

a) \mathcal{L} libre de contexto $\Rightarrow \mathcal{L}^2$ libre de contexto

Sea $G = \langle N, T, P, S \rangle$.

Definimos $G' = \langle N \cup \{S'\}, T, P', S' \rangle$.

$$P' = \{S' \rightarrow SS\} \cup P$$

b) \mathcal{L} libre de contexto $\Rightarrow \forall n \in \mathbb{N}, \mathcal{L}^n$ libre de contexto

Sea $G = \langle N, T, P, S \rangle$.

Definimos $G_n = \langle N \cup \{S_n\}, T, P_n, S_n \rangle$.

Para n fijo, $P_n = \{S_n \rightarrow \underbrace{S \dots S}_{n \text{ veces}}\} \cup P$

c) \mathcal{L} libre de contexto $\Rightarrow \mathcal{L}^*$ libre de contexto

Sea $G = \langle N, T, P, S \rangle$.

Definimos $G' = \langle N \cup \{S'\}, T, P', S' \rangle$.

$$P' = \{S' \rightarrow SS' \mid \lambda\} \cup P$$

d) \mathcal{L} libre de contexto $\Rightarrow \mathcal{L}^r$ libre de contexto

Sea $G = \langle N, T, P, S \rangle$.

Definimos $G' = \langle N, T, P', S \rangle$

$$P' = \{ X \rightarrow Y_k \dots Y_1 : X \rightarrow Y_1 \dots Y_k \in P \}$$

Invertimos todos los cuerpos de todas las producciones.

e) \mathcal{L}_1 y \mathcal{L}_2 libres de contexto $\Rightarrow \mathcal{L}_1 \cup \mathcal{L}_2$ libres de contexto

Sean $G_1 = \langle N_1, T_1, P_1, S_1 \rangle$ y $G_2 = \langle N_2, T_2, P_2, S_2 \rangle$

Definimos $G = \langle N_1 \cup N_2 \cup \{S\}, T_1 \cup T_2, P, S \rangle$

$$P = P_1 \cup P_2 \cup \{S \rightarrow S_1 \mid S_2\}$$