



## 第六部分 现代空间经济学





今天我们要讨论的是城市经济学中一个较为前沿的内容，实际上，它是城市经济学与国际贸易之间的交叉领域，主要涉及一些与空间相关的经济学问题。在第一堂课中，我们学习了城市内部空间的规律性。例如，房价通常在市中心最高，而向外延伸则会逐渐降低。这是为什么呢？原因在于城市本身具有空间结构，每个人都有物理体积，市中心的优势在于其距离较短，通勤成本低；而城市外围的区域，由于通勤距离远，成本相对较高。空间结构对人们的工作和生活产生了影响，从而使得市中心的区域更加受到青睐，导致其房价较高，这就是空间的作用。在第二堂课中，我们讨论了城市系统。并不是所有人都会因为集聚经济而集中在一个单一的城市点上，反而会有多个城市在不断发展。这是因为空间有限，过度集聚会导致城市过于拥挤，进而使得一部分人选择搬迁到其他城市。因此，城市的空间结构也促成了多个城市的分布。

我们还讨论了空间中的“锁定效应”（Lock-in Effect）。一旦某个城市已经发展起来，新进入的企业往往会因为已有城市的吸引力，选择在这些城市设立总部。这也是空间因素在其中的一个体现。

上一节课我们讨论了城市间的交通。显而易见，交通与空间的关系尤为紧密。通过交通将商品从一个地方运送到另一个地方，不仅产生了物流，还带来了物流过程中不可避免的损耗。因此，空间因素在物流损耗中的作用也是不容忽视的。

今天的课程目标是将这些与空间相关的内容整合起来，分析它们背后的逻辑。我们将从盈利模型讲起，探讨人的流动和物资的流动。随后，我会介绍空间经济学中的一些简单模型。尽管空间经济学的模型通常较为复杂，但我会尽量用简明的方式向大家解释这些模型的基本内容。最后，我们还会讨论一个实际应用案例。

## 一、什么是现代空间经济学？

- 空间：经济科学的最终前沿？
  - 地理、贸易和城市经济学的结合
  - 新数据
    - 有位置信息的调查数据
    - 传感器数据
    - 卫星数据
    - 无人机数据
  - 理论
    - 引力模型
    - 贸易模型
    - 城市模型
  - 一个关于空间和经济活动的普遍模型
    - 商品流动
    - 人口流动

这个概念是由达特茅斯学院的年轻学者 Treb Allen 提出的，他正在撰写一本名为《Modern Spatial Economics: A Primer》<sup>11</sup>的书。在书的开头，他宣称：“空间是经济学科学的最后边界。” 这无疑是一个令人兴奋的说法。对于学习城市经济学的人来说，确实可以把空间视为一个“边界”，但问题是，空间本身并不是一个陌生的概念。自人类诞生以来，空间就伴随着我们，随着人类社会的发展，空间的概念也一直存在。

那么，什么是空间经济学呢？可以说，空间经济学是地理、贸易和城市经济学的交集，它结合了现代技术和数据，比如 GPS 轨迹数据，城市中各种传感器收集到的数据，甚至是大楼内安装的摄像头，这些摄像头可

以收集到我每次讲课时的活动数据。在新冠疫情期间，我们的行踪和体温等数据常常被各种传感器追踪。这些都属于具有空间属性的数据。比如卫星数据，卫星不断地在太空中监测地

<sup>11</sup> Allen, T., & Arkolakis, C. (2018). Modern spatial economics: a primer. In Routledge eBooks (pp. 435 – 472). <https://doi.org/10.4324/9781351061544-13>



球，实时生成大量的数据流。空间经济学家对这些数据非常兴奋，因为它们提供了新的信息来源，可以为我们带来很多新的分析角度。

此外，空间经济学也借鉴了新的模型，尤其是许多来自国际贸易领域的模型。过去，国际贸易经济学家接触到的数据较为有限，主要集中在全球几百个国家之间的贸易关系上。30年前，贸易经济学家通常会通过构建模型来解释为何某国与其他国家的贸易量是这样，为什么A国生产某种产品而B国则生产另一种产品，某一国在某些产品上具有比较优势，因此国际贸易的模型不断发展。

如今，城市经济学家将这些国际贸易的模型应用到城市的大数据中，结合空间数据和现代技术，诞生了一个全新的学科：现代空间经济学。

## 动机

- 为什么空间很重要?
  - 你一生中最重要的决定是?
  - 你选择居住在哪座城市?
  - 在该城市内，你住在哪里？工作在哪里？
  - 你是自己决定的还是被推动的?
  - 为什么有越来越多的人搬到北京?
  - 中国经济的部分原因在拉动你。
- 看起来研究生活中的地图以及经济发展的地图非常重要。

让我们来探讨一下，为什么“空间”这个概念是如此重要，或者说为什么它值得我们去研究。想一想你人生中做过的最重要的决定是什么？可能是你选择了在哪里生活，对吧？虽然和谁一起生活也很重要，但你所在的城市无疑是一个关键的决定。那么，你为什么会选择来北京呢？也许是因为你考上了北大，或者因为你在北京有某些联系。但从城市经济学的角度来看，或许更重要的原因是，北京本身具有一种引力，它的经济体量足够大，能够吸引像你这样的人来到这里。你可能认为是自己做出了选择，但实际上，也许北京的吸引力是如此强大，导致你很难逃脱它的影响。

这一点其实值得我们深入研究：城市经济的“引力”究竟对个体的影响有多大？这种影响是有规律可循的吗？还是说它只是一个次要的因素？接下来，我们会通过一些图表来分析引力模型，进一步探讨这个问题。

## 相较于城市经济学，有何新意？

- 城市经济学三代发展
  - 第一代：Vernon Henderson
    - 城市体系
  - 第二代：Paul Krugman
    - 聚集的经济
  - 第三代：Steve Redding, Esteban Rossi-Hansberg, Treb Allen
    - 关于商品和人口流动的普遍框架的通用方法。
- 是否更好?
  - 优势：通用框架
  - 劣势：待讨论



我们可以对比一下这些模型与传统城市经济学模型的差异。城市经济学模型可以划分为几个代际。第一个代际由 Vernon Henderson 提出，他的《城市系统》理论代表了 1974 年这一时期的思想。在这篇文章中，Henderson 提出了关于城市经济学的一些重要观点。

第二个代际的代表性人物是 Paul Krugman，我们在课程中也讨论了他的相关论文。Krugman 提出了新经济地理理论，特别是在他获得诺贝尔奖时讲解的内容。他讨论了三个关键因素，阐明了一个国家的经济活动是如何从分散走向集聚的。

第三代模型则出现在大约 2010 年左右，主要由 Steve Redding、Rossi-Hansberg 和 Treb Allen 等年轻的经济学家提出。这一代模型主要通过贸易模型来研究人的流动和物品的流动。其优势在于提供了一个非常普适的框架。然而，这种模型也有一些潜在的问题，大家可以在接下来的讨论中进一步探讨。

## 二、从规律性开始：引力模型

$$\ln X_{ijt} = f(\ln dist_{ij}) + \gamma_{it} + \delta_{it}$$

其中：

- $X_{ijt}$ : 贸易流
- $Dist_{ij}$ : 两国之间的距离
- $\Gamma_{it}$ : 起源固定效应
- $\Delta_{it}$ : 目的地固定效应

在计量经济学中，一个引力模型通常呈现为如左上角亏损图所示的结构。在这个模型中，我们使用  $X_{ijt}$  来表示从地区  $i$  到地区  $j$  在时间  $t$  卖出的商品数量。这个模型的关键变量之一是 distance 即从  $i$  到  $j$  的距离。

图中的散点图展示了这两个变量之间的关系，其中横轴表示商业规模（log business），纵轴表示贸易流量（log trade flow）。我们可以看到，随着两个地区之间的距离增加，贸易流量呈现下降趋势，而且这种关系相对稳定。例如，从 1948 年到 2006 年间，贸易流量基本遵循这种规律。

在近些年，比如从 2007 年到 2012 年之间，贸易流量的系数变化并不显著，说明这种距离与贸易流量之间的关系并未发生大的变化。

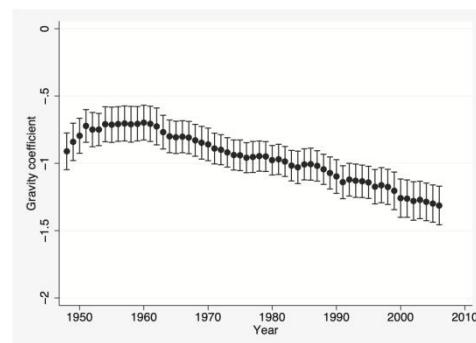
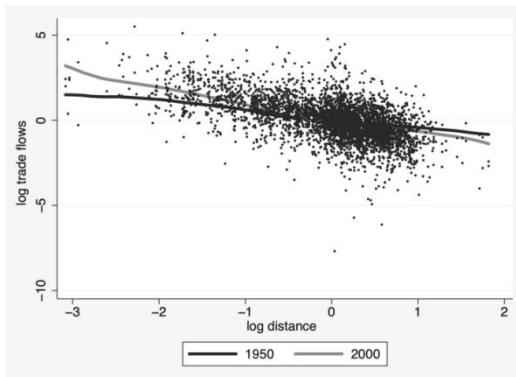


Figure 13.2 Across country trade gravity: the gravity coefficient over time  
Notes: Data are from Head, Mayer and Ries (2010). This figure plots the estimated coefficient of distance in a trade gravity regression with origin-year and destination-year fixed effects over time. The bars indicate the 95 per cent confidence interval, where the standard errors are two-way clustered by country of origin and country of destination.

