



DEPARTAMENTO
DE COMPUTACION

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

Práctica 2

Lógica Digital

1er cuatrimestre 2022

Organización del Computador 1

Integrante	LU	Correo electrónico
Jonathan Bekenstein	348/11	jbekenstein@dc.uba.ar



Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Universidad de Buenos Aires

Ciudad Universitaria - (Pabellón I/Planta Baja)

Intendente Güiraldes 2610 - C1428EGA

Ciudad Autónoma de Buenos Aires - Rep. Argentina

Tel/Fax: (++54 +11) 4576-3300

<http://www.exactas.uba.ar>

Índice

1. Ejercicio 1	2
1.a.	2
1.b.	2
2. Ejercicio 2	2
3. Ejercicio 3	3
3.a.	3
3.a.1. NOT	3
3.a.2. AND	3
3.a.3. OR	3
3.b.	4
3.b.1. NOT	4
3.b.2. AND	4
3.b.3. OR	5
4. Ejercicio 4	5
5. Ejercicio 5	5
6. Ejercicio 6	5
6.a.	6
6.b.	6
7. Ejercicio 7	7
8. Ejercicio 8	8
9. Ejercicio 9	9

1. Ejercicio 1

Calculando las tablas de verdad podemos ver la equivalencia de las fórmulas booleanas.

1.a.

$$p = (p.q) + (p.\bar{q})$$

p	q	$(p.q)$	$+$	$(p.\bar{q})$
0	0	0	0	0
0	1	0	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	1	0

1.b.

$$x.z = (x + y).(x + \bar{y}).(\bar{x} + z)$$

x	y	z	$x.z$	$(x + y)$	$.$	$(x + \bar{y})$	$.$	$(\bar{x} + z)$
0	0	0	0	0	0	1	0	1
0	0	1	0	0	0	1	0	1
0	1	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	0	1	0	0	0	1
1	0	0	0	1	1	1	0	0
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	1	1	1

2. Ejercicio 2

Resolviendo mediante propiedades llegamos a 2 fórmulas que a priori no parecen ser equivalentes. Notar en la última línea que a la izquierda tenemos $\bar{y}.\bar{z}$ mientras que a la derecha tenemos $\bar{y}.z$.

$$x \oplus (y.z) = (x \oplus y).(x \oplus z)$$

$$\bar{x}.y.z + x.\bar{y}.\bar{z} = (\bar{x}.y + x.\bar{y}).(\bar{x}.z + x.\bar{z})$$

$$\bar{x}.y.z + x.\bar{y}.\bar{z} = (\bar{x}.y + x.\bar{y}).\bar{x}.z + (\bar{x}.y + x.\bar{y}).x.\bar{z}$$

$$\bar{x}.y.z + x.\bar{y}.\bar{z} = \bar{x}.y.\bar{x}.z + x.\bar{y}.\bar{x}.z + \bar{x}.y.x.\bar{z} + x.\bar{y}.x.\bar{z}$$

$$\bar{x}.y.z + x.\bar{y}.\bar{z} = \bar{x}.y.z + x.\bar{y}.\bar{z}$$

Calculamos la tabla de verdad para verificar.

x	y	z	x	\oplus	$(y.z)$	$(x \oplus y)$	$.$	$(x \oplus z)$	
1	1	1	1	0	1	0	0	0	
1	1	0	1	1	0	0	0	1	✖
1	0	1	1	1	0	1	0	0	✖
1	0	0	1	1	0	1	1	1	
0	1	1	0	1	1	1	1	1	
0	1	0	0	0	0	1	0	0	
0	0	1	0	0	0	0	0	1	
0	0	0	0	0	0	0	0	0	

Conclusión: la propiedad planteada es falsa.

3. Ejercicio 3

3.a.

Verdadero, con el operador NAND ($p|q = \overline{p \cdot q}$) podemos representar todas las funciones booleanas: AND, OR, NOT.

Recordemos la tabla de verdad del NAND.

