Linear regression

Nhung Đào Thị Hồng

September 2021

1 Introduction

1.1 Biến đổi $w = (X^TX)^{-1}X^Tt$

Set $y(x,w) = w_1z + w_0$ Giả sử các quan sát điểm dữ liệu phân phối Gaussian và mỗi điểm đều độc lập với nhau. Model:

$$t = y(x,w) + \varepsilon$$

trong đó: $\varepsilon \sim N(y(x,w), \sigma^2)$ Ta có

$$P(t) = N(t|y(x,w); \sigma^2)$$

normal distribution

$$P(t|x,w,\beta) = \prod_{i=1}^{N} N((t_n|y(x_n,w), \beta^{-1})$$

Maximize P để tìm $y(x_n,w)$

$$logP(t|x,w,\beta) = log\prod_{i=1}^{N} N((t_n|y(x_n,w), \beta^{-1}$$

$$= \prod_{i=1}^{N} log\frac{1}{\sqrt{2\pi\beta^{-1}}}.exp\frac{-(t_n - y(x_n,w))^2.\beta}{2}$$

$$= \sum_{i=1}^{N} log(2\pi\beta^{-1})^{\frac{-1}{2}} + \sum_{i=1}^{N}\frac{-(t_n - y(x_n,w))^2.\beta}{2}$$

$$= \frac{-N}{2}log(2\pi) + \frac{N}{2}.log\beta - \frac{\beta}{2}\sum_{i=1}^{N}(t_n - y(x_n,w))^2$$

Vì maximize P thì $\frac{\beta}{2}\sum_{i=1}^{N}(t_n - y(x_n,w))^2$ minimize Đặt

$$L = \sum_{i=1}^{N}(t_n - y(x_n,w))^2$$

Có : $X = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ : & : \\ 1 & x_n \end{bmatrix}$, $w = \begin{bmatrix} w_0 \\ w_1 \end{bmatrix}$, $t = \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \\ : \\ t_n \end{bmatrix}$

$$y(x_n,w) = w_1X + w_0$$

$$<=> y\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ : \\ y_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} w_1x_1 + w_0 \\ w_1x_2 + w_0 \\ ... \\ w_1x_n + w_0 \end{bmatrix} = X.w$$

lai co :

$$t - y = \begin{bmatrix} t_1 - y_1 \\ t_2 - y_2 \\ ... \\ t_n - y_n \end{bmatrix}$$

$$=> ||t-y||^2 = (t_1 - y_1)^2 + ... + (t_n - y_n)^2 = \sum_{i=1}^{N} (t_i - y_i)^2 = D$$

$$\frac{\sigma D}{\sigma w} = (t - Xw)'.(t - Xw) = 0$$

$$2.(-X)^T.(t - Xw) = 0$$

$$X^T X w = X^T t$$

$$w = (X^T X)^{-1} X^T t$$