

19. Demostrar que cualquier matriz $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ puede factorizarse como $A = QL$, con Q ortogonal y L triangular inferior.

Sugerencia: considerar la factorización QR de la matriz A con las columnas de A en orden inverso, es decir, de AP , con P una matriz de permutación conveniente.

$$P = \begin{bmatrix} & & 1 \\ & \ddots & \\ 1 & & \end{bmatrix}$$

$$A = QR \quad \Leftrightarrow \quad AP = QRP$$

$$\Leftrightarrow \quad AP = QIRP$$

$$\Leftrightarrow \quad AP = QPPRP$$

$$\Leftrightarrow \quad AP = Q'L \quad \text{con } Q' = QP, \quad L = PRP$$

Falta ver que:

- QP ortogonal
- $PP = I$
- PRP tri. inf.