

8 $\lambda x. \lambda y. \lambda z. \text{if } z \text{ then } y \text{ else succ}(x)$
 $\quad \quad \quad | \text{ABS}$

7 $\lambda y. \lambda z. \text{if } z \text{ then } y \text{ else succ}(x)$
 $\quad \quad \quad | \text{ABS}$

6 $\lambda z. \text{if } z \text{ then } y \text{ else succ}(x)$
 $\quad \quad \quad | \text{ABS}$

5 $\text{if } z \text{ then } y \text{ else succ}(x)$
 $\quad \quad \quad | \quad \quad | \quad \quad |$
 $\quad \quad \quad 1 \ z \quad 2 \ y \quad 4 \ \text{succ}(x)$
 $\quad \quad \quad \quad \quad \quad |$
 $\quad \quad \quad \quad \quad \quad 3 \ x$

1) $z : t_1 \vdash z : t_1$

2) $y : t_2 \vdash y : t_2$

3) $x : t_3 \vdash x : t_3$

4) $S = \text{mgv} \{ t_3 \doteq \text{Nat} \} = \{ t_3 := \text{Nat} \}$

$x : \text{Nat} \vdash \text{succ}(x) : \text{Nat}$

5) $S = \text{mgv} \{ t_1 \doteq \text{Bool}, t_2 \doteq \text{Nat} \} = \{ t_1 := \text{Bool}, t_2 := \text{Nat} \}$

$z : \text{Bool}, y : \text{Nat}, x : \text{Nat} \vdash \text{if } z \text{ then } y \text{ else succ}(x) : \text{Nat}$

$A \stackrel{\text{def}}{=} \text{if } z \text{ then } y \text{ else succ}(x)$

6) $y : \text{Nat}, x : \text{Nat} \vdash \lambda z : \text{Bool}. A : \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}$

7) $x : \text{Nat} \vdash \lambda y : \text{Nat}. \lambda z : \text{Bool}. A : \text{Nat} \rightarrow \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}$

8) $\vdash \lambda x : \text{Nat}. \lambda y : \text{Nat}. \lambda z : \text{Bool}. A : \text{Nat} \rightarrow \text{Nat} \rightarrow \text{Bool} \rightarrow \text{Nat}$