1: R es irreflexiva

$\forall X. \neg R(X,X) = \{\neg R(X,X)\}$

2: R es simétrica

$\forall X. \forall Y. (R(X,Y) \Rightarrow R(Y,X)) = \{\neg R(X,Y), R(Y,X)\}$

3: R es transitiva

$\forall X. \forall Y. \forall Z. ((R(X,Y) \wedge R(Y,Z)) \Rightarrow R(X,Z)) = \{\neg R(X,Y), \neg R(Y,Z), R(X,Z)\}$

4. R es vacía

$\forall X. \neg \exists Y. R(X,Y)$

QVQ: $\varphi = (1 \wedge 2 \wedge 3) \Rightarrow 4$

Con el método de resolución veamos que $\neg\varphi$ es insatisfacible.

$\neg\varphi = \neg((1 \wedge 2 \wedge 3) \Rightarrow 4) = \neg(\neg(1 \wedge 2 \wedge 3) \vee 4) = 1 \wedge 2 \wedge 3 \wedge \neg 4$

$\neg 4 = \neg \forall X. \neg \exists Y. R(X,Y) = \exists X. \exists Y. R(X,Y) = \{R(C,K)\}$

Resolución

Plan:

- Con 2 (R simétrica) vemos que $R(c,k) \Rightarrow R(k,c)$.
- Con 3 (R transitiva) vemos que $R(c,k) \wedge R(k,c) \Rightarrow R(c,c)$.
- Con 1 (R irreflexiva) unificamos a la resolvente vacía.

$$\neg 4 = \{R(c,k)\}$$
$$2 = \{\neg R(x,y),\ R(y,x)\}$$

$$S_5 = \{x := c,\ y := k\}$$
$$5 = \{R(k,c)\}$$
$$3 = \{\neg R(x,y),\ \neg R(y,z),\ R(x,z)\}$$

$$S_6 = \{y := k,\ z := c\}$$
$$6 = \{\neg R(x,k),\ R(x,c)\}$$
$$\neg 4 = \{R(c,k)\}$$

$$S_7 = \{x := c\}$$
$$7 = \{R(c,c)\}$$
$$1 = \{\neg R(x,x)\}$$

$$S_8 = \{\}$$
$$8 = \{\}$$

$\neg \varphi \vdash \bot \Rightarrow \neg \varphi$ insatisfacible $\Rightarrow \varphi$ válida

No es resolución SLD porque $\neg 4$ no es una cláusula objetivo.

Resolución SLD

Goals

$1 = \{\neg R(x,x)\}$ G_1

$3 = \{\neg R(x',y),\ \neg R(y,z),\ R(x',z)\}$

$S_5 = \{x' := z\}$

$5 = \{\neg R(z,y),\ \neg R(y,z)\}$ G_2

$2 = \{\neg R(x',y'),\ R(y',x')\}$

$S_6 = \{y' := z,\ x' := y\}$

$6 = \{\neg R(y,z)\}$ G_3

$\neg 4 = \{R(c,k)\}$

$S_7 = \{y := c,\ z := k\}$

$7 = \{\}$

$\neg\varphi \vdash \perp \Rightarrow \neg\varphi$ insatisfacible $\Rightarrow \varphi$ válida