

2. Se define el *radio espectral* $\rho(A)$ de A por $\rho(A) := \max\{|\lambda|; \lambda \text{ es autovalor de } A\}$. Demostrar que $\rho(A) \leq \|A\|$ para cualquier norma consistente. inducida

Sea $\|\cdot\|$ una norma inducida.

$$\|A\| = \max_{x \neq 0} \frac{\|Ax\|}{\|x\|}$$

Sea λ autovalor de A tq $|\lambda| > |\lambda'| \forall \lambda'$ autovalor de A .
Es decir $|\lambda| = \max\{|\lambda| : \lambda \text{ autovalor de } A\} = \rho(A)$.

Sea $v \neq 0$ autovector de A asociado a λ .

$$\|A\| \geq \frac{\|Av\|}{\|v\|} = \frac{\|\lambda v\|}{\|v\|} = |\lambda| \cdot \frac{\|v\|}{\|v\|} = |\lambda| = \rho(A)$$