

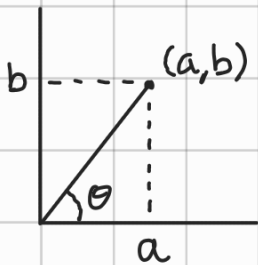
11. Sea  $b \neq 0$  y la matriz  $A$  definida de la siguiente manera. Mostrar que si  $A$  es ortogonal, entonces sus elementos se pueden tomar como senos y cosenos de un ángulo  $\theta$ .

$$A = \begin{pmatrix} a & b \\ -b & c \end{pmatrix}$$

$$AA^{-1} = AA^T = \begin{bmatrix} a & b \\ -b & c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} a & -b \\ b & c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a^2+b^2 & -ab+bc \\ -ab+bc & b^2+c^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} a^2+b^2 = 1 \\ -ab+bc = 0 \\ b^2+c^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow bc = ab \stackrel{b \neq 0}{\Rightarrow} a = c$$

$A$  ortogonal  $\Rightarrow$  filas y columnas tienen norma 1.



$$\begin{aligned} \sin \theta &= b / \|(a, b)\|_2 = b \\ \cos \theta &= a / \|(a, b)\|_2 = a \end{aligned}$$

$$A = \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$