

# Autómatas finitos

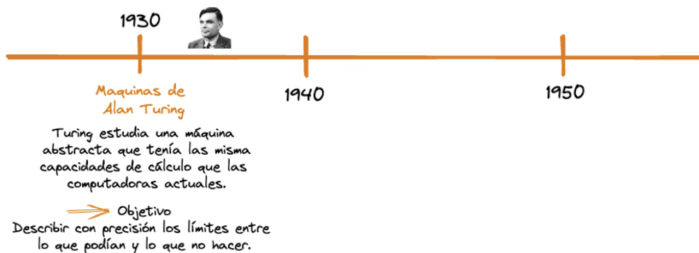
## Teoría de Lenguajes

Sabrina Gisele Silvero

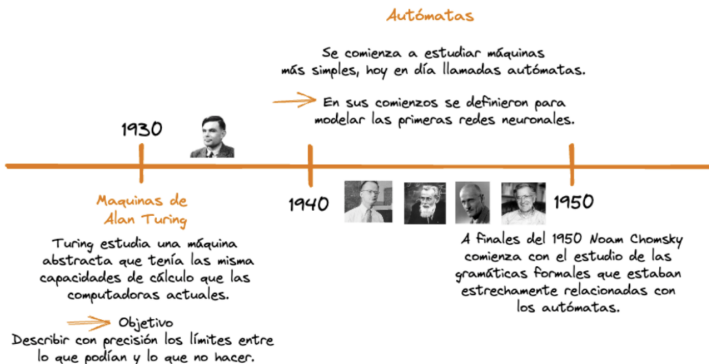
Departamento de Computación,  
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales,  
Universidad de Buenos Aires

2do cuatrimestre 2023

# ¿Por qué estudiamos lo que estudiamos?



# ¿Por qué estudiamos lo que estudiamos?



# Autómatas finitos

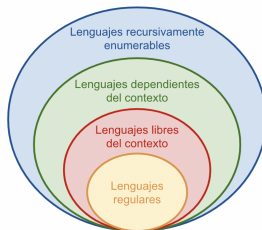
- La clase pasada vimos símbolos, alfabetos, cadenas y lenguajes

# Autómatas finitos

- La clase pasada vimos símbolos, alfabetos, cadenas y lenguajes
- Hoy vamos a ver una máquina abstracta que nos permite *reconocer* lenguajes: los **autómatas finitos**

# Autómatas finitos

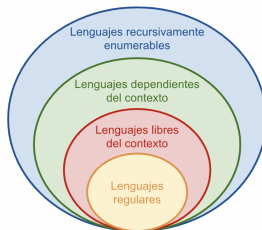
- La clase pasada vimos símbolos, alfabetos, cadenas y lenguajes
- Hoy vamos a ver una máquina abstracta que nos permite *reconocer* lenguajes: los **autómatas finitos**
- Estos reconocen exactamente una *clase* de lenguajes en particular: los **lenguajes regulares**



Jerarquía de Chomsky

# Autómatas finitos

- La clase pasada vimos símbolos, alfabetos, cadenas y lenguajes
- Hoy vamos a ver una máquina abstracta que nos permite *reconocer* lenguajes: los **autómatas finitos**
- Estos reconocen exactamente una *clase* de lenguajes en particular: los **lenguajes regulares**



Jerarquía de Chomsky

- Consumen cadenas símbolo por símbolo y mantienen un estado interno.

# Ejercicio 1

$$L_1 = \{ \alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \text{ y } |\alpha|_0 \text{ es par} \}$$



# Ejercicio 1

$$L_1 = \{ \alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \text{ y } |\alpha|_0 \text{ es par} \}$$

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0,1\}$  con cantidad par de ceros.

Ejemplos de cadenas:

# Ejercicio 1

$$L_1 = \{ \alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \text{ y } |\alpha|_0 \text{ es par} \}$$

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0,1\}$  con cantidad par de ceros.

Ejemplos de cadenas:

- Que pertenecen: 1, 00, 010, 00100010
- Que no pertenecen: 0, 10010, 1110

# Ejercicio 1

$$L_1 = \{ \alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \text{ y } |\alpha|_0 \text{ es par} \}$$

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0,1\}$  con cantidad par de ceros.

