CHƯƠNG 5: Thủ tục hợp giải (Resolution)

Hãy biểu diễn các phát biểu sau bằng logic vị từ

- 1. Marcus là người
- 2. Marcus là người Pompeian.
- 3. Người Pompeian là người La Mã.
- 4. Ceasar là nhà lãnh đạo.
- 5. Người La Mã hoặc trung thành với Ceasar hoặc là ghét ông ta.
- 6. Mọi người đều trung thành với một người nào đó.
- 7. Người nào muốn ám sát lãnh đạo thì không trung thành với nhà lãnh đạo ấy.
- 8. Marcus muốn ám sát Ceasar.

Vậy 'Marcus có trung thành với Caesar?'

Chuyển sang câu trong logic vị từ

- 1. Marcus là người. man (marcus).
- 2. Marcus là người Pompeian pompeian (marcus).
- 3. Người Pompeian là người la mã.∀X pompeian (X) → roman(X).
- 4. Ceasar là nhà lãnh đạo. ruler (caesar).

- 5. Người La Mã hoặc trung thành với Ceasar hoặc là ghét ông ta. $\forall X \operatorname{roman}(X) \rightarrow \operatorname{loyalto}(X, \operatorname{caesar}) \vee \operatorname{hate}(X, \operatorname{caesar}).$
- Mọi người đều trung thành với một người nào đó.∀X, ∃Y loyalto (X,Y).
- 7. Người nào muốn ám sát lãnh đạo thì không trung thành với nhà lãnh đạo ấy

$$\forall X, \forall Y \text{ man}(X) \land \text{ruler}(Y) \land \text{trytoassassinate}(X, Y) \rightarrow -\text{loyalto}(X,Y).$$

- 5. Người la mã hoặc trung thành với Ceasar hoặc là ghét ông ta. $\forall X \operatorname{roman}(X) \rightarrow \operatorname{loyalto}(X, \operatorname{caesar}) \vee \operatorname{hate}(X, \operatorname{caesar}).$
- 6. Mọi người đều trung thành với một người nào đó.∀X, ∃Y loyalto (X,Y).
- 7. Người nào muốn ám sát lãnh đạo thì không trung thành với nhà lãnh đạo ấy

$$\forall X, \forall Y \text{ man}(X) \land \text{ruler}(Y) \land \text{trytoassassinate}(X, Y) \rightarrow -\text{loyalto}(X,Y).$$

8. Marcus muốn ám sát Ceasar: trytoassassinate (marcus, caesar)

Chứng minh –loyalto(marcus, caesar)

- 5. Người la mã hoặc trung thành với Ceasar hoặc là ghét ông ta. $\forall X \operatorname{roman}(X) \rightarrow \operatorname{loyalto}(X, \operatorname{caesar}) \vee \operatorname{hate}(X, \operatorname{caesar}).$
- Mọi người đều trung thành với một người nào đó.∀X, ∃Y loyalto (X,Y).
- 7. Người nào muốn ám sát lãnh đạo thì không trung thành với nhà lãnh đạo ấy

```
\forall X, \forall Y \text{ man}(X) \land \text{ruler}(Y) \land \text{trytoassassinate}(X, Y) \rightarrow -\text{loyalto}(X,Y).
```

8. Marcus muốn ám sát Ceasar: trytoassassinate (marcus, caesar)

Một cách chứng minh cho mục tiêu trên: ¬loyalto (marcus, caesar) \uparrow (câu 7, {marcus/X, ceasar/Y}) person(marcus) ∧ ruler(caesar) ∧ trytoassassinate (marcus, caesar) **↑** (câu 4) person(marcus) ∧ trytoassassinate(marcus, caesar) **↑** (câu 8) person (marcus) Giả thiết: man (marcus) => person (marcus)? Vì vậy, ta phải thêm $9. \forall X \text{ man } (X) \vee \text{ woman } (X) \rightarrow \text{ person } (X)$

Cơ sở của Hợp giải

- Thủ tục hợp giải là một quá trình lặp đơn giản: ở mỗi lần lặp, hai mệnh đề, gọi là mệnh đề cha, được so sánh (hay giải quyết resolved), để tạo ra mệnh đề mới, các mệnh đề phải ở dạng chuẩn CNF
- Giả sử trong hệ thống có hai mệnh đề:

```
winter v summer và —winter v cold
```

có thể dẫn xuất thành:

```
summer \( \times \cold
```

• Nếu mệnh đề kết quả là rỗng thì xem như đã tìm được sự mâu thuẫn (contradiction), nghĩa là mục tiêu đã được chứng minh.

