

1. Sean $a, b \in \mathbb{R}^n$ fijos. ¿Qué número real t hace que $\|a - tb\|_2$ sea mínimo?

$$\|a - tb\|_2 = \|tb - a\|_2$$

Ecuaciones normales

$$\min_x \|Ax - b\|_2 \rightsquigarrow A^T A x = A^T b$$

En este caso tenemos las letras invertidas y A es un vector en vez de una matriz. Buscamos $t \in \mathbb{R}$ en vez de $x \in \mathbb{R}^n$.

$$\min_{t \in \mathbb{R}} \|tb - a\|_2 \rightsquigarrow t \in \mathbb{R} \text{ / } b^T b t = b^T a$$

Si $b = 0$ cualquier t minimiza.

Si $b \neq 0$:

$$b^T b t = b^T a \quad \Leftrightarrow \quad t = \frac{b^T a}{b^T b} = \frac{b^T a}{\|b\|_2^2}$$