静电场

9.1 电场 电场强度

- $e = 1.602 \times 10^{-19}\mathrm{C}$
- 库仑定律：$F = \frac{kq_1q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_1q_2}{r^2}$，$k = 9.0 \times 10^9 N$，$\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\mathrm{F/m}$
- 点电荷，试验电荷

电场强度公式

1. 定义式：$\boldsymbol{E} = \frac{\boldsymbol{F}}{q}$
2. 决定式：$\boldsymbol{E} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\boldsymbol{e_r}$

电场强度计算

1. 点电荷系：电场强度叠加原理
2. 非点电荷系：根据给的密度求$\mathrm{d}q$

总结：根据具体问题判断是否建系→取微元$\mathrm{d}q$→求$\mathrm{d}E$→积分求E

9.2 电通量 高斯定理

- 电场线密度：穿过单位面积的电场线数量（$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}\boldsymbol{S}} = \boldsymbol{E}$，$\mathrm{d}\boldsymbol{S}$是与电场方向垂直的面积元）

电通量$\varPhi$

穿过某个面的电场线数目

1. 平面：$\varPhi = \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{S} = ES\cos\theta$
2. 曲面：取面积元$\mathrm{d}\boldsymbol{S}$→$\mathrm{d}\varPhi_e = \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$→$\Phi = \int_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$
3. 闭合曲面：$\varPhi = \oint_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$

静电场的高斯定理

闭合曲面，$\varPhi = \oint_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_{i=1}^{n} q_i$

- 重要性：
  1. 从侧面深刻反映了静电场是有源场的性质

2. 提供运算简化的关键公式

9.3 电场力的功 电势

电势

标量，反映空间中某点的电场性质

电场力做功

1. 点电荷静电场：$W=\int_{r_A}^{r_B}\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r=\frac{qq_0}{4\pi\varepsilon_0 r}(\frac{1}{r_A}-\frac{1}{r_B})$
2. 复杂静电场：将各部分点电荷静电场求和

环路定理（线积分）

在静电场中，电场密度$\boldsymbol{E}$的环流性为0，即$\oint_l \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l}=0$。

电势能

（与空间中的位置有关）将q_0从所在点移到势能零点电场力所做的功。

电势的计算

$V=\frac{E_p}{q_0}$，$U_{AB}=V_A-V_B$，取$V_B=0$无穷远，$V_A=\int_A^\infty \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

1. 点电荷电势：$V=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$
2. 电势叠加原理：
    1. $U_a=\sum_{i=1}^n\frac{q_i}{4\pi\epsilon_0 r}$，电荷系电场中a处电势
    2. $U_a=\int_V\mathrm{d}V=\int_V\frac{\mathrm{d}q}{4\pi\epsilon_0 r}$

9.4 电场强度与电势的关系

等势面

电势相等的各点构成的曲面，垂直于电场线

电场强度与电势的关系

$$\boldsymbol{E} = -\nabla\boldsymbol{U} = -\mathrm{grad}\boldsymbol{U}$$

9.5 静电场中的导体

静电平衡

导体中无自由电子定向运动

条件：

1. 导体内部$\boldsymbol{E}$为0
2. 表面上的$\boldsymbol{E}$方向沿表面法线方向

性质：

1. 导体是等势体，导体表面为等势面
2. 导体内部无静电荷，电荷分布在外表面
3. 导体以外，导体表面附近处的$\boldsymbol{E}$大小与导体表面在该处的面电荷密度σ的关系为$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}$，可用高斯定理证明。