Ejemplos de cadenas:

- Que pertenecen: 1, 00, 010, 00100010
- Que no pertenecen: 0, 10010, 1110

El autómata  $A_1$  que reconoce  $L_1$  es,

# Ejercicio 1

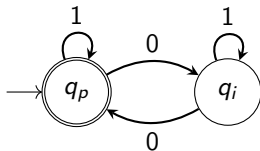
$$L_1 = \{ \alpha \mid \alpha \in \{0,1\}^* \text{ y } |\alpha|_0 \text{ es par} \}$$

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0,1\}$  con cantidad par de ceros.

Ejemplos de cadenas:

- Que pertenecen: 1, 00, 010, 00100010
- Que no pertenecen: 0, 10010, 1110

El autómata  $A_1$  que reconoce  $L_1$  es,



# Definición de autómatas finitos

Un AFD es una tupla de la forma

$$A = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle,$$

donde:

- $Q$  es un conjunto de estados
- $\Sigma$  es el alfabeto
- $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow Q$  es la función de transición
- $q_0$  es el estado inicial
- $F \subseteq Q$  es el conjunto de estados finales

## Volviendo al ejemplo

La tupla que describe a  $A_1$  es

$$A_1 = \langle \{q_p, q_i\}^Q, \{0, 1\}^\Sigma, \delta, q_p^{\text{inicial}}, q_p^F \rangle$$

y antes dimos una representación pictórica de  $\delta$ , que más formalmente está dada por la siguiente tabla

$\delta$	0	1
$q_p$	$q_i$	$q_p$
$q_i$	$q_p$	$q_i$

# La tupla y los parciales

Para los ejercicios alcanza con el dibujo para especificar  $\delta$ , no es necesario que escriban la tabla. Pero, en especial en los **parciales**,

# La tupla y los parciales

Para los ejercicios alcanza con el dibujo para especificar  $\delta$ , no es necesario que escriban la tabla. Pero, en especial en los **parciales**,

¡No olviden escribir la **tupla**!



# La tupla y los parciales

Para los ejercicios alcanza con el dibujo para especificar  $\delta$ , no es necesario que escriban la tabla. Pero, en especial en los **parciales**,

¡No olviden escribir la **tupla**!



# Configuraciones instantáneas

¿Cómo formalizamos que un autómata **acepte** una cadena? <sup>1</sup>

- Vamos a definir *configuraciones instantáneas*, una tupla<sup>2</sup> compuesta por el estado actual y lo que resta de consumir de la cadena. Representan una *foto* del proceso de reconocimiento de una cadena en un instante dado.

---

<sup>1</sup>El formalismo que usamos en la práctica es distinto que el de la teórica

<sup>2</sup>En TLeng nos encantan las tuplas ;)

# Configuraciones instantáneas

¿Cómo formalizamos que un autómatata **accepte** una cadena? <sup>1</sup>

- Vamos a definir *configuraciones instantáneas*, una tupla<sup>2</sup> compuesta por el estado actual y lo que resta de consumir de la cadena. Representan una *foto* del proceso de reconocimiento de una cadena en un instante dado.
- Luego, el autómatata va a *transicionar* entre configuraciones a medida que consume la cadena.

---

<sup>1</sup>El formalismo que usamos en la práctica es distinto que el de la teórica

<sup>2</sup>En TLeng nos encantan las tuplas ;)

# Configuraciones instantáneas

¿Cómo formalizamos que un autómatata **accepte** una cadena? <sup>1</sup>

- Vamos a definir *configuraciones instantáneas*, una tupla<sup>2</sup> compuesta por el estado actual y lo que resta de consumir de la cadena. Representan una *foto* del proceso de reconocimiento de una cadena en un instante dado.
- Luego, el autómatata va a *transicionar* entre configuraciones a medida que consume la cadena.

---

<sup>1</sup>El formalismo que usamos en la práctica es distinto que el de la teórica

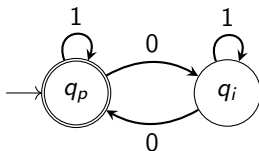
<sup>2</sup>En TLeng nos encantan las tuplas ;)

# Configuraciones instantáneas

¿Cómo formalizamos que un autómata **acepte** una cadena? <sup>1</sup>

- Vamos a definir *configuraciones instantáneas*, una tupla<sup>2</sup> compuesta por el estado actual y lo que resta de consumir de la cadena. Representan una *foto* del proceso de reconocimiento de una cadena en un instante dado.
- Luego, el autómata va a *transicionar* entre configuraciones a medida que consume la cadena.

