

a)

$$\frac{\frac{\frac{}{\vdash \text{true} : \text{Bool}} \quad \text{ax}_T \quad \frac{}{\vdash 0 : \text{Nat}} \quad \text{ax}_0 \quad \frac{}{\vdash 0 : \text{Nat}} \quad \text{succ}}{\vdash \text{succ}(0) : \text{Nat}} \quad \text{if}}{\vdash \text{if true then } 0 \text{ else succ}(0) : \text{Nat}}$$

b)

$$\frac{\Gamma \vdash \text{true} : \text{Bool} \quad \Gamma \vdash \text{false} : \text{Bool} \quad \Gamma \vdash (\lambda z : \text{Bool}. z) \text{true} : \text{Bool}}{\Gamma = x : \text{Nat}, y : \text{Bool} \vdash \text{if true then false else } (\lambda z : \text{Bool}. z) \text{true} : \text{Bool}}$$

c)

No podemos tipar una λ como Bool sin hacer una aplicación.

$$\frac{\vdash \lambda x:\text{Bool}. x : \text{Bool} \quad \frac{\frac{}{\vdash 0 : \text{Nat}} \text{ax}_0 \quad \vdash 0 : \text{Nat}}{\vdash \text{succ}(0) : \text{Nat}} \text{succ}}{\vdash \text{if } \lambda x:\text{Bool}. x \text{ then } 0 \text{ else } \text{succ}(0) : \text{Nat}} \text{if}$$

d)

$$\frac{\Gamma \vdash x : \text{Bool} \rightarrow \text{Nat} \quad \Gamma \vdash y : \text{Bool}}{\Gamma = x : \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}, y : \text{Bool} \vdash xy : \text{Nat}} \rightarrow_e$$