

2강 연습문제

1. 이변수 함수

$$f(x, y) = xy$$

에 대하여 learning rate $\eta = 1$ 과 momentum 계수 $\alpha = 1$ 로 Momentum을 적용하려 한다.

- (i) 초기 위치 $\mathbf{x}_0 = (1, 2)$ 에서 출발하여 세 발자국 걸어갈때, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ 를 구하시오.
- (ii) 코드로 검증하시오.

2. 이변수 함수

$$f(x, y) = x^2 + xy$$

에 대하여 learning rate $\eta = 1$ 과 momentum 계수 $\alpha = 1$ 로 Momentum을 적용하려 한다.

- (i) 초기 위치 $\mathbf{x}_0 = (1, 1)$ 에서 출발하여 세 발자국 걸어갈때, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ 를 구하시오.
- (ii) 코드로 검증하시오.

3. 삼변수 함수

$$f(x, y, z) = xyz$$

에 대하여 learning rate $\eta = 1$ 과 관성 계수 $\alpha = 1$ 로 Momentum을 적용하려 한다.

- (i) 초기 위치 $\mathbf{x}_0 = (1, 2, 1)$ 에서 출발하여 세 발자국 걸어갈 때, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ 를 구하시오.
- (ii) 코드로 검증하시오.

4. 이변수 함수

$$f(x, y) = xy$$

에 대하여 learning rate $\eta = 1$ 과 momentum 계수 $\alpha = 1$ 로 NAG를 적용하려 한다.

- (i) 초기 위치 $\mathbf{x}_0 = (1, 2)$ 에서 출발하여 세 발자국 걸어갈때, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ 를 구하시오.
- (ii) 코드로 모멘텀 스텝만큼 미리 간 지점 $\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2$ 를 검증하시오.

5. 이변수 함수

$$f(x, y) = x^2 + xy$$

에 대하여 learning rate $\eta = 1$ 과 momentum 계수 $\alpha = 1$ 로 NAG를 적용하려 한다.

- (i) 초기 위치 $\mathbf{x}_0 = (1, 1)$ 에서 출발하여 세 발자국 걸어갈때, $\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3$ 를 구하시오.
- (ii) 코드로 모멘텀 스텝만큼 미리 간 지점 $\mathbf{x}'_1, \mathbf{x}'_2$ 를 검증하시오.

6. NAG(Nesterov Accelated Gradient) 점화식은

$$\mathbf{v}_n = \alpha \mathbf{v}_{n-1} - \eta \nabla f(\mathbf{x}_n + \alpha \mathbf{v}_{n-1})$$

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + \mathbf{v}_n$$

이다. 현재 위치 \mathbf{x}_n 에서 모멘텀 스텝 후의 위치를

$$\mathbf{x}'_n = \mathbf{x}_n + \alpha \mathbf{v}_{n-1}$$

이라 하자. 점화식

$$\mathbf{x}'_{n+1} = \mathbf{x}'_n - (1 + \alpha)\eta \nabla f(\mathbf{x}'_n) + \alpha^2 \mathbf{v}_{n-1}$$

을 유도하시오.