Ejemplo:



$$\begin{aligned}(q_p, 010) &\vdash_{A_1} (q_i, 10) \\ &\vdash_{A_1} (q_i, 0) \\ &\vdash_{A_1} (q_p, \lambda)\end{aligned}$$

---

<sup>1</sup>El formalismo que usamos en la práctica es distinto que el de la teórica

<sup>2</sup>En TLeng nos encantan las tuplas ;)

Dado  $A = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ , definimos:

$$(q, \alpha) \in Q \times \Sigma^*$$

donde  $q$  es el estado actual y  $\alpha$  es lo que resta por consumir de la cadena de entrada.

# Relación de transición entre configuraciones

Dado  $A = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ , definimos:

$$(q_i, a.\alpha) \vdash_A (q_j, \alpha) \iff \delta(q_i, a) = q_j$$

*Cuando está claro cual es el autómata, podemos omitirlo y usar  $\vdash$  en lugar de  $\vdash_A$*

$$\alpha \in L(A) \iff \exists q_f \in F \mid (q_0, \alpha) \vdash_A^* (q_f, \lambda)$$

$\alpha$  **pertenece al lenguaje aceptado** si partiendo de la configuración inicial  $(q_0, \alpha)$  se puede consumir toda la cadena llegando a un estado final. Es decir, llegar a la configuración  $(q_f, \lambda)$  con  $q_f \in F$ .

## Recordatorio

Recordemos que  $\vdash^*$  es la clausura de Kleene de la relación  $\vdash$ . Es decir, aplicarla cero o más veces. ¿Cuándo necesitamos aplicarla cero veces?



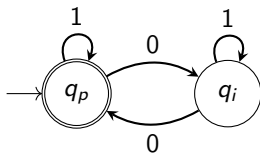
$$\alpha \in L(A) \iff \exists q_f \in F \mid (q_0, \alpha) \vdash_A^* (q_f, \lambda)$$

$\alpha$  **pertenece al lenguaje aceptado** si partiendo de la configuración inicial  $(q_0, \alpha)$  se puede consumir toda la cadena llegando a un estado final. Es decir, llegar a la configuración  $(q_f, \lambda)$  con  $q_f \in F$ .

## Recordatorio

Recordemos que  $\vdash^*$  es la clausura de Kleene de la relación  $\vdash$ . Es decir, aplicarla cero o más veces. ¿Cuándo necesitamos aplicarla cero veces? Cuando la entrada es  $\lambda$ , que sería aceptada solo si el estado inicial también es final.

# Seguimientos de cadenas



- $(q_p, 010) \vdash_{A_1} (q_i, 10) \vdash_{A_1} (q_i, 0) \vdash_{A_1} (q_p, \lambda) \checkmark$
- $(q_p, 101) \vdash_{A_1} (q_p, 01) \vdash_{A_1} (q_i, 1) \vdash_{A_1} (q_i, \lambda) \times$

## Ejercicio 2

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que comienzan con 01.

$$L_2 = \{01\alpha \mid \alpha \in \{0, 1\}^*\}$$

¿Qué tenemos que recordar?

## Ejercicio 2

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que comienzan con 01.

$$L_2 = \{01\alpha \mid \alpha \in \{0, 1\}^*\}$$

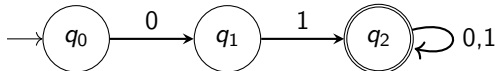
¿Qué tenemos que recordar? Si vimos un 0 y luego un 1

## Ejercicio 2

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que comienzan con 01.

$$L_2 = \{01\alpha \mid \alpha \in \{0, 1\}^*\}$$

¿Qué tenemos que recordar? Si vimos un 0 y luego un 1  
Proponemos el siguiente autómata  $A_2$  para  $L_2$ ,



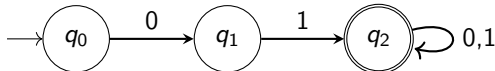
¿Qué problema tiene?

