

基于 Matlab 的 AR 模型参数估计 *

陈国强 赵俊伟 黄俊杰 刘万里

河南理工大学

摘 要 : 基于 Matlab 用时间序列的最小二乘估计和 FPE、AIC、BIC 准则对 AR(n)模型进行参数估计。用实例说明运用 Matlab 进行 AR(n)参数估计 , 编程简单 , 分析直观。

关键词 : 参数估计 , 检验准则 , Matlab , AR 模型

Matlab-based Parameter Estimation of AR Model

Chen Guoqiang Zhao Junwei Huang Junjie et al

Abstract : Based on Matlab , parameters of AR(n) model are estimated under the evaluation criterions of FPE , AIC and BIC. The example shows that the parameter estimation of AR model using Matlab is convenient because of simple programming and visual analysis.

Keywords : parameter estimation , evaluation criterion , Matlab , AR model

1 引言

模型参数估计和适用性检验是时间序列分析中极其重要的内容^[1]。在参数估计和适用性检验中 , 往往要进行大量的数学运算。采用 Fortran、C 等编制程序 , 使用时既需要对算法进行深刻地了解 , 又需要熟练地掌握所用语言的语法和编程技巧 , 给工程应用人员的使用增加了难度。而 Matlab 语言强大的计算和图形处理功能使得许多应用领域的各种计算、演算、模拟等工作变得简单 , 是数据处理的强有力工具^[2 3]。本文对基于 Matlab 的时间序列 AR(n)模型的参数估计和适用性检验进行了讨论。

2 AR(n)模型参数估计与检验准则^[2]

对于时间序列 { x_t } , t = 1 2 ... , N , 其 AR(n)为

$$x_t = \phi_1 x_{t-1} + \phi_2 x_{t-2} + \dots + \phi_n x_{t-n} + a_t , a_t \sim \text{NID}(0 , \sigma_a^2) \tag{1}$$

参数估计就是按照一定的方法估计出 $\phi_1 , \phi_2 , \dots , \phi_n , \sigma_a^2$ 这 n + 1 个参数。由于有

$$a_t = x_t - \phi_1 x_{t-1} - \phi_2 x_{t-2} - \dots - \phi_n x_{t-n} \tag{2}$$

$$\sigma_a^2 = \frac{1}{N - n_{t=n+1}} \sum_{i=1}^n (x_t - \sum_{i=1}^n \phi_i x_{t-i})^2 \tag{3}$$

于是 , 一旦估计出 ϕ_i , 就可以按照式(3)估计出 σ_a^2 , 因此 AR(n)模型的参数估计即是指对 $\phi_1 , \phi_2 , \dots , \phi_n$ (t = 1 2 ... , n)这 n 个参数的估计。

参数估计的方法分为直接法和间接法两类 : 直接法包括最小二乘法、解 Yule-Walker 方程法、Ul-

rych-Clayton 法等 ; 间接法包括 LUD 法、BSMF 法、Burg 法等。

上述方法中 , 用最小二乘法进行参数估计非常简单 , 参数估计无偏 , 精度高 , 可表示为如下方程组

$$Y = X\phi + a$$

式中 , $Y = [x_{n+1} \ x_{n+2} \ \dots \ x_N]^T$, $\phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_n]^T$, $a = [a_{n+1} \ a_{n+2} \ \dots \ a_N]^T$

$$X = \begin{bmatrix} x_n & x_{n-1} & \dots & x_1 \\ x_{n+1} & x_{n+2} & \dots & x_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \dots & x_{N-n} \end{bmatrix} \tag{4}$$

则 ϕ 的最小二乘估计为

$$\phi = (X^T X)^{-1} X^T Y \tag{5}$$

模型的适用性检验准则有白噪声检验准则、参余平方和检验准则、Akaike 信息检验准则等。本文以直接最小二乘估计和 Akaike 信息检验准则的 FPE (Final Prediction Error) , AIC (An Information Criterion) , BIC 准则结合具体的实例进行讨论。

FPE 准则函数 :

$$FPE(n) = \frac{N + n}{N - n} \sigma_a^2 \tag{6}$$

AIC 准则函数 :

$$AIC(n) = N \ln \sigma_a^2 + 2n \tag{7}$$

BIC 准则函数 :

$$BIC(n) = N \ln \sigma_a^2 + n \ln N \tag{8}$$

在各自的准则函数取得最小值时的模型为适用模型。

3 实例分析

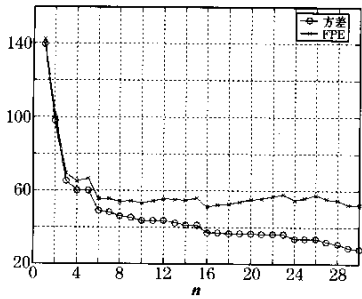
由表 1 所示的时间序列 , 建立 AR(n)模型 , 编写 Matlab 程序进行计算 , n 从 1 到 30 运用最小二乘

