稳恒磁场

10.1 电流 电动势

电流密度

$$\boldsymbol{j}=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S_{\perp}}\boldsymbol{n_0}\Rightarrow j=\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}S}\Rightarrow \mathrm{d}I=\boldsymbol{j}\mathrm{d}\boldsymbol{S}\Rightarrow I=\int_S\boldsymbol{j}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$$
$$j=nqv\text{或}j=nev$$

电动势

- 电源：提供F_k的装置
- F_k：非静电力，把正电荷从电势较低点（比如电源负极）送到电势较高点（如电源正极）的作用力。

  $\boldsymbol{E_k}=\frac{\boldsymbol{F_k}}{q}$，电源电动势$E=\oint_L\boldsymbol{E_k}\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\int_-^+\boldsymbol{E_k}\mathrm{d}\boldsymbol{l}$

10.2 磁场 磁感应强度

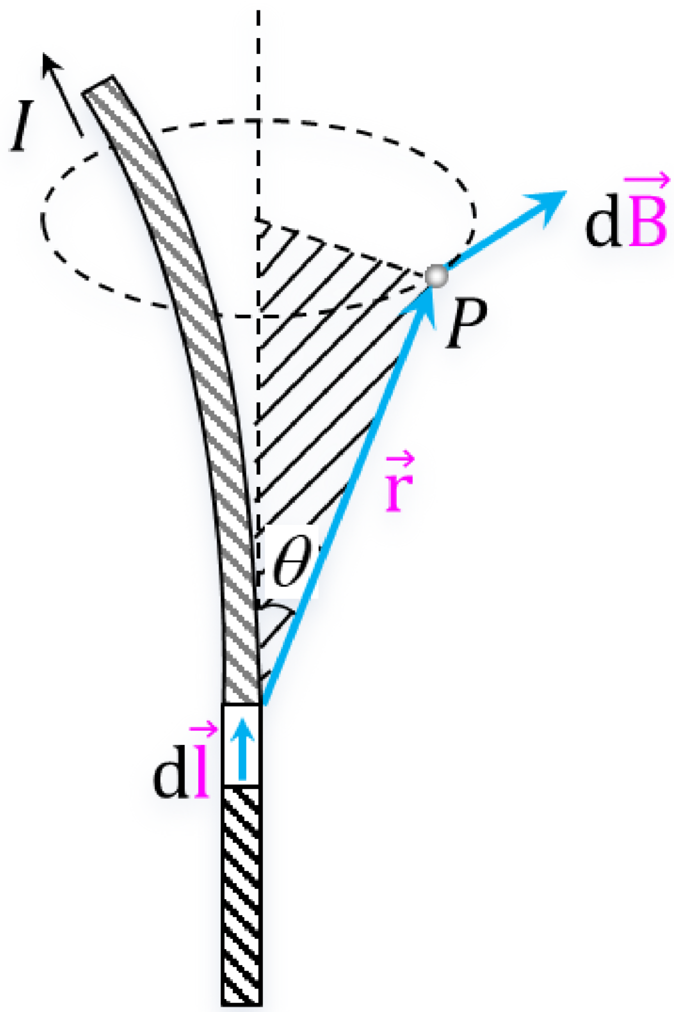
- 磁力是运动电荷之间相互作用的体现
- 磁感应强度$\boldsymbol{B}$：大小为$\frac{F_{\max}}{qv}$，方向是试验电荷所受磁场力为零时的方向，$\boldsymbol{v}\times\boldsymbol{B}$和$\boldsymbol{F}$同向
- 磁通量$\boldsymbol{\Phi}_m$：穿过磁场中某一曲面的磁感线数量

磁场中的高斯定理

$\oint_S\boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{S}=0$，说明了磁场是无源场

毕奥-萨伐尔定律

计算的是任一电流元在空间某点产生的磁感应强度。



$$\mathrm{d}\boldsymbol{B}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{e_r}}{r^2}=\frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$$

其中$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{T}\cdot\mathrm{m}/\mathrm{A}$（或 H/m）是真空中的磁导率。