## Ejercicio 2

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que comienzan con 01.

$$L_2 = \{01\alpha \mid \alpha \in \{0, 1\}^*\}$$

¿Qué tenemos que recordar? Si vimos un 0 y luego un 1  
Proponemos el siguiente autómata  $A_2$  para  $L_2$ ,

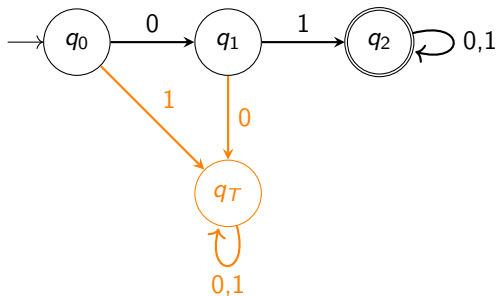


¿Qué problema tiene? ¡La función de transición está incompleta!

$\delta$	0	1
$q_0$	$q_1$	?
$q_1$	?	$q_2$
$q_2$	$q_2$	$q_2$

## Ejercicio 2 - Estado trampa

Para que el autómata quede bien definido, vamos a completarlo con un **estado trampa** (o de *error*), al que van todas las transiciones no definidas y cicla sobre sí mismo con todos los símbolos del alfabeto



$\delta$	0	1
$q_0$	$q_1$	$q_T$
$q_1$	$q_T$	$q_2$
$q_2$	$q_2$	$q_2$
$q_T$	$q_T$	$q_T$

$$A_2 = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_T\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\} \rangle$$

## Ejercicio 3

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que terminan con 01.

$$L_3 = \{\alpha 01 \mid \alpha \in \{0, 1\}^*\}$$

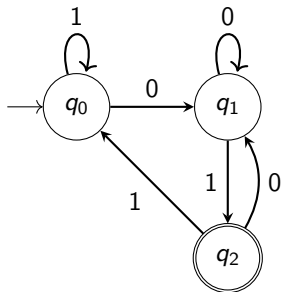


## Ejercicio 3

Cadenas sobre  $\Sigma = \{0, 1\}$  que terminan con 01.

$$L_3 = \{\alpha 01 \mid \alpha \in \{0, 1\}^*\}$$

$A_3$ :



Significado intuitivo de cada estado:

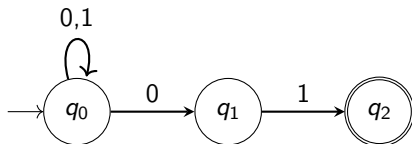
- $q_0$ : "La cadena termina en  $1^*$ "
- $q_1$ : "La cadena termina en  $0^+$ "
- $q_2$ : "La cadena termina en 01"

## Ejercicio 3 - Alternativa

El lenguaje  $L_3$  es muy parecido a  $L_2$ , pero el autómata se ve más complicado. Nos gustaría que el formalismo nos permita expresar algo como “Puede venir cualquier cadena, siempre y cuando termine con 01”.

## Ejercicio 3 - Alternativa

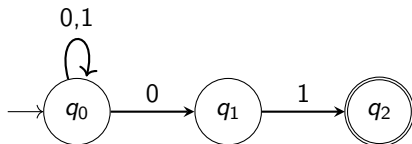
El lenguaje  $L_3$  es muy parecido a  $L_2$ , pero el autómata se ve más complicado. Nos gustaría que el formalismo nos permita expresar algo como “Puede venir cualquier cadena, siempre y cuando termine con 01”. Proponemos  $A'_3$ ,



Pero

## Ejercicio 3 - Alternativa

El lenguaje  $L_3$  es muy parecido a  $L_2$ , pero el autómata se ve más complicado. Nos gustaría que el formalismo nos permita expresar algo como “Puede venir cualquier cadena, siempre y cuando termine con 01”. Proponemos  $A'_3$ ,



Pero no cuadra con la definición que vimos antes,  $\delta(q_0, 0)$  tiene más de una opción:  $q_0$  y  $q_1$ . **¡No es determinístico!**

Los autómatas que veníamos viendo hasta ahora eran **determinísticos**, en cada momento tenían una sola acción posible.  $A'_3$  es un autómata finito **no determinístico**, que en cada paso puede tener más de una alternativa para elegir.

