**Ejercicio 18**

a) ¿Da lo mismo evaluar $\mathsf{succ}(\mathsf{pred}(M))$ que $\mathsf{pred}(\mathsf{succ}(M))$? ¿Por qué?

b) ¿Es verdad que para todo término $M$ vale $\mathsf{isZero}(\mathsf{succ}(M)) \twoheadrightarrow \mathsf{false}$? Si no lo es, ¿para qué términos vale?

c) ¿Para qué términos $M$ vale $\mathsf{isZero}(\mathsf{pred}(M)) \twoheadrightarrow \mathsf{true}$? (Hay infinitos).

$$\mathsf{pred}(\mathsf{succ}(V)) \to V \qquad (\mathsf{pred})$$
$$\mathsf{isZero}(\mathsf{zero}) \to \mathsf{true} \qquad (\mathsf{isZero}_0)$$
$$\mathsf{isZero}(\mathsf{succ}(V)) \to \mathsf{false} \qquad (\mathsf{isZero}_n)$$

Si $M \to N$, entonces

$$\mathsf{succ}(M) \to \mathsf{succ}(N) \qquad (\mathsf{succ}_c)$$
$$\mathsf{pred}(M) \to \mathsf{pred}(N) \qquad (\mathsf{pred}_c)$$
$$\mathsf{isZero}(M) \to \mathsf{isZero}(N) \qquad (\mathsf{isZero}_c)$$

a) No. Si intentamos evaluar succ(pred(zero)) tendríamos que "pasar" por el $-1 \notin \mathbb{N}_0$.

La extensión Nat modela los números como la cantidad de veces que sumamos 1 (succ) al zero.
La regla pred(succ(V)) asegura que solo restamos 1 (pred) a un número $> 0$.

b) No, porque M puede ser cualquier tipo.
Si no vale $\vdash M : Nat$ entonces isZero(succ(M)) no tipa.
Asumiendo $\vdash M : Nat$, entonces vale $M \twoheadrightarrow V$, y luego isZero(succ(V)) $\to$ False.

c) Para cualquier término $M \twoheadrightarrow \underline{1}$.