用数学式表示：$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\varphi}{r^2}$。

应用

1. 无限长直导线

令 $\mathrm{d}l=a\sec^2\beta\mathrm{d}\beta$ （ $l=a\tan\beta$ ）， $B=\int_L\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I\mathrm{d}l\sin\alpha}{r^2}=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\sin\beta_2-\sin\beta_1)$ ，而 $\beta_1\to-\frac{\pi}{2}$，$\beta_2\to\frac{\pi}{2}$，得$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi a}$。

2. 半无限长直导线

$\beta_1=0$，$\beta_2\to\frac{\pi}{2}$，得$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi a}$。

3. 有限长直导线

$B=\frac{\mu_0 I}{4\pi r_0}(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$

4. 圆环中心点

$B=\frac{\mu_0 I}{2R}$

5. 圆环轴上一点

由对称性，$**B_\perp=\int\mathrm{d}B_\perp=0**$；$\mathrm{d}B_p=\mathrm{d}B\sin\theta$，$B=\int\mathrm{d}B_p=\int\mathrm{d}B\sin\theta=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{r^3}\int_0^{2\pi R}\mathrm{d}l=\frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I\pi R^2}{x^3}$

6. 半圆环中心处

$B=\frac{\mu_0 I}{4R}$

7. 螺线管内部（近似成外部的B为0，内部的B均匀）

$B=\frac{\mu_0}{2}nI(\cos\beta_2-\cos\beta_1)$

无限长：$B=\mu_0 nI$

半无限长：$B=\frac{\mu_0 nI}{2}$

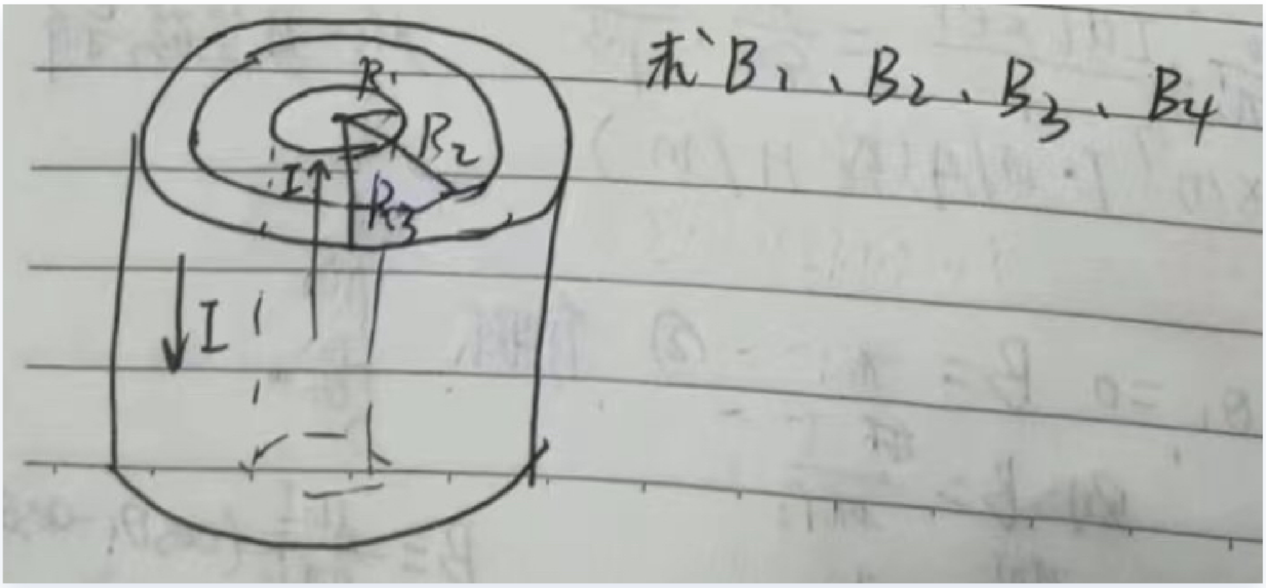
10.3 安培环路定理

$$\oint \boldsymbol{B}\mathrm{d}\boldsymbol{l}=\mu_0\sum I_i=\mu_0 I$$

在恒定电流的磁场中，磁感应强度沿任何闭合路径一周的线积分（即环路积分），等于闭合路径内所包围并穿过的电流的代数和的μ_0倍，而与路径的形状大小无关。

应用

只要选择一条合适的回路，就可以算出B。



10.4 磁场对载流导体的作用

安培定律

$$\mathrm{d}\boldsymbol{F}=\mathrm{d}\boldsymbol{I}\times\boldsymbol{B},\mathrm{d}\boldsymbol{I}=I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\Rightarrow\boldsymbol{F}=\int_L\mathrm{d}\boldsymbol{F}$$