---

<sup>3</sup>No confundir con la cadena  $\lambda$ , es una notación

Los autómatas que veníamos viendo hasta ahora eran **determinísticos**, en cada momento tenían una sola acción posible.  $A'_3$  es un autómata finito **no determinístico**, que en cada paso puede tener más de una alternativa para elegir. Al igual que los AFDs, son una tupla  $A = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  pero cambia la función de transición:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \lambda) \rightarrow P(Q)$$

- En lugar de un solo estado, devuelve un conjunto
- Además de transiciones por un símbolo de la entrada, podemos transicionar <sup>3</sup> por  $\lambda$  sin consumir ningún símbolo

---

<sup>3</sup>No confundir con la cadena  $\lambda$ , es una notación

Los autómatas que veníamos viendo hasta ahora eran **determinísticos**, en cada momento tenían una sola acción posible.  $A'_3$  es un autómata finito **no determinístico**, que en cada paso puede tener más de una alternativa para elegir. Al igual que los AFDs, son una tupla  $A = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$  pero cambia la función de transición:

$$\delta : Q \times (\Sigma \cup \lambda) \rightarrow P(Q)$$

- En lugar de un solo estado, devuelve un conjunto
- Además de transiciones por un símbolo de la entrada, podemos transicionar <sup>3</sup> por  $\lambda$  sin consumir ningún símbolo

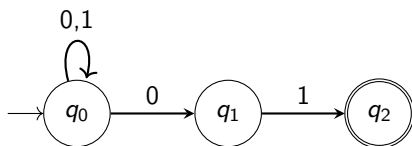
## Diferencia con bibliografía

En la teórica y bibliografía van a ver que se diferencia entre AFNDs con y sin transiciones  $\lambda$  (a veces llamadas  $\epsilon$ ), pero para nosotros va a ser lo mismo.

---

<sup>3</sup>No confundir con la cadena  $\lambda$ , es una notación

## Ejercicio 3 - Alternativa



La tupla que describe a  $A'_3$  es

$$A'_3 = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\} \rangle$$

donde  $\delta$  está dada por la siguiente tabla,

$\delta$	0	1	$\lambda$
$q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$	$\emptyset$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$



# AFNDs no hacen trampa

$\delta$	0	1	$\lambda$
$q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$	$\emptyset$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$

## Trampas en AFNDs

Observen que **en AFNDs no es necesario completar con un estado trampa**. La imagen de  $\delta$  son los conjuntos y asumimos que si una transición no está en el dibujo, va a  $\emptyset$

## Relación $\vdash$ y lenguaje

Las configuraciones instantáneas son las mismas que para AFDs, ¿pero cómo es la relación entre ellas?

# Relación $\vdash$ y lenguaje

Las configuraciones instantáneas son las mismas que para AFDs, ¿pero cómo es la relación entre ellas? Hay dos casos: consumiendo un símbolo o por  $\lambda$

## Relación de transición entre configuraciones

$$(q_i, a.\alpha) \vdash_A (q_j, \alpha) \iff q_j \in \delta(q_i, a)$$

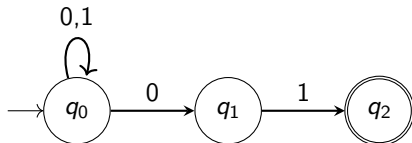
$$(q_i, \alpha) \vdash_A (q_j, \alpha) \iff q_j \in \delta(q_i, \lambda)$$

La definición del lenguaje es idéntica

## Lenguaje aceptado

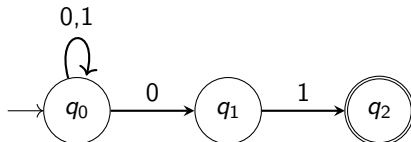
$$\alpha \in L(A) \iff \exists q_f \in F \mid (q_0, \alpha) \vdash_A^* (q_f, \lambda)$$

$A'_3$ :



Para la cadena  $\alpha = 101 \in L_3$  tenemos dos caminos posibles

$A'_3$ :

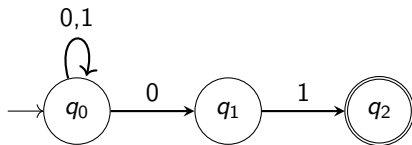


Para la cadena  $\alpha = 101 \in L_3$  tenemos dos caminos posibles

- $(q_0, 101) \vdash_{A'_3} (q_0, 01) \vdash_{A'_3} (q_1, 1) \vdash_{A'_3} (q_2, \lambda) \checkmark$
- $(q_0, 101) \vdash_{A'_3} (q_0, 01) \vdash_{A'_3} (q_0, 1) \vdash_{A'_3} (q_0, \lambda) \times$

