Teoría de Lenguajes

Práctica 4: Expresiones regulares

Versión del 18 de marzo de 2024

Ejercicio 1. Dar expresiones regulares para los lenguajes de los ejercicios 1 a 3 de la práctica 2, a excepción de los incisos d y e del ejercicio 1.

Ejercicio 2. Calcular las siguientes derivadas:

a. $\partial_1(10^*1)$

b. $\partial_0(10^*1)$

c. $\partial_a(ab^*|ac|c^+)$

d. $\partial_a(a^+ba)$

e. $\partial_a(a^*ba)$

f. $\partial_1(\partial_0(0(1|\lambda)|1^+))$

Ejercicio 3. Pasar las siguientes expresiones regulares a autómatas finitos (mediante el método de las derivadas):

a. $(0|1)^*01$

b. $(a(b|\lambda)|b^+)$

Ejercicio 4. Pasar del autómata finito a la expresión regular los siguientes autómatas (mediante el método de las ecuaciones):

a. $M_1 = \langle Q_1, \Sigma_1, \delta_1, q_1, F_1 \rangle$, donde:

$$Q_1 = \{0, 1\}, \qquad \Sigma_1 = \{a, b\}, \qquad q_1 = 0, \qquad F_1 = \{1\}, \qquad \delta_1 = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{array}$$

b. $M_2 = \langle Q_2, \Sigma_2, \delta_2, q_2, F_2 \rangle$, donde:

$$Q_2 = \{1, 2, 3\}, \qquad \Sigma_2 = \{a, b\}, \qquad q_2 = 1, \qquad F_2 = \{2\}, \qquad \delta_2 = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 2 \end{array}$$

c. El autómata no determinístico $M_3 = \langle Q_3, \Sigma_3, \delta_3, q_3, F_3 \rangle$, donde:

$$Q_3 = \{0, 1, 2, 3\}, \qquad \Sigma_3 = \{a, b\}, \qquad q_3 = 0, \qquad F_3 = \{2\}, \qquad \delta_3 = \begin{array}{c|c|c} & a & b \\ \hline 0 & \{1\} & \varnothing \\ 1 & \{1, 2\} & \varnothing \\ 2 & \{3\} & \{2\} \\ 3 & \{3\} & \{3, 0\} \end{array}$$

Ejercicio 5. Demostrar que valen las siguientes identidades, es decir, que los lenguajes denotados en cada caso por las dos expresiones regulares son iguales. R y S son expresiones regulares.

a. $(R^*|R) = R^*$

b. $R.R^* = R^*.R$

c. $R.R^*.R = R.R.R^*$

d. $(R^*)^* = R^*$

e. $R(S.R)^* = (R.S)^*.R$

Ejercicio 6. Dar ejemplos de expresiones regulares R, S y T que demuestren las siguientes desigualdades (es decir, que no valen las igualdades en general):

a. $R|\lambda \neq R$

b. $R.S \neq S.R$

c. $R.R \neq R$

d. $R|(S.T) \neq (R|S).(R|T)$

Ejercicio 7. Las siguientes igualdades no son válidas en general. Encontrar ejemplos de expresiones regulares para las cuales sean válidas. Buscar condiciones bajo las cuales sean válidas.

a. $R|\lambda = R$

b. $R.S = S.R$ (aun si $R \neq S$)

c. $R.R = R$

d. $R|(S.T) = (R|S).(R|T)$

e. $R|S = R.S$

Ejercicio 8. Dado el AFD $M = \langle\{0,1,2,3\},\{a,b,c\},\delta,0,\{2,3\}\rangle$, donde:

	a	b	c
0	1	3	–
1	–	–	2
2	–	1	–
3	3	–	1

Dar una expresión regular que denote el lenguaje $(\text{Ini}(\mathcal{L}(M)))^*$.

Ejercicio 9. Para el AFND $M = \langle\{0,1,2\},\{a,b,c\},\delta,0,\{2\}\rangle$, donde:

	a	b	c
0	$\{0,1\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
1	$\{2\}$	$\varnothing$	$\varnothing$
2	$\varnothing$	$\{2\}$	$\varnothing$

Sea $\mathcal{L} = \mathcal{L}(M)$. Encontrar una expresión regular que denote el lenguaje $(\mathcal{L}^c)^3$ (donde $\mathcal{L}^c$ es el complemento de $\mathcal{L}$).

Ejercicio 10. Sea $\mathcal{L} = \mathcal{L}\big((12|2)^*(\lambda|1)\big)$. Dar una expresión regular que denote $\mathcal{L}^c$, tomando el complemento con respecto al alfabeto $\{1,2\}$.

Ejercicio 11. Dar una expresión regular que denote el siguiente lenguaje:

$$\mathcal{L} = \left\{\omega \in \{a,b\}^* \;\middle|\; bab \text{ no es subcadena de } \omega\right\}.$$

Ejercicio 12.

a. Dar un método que, dada una expresión regular E, permita obtener una expresión regular para las cadenas iniciales de $\mathcal{L}(E)$. Es decir, obtener E' tal que

$$\mathcal{L}(E') = \mathrm{Ini}(\mathcal{L}(E)) = \{\alpha \mid \exists \beta \text{ tal que } \alpha\beta \in \mathcal{L}(E)\}.$$

El método se puede definir por inducción sobre la estructura de E.

b. Aplicar el método propuesto para obtener una expresión regular para $\mathrm{Ini}\big(\mathcal{L}\big((aa|bb)^*\big)\big)$.