磁矩 $\boldsymbol{m}$

> 注意，这不是磁力矩。

反应载流线圈性质的物理量。

$$\boldsymbol{m} = IS\boldsymbol{e}_n$$

I是线圈中的电流，S是载流线圈所围面积，$\boldsymbol{e}_n$是线圈平面的法向（右手定则）。

如果线圈有N匝，则有$\boldsymbol{m} = NIS\boldsymbol{e}_n$。

磁力矩 $\boldsymbol{M}$

$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{m} \times \boldsymbol{B}$$

磁力的功

$$W = I\Delta\Phi$$

10.5 磁场对运动电荷的作用

洛伦兹力

$$\boldsymbol{f} = q\boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B}$$

洛伦兹关系式

如果带电粒子在同时存在电场和磁场的空间运动，则有

$$\boldsymbol{F} = q(\boldsymbol{E} + \boldsymbol{v} \times \boldsymbol{B})$$

带电粒子在均匀磁场中的运动

1. $\boldsymbol{v} \parallel \boldsymbol{B}$，$\sin\theta = 0$，带电粒子受洛伦兹力为0，做匀速直线运动
2. $\boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{f} = qvB$提供向心力$F = \frac{mv^2}{R}$，做匀速圆周运动，$R = \frac{mv}{qB}$
3. $\boldsymbol{v}$与$\boldsymbol{B}$斜交成θ角，带电粒子做螺旋运动。

霍尔效应

10.5.3 霍耳效应

电场力： $f_e = qE = q\dfrac{U_M - U_N}{b}$

洛仑兹力： $f_m = qvB$

平衡条件： $qvB = q\dfrac{U_M - U_N}{b}$

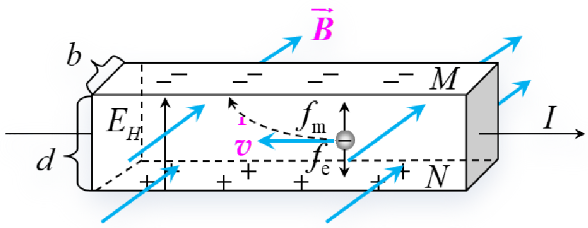
电势差： $U_H = U_M - U_N = bvB$

$\Downarrow$ $I = nqvbd$

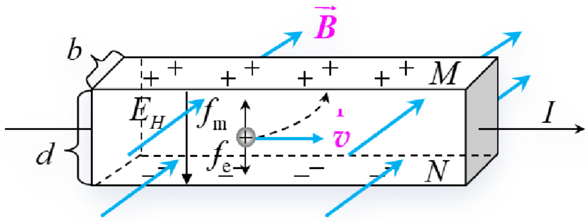
$$U_H = \frac{1}{nq}\frac{IB}{d}$$

$\Downarrow$ $U_H = R_H\dfrac{IB}{d}$

$$R_H = \frac{1}{nq}$$



负电荷定向运动



正电荷定向运动

10.6 磁介质

- 有磁介质时，总磁场：$\boldsymbol{B} = \boldsymbol{B}_0 + \boldsymbol{B}' = \mu_0\mu_r\boldsymbol{H} = \mu\boldsymbol{H}$
- 磁导率μ：$\mu = \mu_0\mu_r$
- 相对磁导率μ_r：$\mu_r = \frac{B}{B_0}$

磁化强度 $\boldsymbol{H}$

磁介质中的安培环路定理

$\oint_L \boldsymbol{H}\mathrm{d}\boldsymbol{l} = \sum I$

$\boldsymbol{\mu}_0 = (1 - \frac{1}{\mu_r})\frac{\boldsymbol{B}}{\mu_0}$