1. Sean $x, y \in \mathbb{R}^n$.

a) ¿Qué quiere decir que x sea ortogonal a y?

b) Probar que $x \perp y$ (x, y no nulos) $\Rightarrow \{x, y\}$ es l.i.

c) Dar un ejemplo de 2 vectores en $\mathbb{R}^3$ que sean ortogonales, y 2 que no lo sean.

d) ¿Es cierto que $\perp$ define una relación transitiva en $\mathbb{R}^n$?

a) $x^T y = 0$

b)

$$\alpha x + \beta y = 0 \iff x^T(\alpha x + \beta y) = x^T 0 = 0$$
$$\iff \alpha x^T x + \beta x^T y = 0$$
$$\iff \alpha x^T x = 0 \qquad x \perp y \Rightarrow x^T y = 0$$
$$\iff \alpha = 0 \qquad x \text{ no nulo}$$

$$\alpha = 0 \Rightarrow \beta y = 0 \iff \beta = 0 \qquad y \text{ no nulo}$$

$$\alpha x + \beta y = 0 \Rightarrow \alpha = \beta = 0 \Rightarrow x, y \text{ LI}$$

c)

Todos los vectores de la base canónica son ortogonales entre sí.

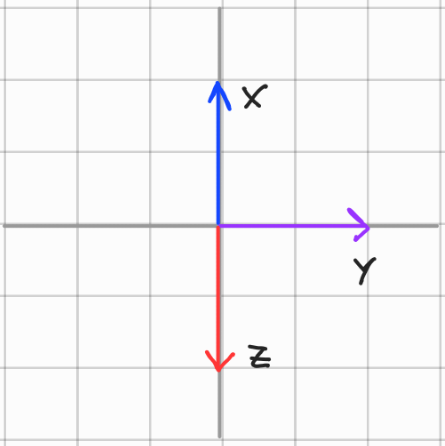
$$(1,0,0) \cdot (0,1,0) = 0$$
$$(1,0,0) \cdot (0,0,1) = 0$$

Cualquier par de vectores que tienen la misma dirección pero distinta norma (está escalado) no son ortogonales.

$$x \in \mathbb{R}^3 \qquad y = \alpha x \qquad x^T y = x^T \alpha x = \alpha x^T x = \alpha \|x\|_2^2 \neq 0 \quad \forall x \neq 0$$

d) Falso: $\perp$ no es transitiva

Contraejemplo en $\mathbb{R}^2$



$$X \perp Y \ \wedge \ Y \perp Z \ \not\Rightarrow \ X \perp Z$$