### 引力模型

- 假设贸易流和距离之间存在线性对数关系

$$f(\ln dist_{ij}) = \gamma_t \ln dist_{ij}$$



- 估算系数介于-0.5 到-1 之间。
- 这意味着什么？
  - 假设两个国家之间的距离增加一倍，则贸易量会减少 40%-60%。
  - 在过去的 50 年中，贸易流量对距离的依赖性显著上升，这表明距离变得更加重要。
- 为什么距离变得更重要？

如果我们去估计贸易流（trade flow）随时间的变化，我们会发现，估计的系数大概会从-0.5 到-1.5 之间。那么，这里的“ $\gamma$ ”指的是什么呢？它就是我们之前提到的“贸易弹性”（trade elasticity）。具体来说，贸易弹性可以理解为：当两地之间的距离增加 1%时，它们之间的贸易量会发生多大的变化。举个例子，如果贸易弹性是 0.5%（即 0.005），那么当距离增加 1%时，两地之间的贸易量就会减少 0.5%。假设有一个国家距离中国大约 7000 公里，比如埃塞俄比亚，那么如果距离增加 700 公里，意味着两国之间的贸易量可能会减少大约 10%。

从图表中我们还可以看到一个有趣的现象：在 1950 年左右，贸易弹性的影响大约是-0.5 左右，但到 2010 年之后，贸易弹性变得更大了，也就是说，距离对贸易的影响变得更加显著了。然而，很多人曾预测，随着互联网的发展，距离对贸易的影响应该会变小。毕竟，互联网让跨国交易变得更加便捷，大家都认为，贸易弹性应该变得更小，或者说，距离对贸易的影响不再那么重要。但事实上，从数据来看，情况似乎正好相反。那么，为什么会出现这种现象呢？

过去，距离对贸易影响很大，是因为信息传播相对封闭。例如，欧洲人如果想将商品卖到中国，在 1800 年代时，由于航运速度慢且存在文化障碍，跨国贸易是非常困难的。因此，距离越远，贸易量自然越低。然而，今天在互联网时代，情况发生了变化。如今，许多人通过阿里巴巴等平台进行跨境电商，即使是非洲人，也能通过互联网从中国购买商品。跨境贸易和电子商务的发展，使得距离似乎不再是主要的障碍。那么，为什么今天，距离对贸易的影响反而变得比 50 年前、70 年前还要严重呢？

其中的原因有很多。除了距离之外，制度因素也起着重要作用。比如，贸易区的建立对跨国贸易有显著影响。以北美自贸区为例，它的建立使得美国、加拿大和墨西哥之间的贸易免于关税。类似的，东盟自由贸易区以及中国的多边贸易协定，甚至“一带一路”倡议，都可能在某种程度上加剧了距离对贸易的影响。这些区域性贸易协定的存在，使得世界在某种意义上变得更加割裂。因此，关于为何距离对贸易的影响如此显著，仍然是学术界在深入探讨的问题。

## 一个国家内的贸易流动

- 这种关系在国家内部也成立。
- 贸易对距离的弹性为-1。

不仅仅是国际之间的贸易符合这种模式，如果我们观察美国国内各州之间的贸易数据，也同样符合引力模型。具体来说，这些州之间的贸易量与距离的关系也呈现类似的规律，且其贸易弹性大约为-1

## 跨国家的人口流动

- 人口流动如何？



$$\ln L_{ijt} = g(\ln dist_{ij}) + \gamma_{it}^L + \delta_{jt}^L,$$

- 贸易流动的弹性介于-1 到-2 之间。
- 数据:
  - 2011 年世界银行国际移民数据库。

不仅是货物的流动受引力法则的影响，人的流动也遵循类似的规律。例如，我们可以使用引力模型（gravity equation）来分析从地点  $i$  到地点  $j$  的人口迁移。在这一模型中，距离越远，迁移的数量通常越少。虽然直觉上，我们可能认为迁移与距离的关系并不那么显著，比如在毕业后，大家往往不太关注迁移的目的地是北京还是上海，似乎也不太在意火车票的距离或迁移成本的高低。然而，从实证数据来看，迁移行为确实受距离的显著影响。

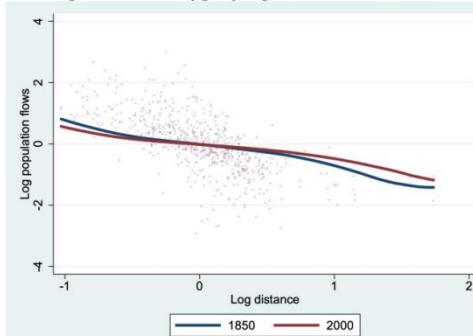
文献中也有许多研究探讨这一问题，许多人可能不会认为迁移会受距离的制约，但大量的实证证据表明，距离对迁移行为的影响确实存在。对此，学者们提出了多种解释。比如，迁移者在选择目的地时，往往需要考虑到当地的物理网络条件。此外，迁移者还可能关注目的地与家乡的相似性，特别是在食物等文化因素上。如果迁移的目的地与家乡的饮食习惯相差较大，这也可能影响迁移决策。随着迁移距离的增加，由于历史和文化的差异，食物口味的相似度可能减弱，这进一步增强了距离在迁移决策中的重要性。

另外，迁移后人们通常会回家探亲，这也可能是影响迁移决策的一个因素。迁移者可能更倾向于选择距离家乡较近的地方工作，以便能够频繁回家。这些因素使得距离在迁移研究中仍然扮演着非常重要的角色，且具有强大的解释力。

## 一个国家内的人口流动

- 人口流动对距离的弹性约为-1.5。
- 在过去 150 年中非常稳健。

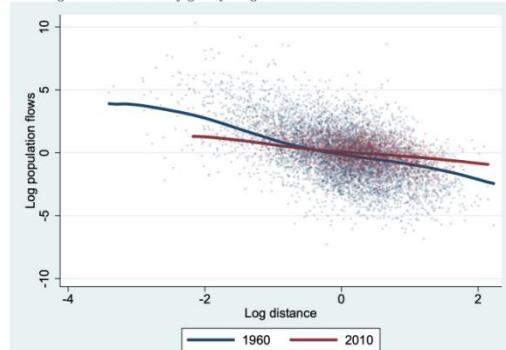
Figure 10: Within country gravity: Migration flows between U.S. states



*Notes:* Data are from the 1850 and 2000 U.S. Censuses Ruggles, Fitch, Kelly Hall, and Sobek (2000), where migration flows are comparing current state of residence of 25-34 year olds to their state of birth. The thick lines are from a non parametric regression with Epanechnikov kernel and bandwidth of 0.5 after partitioning out the origin-year and destination-year fixed effects.

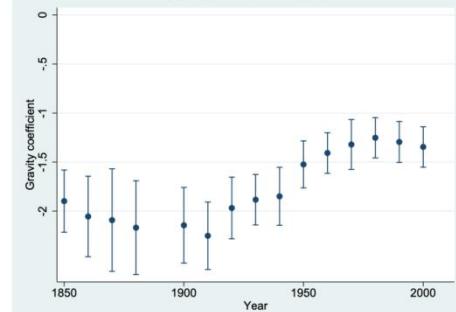
在一个国家内部的人口迁移现象，例如以美国的数据为例，也遵循着类似引力模型的规律。从右侧的图表可以看出，这种引力关系依然存在，且非常稳定。例如，1850 年的迁移曲线呈蓝色，而 2000 年的迁移曲线则呈红色，二者非常接近。如果我们逐年观察迁移的变化趋势，可以看到，从 1850 年到 1900 年，迁移的数值大致在-2 左右，甚至可能低于-2，然后逐渐上升，到 2000 年时，大约接近-1.25。总体来看，这表明，随着时间的推移，距离对

Figure 8: Across country gravity: Migration flows between countries over time



*Notes:* Data are from Yeats (1998). Excludes own country population shares (i.e. non-migrants). The thick lines are from a non parametric regression with Epanechnikov kernel and bandwidth of 0.5 after partitioning out the origin-year and destination-year fixed effects.

Figure 11: Within country gravity: The migration gravity coefficient over time



*Notes:* Data are from the U.S. Censuses from 1850 to 2000 Ruggles, Fitch, Kelly Hall, and Sobek (2000), where migration flows are comparing current state of residence of 25-34 year olds to their state of birth. This figure plots the estimated coefficient of distance in a gravity migration regression with origin-year and destination-year fixed effects over time. The bars indicate the 95% confidence interval, where the standard errors are two-way clustered by state of origin and state of destination.



