

백준 17427 약수합 2

문제: 두 자연수 A 와 B 가 있을 때, $A = BC$ 를 만족하는 자연수 C 를 A 의 약수라고 한다. 예를 들어, 2의 약수는 1, 2가 있고, 24의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24가 있다. 자연수 A 의 약수의 합은 A 의 모든 약수를 더한 값이고, $f(A)$ 로 표현한다. x 보다 작거나 같은 모든 자연수 y 의 $f(y)$ 값을 더한 값은 $g(x)$ 로 표현한다.

자연수 N 이 주어졌을 때, $g(N)$ 을 구해보자.

입력: 첫째 줄에 자연수 $N(1 \leq N \leq 1,000,000)$ 이 주어진다.

출력:

출력

첫째 줄에 $g(N)$ 을 출력한다.

예제 입력 1 복사

1

예제 출력 1 복사

1

예제 입력 2 복사

2

예제 출력 2 복사

4

예제 입력 3 복사

10

예제 출력 3 복사

87

예제 입력 4 복사

70

예제 출력 4 복사

4065

예제 입력 5 복사

10000

예제 출력 5 복사

82256014

처음에 문제 이해부터 되지 않아 구글링을 해본 결과 다음과 같았다. 3을 입력할 경우 1의 약수 {1} + 2의 약수 {1,2} + 3의 약수 {1,2,3} = 1+3+5가되어 9를 출력하는 것이다. N 이 100이면 1부터 100까지 반복이다. 즉 1부터 100까지 약수의 개수 합을 모두 더해야 한다. 하지만 이 과정에서도 만약 5의 약수의 총합을 구할 때 1부터 5까지 전부 검사하

며 약수인지 확인하면 시간 복잡도가 좋지 않을 것이라고 생각했다. 따라서 처음에 36이라면 36/2인 2부터 18까지만 검사해 약수인지 확인하고 1과 36을 더해주는 방식으로 구했다. 이렇게 구해도 되는 이유는 약수는 서로 처음과 끝 부분들이 항상 짝을 이루기에 $1 \times n = 2 \times (n/2)$ 가 짝이 되는 것이다. 하지만 이 과정에서 n 이 무수히 크면 시간 복잡도가 좋지 않기 때문에 시간초과가 나왔다. (시간 복잡도 n^2)

```
    }  
    else {  
        for (int i = 2; i <= num / 2; i++) {  
            if (num % i == 0) {  
                sum += i;  
            }  
        }  
        sum += num + 1; // 자기 자신과 1을 더함  
    }  
}
```

지피티의 영감을 통해 다음과 같은 방법을 알게 되었다. 배수를 이용하여 1~ n 까지의 배열에 다 더해주는 것이다. 예를 들어 입력이 6이라 해보자. 1일 때 {1,2,3,4,5,6}인덱스에 모두 1을 더하는 것이다. 1은 모든 수의 약수이기 때문이다. 2일때는 {2,4,6} 즉 2의 배수 인덱스에 2를 더하는 것이다. 3도 마찬가지로 {3,6} 인덱스에 3을 더한다. 4는 {4}에만 4를 더하고 5는 {5}에 6은{6}에 다 더하는 것이다. 마지막으로 모든 배열 인덱스 안에 수를 다 더하면 답이 되는 것이다.

```
// 1부터 num까지의 모든 수에 대해 약수의 합을 미리 계산  
for (int i = 1; i <= num; i++) {  
    for (int j = i; j <= num; j += i) {  
        divisorSum[j] += i;  
    }  
}
```

즉 이는 $O(n \log n)$ 이 된다.

이를 구현하고 앞으로의 약수의 개수 문제가 나온다면 배수의 성질을 이용해야 겠다 생각했다. 배수 부분만 확인을 하면 되기에 효율적이기에 꼭 기억해야겠다.