静电感应

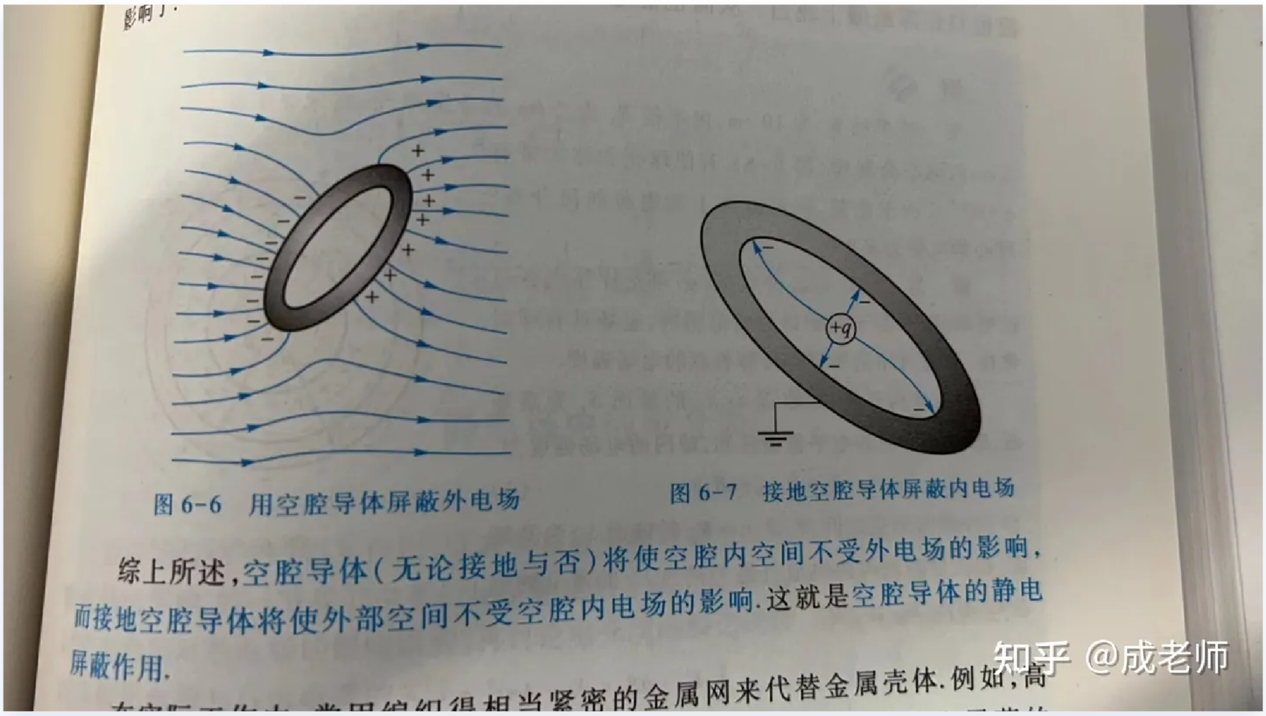
一个不带电的中性导体在电场力作用下其自由电子做定向运动而改变导体上的电荷分布，使之处于带电状态。