Tuyển cơ bản và Hội cơ bản

- Tuyển cơ bản: là thành phần cơ bản hay sự kết hợp của các thành phần cơ bản bằng phép tuyển (v)
 - Ví dụ: P; False; PvQ.
- **Hội cơ bản**: là thành phần cơ bản hay sự kết hợp của các thành phần cơ bản bằng phép hội (^).
 - Ví dụ: P; True; P^Q.

Các dạng chuẩn

- Các biểu thức trong logic định đề có thể được chuyển đổi về một trong các dạng chuẩn (Normal forms)
 - Giúp đơn giản hóa quá trình suy diễn
- Dang chuẩn kết hợp (Conjunctive normal form CNF)
 - Là kết hợp (liên kết VÀ) của các mệnh đề (clauses)
 - Mỗi mệnh đề (clause) là một liên kết HOẶC của các ký hiệu định đề đơn
 - Ví dụ: (p v q) ∧ (¬ q v ¬ r v s)
- Dang chuẩn tuyển (Disjunctive normal form DNF)
 - Là liên kết HOẶC của các mệnh đề (clauses)
 - Mỗi mệnh đề (clause) là một liên kết VÀ của các ký hiệu định đề đơn
 - Ví dụ: (p ∧ ¬ q) v (¬ p ∧ r) v (r ∧ ¬ s)

Chuyển đổi về CNF

- 1. Loại bỏ dấu mũi tên (⇔⇒) bằng định nghĩa tương đương
- 2. Đưa phủ định vào bằng luật De Morgan

$$\neg (AVB) \equiv \neg A \land \neg B$$

$$\neg (A \land B) \equiv \neg A \lor \neg B$$

3. Áp dụng luật phân phối

$$AV(B \wedge C) \equiv (AVB) \wedge (AVC)$$

• Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF $(A \lor B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$

• Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF

$$(A \lor B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$$

1. Loại bỏ dấu ⇒

$$(A \lor B) \Rightarrow (\neg C \lor D)$$
$$\neg (A \lor B) \lor (\neg C \lor D)$$

Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF

$$(A \lor B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$$

1. Loại bỏ dấu ⇒

$$(A \lor B) \Rightarrow (\neg C \lor D)$$
$$\neg (A \lor B) \lor (\neg C \lor D)$$

2. Đưa phủ định vào

$$(\neg A \land \neg B) \lor (\neg C \lor D)$$

Đưa phủ định vào bằng luật De Morgan

$$\neg (AVB) \equiv \neg A \land \neg B$$

$$\neg (A \land B) \equiv \neg A \lor \neg B$$

• Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF

$$(A \lor B) \Rightarrow (C \Rightarrow D)$$

1. Loại bỏ dấu ⇒

$$(A \lor B) \Rightarrow (\neg C \lor D)$$
$$\neg (A \lor B) \lor (\neg C \lor D)$$

2. Đưa phủ định vào

$$(\neg A \land \neg B) \lor (\neg C \lor D)$$

3. Áp dụng luật phân phối

$$(\neg A \lor \neg C \lor D) \land (\neg B \lor \neg C \lor D)$$

Áp dụng luật phân phối $AV(B \wedge C) \equiv (AVB) \wedge (AVC)$

• Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF $(P \land Q) \rightarrow R$

• Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF $(P \land Q) \rightarrow R$

Kết quả:

$$\neg (P \land Q) \lor R$$

$$\neg P \lor \neg Q \lor R$$

• Chuyển biểu thức sau về dạng chuẩn CNF $(P \land Q) \rightarrow R$

Kết quả:

$$\neg (P \land Q) V R$$

$$\neg P \lor \neg Q \lor R$$

Giải thuật hợp giải cho Logic mệnh để

Cho trước: Tập hợp các tiên đề P là các câu trong phép tính mệnh đề.