人口迁移的影响逐渐减弱。这一变化与物品贸易的变化似乎有所不同，但目前我们还没有找到充分的解释，说明为什么会出现这样的趋势。

## 如何解释引力模型？一个简单模型

- 假设一个人在某地的效用由两件事决定：
  - 消费
    - 不仅取决于数量，还取决于种类的数量。
    - 例如：在长安街用餐 VS 在燕郊工作。
  - 当地便利
    - 空气质量
- 两个地点：北京 VS 海南
  - 北京提供更多消费种类。
  - 海南提供更好的空气质量。

在考虑选择居住地时，我们需要考虑到城市的各种“便利设施”（amenities）。比如，北京有许多优质的医院和丰富的历史古迹，这些都能吸引人们的关注。此外，北京的空气质量也算是一项重要的“便利设施”。假设我们对比北京和海南两个地方，想要选择一个适合生活的地方，我们可以从两个角度来思考：消费（consumption）和便利设施（amenities）。

如果你特别重视消费，可能会选择北京。北京的消费场所非常丰富，比如三里屯和国贸等商业区，购物、娱乐的选择很多。虽然北京被称为“美食荒漠”，但如果稍微向东走，餐饮选择会有所改善。

然而，海南的优势在于空气质量特别好。如果你特别在意空气质量，不想每天都面临像今天这样的雾霾和阴雨天气，那么海南无疑是一个理想的选择。

因此，社会中会有两类人群，一类人更偏向于选择优越的空气质量，另一类人则更看重丰富的消费体验。如果两者的工资水平相同，我们可能会发现有些人选择住在海南，有些人选择住在北京。那么，如何将这个选择表达成一种数学模型呢？首先，我们需要记录这些偏好，并考虑相应的变量。

$$W_j = \left( \sum_i q_{ij}^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} \right)^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} \mu_j$$

- i 表示生产者位置，j 表示消费者位置。
- $W_j$ : 消费者位置的总福利。
- $q_{ij}$ : 从位置 i 生产并消费在位置 j 的品种的单位数量。
  - 商品通过  $\sigma$  从 i 卖到 j。
- $\sigma$ : 替代弹性。
- $\mu_j$ : 当地便利。
- 消费成分 VS 便利成分。

首先，我们将人的需求表示为一个效用函数，效用取决于消费的产品数量。在这个模型中，消费的产品数量通过一个幂指数进行加工，并通过加总后再取倒数，再进行幂指数处理。最终，这个效用函数还会乘以一个表示“便利度”（amenity）的参数  $\mu$ 。这个  $\mu$  是与生产



者所在的地点相关的，其中每一个  $i$  索引表示一个生产者的位置， $j$  索引则代表消费者的位置。

我们现在重点讨论消费者，关注的是消费者的总福利（total welfare），记作  $w$ 。简单来说，我们可以将其理解为消费者在某个城市的效用。举个例子，假设消费者位于北京，表示为  $j = b$ ，且假设消费者在这个世界里消费两种产品。在这个简化的空间模型中，我们假设每个地方只生产一种独特的产品，并且不生产其他产品。例如，北京只生产北京烤鸭，海南只生产海南椰子。

在这个模型中，消费者的商品消费量是由他们能够消费的商品种类数决定的。也就是说，如果我在北京，我可以消费的商品包括北京烤鸭和椰子。这些商品的消费量必须经过幂指数处理，每一个消费量都需要进行幂指数计算。这个幂指数是 CES 效用函数中的一个重要部分，表示消费者对不同产品的需求弹性。CES 代表的是“常数替代弹性”（Constant Elasticity of Substitution），在这种需求曲线中，消费量或需求量是价格的逆指数形式。

具体而言，需求量的变化与价格变化之间的关系可以通过求对数得到。通过简单的数学运算，可以得到需求量与价格弹性  $\rho$ ，这个参数是常数，因此被称为 CES 函数。在我们的模型中，CES 函数的外部还会乘以一个代表消费者所在地区便利度的参数（amenity）。以北京为例，北京的消费者会根据这种效用函数进行选择。类似地，海南的消费者也会有类似的效果函数，但具体的公式会根据各自的地理位置进行调整。

在这个模型中，商品是可以流动的，因此消费者的效用不仅来自于本地的商品消费，还受到其他地方商品的影响。CES 函数的一个好处是，当产品种类增多时，消费者的效用会增加，这符合我们对多样化商品的偏好。如果我们能够消费更多种类的产品，无论是北京烤鸭、椰子，还是其他地方的啤酒，我们的总效用就会提高。

举个例子，如果我们在总消费量不变的情况下，选择三种产品：1.5 单位北京烤鸭、1.5 单位椰子，或者选择 1 单位北京烤鸭、1 单位椰子和 1 单位啤酒，尽管总消费量相同，但后者的效用更高。这是因为多样性和商品种类的增加能有效提升消费者的整体效用。

在城市经济学中，虚拟效用函数的估计值大约是 4。因此，通过比较不同消费方式下的效用，我们可以得出结论：增加商品种类可以有效提高消费者的总效用。

总结来说，我们的模型展示了通过 CES 效用函数对多种产品的加总方式，如何在同样的总消费量下通过增加商品种类来提高消费者的效用。这种方法反映了人们对于产品多样性和便利度的需求，进一步帮助我们理解在不同地理位置上的消费者行为。

## 一个简单模型

$$\sum_i p_{ij} q_{ij} = w_j$$

- 预算约束：
  - $p_{ij} q_{ij} = w_j$
  - $p_{ij}$ : 从  $i$  到  $j$  售卖的价格。
  - $w_j$ :  $j$  的工资。
- 对一个位置  $i$  的人而言，实际的效用取决于收入。
  - 北京提供更高的收入和更多种类：
    - 原因：
      - 历史因素：政治中心。
      - 历史上的优势吸引更多商品和更高收入。



- 高收入允许更高的消费。
- 海南生产率较低：
  - 较少商品、较小的规模和聚集经济。
  - 较低的收入限制消费。

对于每个消费者来说，无论身处何地，消费都受到一定的限制，主要是收入的限制。每个消费者都有自己的预算约束（**budget constraint**），也就是他们的工资上限。因此，消费者消费的任何产品的总价值应该小于或等于他们的工资。通常在模型中，我们假设这一值等于工资，而不去考虑小于的情况。

在这里， $P_{ij}$ 代表的是产品  $i$  从地区  $j$  销售到消费者所在地区的价格。如果消费者在北京购买北京的商品，那么价格就是北京的价格；如果在北京购买的是来自海南的商品，则价格中将包含从海南到北京的运输成本。 $Q_{ij}$  则表示消费者在地区  $i$  购买来自地区  $j$  的产品数量。

有了预算约束后，我们就可以求解消费者的需求量。那么，如何计算需求量呢？假设我们知道工资  $w$ ，并且了解产品在北京的价格，那么需求量可以通过拉格朗日乘数法来求解。具体来说，我们首先对每个商品的消费量进行求导，然后通过求导得到的结果来求出需求量。最终，我们得到的消费量公式中，会出现各商品的消费量之和，右边的部分可能会因为某些约束条件而简化掉。

## 商品的需求

$$X_{ij} = (p_{ij})^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j L_j \quad \text{for all } j$$

- 特定位置（例如北京）的某种商品的需求由以下决定：

- 工资（收入）  $w_j$ :
- 价格  $p_{ij}$ :
  - 价格是根据运输成本和一个常规加价决定的。
  - 距离较远的地点商品加价较高。
- 地点  $j$  的价格指数  $P_j$ :
  - 所有商品加权平均的价格指数。
  - 远离生产的地方，价格指数通常更高。
- 按人口数  $L_j$  缩放。

$$P_j \equiv \left( \sum_i (p_{ij})^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}}$$

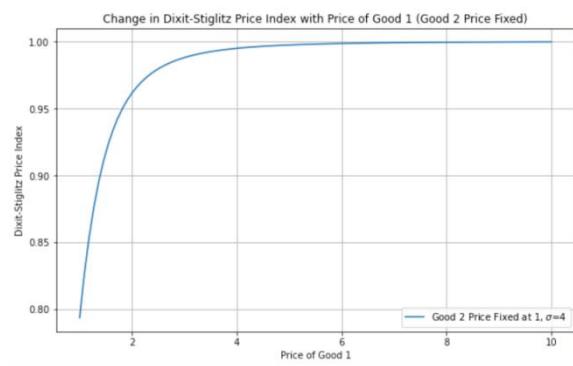
在这个问题中，我们想要推导出从 A 地卖到 B 地的商品消费量的表达式。首先，显然，价格是一个重要因素。例如，从 A 地到 B 地的商品价格（设为  $P_A$  到  $P_B$ ），以及消费者的收入水平也是关键因素之一。比如在北京，消费者的工资和收入水平会影响他们的购买力。此外，北京的人口数量也是需要考虑的因素之一。

另外，还有一个重要因素是“核心指数”，它反映了某地区所有商品价格的加权平均。具体来说，价格的加权方式是根据每个商品的价格和市场需求来计算的。假设在北京有两种



商品，海南的商品价格可以表示为 $(1 - C)^\alpha$ ，而北京本地的商品价格则为 $(1 - D)^\beta$ ，两者相加后再乘以一个调节系数 $\frac{1}{1-\sigma}$ 的幂指数，最终得出价格指数。

这个价格指数会随着价格的上升而变化。当某一控制变量的值变高时，商品的整体价格指数也会随之上涨。为了进一步验证这一理论，我使用 AI 软件绘制了一张图，展示了当  $\sigma = 4$  时的情况。