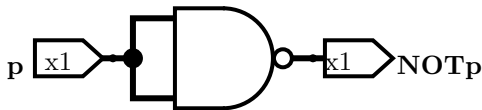
p	q	$p \cdot q$	$p q = \overline{p \cdot q}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

3.a.1. NOT

Utilizando la misma entrada 2 veces en un NAND podemos obtener un NOT.

$$p|p = \bar{p}$$

p	$p p$	\bar{p}
0	1	1
1	0	0

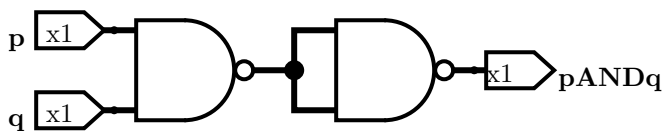


3.a.2. AND

Utilizando el NOT ya construido, podemos encadenarlo a la salida de un NAND para cancelar su negación y así obtener el resultado original del AND.

$$(p|q)|(p|q) = p \cdot q$$

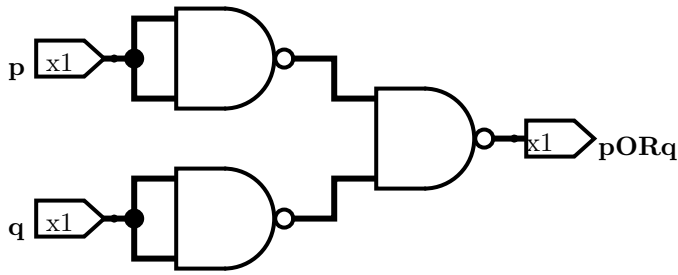
p	q	$p q$	$(p q) (p q)$	$p \cdot q$
0	0	1	0	0
0	1	1	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	1



3.a.3. OR

$$(p|p)|(q|q) = \bar{p}|\bar{q} = \overline{\bar{p} \cdot \bar{q}} = \bar{\bar{p} + \bar{q}} = p + q$$

p	q	$(p p)$		$(q q)$	$p + q$
0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	1
1	1	0	1	0	1



3.b.

Verdadero, con el operador NOR ($p \downarrow q = \overline{p + q}$) podemos representar todas las funciones booleanas: AND, OR, NOT.

Recordemos la tabla de verdad del NOR.

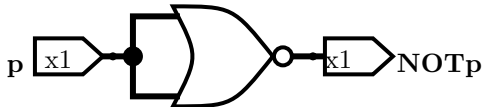
p	q	$p + q$	$p \downarrow q = \overline{p + q}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

Observemos que los circuitos para armar las funciones booleanas utilizando solo la compuerta NOR son análogos a los utilizando con la compuerta NAND.

3.b.1. NOT

$$p \downarrow p = \bar{p}$$

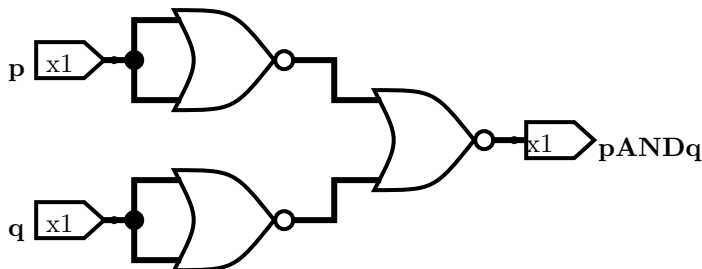
p	$p \downarrow p$	\bar{p}
0	1	1
1	0	0



3.b.2. AND

$$(p \downarrow p) \downarrow (q \downarrow q) = \bar{p} \downarrow \bar{q} = \overline{\bar{p} + \bar{q}} = \overline{\bar{p} \cdot \bar{q}} = p \cdot q$$

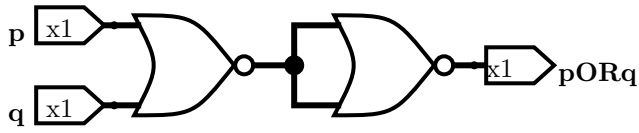
p	q	$(p \downarrow p)$	\downarrow	$(q \downarrow q)$	$p \cdot q$
0	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	1	0	1	0	1