Yêu cầu: chứng minh Q

- Giải thuật Hợp giải cho Phép toán mệnh đề (Propositional Logic):
 - B1: Chuyển tất cả các câu trong P về dạng chuẩn CNF
 - **B2:** Lấy phủ định Q và chuyển về dạng mệnh đề chuẩn CNF. Thêm nó vào tập các mệnh đề vừa tạo ở bước 1.

Giải thuật hợp giải cho Logic mệnh để

- <u>B3:</u> Lặp lại cho đến khi tìm thấy sự mâu thuẫn hoặc không thể tiếp tục:
 - a. Chọn hai mệnh đề. Gọi là các mệnh đề cha.
 - b. Hợp giải chúng. Mệnh đề kết quả là tuyển của tất cả các biến mệnh đề trong các mệnh đề cha trừ: nếu có bất kỳ các cặp biến mệnh đề L và ¬L, một nằm trong mệnh đề cha này, một nằm trong mệnh đề cha kia, thì chọn một cặp và xóa cả hai L và ¬L ra khỏi mệnh đề kết quả.
 - c. Nếu mệnh đề kết quả là rỗng, thì xem như đã tìm được sự mâu thuẫn. Nếu không, thêm mệnh đề kết quả đó vào trong tập hợp các mệnh đề hiện có.

Ví dụ hợp giải trong Logic mệnh để

Các câu cho trước

- 1. P
- $2. (P \land Q) \rightarrow R$
- $3. (S \lor T) \rightarrow Q$
- 4. T

Hãy chứng minh R

Ví dụ hợp giải trong Logic mệnh đề

Biểu thức	Chuẩn hóa	Ghi chú
1. P		
$2. (P \land Q) \rightarrow R$		
$3. (S \lor T) \rightarrow Q$		
4. T		
5. ¬R (Phủ định biểu thức cần chứng minh)		

Ví dụ hợp giải trong Logic mệnh để

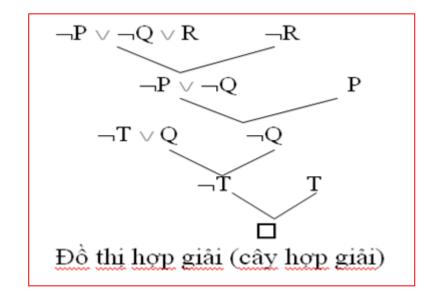
Biểu thức	Chuẩn hóa		Ghi chú
P	P	(1)	Tiền đề
$(P \land Q) \rightarrow R$	$\neg P \lor \neg Q \lor R$	(2)	Tiền đề
$(S \lor T) \to Q$	$\neg S \lor Q$ $\neg T \lor Q$	(3) (4)	Tiền đề Tiền đề
T	T	(5)	Tiền đề
\neg R	\neg R	(6)	Tiền đề

Ví dụ hợp giải trong Logic mệnh đề

Biểu thức	Chuẩn hóa		Ghi chú
P	P	(1)	Tiền đề
$(P \land Q) \rightarrow R$	$\neg P \lor \neg Q \lor R$	(2)	Tiền đề
$(S \lor T) \to Q$	$ \neg S \lor Q \\ \neg T \lor Q $	(3) (4)	Tiền đề Tiền đề
T	T	(5)	Tiền đề
\neg R	\neg R	(6)	Tiền đề
	$\neg P \lor \neg Q$	(7)	2, 6

Ví dụ hợp giải trong Logic mệnh để

Biểu thức	Chuẩn hóa		Ghi chú
P	P	(1)	Tiền đề
$(P \land Q) \rightarrow R$	$\neg P \lor \neg Q \lor R$	(2)	Tiền đề
$(S \lor T) \to Q$	$\neg S \lor Q$ $\neg T \lor Q$	(3) (4)	Tiền đề Tiền đề
T	T	(5)	Tiền đề
\neg R	\neg R	(6)	Tiền đề
	$\neg P \lor \neg Q$	(7)	2, 6
	$\neg Q$	(8)	1,7
	\neg T	(9)	4,8
	Rỗng		5, 9