## 商品的供给

- 首先，我们假设每个城市的生产率是外生的。
  - 外生变量意味着变量由模型外决定。给定这些变量后，我们使用模型解决问题。
  - 相应地，内生变量意味着变量由模型决定。
- 假设北京生产率更高，则生产一个典型商品的成本低于海南。
  - 成本 = 工资 / 生产率
    - $C = w / A$
- 假设市场是竞争性的，企业将以边际成本定价，因此北京生产的商品价格更低。
  - 一个地点有许多企业，且属于一个行业。
  - 价格等于成本：

$$p_i = w_i / A_i.$$

- 如果需要运输成本，则价格进一步由运输成本调整：

$$p_{ij} = \frac{w_i}{A_i} \tau_{ij},$$

-  $\tau_{ij}$  表示“冰山运输成本”。

在这个模型中，我们可以从经济学的角度理解背后的含义。首先，工资水平如何影响不同城市之间产品消费量的变化呢？这个关系很简单：人们的收入越高，他们的消费能力也越强，进而购买的产品数量就会增加。例如，在北京，如果我的收入较高，我就能购买更多的产品。与此同时，人口数量也是一个重要因素。比如，北京的人口越多，我从海南购买的商品数量也会相应增加。当然，如果从海南运送过来的产品价格较高，那么购买量就可能减少。但无论如何，通过这样的模型，我们能够刻画出经济活动在空间上的分布关系。

接下来，考虑供给方面。我们假设每个城市的生产力（productivity）是外生给定的。举个例子，上海作为一个港口城市，其高收入水平往往与其得天独厚的地理位置和高度的生产效率密切相关。因此，上海的生产力是给定的，在这个模型中，我们假设一个工人在上海的



工作效率相对较高。同样，假设在北京和海南的例子中，由于各种原因，北京的生产效率较高，这会带来以下结果：北京生产的产品成本较低。例如，如果你在北京雇佣一名工人，他可能很快就能完成一个项目，比如绘制一张图纸；而如果你在海南雇佣同样的工人，完成相同的任务可能需要更长时间。因此，北京的生产成本会更低。

然而，成本与价格是两个不同的概念。在这个模型中，我们假设市场是完全竞争的，因此价格由供需关系决定。正如我们在微观经济学中学习的那样，完全竞争市场的价格由边际成本决定。在这种情况下，成本是工人的工资和生产力的函数。假设北京的工资水平为  $W$ ，北京的生产力为  $A$ ，那么北京生产的商品价格就等于边际成本  $C$ ，也就是工资与生产力的平衡。

以海南为例，假设海南的工资为  $W_i$ ，生产力为  $A_i$ ，那么海南生产的一种产品，比如椰子，其价格为  $P_m$ 。当我在北京购买同样的椰子时，价格会有所不同，因为除了考虑生产成本外，还需要加上运输成本。为了计算这种价格差异，城市经济学借用了贸易经济学中的空间理论方法。

在讨论价格时，我们需要明确几个关键因素，首先是地理位置的影响。具体来说，价格受地区工资水平的影响。例如，某个地方的工资水平可能会直接影响产品的生产成本和最终价格。

接下来，我们可以谈到运输成本。例如，一个产品在原产地的价格可能是 100 美元，而随着运输距离的增加，价格也会相应上涨。然而，并不是说将某种产品从中国运输到美国后，价格就会是运输到菲律宾的两倍甚至四倍。虽然这种假设在实际情况中可能并不完全准确，但经济学家们为了简化模型的运算，常常采用这种假设。

我记得在我博士期间，曾听过一位学者讲过一个有趣的案例。在 19 世纪末，冰块曾从北极运输到波士顿，再分销到美国各地。这其实涉及到一个更深层次的“冰山成本”问题。实际上，当冰块从北极运输到波士顿时，它会部分融化，运输距离越远，最终能销售的冰块数量就越少，因此价格也会相应增加。这种现象在经济学模型中被简化为一种“假设”，虽然它在现实中并不完全成立，但它极大地简化了模型的计算过程。

## 交易的数量与价格

$$X_{ij} = (p_{ij})^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j L_j \quad \text{for all } j$$

$$p_{ij} = \frac{w_i}{A_i} \tau_{ij},$$

- 我们知道一个商品的需求：
  - 随价格下降而下降。
  - 随价格指数上升而下降。
  - 随工资上升而上升。
  - 随工人数目增加而上升。
- 对于商品的供给：
  - 每个地点生产商品的企业很多，因此供给可以满足需求，价格由成本决定。
  - 需求越高，供给越高。
- 商品市场的（部分）均衡：
  - 两个地点之间：
    - 价格由一个地点的生产成本决定（工资/生产率）。



- 数量由该价格对应的需求决定。

我们现在已经了解了需求方面的内容。需求方的方程式是这样的：从生产商  $i$  到消费者  $j$  的需求量，取决于卖出价格、价格指数、信贷工资以及收入等因素。具体来说， $i$  地方生产的产品需求量与销售价格、价格指数、工资水平和收入等因素密切相关。

从供给方的角度来看，卖方在这个模型中可以以固定价格出售产品，这个价格是预设的，但供给曲线具有较强的弹性，即只要价格达到某一水平，供给量就可以无限增加。因此，供给函数呈现为一条直线。

那么，如何确定均衡需求量和均衡价格呢？在产品市场中，我们需要关注两个市场：一个是产品市场，另一个是劳动力市场。在产品市场中，我们通过供给曲线和需求曲线的交点来决定均衡价格。

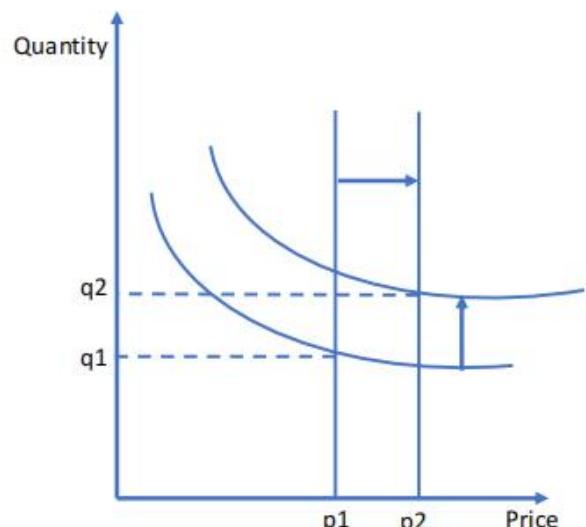
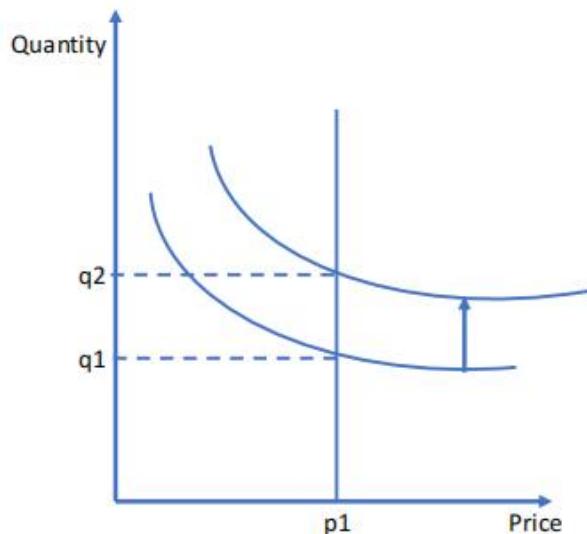
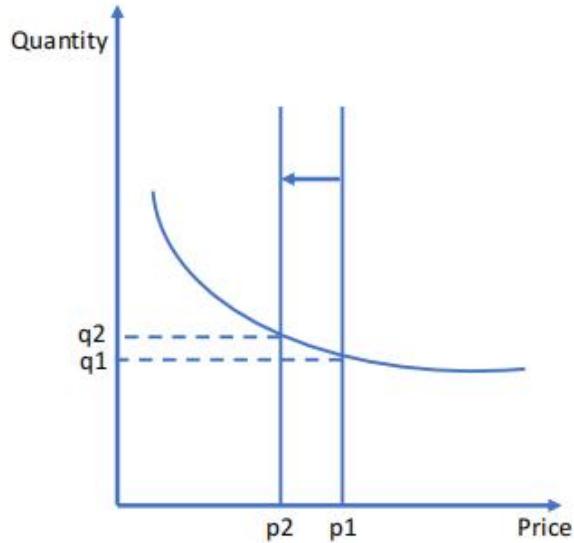
### 什么是均衡

- 均衡是指市场上，价格可以使需求等于供给的状态。

- 例如，沃伦·巴菲特出售有限的时间。许多人想和他说话，因此他设置的价格足以排除某些人。

- 一旦价格由成本固定，数量由此价格的需求决定。

供给曲线通常是直线的，意味着价格在一定范围内是固定的。如果我们假设工资保持不变——虽然工资实际上是可以变化的，且在模型中它通常是一个内生变量——但在此我们假设工资是外生变量。那么，供给曲线和需求曲线的交点就决定了市场的均衡价格，以及均衡的购买量。那么，什么是均衡呢？举个例子，假设沃伦·巴菲特打算将自己的午餐时间出售给有兴趣的人。很多人都会想和他共进午餐。那么，为了确保沃伦·巴菲特不会过于繁忙，