* 河南省自然科学基金资助项目(项目编号 03011050800)
河南理工大学博士基金资助项目(项目编号 648141)
收稿日期 2004 年 7 月

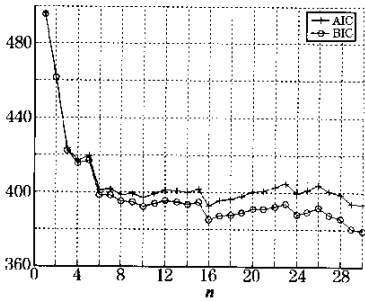
法进行计算,得到 σ_a^2 和 FPE、AIC、BIC 准则函数曲线 (见图 1)。

表 1 时间序列

162	175	162	156	174	157	154	177	159	171
166	162	171	183	163	152	165	175	167	170
170	167	171	164	163	170	164	162	167	166
153	173	158	174	170	167	157	178	163	163
158	154	149	178	160	164	160	171	153	178
160	155	169	165	161	166	169	172	169	161
163	171	171	163	171	165	159	161	157	161
175	151	164	180	162	153	182	158	166	178
169	161	174	155	165	167	165	165	169	165
162	151	171	169	157	173	163	161	168	152



(a)



(b)

图 1 σ_a^2 和准则函数曲线

从图中可以得出如下结论:①随着模型阶次的升高, σ_a^2 的总体趋势是下降的(见图 1a),在 n 较小时,下降很快,随着 n 的增加,下降趋势变慢,直到 $n = N/2$ (N 为偶数)时下降为 0;②检验准则函数的变化趋势与 σ_a^2 十分相似(见图 1b);③不论用哪种准则进行检验,都是在 $n = 16$ 时模型最为合适。

AR(16)模型参数估计如下:

$$\phi = \begin{bmatrix} -0.0294 & -0.0477 & 0.2240 & 0.0990 & -0.1068 \\ 0.3678 & -0.2224 & 0.2454 & 0.0979 & -0.0022 \\ 0.0262 & -0.0250 & 0.0990 & -0.0041 & 0.0793 \\ 0.1972 \end{bmatrix}^T$$
$$\sigma_a^2 = 0.3686$$

4 Matlab 程序

数据文件 data.txt 为一文本文件,其内容如表 1 所示。主要计算程序如下:

```
N = 100; %数据个数
fn = fopen('data.txt','r'); %打开文件
xt = fscanf(fn,'%f'); %读如数据
fclose(fn); %关闭文件
for n = 1 : 30
    Y = xt;
    Y(1:n)=[ ];
    m = N-n; X=[ ]; %构造系数矩阵 X
    for i = 1 : m
        for j = 1 : n
            X(i,j)=x(n+i-j);
        end
    end
    %待估计参数
    fai = inv(X' * X) * (X' * Y)
    %方差
    Delta(n) = (Y - X * fai)' * (Y - X * fai) / (N - n);
    % FPE 准则
    criterion(n,1) = (N + n) * Delta / (N - n);
    % AIC 准则
    criterion(n,2) = N * log(Delta) + 2 * n;
    % BIC 准则
    criterion(n,3) = N * log(Delta) + n * log(log(N));
end
... ..
```

5 结语

- (1)对于 AR(n)模型适用性检验,运用 Akaike 信息检验准则的 FPE、AIC 和 BIC 准则得出的模型阶次相差不大,准则函数的趋势基本相同。
- (2)Matlab 具有强大的数据和图形处理功能,运用 Matlab 进行时间序列分析,思路简单,编程方便,可显著提高数据处理效率。

参考文献

1 杨叔子,吴雅等.时间序列分析.武汉:华中理工大学出版社,1994

2 导向科技. MATLAB 6.0 程序设计与实例应用.北京:中国铁道出版社,2001

3 董言治,刘松涛等.基于 Matlab 的时间序列分析和动态数据建模.计算机工程,2003,29(12):170~172

第一作者:陈国强,硕士,河南理工大学机械工程系,454000 河南省焦作市