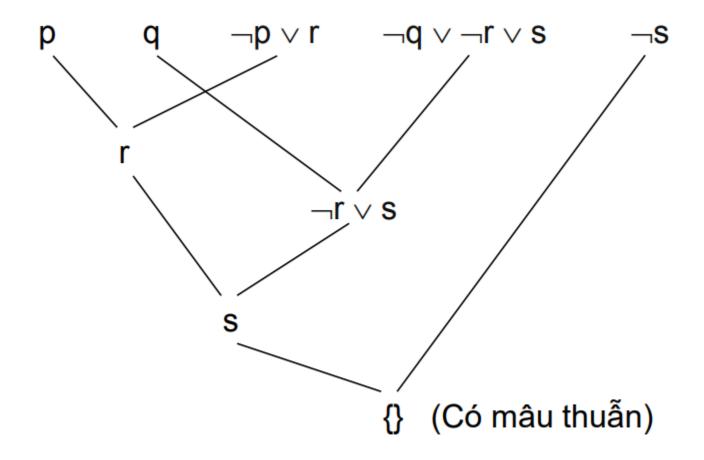
Các câu cho trước

- 1. $P \wedge Q$
- $2. P \rightarrow R$
- $3. (Q \wedge R) \rightarrow S$

Hãy chứng minh S

Biểu thức	Chuẩn hóa	Ghi chú
$P \wedge Q$		
$P \rightarrow R$		
$(Q \land R) \to S$		
¬S (Phủ định biểu thức cần chứng minh)		

Biểu thức	Chuẩn hóa		Ghi chú
$P \wedge Q$	P Q	(1) (2)	Tiền đề
$P \rightarrow R$	$\neg P \lor R$	(3)	Tiền đề
$(Q \wedge R) \rightarrow S$	$\neg Q \lor \neg R \lor S$	(4)	Tiền đề
¬S (Phủ định biểu thức cần chứng minh)	$\neg s$	(5)	Tiền đề



Giải thuật hợp giải cho Logic vị từ

Cho trước: tập hợp các tiên đề P là các câu trong Phép tính vị từ.

Yêu cầu: chứng minh Q

- Giải thuật Hợp giải dùng cho Phép tính vị từ (Predicate Logic):
 - B1: Chuyển tất cả các câu trong P về dạng chuẩn CNF (mệnh đề)
 - **B2:** Lấy phủ định của Q và chuyển về dạng mệnh đề chuẩn CNF. Thêm nó vào tập các mệnh đề vừa tạo ở bước 1.

Giải thuật hợp giải cho Logic vị từ

- **B3:** Lặp lại cho đến khi tìm thấy sự mâu thuẫn hay không thể tiếp tục:
 - a. Chọn hai mệnh đề. Gọi là các mệnh đề cha.
 - b. Hợp giải chúng. Mệnh đề kết quả là tuyển của tất cả các biến mệnh đề trong các mệnh đề cha với các phép thế phù hợp và trừ đi: nếu có một cặp biến mệnh đề T1 và ¬T2, sao cho T1 nằm trong mệnh đề cha này, còn ¬T2 nằm trong mệnh đề cha kia, và nếu T1 và T2 là hai biến mệnh đề có thể đồng nhất (unifiable), thì xóa cả hai T1 và ¬T2 ra khỏi mệnh đề kết quả. T1 và T2 là các biến mệnh đề bù nhau (complementary literals). Sử dụng tập phép thế trả ra bởi giải thuật đồng nhất để tạo ra mệnh đề kết quả.
 - c. Nếu mệnh đề kết quả là rỗng, thì xem như đã tìm được sự mâu thuẫn. Nếu không, thêm mệnh đề kết quả đó vào trong tập hợp các mệnh đề hiện có.

