) \end{cases}$$

(1)：通过任意闭合曲面的电位移通量等于该曲面所包围的自由电荷的代数和

(2)：电场强度沿任意闭合曲线的线积分等于以该曲线为边界的任意一个曲面的磁通量对时间变化率的负值

(3)：通过任意一个闭合曲面的磁通量恒等于0

(4)：磁场强度沿任意一个闭合曲线的线积分等于穿过以该曲线为边界的曲面的全电流

在有介质存在时，$\boldsymbol{E}$、$\boldsymbol{B}$都与介质特性有关，故补充：

$$\begin{cases} \boldsymbol{D} = \varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E} = \varepsilon\boldsymbol{E} \\ \boldsymbol{B} = \mu_0\mu_r\boldsymbol{H} = \mu\boldsymbol{H} \\ \boldsymbol{j}_0 = something\boldsymbol{E} \end{cases}$$