Por la definición de lenguaje aceptado, alcanza con que *exista al menos una* secuencia de configuraciones que lleve a un estado final consumiendo toda la cadena para que pertenezca al lenguaje. **No importa que otras secuencias no lleven a aceptar.**

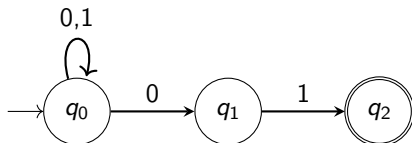
$A'_3$ :



Para la cadena  $\beta = 010 \notin L_3$  tenemos tres caminos posibles

# Más seguimientos

$A'_3$ :



Para la cadena  $\beta = 010 \notin L_3$  tenemos tres caminos posibles

- $(q_0, 010) \vdash_{A'_3} (q_0, 10) \vdash_{A'_3} (q_0, 0) \vdash_{A'_3} (q_1, \lambda) \text{ ✗}$   
 $(q_0, 010) \vdash_{A'_3} (q_0, 10) \vdash_{A'_3} (q_0, 0) \vdash_{A'_3} (q_0, \lambda) \text{ ✗}$

Consumen toda la cadena pero no llegan a un estado final

- $(q_0, 010) \vdash_{A'_3} (q_1, 10) \vdash_{A'_3} (q_2, 0) \text{ ✗}$

Llega a un estado final **pero no consume toda la cadena**

$$\alpha \in L(A) \iff \exists q_f \in F \mid (q_0, \alpha) \vdash_A^* (q_f, \lambda)$$

¡Hay que consumir toda la cadena!

Un autómata finito solo acepta una cadena si puede consumirla toda y terminar en un estado final. No alcanza solo con llegar a un estado final, **tiene que consumir toda la cadena.**

Esto suele generar confusión sobre todo con autómatas no determinísticos.



¿Nos tomamos un break?



## Ejercicio 4 - Unión

$L_4 = L_1 \cup L_3$ . Con  $L_1 =$  cadenas que terminan en 01 y  $L_3 =$  cadenas con cantidad par de 0s. ¿Qué significa  $L_4$ ?

## Ejercicio 4 - Unión

$L_4 = L_1 \cup L_3$ . Con  $L_1 =$  cadenas que terminan en 01 y  $L_3 =$  cadenas con cantidad par de 0s. ¿Qué significa  $L_4$ ? Cadenas que terminen en 01 o tengan cantidad par de 0s.

Pista:

## Ejercicio 4 - Unión

$L_4 = L_1 \cup L_3$ . Con  $L_1 =$  cadenas que terminan en 01 y  $L_3 =$  cadenas con cantidad par de 0s. ¿Qué significa  $L_4$ ? Cadenas que terminen en 01 o tengan cantidad par de 0s.

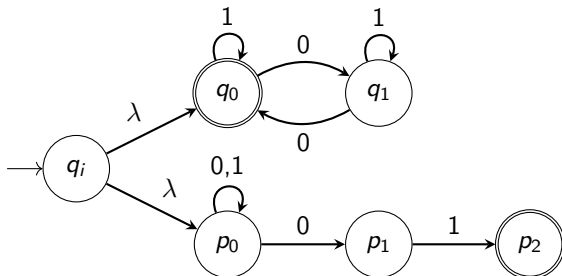
Pista: ¿se les ocurre alguna forma de resolverlo usando  $A_1$  y  $A'_3$ ?

## Ejercicio 4 - Unión

$L_4 = L_1 \cup L_3$ . Con  $L_1 =$  cadenas que terminan en 01 y  $L_3 =$  cadenas con cantidad par de 0s. ¿Qué significa  $L_4$ ? Cadenas que terminen en 01 o tengan cantidad par de 0s.

Pista: ¿se les ocurre alguna forma de resolverlo usando  $A_1$  y  $A'_3$ ?

$$A_4 = \langle \{q_i, q_0, q_1, p_0, p_1, p_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_i, \{q_0, p_2\} \rangle$$



## Ejercicio 5 - Complemento

- a. Con  $L_2 =$  cadenas que comienzan por 01,  
 $L_2^c =$

## Ejercicio 5 - Complemento

- a. Con  $L_2 =$  cadenas que comienzan por 01,  
 $L_2^c =$  cadenas que no comienzan por 01

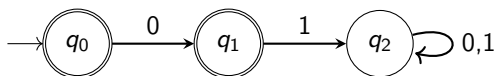
Pista: ¿Cómo podemos usar  $A_2$ ?