31

- Xét câu: "Tất cả những người Roman biết Marcus thì hoặc là sẽ ghét Caesar hoặc nghĩ rằng bất cứ ai ghét người khác là điên rồ"
- Câu trên được biểu diễn dưới dạng logic vị từ:

```
\forallX [roman (X) \land know (X,marcus) \rightarrow [hate(X, caesar) \lor (\forallY, \existsZ hate(Y,Z) \rightarrow thinkcrazy(X,Y))]]
```

- Sẽ đơn giản hơn nếu chuyển về dạng chuẩn CNF
- CNF của câu trên:

```
\negroman (X) \lor \negknow (X,Marcus) \lor hate(X,caesar) \lor \neghate(Y,Z) \lor thinkcrazy(X,Y)
```

Giải thuật chuyển về dạng mệnh đề:

- 1. Loại bỏ dấu \Leftrightarrow $a \Leftrightarrow b = (a \to b) \land (b \to a)$
- 2. Loại bỏ dấu \rightarrow $a \rightarrow b = \neg a \lor b$
- 3. Thu hẹp phạm vi của toán tử
 - a. $\neg(\neg p) = p$
 - b. Luật De Morgan

$$\neg(a \land b) = \neg a \lor \neg b$$
 hay $\neg(a \lor b) = \neg a \land \neg b$

- c. $\neg \forall X p(X) = \exists X \neg p(X)$ hay $\neg \exists X p(X) = \forall X \neg p(X)$
- 4. Chuẩn hóa các biến sao cho mỗi lượng tử chỉ kết nối với một biến duy nhất.

Ví dụ:
$$\forall X p(X) \lor \forall X q(X)$$
 \Rightarrow $\forall X p(X) \lor \forall Y q(Y)$

5. Dịch chuyển tất cả các lượng tử về bên trái.

Giải thuật chuyển về dạng mệnh đề (tt):

- 6. Xóa bỏ các lượng tử tồn tại (∃).
- <u>Ví dụ:</u> ∃Y president(Y)
 được chuyển thành president(S1)
 Với S1 là một hàm tạo ra giá trị thỏa mãn vị từ president.
- Ví dụ:

```
\forall X \exists Y \text{ father\_of } (Y,X) \Rightarrow \forall X \text{ father\_of } (S2(X),X)
```

S1, S2 được gọi là hàm Skolem.

- Hàm Skolem không có đối số được gọi là hằng Skolem.
- 7. Bỏ đi các lượng tử phổ biến

Giải thuật chuyển về dạng mệnh đề (tt):

8. Chuyển công thức về dạng hội của các tuyển:

```
(a \land b) \lor c = (a \lor c) \land (b \lor c)
hay (a \lor b) \land c = (a \land c) \lor (b \land c)

Ví du: (winter \land wearingboots) \lor (summer \land wearingsandals)

=> [ winter \lor (summer \land wearingsandals) ]

\land [ wearingboots \lor (summer \land wearingsandals)]

=> (winter \lor summer) \land (winter \lor wearingsandals) \land (wearingboots \lor summer) \land (wearingboots \lor wearingsandals)
```

- 9. Tạo ra các mệnh đề tách biệt
 - <u>Ví dụ:</u> từ kết quả ở bước 8, ta có thể tách thành 4 mệnh đề.
- 10. Chuẩn hoá các biến trong tập hợp các mệnh đề vừa tạo ở bước 8, nghĩa là đặt lại tên cho các biến sao cho không có hai mệnh đề có cùng tên biến.

Skolemization: Example

- $\forall x \exists y (Person(x) \land Person(y)) \rightarrow Loves (x,y)$
- $\Rightarrow \forall x \text{ (Person(x)} \land \text{Person(f(x))}) \rightarrow \text{Loves } (x,f(x))$ (f(x) specifies the person that x loves)
- $\exists x P(x) \Rightarrow P(A)$
- $\forall x \ \forall y \ \exists z \ P(x, y, z) \Rightarrow \forall x \ \forall y \ P(x, y, F(x, y))$
- $\forall x \exists y \operatorname{Pred}(x, y) \Rightarrow \forall x \operatorname{Pred}(x, \operatorname{Succ}(x))$