3.b.3. OR

$$(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q) = (\overline{p+q}) \downarrow (\overline{p+q}) = \overline{\overline{p+q}} = p+q$$

p	q	$p \downarrow q$	$(p \downarrow q) \downarrow (p \downarrow q)$	$p+q$
0	0	1	0	0
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
1	1	0	1	1

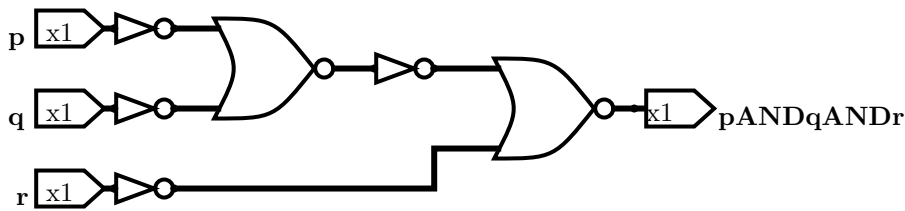


4. Ejercicio 4

Resuelto en el ejercicio 3.

5. Ejercicio 5

p	q	r	$p \cdot q \cdot r$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1



6. Ejercicio 6

A	B	C	$F(A, B, C)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Nota: La tabla de verdad fue ordenada para una lectura más fácil.

6.a.

$$F(A, B, C) = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A.\overline{B}.C + A.B.C$$

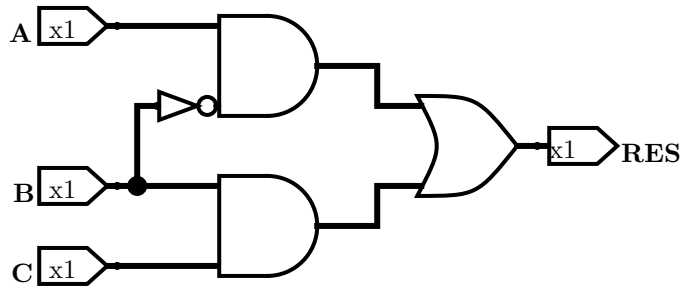
La implementación literal requiere un total de 15 compuertas: 3 OR, 8 AND y 4 NOT.

6.b.

$$F(A, B, C) = \overline{A}.B.C + A.\overline{B}.\overline{C} + A.\overline{B}.C + A.B.C = B.C(A + \overline{A}) + A.\overline{B}(\overline{C} + C) = B.C + A.\overline{B}$$

La implementación optimizada requiere un total de 4 compuertas: 1 OR, 2 AND y 1 NOT.

A	B	C	B.C	+	A. \overline{B}
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	1	1
1	0	1	0	1	1
1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0