## Ejercicio 5 - Complemento

- a. Con  $L_2$  = cadenas que comienzan por 01,  
 $L_2^c$  = cadenas que no comienzan por 01

Pista: ¿Cómo podemos usar  $A_2$ ? Invertimos los estados finales.

Candidato con el *trampa implícito*:



### Convención del trampa implícito

Vamos a tomar el estado trampa como implícito cuando un autómata sea determinístico (no haya más de una opción) pero tenga  $\delta$  indefinida para algunas transiciones. Pero para esta transformación, no hay que olvidar agregarlo.

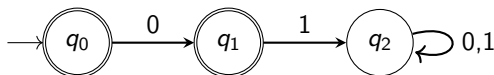
Pero



## Ejercicio 5 - Complemento

- a. Con  $L_2 =$  cadenas que comienzan por 01,  
 $L_2^c =$  cadenas que no comienzan por 01

Pista: ¿Cómo podemos usar  $A_2$ ? Invertimos los estados finales.  
Candidato con el *trampa implícito*:



### Convención del trampa implícito

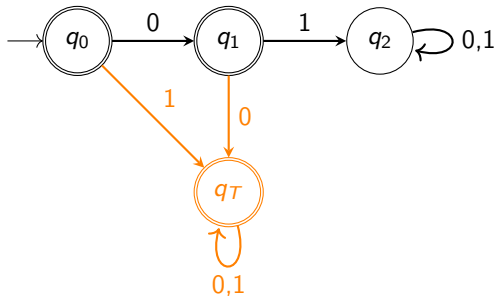
Vamos a tomar el estado trampa como implícito cuando un autómata sea determinístico (no haya más de una opción) pero tenga  $\delta$  indefinida para algunas transiciones. Pero para esta transformación, no hay que olvidar agregarlo.

Pero  $111 \notin L_2$  (no arranca con 01) y, ¡no la reconoce! **El autómata tiene que estar completo**, sino perdemos cadenas.

## Ejercicio 5 - Complemento

- a.  $L_2^c =$  cadenas que no comienzan por 01

$$A_2^c = \langle \{q_0, q_1, q_2, q_T\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1, q_T\} \rangle$$



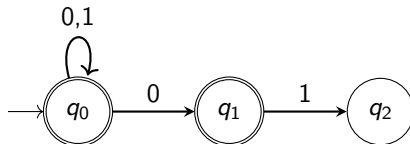
## Ejercicio 5 - Complemento

- a.  $L_3^c =$  cadenas que no terminan con 01

## Ejercicio 5 - Complemento

- a.  $L_3^c$  = cadenas que no terminan con 01

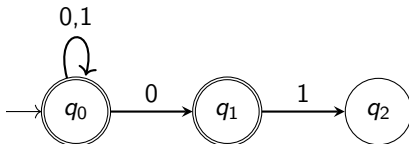
Candidato:



## Ejercicio 5 - Complemento

- a.  $L_3^c =$  cadenas que no terminan con 01

Candidato:



¡No funciona! Aceptamos cadenas demás como 01 (en particular en este caso aceptamos  $\Sigma^*$ ). Para cada cadena que aceptábamos, había caminos que no aceptaban. Entonces si invertimos los finales, esos caminos pueden pasar a ser de aceptación (excepto que se traben) y aceptamos cadenas que no deberíamos.

