

I. Extender el intérprete CBV para pares. ¿Sería sencillo incorporar pares al intérprete CBN?

II. Extender los intérpretes CBN y CBV para suma y producto de naturales.

I)

CBV

$$\frac{\Gamma \vdash M \hookrightarrow \langle V_1, V_2 \rangle}{\Gamma \vdash \pi_1(M) \hookrightarrow V_1} \quad \frac{\Gamma \vdash M \hookrightarrow \langle V_1, V_2 \rangle}{\Gamma \vdash \pi_2(M) \hookrightarrow V_2}$$

$$\frac{\Gamma \vdash M \hookrightarrow V_1 \quad \Gamma \vdash N \hookrightarrow V_2}{\Gamma \vdash \langle M, N \rangle \hookrightarrow \langle V_1, V_2 \rangle}$$

Para CBN la estrategia cambia a no reducir el par hasta que necesitemos observar alguna de sus componentes con π_1 o π_2 . Y en tal caso, solo reducimos la componente observada, no ambas. Pero para lograr esto tenemos que interpretar a un par $\langle M, N \rangle$ como un thunk para preservar el contexto, y recién interpretar M o N cuando se observan con π_1 o π_2 .

$$\Gamma \vdash \langle M, N \rangle \hookrightarrow \langle \langle M, N \rangle, \Gamma \rangle$$

$$\frac{\Gamma \vdash \langle M, N \rangle \hookrightarrow \langle \langle M, N \rangle, \Delta \rangle \quad \Delta \vdash M \hookrightarrow V}{\Gamma \vdash \pi_1(\langle M, N \rangle) \hookrightarrow V}$$

$$\frac{\Gamma \vdash \langle M, N \rangle \hookrightarrow \langle \langle M, N \rangle, \Delta \rangle \quad \Delta \vdash N \hookrightarrow V}{\Gamma \vdash \pi_2(\langle M, N \rangle) \hookrightarrow V}$$

II)

Suma CBV

Opción 1

$$\frac{\Gamma \vdash M \hookrightarrow V_1 \quad \Gamma \vdash N \hookrightarrow V_2}{\Gamma \vdash M + N \hookrightarrow V_1 +_N V_2}$$

\downarrow

Es la suma de números naturales aplicada a los números V_1 y V_2 . Este símbolo $+$ está en el metalenguaje, no es el mismo símbolo $+$ de la gramática de términos.

Opción 2

$$\frac{\Gamma \vdash M \hookrightarrow \text{succ}(\text{zero})^i \quad \Gamma \vdash N \hookrightarrow \text{succ}(\text{zero})^j}{\Gamma \vdash M + N \hookrightarrow \text{succ}(\text{zero})^{i+Nj}}$$

\downarrow

Misma idea que antes pero escrito de forma constructiva, en función de como definimos los números en la extensión de naturales. Si M es un número natural n , lo construimos iterando n veces succ desde zero , asumiendo que $\text{succ}(\text{zero})^0 = \text{zero}$. Entonces si M itera i veces, N itera j veces, la suma $M+N$ es iterar $i+j$ veces.

Opción 3

$$\frac{\Gamma \vdash N \leftrightarrow \text{zero} \quad \Gamma \vdash M \leftrightarrow V}{\Gamma \vdash M + N \leftrightarrow V} \text{ caso base}$$

$$\Gamma \vdash M + N \leftrightarrow V$$

$$\frac{\Gamma \vdash N \leftrightarrow \text{succ}(W) \quad \Gamma \vdash \text{succ}(M) + W \leftrightarrow V}{\Gamma \vdash M + N \leftrightarrow V} \text{ caso recursivo}$$

$$\Gamma \vdash M + N \leftrightarrow V$$

Acá la idea es definir las reglas de interpretación como un algoritmo recursivo para sumar. La primer regla es el caso base. La segunda es el recursivo, donde $N > 0$, entonces podemos sacarle 1 y agregarlo a M.

Muy importante que las reglas queden determinísticas. La interpretación de N es la que determina qué regla usar. Si $N = \text{zero}$ entonces N no puede ser succ de otra cosa.

Suma CBN

Creo que es igual a CBV.

Preguntar

Producto CBV

Misma idea que la suma.

Opción 1

$$\frac{\Gamma \vdash M \hookrightarrow V_1 \quad \Gamma \vdash N \hookrightarrow V_2}{\Gamma \vdash M \times N \hookrightarrow V_1 \times_{\mathbb{N}} V_2}$$

Opción 2

$$\frac{\Gamma \vdash M \hookrightarrow \text{succ}(\text{zero})^i \quad \Gamma \vdash N \hookrightarrow \text{succ}(\text{zero})^j}{\Gamma \vdash M \times N \hookrightarrow \text{succ}(\text{zero})^{i \times_{\mathbb{N}} j}}$$

Opción 3

$$\frac{\Gamma \vdash N \hookrightarrow \text{zero}}{\Gamma \vdash M \times N \hookrightarrow \text{zero}} \quad \text{Caso base}$$

$$\frac{\Gamma \vdash N \hookrightarrow \text{succ}(W) \quad \Gamma \vdash M + (M \times W) \hookrightarrow V}{\Gamma \vdash M \times N \hookrightarrow V} \quad \text{Caso recursivo}$$

↓
Esta es la suma de cálculo λ ,
no es la suma de los naturales.