他的供给是有限的，解决方法就是通过提高价格。提高价格能够使得他愿意提供的服务数量与能够接受服务的人数相匹配，从而达到市场均衡。

## 决定交易量的因素：供给侧

- 生产率
  - 随着生产率的提高，价格变得更便宜，例如从  $p_1$  降到  $p_2$ ，供给曲线将向左移动。
  - 结果，交易量将从  $q_1$  增加到  $q_2$ 。
- 贸易成本
  - 随着运输成本的降低，价格下降，交易量增加。

在进行静态分析时，我们首先考虑一个问题：如果生产地，比如海南的生产力提高了，价格和交易量会发生什么变化？

假设生产力提升，那么生产函数 A 就会提高，A 的提升意味着海南的产品成本下降，进而价格也会随之下降。因此，供给曲线 P 会向左移动，导致供需交点发生变化。在新的均衡点上，我们可以看到交易量从  $Q_1$  增加到  $Q_2$ 。

同样地，如果运输成本降低，比如之前没有高铁，现在海南到北京有高铁了，运输成本降低会如何影响交易量呢？运输成本的降低意味着产品的总成本下降，这将促使供给曲线再次向左移动，价格也会下降，从而推动交易量的上升。这种变化是由供给端因素引起的。

## 决定交易量的因素：需求侧

- 人口
  - 随着人口的增加，在给定价格下，需求增加。
  - 结果，交易量将从  $q_1$  增加到  $q_2$ 。
- 价格指数
  - 随着价格指数的提高，在给定价格下，需求增加。
  - 所有其他商品变得更贵。
  - 结果，交易量增加。

让我们再来看需求端的情况。如果北京的人口翻了一倍，需求量将会如何变化？在这种情况下，交易量又会发生什么变化呢？我们可以从需求曲线的角度来分析。如果人口增加了，那么在给定的价格 (P) 下，需求量就会增加。也就是说，需求曲线会向上移动。

假设供给曲线保持不变，需求量的增加是很明显的。进一步来说，如果价格指数 (P) 上升，需求量又会如何变化呢？根据经验和研究结果，通常这种变化会落在 4 到 12 之间。因此，可以推测， $\sigma - 1$  应该是一个大于 1 的数。

当价格 (P) 上涨时，可以理解为除了我们讨论的这种产品外，其他所有产品的价格都在上涨。由于这种产品相对变得更具吸引力，需求量自然会增加，进而推动交易量的上升。

## 决定交易量的因素：工资

- 工资
  - 工资同时影响需求侧和供给侧。
  - 需求侧：
    - 随着工资的增加，需求曲线向上移动，因此交易量增加。



- 供给侧：
  - 随着工资的增加，成本变高，价格也随之上涨。
  - 整体效果是不明确的。
    - 需要用方程组求解。
    - 没有封闭的解。
    - 可以通过数值方法求解。

另外，我们再来看一下工资。如果工资上升了，并且两地的工资都同时上升，那么会有什么情况呢？首先，供给曲线会向右移动，因为工资的增加（ $w$ ）导致了劳动力供给的增加。与此同时，需求曲线也会向上移动，因为工资的上升通常意味着企业成本上升，从而影响需求。

在这种情况下，首先我们可以预见到价格会增加。然而，需求量的变化却是不可确定的。具体来说，如果需求曲线在价格保持不变且供给曲线不变的情况下向右移动，那么需求量可能会减少。但随着供给曲线的上移以及需求曲线的上移，供给和需求的变化可能会导致需求量增加。因此，这两者的相互作用需要综合考虑，结果是无法直接确定的。

## 经济学中的引力方程

$$X_{ij} = (\tau_{ij})^{1-\sigma} \left(\frac{w_i}{A_i}\right)^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j L_j.$$

- 假设  $i$  表示北京， $j$  表示海南。我们关注北京向海南的出口。

- $X_{ij}$ : 从北京到海南的贸易流。
- $\tau_{ij}$ : 从北京到海南的运输成本。
- $w_i$ : 北京的工资。
- $A_i$ : 北京的生产率。
- $p_j$ : 海南的价格指数。
- $w_j$ : 海南的工资。
- $L_j$ : 海南的人口数量。

- 两个地点之间的交易量（包括与自身的交易量）给出了贸易流。
- 随着运输成本的增加，交易量减少，而运输成本是距离的函数，我们可以看到贸易流与距离呈负相关关系。

## 引力方程：更多数学但不困难

$$X_{ij} = (\tau_{ij})^{1-\sigma} \left(\frac{w_i}{A_i}\right)^{1-\sigma} P_j^{\sigma-1} w_j L_j.$$

- 如果我们对方程取对数，会发生什么？

$$\ln X_{ij} = f(X_{ij}^T; \gamma^T) + \gamma_i^T + \delta_j^T + \varepsilon_{ij}^T$$

在求解数量时，计算均衡非常简单。我们只需要将  $P_j$  代入需求曲线中的  $P_{ij}$ ，就能算出均衡情况下的交易量。此时，我们可以将  $P$  从方程中去除，从而得到从地区  $i$  到地区  $j$  的商



品销售量。这个销售量可以表示为某个地区的生产条件，包括工资水平、生产力以及人口数量。这就是最简单的引力模型，特别是在商品市场中的应用。

为什么使用引力模型？因为商品的流量或交易量通常与两地之间的距离或交易成本成反比，即存在负相关关系。通过将这个方程式应用于实际数据后，我们能够得到我们最初所讲的盈利模型的计量估计。

在估计引力模型时，我们通常会使用“原点固定效应”（origin fixed effect）和“目的地固定效应”（destination fixed effect）。这是因为在对方程取对数后，会涉及一些仅与原点（ $i$ ）相关的变量，如工资水平  $W_i$  和生产力  $A_i$ ，以及与目的地（ $j$ ）相关的变量，如价格  $P_j$ 、 $\omega_j$  和人口数量  $I_j$ ，这些变量不随原点的变化而变化。为了更好地处理这些差异，我们可以将这些变量表示为对应地点或城市的虚拟变量（dummy），从而消除地理差异的影响。

此外，当我们无法获得某些变量的具体数值，尤其是生产力时（我们通常难以直接获取某个地区的生产力数据），依然可以通过这种方法进行估计。通过对数转换后，我们可以估算一个  $\sigma$  参数，该参数可以表示为  $\sigma$  乘以  $\log \tau_{ij}$ ，这里  $\tau_{ij}$  代表交易成本。

这是一个计量经济学中的小技巧，希望能对大家有所帮助。

## 劳动力流动

- 一个出生于  $i$ ，但要移动到  $j$  的人的效用是什么？
  - $i$  到  $j$  的效用可以通过以下来衡量：
    - 实际收入，它是工资和价格指数的函数。
    - 在目的地  $j$  的便利性。
    - 移动的效用：
      - 移动摩擦，它是距离的函数。
      - 移动时造成的拥堵人数。

刚才我们讨论了物品的流动，基于这种物体流动和空间经济联系的刻画，我们推导出了引力模型。这个模型为我们在现实生活中观察到的强烈引力关系提供了微观基础。接下来，我们将探讨人流动的盈利模型。首先，在考虑人流动时，我们需要关注哪些因素呢？

例如，我会考虑自己当前的收入情况。其次，我也会考虑到目的地之后的收入水平。此外，我还会考虑到目的地的环境条件，比如当地的空气质量、饮食情况等。最后，移动的成本也是一个重要因素。

## 三、迁移

### 迁移的均衡

- 迁移没有明确的市场，但仍可以存在迁移的均衡。
- 关键是，我们假设从北京迁移到海南的工人与留在北京的工人享有同样的效用水平。
- 这个假设导致两地之间的迁移均衡由以下因素决定：
  - 想象一个人准备从北京迁移到海南：
    - 积极因素：真实工资、目的地便利性、出发地人口数量。
    - 消极因素：目的地的拥挤程度、迁移摩擦。



$$L_{ij} = \frac{\left(\frac{w_j \bar{u}_j}{P_j \mu_{ij}}\right)^{\frac{1}{\beta}}}{W_i^{\frac{1}{\beta}}} L_i^0.$$

- $L_{ij}$ : 从北京到海南的迁移量。
- $w_{ij}$ : 海南的工资。
- $P_j$ : 海南的价格指数。
- $\mu_j$ : 海南的便利性。
- $\tau_{ij}$ : 从北京到海南的迁移摩擦，无户籍问题。
- $W_i$ : 北京的效用。
- $L_i$ : 北京的人口数量。

$$W_{ij} = \frac{w_j}{P_j} u_j \times v_{ij},$$

- $W_i$ : 从  $i$  到  $j$  的工人的间接效用。
- $v_{ij}$ : 双边迁移耗散。

$$v_{ij} = \frac{(L_{ij}/L_i^0)^{-\beta}}{\mu_{ij}}$$

- $\tau_{ij}$ : 冰山迁移摩擦。
- $L_{ij}$ : 从  $i$  到  $j$  的迁移人数。
- $\beta$ : 拥挤外部性的程度。

- 假设从  $i$  出发的所有代理人效用相等:
- $W_i = W_j$
- 当一个人迁移出北京时，选择的地点给出相似的效用水平。

$$W_i = \frac{w_j \bar{u}_j}{P_j \mu_{ij}} (L_{ij}/L_i^0)^{-\beta}$$

在我们考虑人口流动时，面临一个问题，即当前并没有一个明确的“迁移市场”规则，无法通过量化方式直接为迁移定价。为了简化分析，我们假设迁移到不同地点的移民其效用（utility）是相同的。通过这个假设，我们可以找到人口流动的均衡状态。例如，假设一个工人从北京迁移到海南，其效用与那些没有迁移的工人是相同的。基于这一假设，我们可以称之为“空间均衡假设”，从而推导出一个均衡模型。此时，我们可以通过一个公式来清晰地表示各个决定因素。

