T1: Určete definiční obor funkcí a uveďte, zda jsou sudé nebo liché:

1. $f(x) = \dfrac{x^2}{1+x}$

2. $f(x) = \sqrt{3x - x^3}$

3. $f(x) = (x-2)\sqrt{\dfrac{1+x}{1-x}}$

4. $f(x) = \ln(x^2 - 4)$

5. $f(x) = \ln(x+2) + \ln(x-2)$

6. $f(x) = \ln(1 - 4x^2)$

7. $f(x) = \sqrt{3x^2 - 4x + 1}$

8. $f(x) = \ln\dfrac{\pi}{x} + \operatorname{arctg} 2x$

9. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{\ln(2-x)}$

10. $f(x) = \ln(x^2 + 5x + 10)$

11. $f(x) = 3x - x^3$

12. $f(x) = \sqrt[3]{(1-x)^2} + \sqrt[3]{(1+x)^2}$

13. $f(x) = a^x + a^{-x}, \ (a > 0)$

14. $f(x) = \ln\dfrac{1-x}{1+x}$

15. $f(x) = \ln(x + \sqrt{1+x^2})$

T2: Určete inverzní funkci $f^{-1}(x)$ a její definiční obor:

16. $f(x) = 2x + 3, \quad x \in \mathbb{R}$

17. $f(x) = x^2, \quad x \le 0$

18. $f(x) = x^2, \quad x \ge 0$

19. $f(x) = \dfrac{1-x}{1+x}, \quad x \ne -1$

20. $f(x) = \sqrt{1-x^2}, \quad -1 \le x \le 0$

21. $f(x) = \sqrt{1-x^2}, \quad 0 \le x \le 1$

T3: Vypočítejte limitu posloupnosti:

22. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{5-2n}{3n-7}$

23. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2+4}{n+5}$

24. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2}{n^3+5}$

25. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(2n-1)(n^2-n+2)}{(n+1)(2n+1)(3n+1)}$

26. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n!}{(n+1)! - n!}$

27. $\lim\limits_{n\to\infty} n^{\sin\frac{1}{n}}$

28. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{(-2)^n + 3^n}{(-2)^{n+1} + 3^{n+1}}$

29. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{2n + \sin n}{3n - 1}$

30. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{\sqrt[3]{n^2}\sin n!}{n+1}$

31. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\sqrt{n^2 + 2n} - n\right)$

32. $\lim\limits_{n\to\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$

33. $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1 + a + a^2 + \cdots + a^n}{1 + b + b^2 + \cdots + b^n}$, $|a| < 1, \ |b| < 1$

34. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{1}{n^2} + \dfrac{2}{n^2} + \cdots + \dfrac{n-1}{n^2}\right)$

35. $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{2}\,\sqrt[4]{2}\,\sqrt[8]{2}\,\ldots\,\sqrt[2^n]{2}$

36. $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n+4}{n+3}\right)^n$ **37.** $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{n-3}{n}\right)^n$

T4: Pro následující posloupnosti najděte $\inf\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\sup\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$
a vypočítejte $\liminf\limits_{n\to\infty} a_n$, $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n$:

38. $a_n = \dfrac{1}{n}$

39. $a_n = 1 - \dfrac{1}{n}$

40. $a_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$

41. $a_n = -n$

42. $a_n = (-1)^{n-1}\left(2 + \dfrac{3}{n}\right)$

43. $a_n = (-1)^n n$

44. $a_n = n^{(-1)^n}$

45. $a_n = 1 + n\sin\dfrac{n\pi}{2}$

46. $a_n = \dfrac{1}{n - 10{,}2}$

T5: Vypočítejte limity:

47. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

48. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^2-1}{2x^2-x-1}$

49. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{(1+mx)^n-(1+nx)^m}{x^2}$, $m,n \in \mathbb{N}$

50. $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{(2x-3)^{20}(3x+2)^{30}}{(2x+1)^{50}}$

51. $\lim\limits_{x\to3} \dfrac{x^2-5x+6}{x^2-8x+15}$

52. $\lim\limits_{x\to1} \dfrac{x^4-3x+2}{x^5-4x+3}$

53. $\lim\limits_{x\to16} \dfrac{\sqrt[4]{x}-2}{\sqrt{x}-4}$

54. $\lim\limits_{x\to8} \dfrac{\sqrt{9+2x}-5}{\sqrt[3]{x}-2}$

55. $\lim\limits_{x\to4} \dfrac{\sqrt{1+2x}-3}{\sqrt{x}-2}$

56. $\lim\limits_{x\to-8} \dfrac{\sqrt{1-x}-3}{2+\sqrt[3]{x}}$

57. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$

58. $\lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1+x+x^2}-\sqrt{1-x+x^2}\right)$

59. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin 5x}{x}$

60. $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sin x}{x}$

61. $\lim\limits_{x\to\pi} \dfrac{\sin mx}{\sin nx}$, $m,n \in \mathbb{Z}$

62. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos x}{x^2}$

63. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\operatorname{tg} x}{x}$

64. $\lim\limits_{x\to0} x\operatorname{cotg} 3x$

65. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\operatorname{tg} x-\sin x}{\sin^3 x}$

66. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\sin 5x-\sin 3x}{\sin x}$

67. $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{\cos x-\cos 3x}{x^2}$

68. $\lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{x+2}{2x-1}\right)^{x^2}$

69. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\left(\frac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}$

70. $\displaystyle\lim_{x\to \frac{\pi}{4}}(\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

71. $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{a^x-1}{x},\quad a>0$

72. $\displaystyle\lim_{x\to a}\frac{a^x-x^a}{x-a},\quad a>0$

73. $\displaystyle\lim_{x\to 0}(x+e^x)^{\frac{1}{x}}$

74. $\displaystyle\lim_{x\to 2}\operatorname{arctg}\frac{x-4}{(x-2)^2}$

T6: Nalezněte body nespojitosti a určete jejich druh:

75. $f(x)=\dfrac{x}{(1+x)^2}$

76. $f(x)=\dfrac{1+x}{1+x^3}$

77. $f(x)=\dfrac{\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}}{\frac{1}{x-1}-\frac{1}{x}}$

78. $f(x)=\dfrac{x}{\sin x}$

79. $f(x)=\sqrt{\dfrac{1-\cos \pi x}{4-x^2}}$

80. $f(x)=\cos^2\dfrac{1}{x}$

81. $f(x)=\operatorname{sgn}\sin\dfrac{\pi}{x}$

82. $f(x)=\dfrac{\cos\frac{\pi}{x}}{\cos\frac{\pi}{x}}$

83. $f(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$

84. $f(x)=\sqrt{x}\operatorname{arctg}\dfrac{1}{x}$

85. $f(x)=e^{x+\frac{1}{x}}$

86. $f(x)=\dfrac{1}{\ln x}$

87. $f(x)=\dfrac{1}{1-e^{\frac{x}{1-x}}}$

T7: Vypočítejte derivaci funkcí:

88. $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}+\dfrac{3}{x^3}$

89. $f(x)=\dfrac{2x}{1-x^2}$

90. $f(x)=\dfrac{1+x-x^2}{1-x+x^2}$

91. $f(x)=\dfrac{x}{(1-x)^2(1+x)^3}$

92. $f(x)=\dfrac{(1-x)^p}{(1+x)^q}$

93. $f(x)=\dfrac{x^p(1-x)^q}{1+x}$

94. $f(x)=x+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x}$

95. $f(x)=\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{\sqrt{x}}+\dfrac{1}{\sqrt[3]{x}}$

96. $f(x)=\sqrt[3]{x^2}-\dfrac{2}{\sqrt{x}}$

97. $f(x)=x\sqrt{1+x^2}$

98. $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{a^2-x^2}}$

99. $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{1+x^3}{1-x^3}}$

100. $f(x)=\cos 2x-2\sin x$

101. $f(x)=\left(2-x^2\right)\cos x+2x\sin x$

102. $f(x)=\sin\sin\sin x$

103. $f(x) = \dfrac{\sin^2 x}{\sin x^2}$

104. $f(x) = \dfrac{\cos x}{2\sin^2 x}$

105. $f(x) = (\sin^n x)\cos nx$

106. $f(x) = \dfrac{1}{\cos^n x}$

107. $f(x) = \dfrac{\sin x - x\cos x}{\cos x + x\sin x}$

108. $f(x) = \operatorname{tg}\dfrac{x}{2} - \operatorname{cotg}\dfrac{x}{2}$

109. $f(x) = \sin\cos^2\operatorname{tg}^3 x$

110. $f(x) = e^{-x^2}$

111. $f(x) = 2^{\operatorname{tg}\frac{1}{x}}$

112. $f(x) = e^x\left(x^2 - 2x + 2\right)$

113. $f(x) = \dfrac{(\ln 3)\sin x + \cos x}{3^x}$

114. $f(x) = e^x + e^{e^x} + e^{e^{e^x}}$

115. $f(x) = x^{a^a} + a^{x^a} + a^{a^x}, \quad a > 0$

116. $f(x) = \ln^3 x^2$

117. $f(x) = \ln\ln\ln x$

118. $f(x) = \ln\ln^2\ln^3 x$

119. $f(x) = \dfrac{1}{4}\ln\dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

