a. Cadenas sobre $\{a, b\}$ cuya longitud es impar y cuyo símbolo central es a.

b. Cadenas sobre $\{a, b\}$ que no son de la forma $\omega\omega$ para ningún $\omega \in \{a, b\}^*$.[1]

c. $\{a^n b^{2m} \mid n \neq m\}$.

d. $\{\omega\#1^n \mid \omega \in \{a, b\}^* \wedge n = (\text{cantidad de apariciones de } ab \text{ en } \omega)\}$.

a)

$G = \langle \{S, P, I\}, \{a, b\}, P, S \rangle$

P:
$S \rightarrow PaP \mid IaI$
$P \rightarrow aI \mid bI \mid \lambda$
$I \rightarrow aP \mid bP$

No alcanza porque falta pedir que la subcadenas alrededor de a tengan el mismo largo así a es el símbolo central.

Arreglado:

$G = \langle \{S\}, \{a, b\}, P, S \rangle$

P:
$S \rightarrow aSa \mid aSb \mid bSa \mid bSb \mid a$

b)

Si $\alpha \in \{a,b\}^*$ tiene longitud impar entonces no existe $w \in \{a,b\}^*$ tal que $\alpha = ww$. Pues si $|\alpha|$ impar no podemos partirla en 2 partes de igual longitud. Luego $\alpha \in \mathcal{L}$. Usamos el inciso a) para aceptar α.

Si $\alpha \in \{a,b\}^*$ tiene longitud par entonces existen $w_1, w_2 \in \{a,b\}^*$ tal que $|w_1| = |w_2|$ y $\alpha = w_1 w_2$. $\alpha \in \mathcal{L}$ sii $w_1 \neq w_2$.

Como $\lambda \notin \mathcal{L}$ entonces $|\alpha| \geq 2$.

$S \to A \mid B \mid P$

$A \to aAa \mid aAb \mid bAa \mid bAb \mid a$ Impar con a central

$B \to aBa \mid aBb \mid bBa \mid bBb \mid b$ Impar con b central

$P \to aB$ Par que empieza con a

$P \to bA$ Par que empieza con b

Faltan casos

No hay que forzar que $|w_1| = |w_2|$

b)

Si $\alpha \in \{a,b\}^*$ tiene longitud impar entonces no existe $w \in \{a,b\}^*$ tal que $\alpha = ww$. Pues si $|\alpha|$ impar no podemos partirla en 2 partes de igual longitud. Luego $\alpha \in \mathcal{L}$. Usamos el inciso a) para aceptar α.

Si $\alpha \in \{a,b\}^*$ tiene longitud par entonces existen $w_1, w_2 \in \{a,b\}^*$ tal que $\alpha = w_1 w_2$ y w_1, w_2 tienen longitud impar ($\lambda \notin \mathcal{L} \Rightarrow |\alpha| \geq 2$). Basta pedir que w_1 esté centrado en a y w_2 centrado en b, o viceversa, para que $w_1 \neq w_2$.

$S \rightarrow A \mid B \mid AB \mid BA$

$A \rightarrow aAa \mid aAb \mid bAa \mid bAb \mid a$ Impar con a central

$B \rightarrow aBa \mid aBb \mid bBa \mid bBb \mid b$ Impar con b central

c) $\mathcal{L} = \{a^n b^{2m} : n \neq m\}$

$G = \langle \{S, A, B\}, \{a, b\}, P, S \rangle$

P:

$S \rightarrow aSbb \mid A \mid B$

$A \rightarrow aA \mid a$

$B \rightarrow Bbb \mid bb$

d) $\mathcal{L} = \{w\#1^n : w \in \{a,b\}^* \wedge n = (\text{cantidad de "ab" en } w)\}$

$G = \langle \{S, T\}, \{a, b, \#, 1\}, P, S \rangle$

P:

$S \rightarrow abS1 \mid aT \mid bS \mid \#$

$T \rightarrow aT \mid bS1 \mid \#$