假设人口从地点 A 迁移到地点 J，这个迁移数量将受到以下几个因素的影响：

1. 迁移目的地 J 的工资水平；
2. 该地区的价格指数（price index），工资是实际收入的反映；
3. 目的地 J 的效用（utility），即该地区的生活质量；
4. 迁移成本 ( $\mu_{ij}$ )，即从地点 i 到地点 J 的迁移成本。



在这个模型中，工资（w）会受到价格指数（price index）的调整，再乘以该地区的设施价值（amenity value）。迁移成本（ $\mu_{ij}$ ）则是影响迁移决策的重要因素。效用函数（ $u_{ij}$ ）由以下公式表示：

$$u_{ij} = \frac{l_{ij}}{l_{i0}}$$

其中， $l_{ij}$  是从地点 I 到地点 J 的迁移人口数量， $l_{i0}$  则是地点 I 的总人口。如果迁移到目的地 J 的人数已经很多，那么迁移的效用会因为过高的迁移比例而产生负面效应，即“反向效用”（dis-utility）。例如，从北京迁往海南，如果已有很多北京人迁入海南，其他迁入者可能会感到不适应，因此，迁移的效用会受到影响，通常可以用负系数  $\beta$  来表示这种反向效用。

进一步地，当迁移比例过高时，这种反向效用可能变得更为强烈。我们将这些因素结合起来，可以得出从地点 A 到地点 J 的迁移效用函数。我们在这里假设空间均衡，即无论迁移到哪个地点 J，迁移后的效用是相同的。这意味着，尽管各地的工资（w）可能不同，但迁移后的效用将保持一致。

在更强的空间均衡假设下，我们还可以假设所有地点的效用是相同的，这时工资 w 可能会变成一个常数。在我们的模型中，我们采取的是一种中间假设，即在选择迁移地点时，移民的效用应当保持一致。

## 迁移的引力模型

$$L_{ij} = \frac{\left(\frac{w_j \bar{u}_j}{P_j \mu_{ij}}\right)^{\frac{1}{\beta}}}{W_i^{\frac{1}{\beta}}} L_i^0$$

- 取对数：

$$\ln L_{ij} = g(X_{ij}^L; \gamma^L) + \gamma_i^L + \delta_j^L + \varepsilon_{ij}^L,$$

这个过程可以做一些变形，首先我们将  $l_{ij}$  拿出来，这样就能得到  $l_h$  的表达式。这个表达式给出了迁移的引力模型，为什么呢？因为它可以表达为迁移到 j 的人口数量， $l_{ij}$  描述了从  $\mu$  到 j 的迁移成本关系。

我再简要总结一下，可能大家对这一部分理解有些模糊。假设你从地区 I 迁移到地区 j，这个过程中会有一个效用的变化，而这个效用是由目的地的工资水平决定的。工资的影响不仅体现在名义工资上，还要考虑物价指数，即实际收入。因此，你不能仅仅看工资，还需要考虑物价水平的变化。例如，如果你迁移到北京，不仅要关注工资，还要考虑当地的高房价，这会影响你的可支配收入。

迁移效用的影响还会受到迁移成本的影响。迁移成本，记作  $\mu_{ij}$ ，可以看作是一个函数，通常来说，迁移的距离越远，迁移的效用（dis-utility）就越大，迁移成本也就越高。同时，如果从一个人口大城市（如北京）迁移到人口较少的地方，这个迁移的效用会呈现出负的幂指数关系，即人口比例越高，迁移的效用越低。

将这两种效用联系起来：一方面是目的地的效用，另一方面是迁移过程中的效用，我们可以将 w 表示成一个方程。这是一个简单的数学推导，我们将  $\mu$  放入其中，再对 l 进行重新组织，就能得到最终的公式。



接下来我们假设空间均衡，即从 I 迁移到 j 的效用应该是相等的，因此  $w_{ij}$  可以简化为  $w_i$ 。此时，我们的方程可以重新整理，将  $l_{ij}$  移到方程的左边，右边只剩下  $\mu_{ij}$  这一迁移阻力项。由于  $\mu_{ij}$  会随 I 和 j 的变化而变化，而其他项不会随之变化，因此最终我们推导出了引力方程（gravity equation）： $L_{ij}$  与 I 和 j 之间的牵引阻力成反比，并遵循负幂指数关系。

## 模型闭合

- 提供合理的假设，确保在经济系统中可以在多个市场中求解均衡。

- 商品市场的清算：

- 对于原始地，从卖给北京和海南得到的货币收入，等于工人得到的工资。
- 对于目的地，从北京和海南购买商品的货币，等于工人收到的工资。

- 劳动力市场的清算：

- 对于原始地，迁出的人口，包括留下的，等于原始地的总人口。
- 对于目的地，接收到的迁入人口，包括留下的和迁入的，等于目的地的总人口。

接下来，我们讨论如何“模型闭合”（close the model）。所谓“模型闭合”，指的是通过一些假设使得模型能够得到解答。在这类空间模型中，通常我们如何实现这一点呢？

首先，我们需要从市场的角度进行分析。在产品市场方面，首先要关注生产系统。对于生产者来说，销售产品必然会收到相应的收入。也就是说，产品的总价格和总价值将等于生产者的收入，这构成了一种均衡状态。而对于目的地（buyer location）而言，买家购买了这些产品后，必然会花费相应的金额，这也是市场运作中的一部分。

- 商品市场：

- 卖家城市的会计平衡：

$$- w_i L_i = \sum_j X_{ij}$$

- 买家城市的会计平衡：

$$- E_j = w_i L_i = \sum_i X_{ij}$$

- 劳动力市场：

- 原始城市的会计平衡：

$$- L_i^0 = \sum_j L_{ij}$$

- 目的地城市的会计平衡：

$$- L_j = \sum_{i \in S} L_{ij}$$

首先，我们来看一下商品市场。在刚才提到的两个方面中，从卖家的角度来看，从 I 到 J 出售的所有商品的总和，需要等于卖家的收入。卖家的收入可以通过工资来表示，假设工资是  $w$ ，而每个卖家的人口是 1，那么总收入就是  $w * 1$ 。

对于买家而言，从 J 到 I 购买的商品总额，需要对所有的卖家进行加总。这一加总应该等于买家的扩展收入（expansion）。通常，扩展收入也等于  $w_i * l_i$ ，即工资乘以人口。

在劳动力市场方面，均衡的确定也遵循类似的会计原则。假设给定初始的人口分布，每个地方的人口为  $l_i^0$ 。



从一个地区流出的人员，例如从 A 到 J 流出的人数，加起来应该等于该地区原始的人口数量。当然，J 也可以是 I，此外，还包括一些留在本地的人（stayers），这些人并没有迁移，只是停留在 I 地区。

对于目的地地区来说，从各个地方迁入的人口，加上原本就在该地区的人口，最终的总人口应该与第二期的目标人口数量相等。

## 仅展示空间经济学中的方程组示例（非考试要求）

$$\begin{aligned} w_i L_i &= \sum_j (\tau_{ij})^{1-\sigma} \left( \frac{w_i}{\bar{A}_i L_i^\alpha} \right)^{1-\sigma} P_i^{\sigma-1} w_j L_j \\ P_i &= \left( \sum_j \left( \frac{\tau_{ji} w_j}{\bar{A}_j L_j^\alpha} \right)^{1-\sigma} \right)^{\frac{1}{1-\sigma}} \\ L_i &= \sum_{j \in S} (\mu_{ji})^{-\frac{1}{\beta}} \left( \frac{w_i}{P_i} \bar{u}_i \right)^{\frac{1}{\beta}} (W_j)^{-\frac{1}{\beta}} L_j^0 \\ W_i &= \left( \sum_j \left( \frac{w_j \bar{u}_j}{P_j \mu_{ij}} \right)^{\frac{1}{\beta}} \right)^\beta \end{aligned}$$

- N 是地点的数量。
- 有  $4N$  方程和  $4N$  未知数。
- 未知数或内生变量包括：
  - 工资。
  - 劳动力分配。
  - 价格指数。
  - 福利。

在给定这四个条件后，我们可以将先前得到的一些表达式代入其中。例如，需求量（a 到 j）以及  $L_{ij}$  的量等，都可以通过已知的表达式来计算。代入后，我们将得到四个较为复杂的方程。这些方程的基本含义是，在每个特定的 i 值下，每个地方都有一套对应的表达式。因此，最终我们将得到  $4 \times n$  个方程，同时也有  $4 \times n$  个未知数。每个地方会有四个未知变量，而有 n 个地方，最终得到的是一个较大的联立方程组。

接下来，我们需要明确哪些是已知的变量。我们将这些变量称为外生变量（exogenous variables）。例如，贸易成本（Trade cost）通常是给定的，可能受到地理条件的影响，但我们并不打算在模型中求解它。同样，迁移摩擦（migrate frictions）也是外生的，受制于地理条件和政策（如户籍制度），但这也不是我们希望通过模型来求解的变量。还有一些变量，例如各地的宜居性（amenity），例如海南的空气质量，这也是外生的，因为通过贸易无法直接改变这些条件。初始人口（Initial population）显然是已知的变量。此外，一些参数（如  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\sigma$ ）也是已知的，这些参数代表了集聚经济的强度、迁移的拥挤效应以及贸易的弹性等，可以通过其他方式进行估计，或者从文献中获取估计值。



