

9  $\lambda x. \text{if isZero}(x) \text{ then } x \text{ else } (\text{if } x \text{ then } x \text{ else } x)$   
 $\quad \quad \quad | \text{ABS}$

8  $\text{if isZero}(x) \text{ then } x \text{ else } (\text{if } x \text{ then } x \text{ else } x)$

$\quad \quad  $ 2 $\text{isZero}(x)$ $\quad \quad  $ 1 $x$	$\quad \quad  $ 3 $x$	$\quad \quad  $ 7 $\text{if } x \text{ then } x \text{ else } x$ <table border="0" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td style="width: 33%; vertical-align: top;"> <math>\quad \quad  </math>          4 <math>x</math> </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;"> <math>\quad \quad  </math>          5 <math>x</math> </td> <td style="width: 33%; vertical-align: top;"> <math>\quad \quad  </math>          6 <math>x</math> </td> </tr> </table>	$\quad \quad  $ 4 $x$	$\quad \quad  $ 5 $x$	$\quad \quad  $ 6 $x$
$\quad \quad  $ 4 $x$	$\quad \quad  $ 5 $x$	$\quad \quad  $ 6 $x$			

1)  $x : t_1 \vdash x : t_1$

2)  $S = \text{mgu} \{ t_1 = \text{Nat} \}$   
 $= \{ t_1 = \text{Nat} \} \quad \text{elim } t_1$

$S(\{ x : t_1 \}) = \{ x : \text{Nat} \}$   
 $S(\text{isZero}(x)) = \text{isZero}(x)$

$x : \text{Nat} \vdash \text{isZero}(x) : \text{Bool}$

3)  $x : t_2 \vdash x : t_2$

4)  $x : t_3 \vdash x : t_3$

5)  $x : t_4 \vdash x : t_4$

6)  $x : t_5 \vdash x : t_5$

$$\begin{aligned}
7) \quad S &= \text{mgu} \{ t_3 \doteq \text{Bool}, t_4 \doteq t_5, t_3 \doteq t_4, t_3 \doteq t_5, t_4 \doteq t_3, t_5 \doteq t_3, t_5 \doteq t_4 \} \\
&= \text{mgu} \{ t_3 \doteq \text{Bool}, t_4 \doteq t_4, t_3 \doteq t_4, t_4 \doteq t_3 \} \quad \text{elim } t_5 \doteq t_4 \\
&= \text{mgu} \{ t_3 \doteq \text{Bool}, t_3 \doteq t_4, t_4 \doteq t_3 \} \quad \text{trivial } t_4 \doteq t_4 \\
&= \text{mgu} \{ t_3 \doteq \text{Bool}, t_3 \doteq t_3 \} \quad \text{elim } t_4 \doteq t_3 \\
&= \text{mgu} \{ t_3 \doteq \text{Bool} \} \quad \text{trivial } t_3 \doteq t_3 \\
&= \text{mgu} \{ \} \quad \text{elim } t_3 \doteq \text{Bool}
\end{aligned}$$

Construimos  $S$  a partir de las sustituciones obtenidas en las reglas elim. Ojo: es una composición de las sustituciones.

$$\begin{aligned}
S &= \{ t_3 \doteq \text{Bool} \} \circ \{ t_4 \doteq t_3 \} \circ \{ t_5 \doteq t_4 \} \\
&= \{ t_5 \doteq \text{Bool}, t_4 \doteq \text{Bool}, t_3 \doteq \text{Bool} \}
\end{aligned}$$

$\mathcal{W}(\text{if } x \text{ then } x \text{ else } x)$

$$\rightsquigarrow S(x:t_3) \cup S(x:t_4) \cup S(x:t_5) \vdash S(\text{if } x \text{ then } x \text{ else } x) : S(t_4)$$

$$\rightsquigarrow x:\text{Bool} \vdash \text{if } x \text{ then } x \text{ else } x : \text{Bool}$$

8)  $\text{if isZero}(x) \text{ then } x \text{ else } (\text{if } x \text{ then } x \text{ else } x)$

$$x:\text{Nat} \vdash \text{isZero}(x) : \text{Bool}$$

$$x:t_2 \vdash x : t_2$$

$$x:\text{Bool} \vdash \text{if } x \text{ then } x \text{ else } x : \text{Bool}$$

$$\begin{aligned}
S &= \text{mgu} \{ \text{Bool} \doteq \text{Bool}, t_2 \doteq \text{Bool}, \text{Nat} \doteq \text{Bool} \dots \} \\
&= \text{Falla por Clash}
\end{aligned}$$