尖端放电

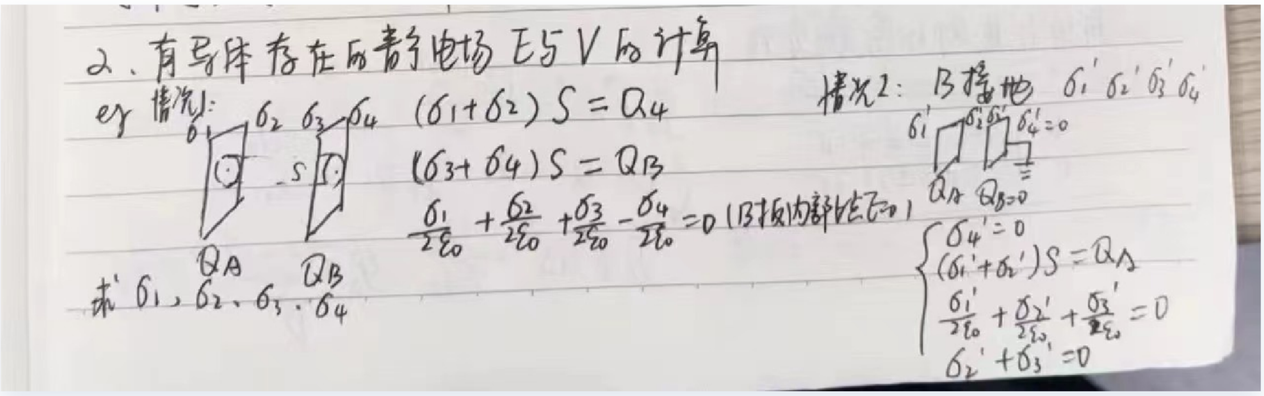
导体越尖处，电荷越集中（σ大）

静电屏蔽

在静电平衡状态下，空腔导体外面的带电体不会影响空腔内部的电场分布，一个接地的空腔导体，空腔内的带电导体对腔外的物体不会产生影响。



有导体存在的静电场的E与V的计算



9.6 静电场的电介质

电介质的极化

电介质在外电场作用下出现的带电现象。

计算：

1. 平行平板：$E=\frac{E_0}{\varepsilon_r}=\frac{\sigma}{\varepsilon_0\varepsilon_r}=\frac{\sigma}{\varepsilon}(\varepsilon_r>1)$，$\varepsilon_r$是相对电容率，$\varepsilon=\varepsilon_0\varepsilon_r$是电容率
2. 有电介质的的高斯定理

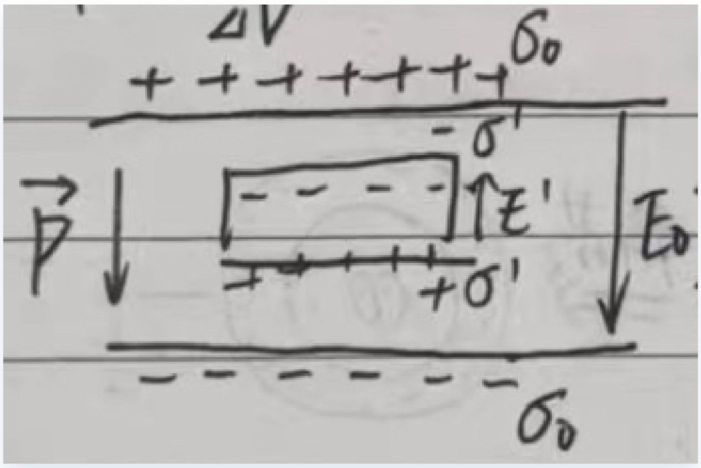
$$\begin{cases}\oint \boldsymbol{D}\mathrm{d}S=Q\\ \boldsymbol{D}=\varepsilon\boldsymbol{E}=\varepsilon_0\varepsilon_r\boldsymbol{E}\end{cases}, \quad \boldsymbol{D}\text{即电位移矢量}$$

极化强度、极化电荷和极化规律

- 极化强度：$\boldsymbol{P}=\frac{\sum \boldsymbol{P}_i}{\Delta V}$，介质中单位体积内分子偶极矩的矢量和，单位$\mathrm{C/m^2}$
- 极化电荷：σ'
- 极化规律：对闭合曲面，$\sum q_i'=-\sum q_{出i}'\rightarrow\oint \boldsymbol{P}\mathrm{d}\boldsymbol{S}=-\sum q_i'$

关系：

1. $P=\frac{\sigma' Sl}{Sl}=\sigma'$
2. $E_0=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0}$，$E'=\frac{\sigma'}{\varepsilon_0}$，$E=E_0-E'=\frac{\sigma_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r}\rightarrow\sigma'=\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}\sigma_0$（自由电荷与极化电荷的关系）
3. $\boldsymbol{P}=\sigma'=\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}\boldsymbol{E}\varepsilon_0\varepsilon_r=\varepsilon_0(\varepsilon_r-1)\boldsymbol{E}=(\varepsilon-\varepsilon_0)\boldsymbol{E}$



有电介质的高斯定理

$$\begin{cases}\oint_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{Q_0-Q'}{\varepsilon_0}\\ Q_0-Q'=Q_0-\frac{\varepsilon_r-1}{\varepsilon_r}Q_0=\frac{Q_0}{\varepsilon_r}\end{cases}\Rightarrow\oint_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\frac{Q_0}{\varepsilon_0\varepsilon_r},\oint_S \underline{\boldsymbol{E}\varepsilon_0\varepsilon_r}\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\oint_S \boldsymbol{D}\mathrm{d}\boldsymbol{S}=Q_0$$

