9. Sea A inversible. Mostrar que si A es diagonalizable, entonces también lo son A^{-1} y A^t.

A diagonalizable $\Rightarrow \exists D$ diagonal, $\exists S$ inversible tq $A = SDS^{-1}$.

A inversible $\Rightarrow \det(A) \neq 0$

$$\det(A) = \det(SDS^{-1}) = \det(S) \cdot \det(D) \cdot \det(S^{-1})$$
$$= \underbrace{\det(S) \cdot \det(S)^{-1}}_{1} \cdot \det(D) = \det(D) \neq 0 \Rightarrow D \text{ inversible}$$

$$A^{-1} = (SDS^{-1})^{-1} = (S^{-1})^{-1} (SD)^{-1} = SD^{-1}S^{-1}$$

$$A^T = (SDS^{-1})^T = (S^{-1})^T (SD)^T = (S^T)^{-1} D^T S^T = (S^T)^{-1} D S^T$$