



$$1) \quad X : t_1 \vdash X : t_1$$

$$2) \quad \vdash \lambda X : t_1. X : t_1 \rightarrow t_1$$

$$3) \quad Y : t_2 \vdash Y : t_2$$

$$4) \quad S = \text{mgu}(\{t_1 \rightarrow t_1 \doteq t_2 \rightarrow t_3\})$$

$$= \text{mgu}(\{t_1 \doteq t_2, t_1 \doteq t_3\})$$

Decompose

$$= \text{mgu}(\{t_2 \doteq t_3\})$$

Elim $\{t_1 \doteq t_2\}$

$$= \text{mgu}(\emptyset)$$

Elim $\{t_2 \doteq t_3\}$

$$= \{t_2 \doteq t_3\} \circ \{t_1 \doteq t_2\} = \{t_1 \doteq t_3, t_2 \doteq t_3\}$$

$$S(\{Y : t_2\}) \vdash S((\lambda X : t_1. X) Y) : S(t_3)$$

$$Y : t_3 \vdash (\lambda X : t_3. X) Y : t_3$$

$$5) \quad S = \text{mgu}(\{t_3 \doteq \text{Nat}\}) = \{t_3 \doteq \text{Nat}\}$$

$$Y : \text{Nat} \vdash (\lambda X : \text{Nat}. X) Y : \text{Nat}$$

$$6) \quad \vdash \lambda Y : \text{Nat}. \text{succ}((\lambda X : \text{Nat}. X) Y) : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat}$$