7. Ejercicio 7

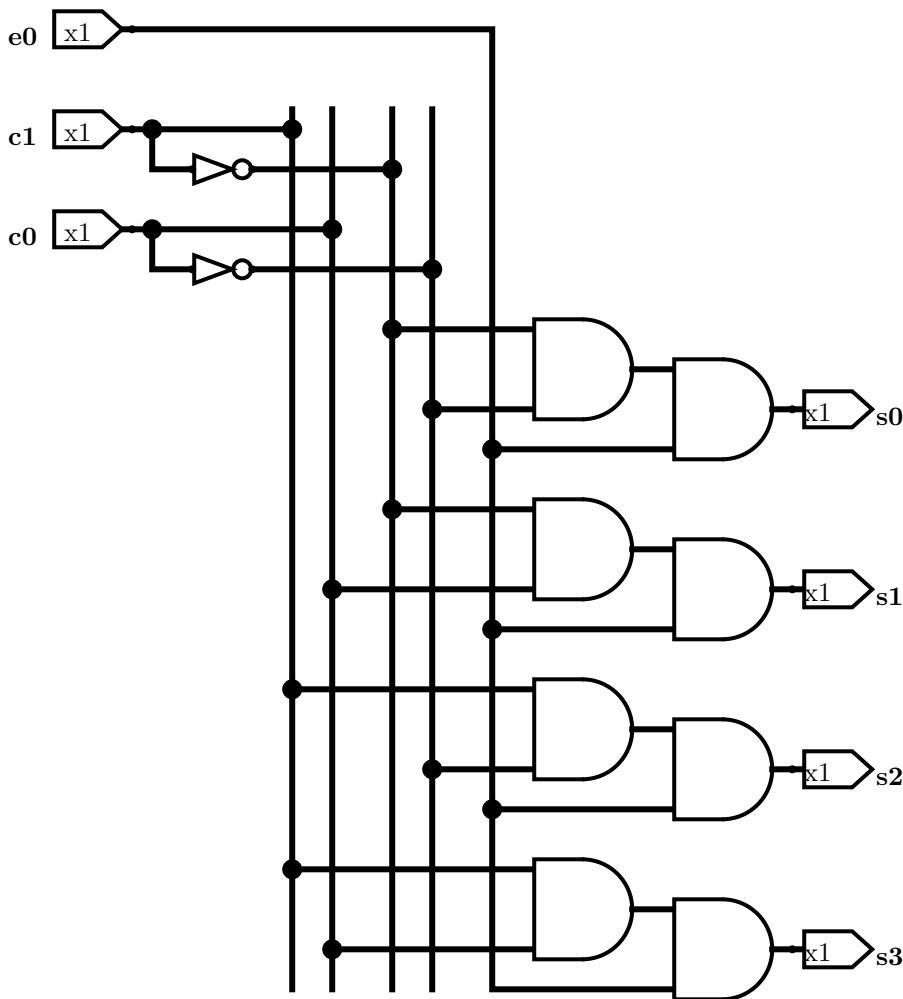
En la primera tabla de verdad planteamos una columna para cada valor explícito de e_0 . En la segunda tabla eliminamos esta columna y en cambio planteamos e_0 como el valor de salida cuando las líneas de control computan a 1 para esa fila. Es decir, dada la fórmula booleana para cada salida, primero vemos si el AND entre las 2 líneas de control daría 1, y solo en ese caso el resultado final va a ser determinado por e_0 . En todos los otros casos, como el AND entre las líneas de control da 0, es indistinto el valor de e_0 y la salida va a ser siempre 0.

c_1	c_0	e_0	s_0	s_1	s_2	s_3
0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0
1	1	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	1

c_1	c_0	s_0	s_1	s_2	s_3
0	0	e_0	0	0	0
0	1	0	e_0	0	0
1	0	0	0	e_0	0
1	1	0	0	0	e_0

Podemos plantear las siguientes fórmulas booleanas para cada una de las salidas.

$$s_0 = \overline{c_1} \cdot \overline{c_0} \cdot e_0 \quad s_1 = \overline{c_1} \cdot c_0 \cdot e_0 \quad s_2 = c_1 \cdot \overline{c_0} \cdot e_0 \quad s_3 = c_1 \cdot c_0 \cdot e_0$$