对于我们关心的变量，主要有以下几个：工资（wage）是我们希望求解的核心变量之一；每个地方的人口数量（population），这是与移民相关的变量；价格指数（Price index），即每个地方的价格水平，这是可以通过贸易变化而改变的；以及福利水平（Welfare），这是我们想要求解的另一个关键变量。

通过已知的外生变量以及模型中的其他参数（如  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\sigma$ ），我们可以求解出这  $4 \times n$  个位置变量。

## 为什么关心？

- 使用该模型，给定  $5N + 3$  个外生变量的集合：
  - 我们可以获得工资、劳动力分配、价格指数、福利等方面均衡结果，非常强大！
  - 更重要的是，我们可以模拟政策的影响。
    - 例如，如果通过建设高铁将北京和海南之间的运输成本减少一半会怎样？
      - 我们只需改变从北京到上海的外生运输成本，然后重新计算新结果的均衡。
      - 它将告诉我们谁从高铁中受益最多，他们的福利提高了多少。
    - 另一个例子，如果我们将北京和海南之间的迁移摩擦减少一半呢？
      - 例如，通过调整户籍制度，重新设置模型方程即可。

解这个方程非常有用，为什么呢？举个例子，假设我们想分析在北京和海南之间修建一条高铁可能带来的收益。首先，我们可以利用北京和上海之间现有的交通水平（即交通成本  $\tau_{ij}$ ）来解这个方程。然后，我们可以估算一下高铁建成后，北京和海南之间的交通成本（新的  $\tau'_{ij}$ ）会是多少。接着，重新解这个方程，就可以得到一系列新的变量，例如北京和海南的工资水平、人口分布、劳动配置等。

具体来说，通过解这个模型，我们能够了解在新高铁开通后，北京和海南的工资水平如何变化，两地的公司会如何受到影响。同时，我们还可以分析两地的人口变化，劳动分配的变化，以及物价指数的变化。例如，看看北京和海南的物价是否发生了变化，最后还可以计算两地的福利变化。

这个模型甚至可以用来进行一些政策分析。比如说，假设在一些城市腹地修建了更好的交通设施，结果可能会导致这些地区人口外流，反而使得这些地区的经济效率下降，甚至变得更贫困。这种变化可以通过总福利变化的度量来进行检验。

例如，如果我们投资了 100 亿元建设高铁，而两地的福利水平提升了 5%，可以通过 GDP 计算出这些福利变化的回报率。然后，通过将回报与投资进行对比，我们可以判断修建这条高铁是否值得。这就是我们空间经济学模型的一个应用例子，它非常强大，可以用来进行大量有意义的政策分析。

在我们的模型中，还引入了一个外生变量——migration 的成本（cost）。同时，我们发现，中国的“librarian course”在很大程度上受到户籍限制的影响。那么，我们是否可以设想一种政策，能够显著降低甚至消除这些户籍限制？如果这样做，全国人口分布和福利状况将会发生怎样的变化？我们可以通过这种思路进行分析和度量。

我认为这个产品是值得骄傲的，但也需要用批判的视角来看待它。毕竟，在模型中，我们做了很多假设，而这些假设的合理性可能会影响工具的效果和应用价值。因此，大家需要思考，如果这些假设成立，我们可以利用这个工具进行许多非常有趣的分析。





### 3.1 应用 1

#### 研究问题

- 提高流动性总体效应是什么?
  - 迁移可能会提高生产率:
    - 人们迁移到生产力更高的地方。
    - 居住在更高生产力的地点。
    - 提高集聚效应。

接下来，我将简要介绍一个应用案例，尽管我不会讲得非常细致，但可以在迁移（migration）这一领域深入探讨一些。首先，这篇文章由 Brann Morton Brice 撰写<sup>12</sup>，他原本是伦敦政治经济学院的一名经济学家，最近在斯坦福大学进行了相关研究。这项研究基于印尼的数据，探讨了迁移对生产力（productivity）的影响。

研究的主要问题是，如果某种类型的迁移量超过另一种类型，能在多大程度上提高整体的生产力。作者的假设是，迁移应该能够提升国家的生产力水平。

为什么这么认为呢？因为每个人与所在地点之间存在一种匹配度（match）。比如，之前有同学提出一个有趣的题目，叫做“因为一场音乐会而发现一个城市”。这意味着你与某个城市之间可能存在一种默契，或者说某种程度的“八字合不合”。例如，在北京和海南的工作效率可能大不相同。有些人可能在海南的工作效率特别高，一年可以写一本书，而在北京由于空气污染等原因，可能一年只能写一个章节。而另一些人，尤其是做金融行业的，去海南工作可能就很困难，因为环境和资源的匹配度不高。但如果在北京的国贸附近工作，由于各种便利条件，他们的工作效率和产出就会更高。

这种与特定地点的匹配度，在很大程度上决定了个人的生产力。某些地方，特别是沿海城市，自古以来就吸引了大量的人才和资源。这些地区有着丰富的设施和更高的生产力水平，因此，集聚效应使得这些地方更加高效。换句话说，如果没有迁移的自由，国家整体的生产力可能会受到限制；而如果人们能够自由选择迁移地点，那么经济体内的整体生产力就有可能得到提升。

#### 数据

- 记录:
  - 出生地点。
  - 当前所在地。
  - 当前收入。
- 数据来源:
  - 1995 SUPAS（国际人口调查）。
  - 2012 SUSENAS（国家社会经济调查）。
  - 印尼家庭生活调查（IFLS），一项纵向调查。

他们的数据通常包括以下几个方面：首先是你的出生地点，然后是你现在的居住地点，

<sup>12</sup> • Bryan, G., & Morten, M. (2019). The aggregate productivity effects of internal migration: Evidence from Indonesia. *Journal of Political Economy*, 127(5), 2229 – 2268. <https://doi.org/10.1086/701810>



接着是你当前的收入状况。通过这些数据，研究人员可以了解从一个地点迁移到另一个地点（即迁徙）后，个体的收入变化情况。

至于数据来源，我不打算详细说明，但实际上，大家在进行相关研究时，应该拓宽视野，并不局限于中国的资料。很多国外的数据是免费的，值得大家去了解。例如，上次有同学提到了印尼的“摩托车叫车服务”（motorbike red hiring）。这种服务在印尼非常普遍，几乎在大街小巷都能看到“Grab”标志和戴着 Grab 头盔的人。这种服务类似于中国的滴滴打车，但使用的是电动摩托车，租车时必须使用该平台提供的头盔。

有趣的是，印尼街头的交通情况非常特别，摩托车占据了 80% 的道路，而汽车只有 20%。当地的导游形容这种交通状况为“乱中有序”。尽管摩托车常常在道路上穿行，给人一种像大鱼被小鱼推动的感觉，但路面上却没有发生交通事故。当地人认为这种看似混乱的交通其实是有秩序的。如果你对摩托车共享服务感兴趣，甚至认为它可能是中国未来的发展方向，那你可以去印尼等地收集相关数据，了解这个领域的现状，也许能对中国的未来发展提供一些参考。

## 启发性事实 1

- 引力模型：迁移成本影响地点选择。

$$\ln(\pi_{dot}) = \delta_{dt} + \delta_{ot} + \beta \ln(\text{dist}_{do}) + \epsilon_{dot},$$

- 两个地点之间距离减少 10% 会导致迁移流动比例增加 7%。

文章首先进行了一些简单的回归分析，主要聚焦于不同地区之间的迁移比例。例如，研究发现，北京到海南的迁移比例约为 2%，而海南到北京的迁移比例则为 10%。这些迁移比例与两地之间的距离呈负相关关系。作者估算了迁移比例与距离之间的关系，得出结论：如果两地之间的距离减少 10%，两地的迁移流量将增加 7%。这一结果并不令人惊讶，因为从图表中可以看出，迁移遵循引力模型的规律，即距离减少时，迁移流量会增加。

## 启发性事实 2

- 迁移成本会创造生产率楔子：

$$\ln(\overline{\text{wage}}_{dot}) = \delta_{dt} + \delta_{ot} + \beta \ln(\text{dist}_{do}) + \epsilon_{dot}.$$

- 离出生地更远的人工资更高。
- 距离增加一倍会导致平均工资增加 3%。
- 表明需要补偿以诱导人们远离家乡工作。

这段话的核心是讲述了迁移距离与工资之间的关系，尤其是当我们用回归分析来探索这个关系时。具体来说，研究发现迁移距离越远，工资反而越高，表明人们选择迁移的决定并不仅仅是基于距离，而是考虑到了潜在的经济补偿。

如果我们做回归分析，把迁移的距离（比如从北京到海南）和工资放在一起，你会发现距离越远，工资增长的幅度也越大。例如，回归结果可能显示，迁移每增加一定距离，工资可能增加 3%。这种现象表明，迁移到更远的地方，往往能获得更高的薪酬。