9.7 电容 电容器

电容：贮存电荷的本领，固有属性

孤立导体的电容（空间中仅此一导体）

$C=\frac{q}{U}$，单位：F

对带电量为Q、半径为R的导体球，$C=\frac{Q}{U}=4\pi\varepsilon_0 R$:

1. $r<R$，$E_1=0$，$V_1=V_2$（静电屏蔽）
2. $r>R$，由高斯定理，$\oint_S E_2\mathrm{d}S=E_2 4\pi r^2=\frac{Q}{\varepsilon_0}\Rightarrow E_2=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$，$V_2=\int_R^{+\infty}E_2\mathrm{d}r=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

由地球的半径$R = 6.4 \times 10^6\mathrm{m}$，$C_{地} = 7 \times 10^{-4}\mathrm{F}$

电容器及其电容（由两个导体组成）

1. 平行平板电容器
$\begin{cases} \sigma_0 = \frac{Q}{S} \\ U = \int_l \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = Ed \end{cases} \Rightarrow E = \frac{\sigma_0}{\varepsilon} = \frac{Q}{S\varepsilon_0\varepsilon_r}$，则$C = \frac{Q}{U} = \frac{\varepsilon S}{d}$。如果充入电介质（$\varepsilon_r > 0$），则$C \uparrow$。
2. 球壳，两极板带等量异种电荷Q，内球壳半径为R_1，外球壳半径为R_2：
   1. $r < R_1$，$E_1 = 0$（静电屏蔽）
   2. $R_1 < r < R_2$，$E_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$，$U = \int_{R_1}^{R_2} E\mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2})$，$C = \frac{Q}{U} = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r\frac{R_1R_2}{R_2 - R_1}$
   3. $R_2 < r$，$E_3 = 0$
3. 圆筒，两极板带等量异种电荷Q，长为l:
$R_1 < r < R_2$，$D2\pi rh = \frac{Q}{l}\cdot h \Rightarrow D = \frac{Q}{2\pi rl}$，$E = \frac{Q}{\varepsilon_0\varepsilon_r} = \frac{D}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r rl}$，$U = \int_{R_1}^{R_2} E\mathrm{d}r = \frac{D}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}\ln\frac{R_2}{R_1}$，$C = \frac{Q}{U} = \frac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l}{\ln\frac{R_2}{R_1}} = \frac{2\pi\varepsilon l}{\ln\frac{R_2}{R_1}}$

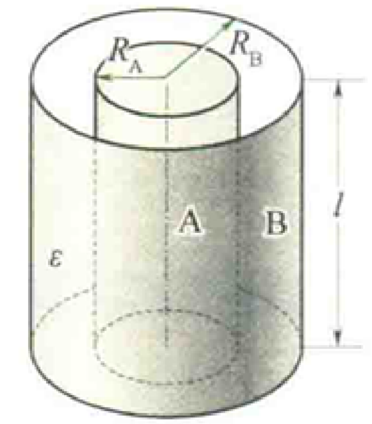


图 9.28 圆柱形电容器

电容器的串并联

$\begin{cases} C = C_1 + C_2, 并联 \\ C = \frac{1}{C_1} + \frac{2}{C_2}, 串联 \end{cases}$，可以用公式推导。

9.8 电场的能量

$$\mathrm{d}W = \mathrm{d}qU$$

$$W = \int_0^Q U\mathrm{d}q = \int_0^Q \frac{q}{C}\mathrm{d}q = \frac{1}{C}\int_0^Q q\mathrm{d}q = \frac{Q^2}{2C} \Rightarrow W = \frac{1}{2}CU^2 = \frac{1}{2}QU$$

$W=\frac{1}{2}CU^2=\frac{1}{2}\frac{S\varepsilon}{d}(Ed)^2=\frac{1}{2}S\varepsilon E^2d$

能量密度$w_e=\frac{W}{V(\text{体积})}=\frac{1}{2}\varepsilon E^2=\frac{1}{2}\varepsilon_0\varepsilon_r E^2=\frac{1}{2}DE$

求能量W的两个方法：$\begin{cases} W=\frac{Q^2}{2C} \\ W=\int_{w_e}\mathrm{d}V \end{cases}$