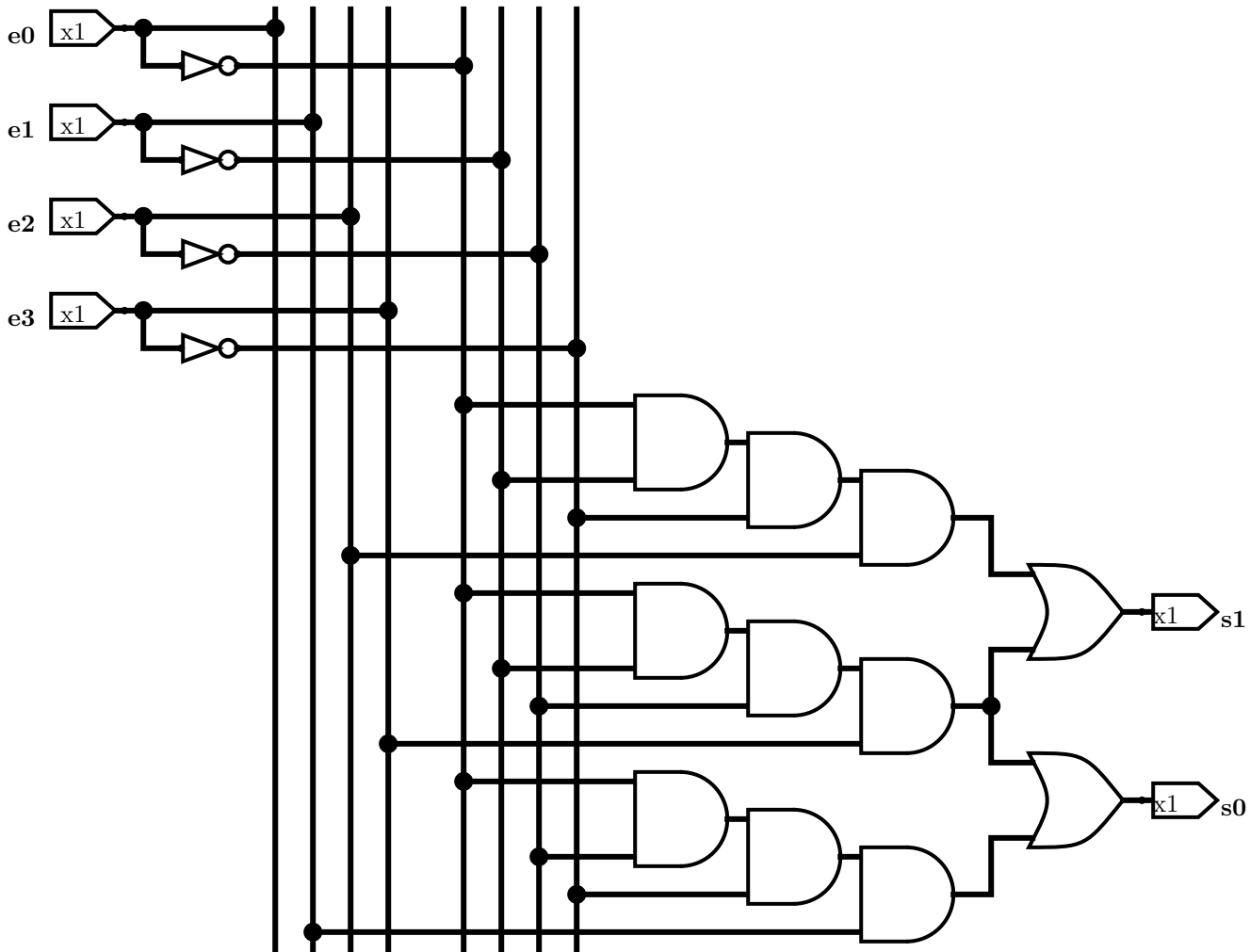
8. Ejercicio 8

e_0	e_1	e_2	e_3	s_1	s_0
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1

$$s_1 = \overline{e_0} \cdot \overline{e_1} \cdot e_2 \cdot \overline{e_3} + \overline{e_0} \cdot \overline{e_1} \cdot \overline{e_2} \cdot e_3$$

$$s_0 = \overline{e_0} \cdot e_1 \cdot \overline{e_2} \cdot \overline{e_3} + \overline{e_0} \cdot \overline{e_1} \cdot \overline{e_2} \cdot e_3$$

Nota: Consideramos s_1 como el bit más significativo de la representación binaria del número i .



9. Ejercicio 9

e_1	e_0	s_3	s_2	s_1	s_0
0	0	0	0	0	1
0	1	0	0	1	0
1	0	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0

$$s_3 = e_1 \cdot e_0 \quad s_2 = e_1 \cdot \overline{e_0} \quad s_1 = \overline{e_1} \cdot e_0 \quad s_0 = \overline{e_1} \cdot \overline{e_0}$$