这也反映出一个选择性的问题：如果你愿意从北京迁移到海南，肯定是因为海南提供了较高的工资或其他重要的激励。相比于从北京迁移到河北，这样的迁移成本显然更高，原因



可能是海南提供了更强的经济吸引力，哪怕它距离更远。

总的来说，这段话的意思是，工资随迁移距离增加而上涨，是因为迁移的选择往往是基于能获得更高经济回报的考虑，特别是在工资方面。

## 3.2 一个简单模型

- 一个工作场所具有生产率和便利性：
  - 生产率  $w_j$ ; 便利性  $a_j$ ,  $j$  表示北京。
  - 工资:  $w_j$ 。
  - 技能水平: 适用于地点  $j$  的人。
  - 迁移成本:  $\tau_{ij}$ , 表示从  $i$  地到  $j$  地工作的成本。
  - 效用:  $a_j w_j S_{ij} (1-\tau_{ij})$ 。

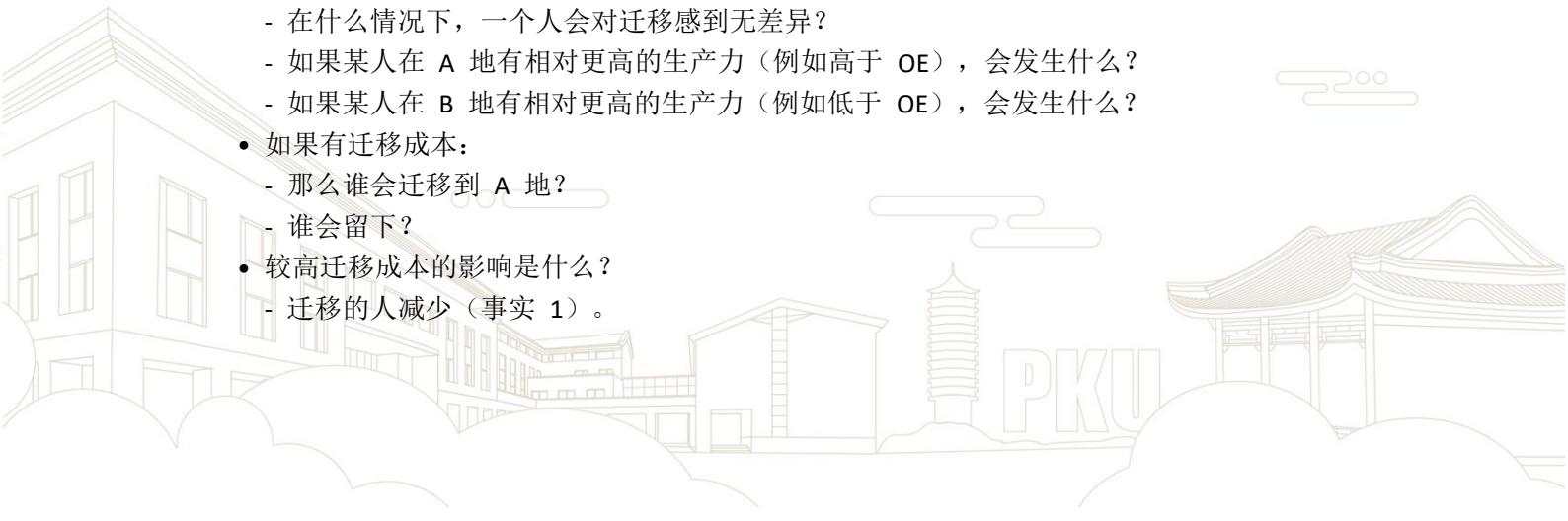
这位作者使用了一个简化模型 (toy model) 来解释这一现象，当然，这个现象还有一些有趣的比较，但考虑到时间有限，我没有把所有内容都放在这里。首先，我来讲一下这个模型。模型假设每个工人都有两个属性：一个是生产力属性 (productivity attribute)，记作  $w_j$ ; 另一个是环境属性 (amenity attribute)，记作  $A_j$ 。此外，每个人还有一个技能水平 (skill level)。

在这个模型中，生产力由  $w_j$  表示，而环境属性  $A_j$  反映了一个地方的生活条件。模型还假设每个工人和所处的地方之间存在一个匹配质量 (matching quality)，记作  $S_j$ 。这个匹配质量表示工人与所处地点的契合度。简单来说，工人的生产力和所在地方的匹配程度会影响他们的整体生产力。因此，工人的生产力与匹配质量相乘，再与地方的环境属性  $A_j$  相乘，得到该地方的效用 (utility)。

此外，模型还考虑到迁移的因素。如果工人选择迁移到其他地方，他们需要考虑迁移的成本，包括交通成本等。如果目的地离当前位置较远，那么迁移后的效用会相应降低。

### 聚焦工资和技能（暂时忽略便利设施）

- A 和 B 地区的工资是预先确定的。
- 技能是个体特有的。
- 假设有很多人，他们的技能分布不同。
- 由于技能和地点的匹配，分布取决于地点。
- 假设一个出生于 B 的人，称其为海南。北京用 A 表示。
- 如果没有迁移成本：
  - 假设  $w_A > w_B$ 。
  - 在什么情况下，一个人会对迁移感到无差异？
  - 如果某人在 A 地有相对更高的生产力（例如高于 OE），会发生什么？
  - 如果某人在 B 地有相对更高的生产力（例如低于 OE），会发生什么？
- 如果有迁移成本：
  - 那么谁会迁移到 A 地？
  - 谁会留下？
- 较高迁移成本的影响是什么？
  - 迁移的人减少（事实 1）。





- 对于确实迁移的人，他们赚取了更高的工资（事实 2）。

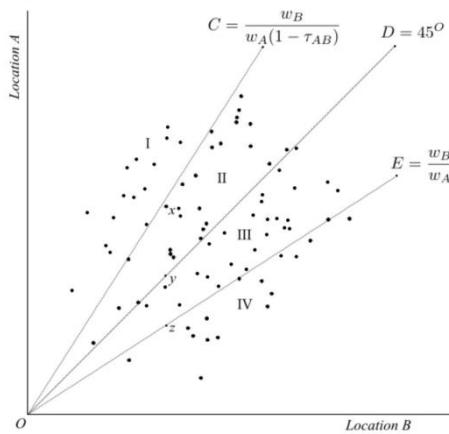


FIG. 2.—Productivity and location choices of people born in location B

## 基于完整模型的发现

- 移除所有摩擦，预测总生产率将提高 22%。
  - 差异较大：收益峰值为 104%。
- 将迁移摩擦降低到美国水平，总生产率将提高 7.1%。
  - 收益最多的地区总生产率提高 25%。

在考虑迁移问题时，我们通常会比较两种选择：迁移和不迁移。对于每个人来说，做出迁移决策时，会考虑迁移后的目的地效用与不迁移时的效用。假设有很多人，他们在不同地点的效用（生产力）是随机分布的。比如，在一个散点图中，横轴代表一个人和北京的生产力水平，纵轴则表示他们和海南的生产力水平。如果某个人在北京的生产力较高，而在海南的生产力较低，他会出现在散点图的一个点上。如果某个人在北京的生产力一般，但在海南的生产力很高，那么他会出现在另一个点上。

不同的人在选择是否迁移时会有不同的决策标准。假设某人目前在海南，考虑是否迁移到北京，他的决策依据就是他的生产力阈值。如果他的生产力在北京足够高，那么他就会选择迁移。我们可以通过公式计算出一个“临界点”——即这个人选择迁移的条件。简单来说，经济学家用效用数值来描述人的决策行为，比较不同选择的效用值，选择效用更高的方案。

假设在没有考虑其他因素（如迁移成本）和设施优势（如环境质量）时，迁移的决策仅仅取决于两个地方的工资差异。如果我们忽略迁移成本，决定迁移的关键在于目的地的工资是否足够吸引人。例如，如果北京的工资比海南的工资高，且大于某个临界值，那么迁移到北京的效用就会大于留在海南的效用，这时他就会选择迁移。如果考虑迁移成本，事情就复杂一些。迁移成本会影响一个人的决策。具体来说，如果我们增加了迁移成本，决定迁移的人的标准就会更高，也就是说，只有那些在新地点能获得更高工资的人才会选择迁移。此时的选择边界会从原来的位置（不考虑迁移成本）向上移动，表示更多的收入需求才能激励人们迁移。

这一现象解释了两个研究发现：第一，迁移成本的增加会使得愿意迁移的人减少；第二，迁移之后的工资通常更高，因为只有高生产力的人才能迁移到工资更高的地方。因此，迁移的过程中存在一种“选择效应”，即迁移到新地区的人通常是因为那里提供了更高的工资。

在一些研究中，如果我们去除所有摩擦因素（例如取消户籍制度等），可以显著增加迁移率，从而提高总的生产力水平。例如，通过消除中国的迁移障碍，生产力可以提高 22%。不同地区的生产力增幅差异很大，某些地方可能增幅达到 10%，而有的地方则可能是负增长。



进一步地，如果不完全消除所有摩擦，而是将迁移障碍降低到像美国那样的低水平（美国是全球移民阻力最低的国家），生产力仍然可以提高 7.1%。这些结果表明，消除迁移障碍对生产力的提高具有显著作用。

总结一下，今天的讲解从数据中看到了距离在迁移决策中的重要性，并基于引力模型发展出了一个空间经济学模型。该模型能够帮助回答一些传统经济学工具无法解答的问题，通过结构方程的估计，揭示了迁移与工资差异、距离、生产力等因素之间的关系。