**El autómata tiene que ser determinístico.** Sino aceptamos cadenas demás.

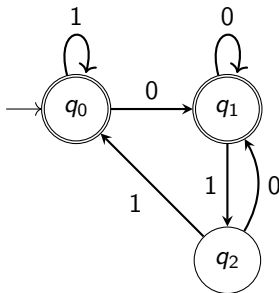
## Ejercicio 5 - Complemento

b.  $L_3^c =$  cadenas que no terminan con 01

## Ejercicio 5 - Complemento

- b.  $L_3^c =$  cadenas que no terminan con 01

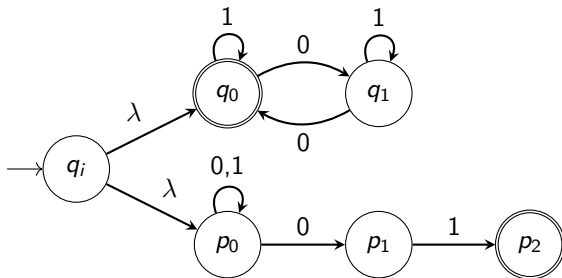
$$A_3^c = \langle \{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_0, q_1\} \rangle$$



## Ejercicio 6 - Reversa

$L_4^r$ , con  $L_4 = L_1 \cup L_3$ , cadenas que terminan en 01 o tienen cantidad par de 0s

$$A_4 = \langle \{q_i, q_0, q_1, p_0, p_1, p_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_i, \{q_0, p_2\} \rangle$$



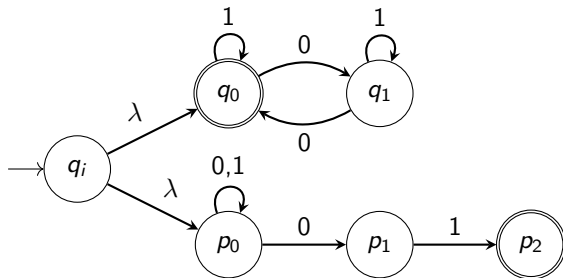
Solución:



## Ejercicio 6 - Reversa

$L_4^r$ , con  $L_4 = L_1 \cup L_3$ , cadenas que terminan en 01 o tienen cantidad par de 0s

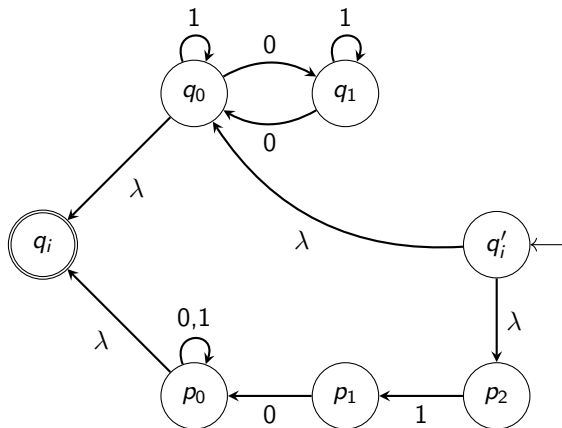
$$A_4 = \langle \{q_i, q_0, q_1, p_0, p_1, p_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_i, \{q_0, p_2\} \rangle$$



Solución: Ejecutamos el autómata al revés: damos vuelta las flechas e invertimos los finales e iniciales. Como no podemos tener más de un inicial, agregamos uno con transiciones  $\lambda$

## Ejercicio 6 - Reversa

$$A_4^r = \langle \{q_i, q'_i, q_0, q_1, p_0, p_1, p_2\}, \{0, 1\}, \delta, q'_i, \{q_i\} \rangle$$



## Unión

Dados  $A_1$  y  $A_2$  AFs, para obtener  $L(A_1) \cup L(A_2)$  agregar un nuevo estado inicial con transiciones  $\lambda$  a los iniciales de  $A_1$  y  $A_2$ .

## Complemento

Dado un AFD **completo**, invertir los finales:  $F' = F \setminus Q$

## Reversa

Dado un AFND- $\lambda$ , obtener  $A' = \langle Q', \Sigma, \delta', q'_0, F' \rangle$  tal que:

- $Q' = Q \cup \{q'_0\}$  (nuevo inicial)
- $\delta'(q'_0, \lambda) = F$  (arrancar por los finales)
- $q_2 \in \delta'(q_1, a) \iff q_1 \in \delta(q_2, a)$  (dar vuelta flechas)
- $F' = \{q_0\}$  (terminar con iniciales)

Vimos,

- AFDs, AFNDs y sus definiciones formales
- La importancia de que cada estado tenga un propósito claro
- Problemas que son más sencillos de resolver con AFNDs
- Algunos autómatas para operaciones entre lenguajes: Unión, complemento, reversa (más en la práctica)

Ya pueden hacer toda la Práctica 1 :D

# ¿Preguntas?