Ví dụ chuyển câu về dạng mệnh đề chuẩn CNF

- $\forall X [roman (X) \land know (X,marcus) \rightarrow [hate(X, caesar) \lor (\forall Y, \exists Z hate(Y,Z) \rightarrow thinkcrazy(X,Y))]]$
- 1.Loại bỏ dấu →

```
\forall X \neg [roman (X) \land know (X,marcus)] \lor [hate(X,caesar) \lor (\forall Y, \neg(\exists Z hate(Y,Z)) \lor thinkcrazy(X,Y))]
```

2. Đưa - vào trong

```
\forallX [¬roman (X) ∨ ¬know (X,marcus)] ∨ [hate(X,caesar) ∨ (\forallY, \forallZ ¬hate(Y,Z) ∨ thinkcrazy(X,Y) )]
```

3. Chuẩn hoá các biến ✓

Ví dụ chuyển câu về dạng mệnh đề chuẩn CNF

4. Dịch chuyển tất cả các lượng tử về bên trái

```
\forall X, \forall Y, \forall Z \ [\neg roman (X) \lor \neg know (X, marcus)] \lor [hate(X, caesar) \lor (\neg hate(Y, Z) \lor thinkcrazy(X, Y))]
```

- 5.Xoá bỏ các lượng tử tồn tại ✓
- 6. Bỏ đi lượng tử phổ biến

```
[\neg roman (X) \lor \neg know (X, marcus)] \lor 
[hate(X, caesar) \lor (\neg hate(Y, Z) \lor thinkcrazy(X, Y))]
```

7. Chuyển thành hội của các tuyển: vì công thức trên không còn toán tử And, nên ta chỉ bỏ đi các dấu ngoặc là có được mệnh đề như sau:

```
\negroman (X) \lor \negknow (X,marcus) \lor hate(X,caesar) \lor \neghate(Y,Z) \lor thinkcrazy(X,Y)
```

Chiến lược hỗ trợ cho việc lựa chọn mệnh đề

- Chỉ hợp giải những cặp mệnh đề có chứa các biến mệnh đề bù nhau.
- Loại bỏ các mệnh đề ngay khi chúng vừa được tạo ra trong quá trình hợp giải:
 - mệnh đề luôn luôn đúng (tautology)
 - mệnh đề được tạo thành từ các mệnh đề khác
 (ví dụ: P v Q được tạo thành từ P)
- Chiến lược set-of-support: hợp giải với một trong những mệnh đề là một phần của câu mà ta cần phản chứng hoặc với một mệnh đề được sinh ra do hợp giải với mệnh đề như vậy.
- Chiến lược *unit-preference*: hợp giải với mệnh đề chỉ có một biến mệnh đề.

Ví dụ hợp giải trong Logic Vị từ (1)

Xét lại ví dụ:

- 1. man (marcus)
- 2. pompeian (marcus)
- 3. \neg pompeian (X1) \vee Roman (X1)
- 4. ruler (caesar)
- 5. \neg roman (X2) \lor loyalto (X2, caesar) \lor hate (X2, caesar)
- 6. loyato (X3, fl(X3))
- 7. \neg man (X4) $\vee \neg$ ruler (Y1) $\vee \neg$ tryassassinate (X4, Y1) \vee \neg loyalto (X4, Y1)
- 8. tryassassinate (marcus, caesar)

Chứng minh: hate (marcus, caesar)

```
¬ hate (marcus, çaesar)
                                        marcus / X_2
              ¬ roman (marcus) V loyalto (marcus, caesar)
                          marcus / X_{l}
              ¬ pompejan (marcus) V loyalto (marcus, caesar)
              loyalto (marcus, caesar)
                          marcus /X_4, caesar / Y_1
              ¬ man(marcus) V ¬ruler(caesar) V ¬ tryassasinate (marcus, caesar)
              ¬ ruler (caeşar) V ¬ tryassasinate (marcus, caesar)
              ¬ tryassasinate (marcus, caesar)
                     (dpcm)
```

Tài liệu đọc thêm

• http://staff.agu.edu.vn/nvhoa/AI/lecture6.pdf