120. $f(x) = x(\sin\ln x - \cos\ln x)$

121. $f(x) = \ln\operatorname{tg}\dfrac{x}{2} - (\cos x)\ln\operatorname{tg} x$

122. $f(x) = \operatorname{arctg}\dfrac{x^2}{a}$

123. $f(x) = \sqrt{x} - \operatorname{arctg}\sqrt{x}$

124. $f(x) = \arccos\dfrac{1}{x}$

125. $f(x) = \arcsin\sin x$

126. $f(x) = \arccos\cos^2 x$

127. $f(x) = \operatorname{arctg}\dfrac{1+x}{1-x}$

128. $f(x) = \ln\left(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}}\right)$

129. $f(x) = \operatorname{arctg}\left(x + \sqrt{1 + x^2}\right)$

T8: Vypočítejte derivace funkcí $y = f(x)$ daných implicitně:

130. $x^2 + 2xy - y^2 = 2x, \quad y < x$
Vypočítejte $f'(2)$.

131. $y^2 = 2px, \quad y > 0$

132. $\dfrac{x^2}{a^2} + \dfrac{y^2}{b^2} = 1, \quad y > 0$

133. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}, \quad y > 0$

134. $x^{\frac{2}{3}} + y^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{2}{3}}, \quad y > 0$

135. $\operatorname{arctg}\dfrac{y}{x} = \ln\sqrt{x^2 + y^2}, \quad y < x$

T9: Geometrický význam derivace:

136. Napište rovnici tečny a normály ke grafu funkce

$$f(x) = (x + 1)\sqrt[3]{3 - x}$$

v bodech a) $A = [-1, 0]$; b) $B = [2, 3]$; c) $C = [3, 0]$.

137. Ve kterých bodech grafu funkce $f(x) = 2 + x - x^2$ je tečna a) rovnoběžná s osou x; b) rovnoběžná s přímkou $y = x$?

138. Pod jakým úhlem protíná graf funkce $f(x) = \ln x$ osu x?

139. Pod jakým úhlem se protínají grafy funkcí $f(x) = x^2$ a $g(x) = \sqrt{x}$?

140. Pod jakým úhlem se protínají grafy funkcí $f(x) = \sin x$ a $g(x) = \cos x$?

T10: Pomocí diferenciálu vypočítejte přibližně hodnoty:

141. $\sqrt[3]{1{,}02}$

142. $\sin 29°$

143. $\cos 151°$

144. $\operatorname{arctg} 1{,}05$

T11: Vypočítejte derivaci 2. řádu funkcí:

145. $f(x) = x\sqrt{1 + x^2}$

146. $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{1 - x^2}}$

147. $f(x) = e^{-x^2}$

148. $f(x) = \operatorname{tg} x$

149. $f(x) = \left(1 + x^2\right) \operatorname{arctg} x$

150. $f(x) = x \ln x$

151. $f(x) = \ln \varphi(x)$

152. $f(x) = x(\sin \ln x + \cos \ln x)$

T12: Vypočítejte n-tou derivaci funkcí:

153. $f(x) = \dfrac{1}{1 - x}$

154. $f(x) = \cos x$

155. $f(x) = \sin^2 x$

156. $f(x) = e^x \sin x$

T13: Dokažte nerovnosti

157. $|\sin x - \sin y| \le |x - y|$

158. $e^x > 1 + x \quad \text{pro } x \ne 0$

159. $x - \dfrac{x^2}{2} < \ln(1 + x) < x \quad \text{pro } x > 0$

160. $x - \dfrac{x^3}{6} < \sin x < x \quad \text{pro } x > 0$

T14: Najděte intervaly, na kterých je funkce rostoucí, resp. klesající:

161. $f(x) = 2 + x - x^2$

162. $f(x) = 3x - x^3$

163. $f(x) = \dfrac{2x}{1 + x^2}$

164. $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{x + 100}$

165. $f(x) = x + \sin x$

166. $f(x) = x + |\sin 2x|$

167. $f(x) = \cos \dfrac{\pi}{x}$

168. $f(x) = \dfrac{x^2}{2^x}$

169. $f(x) = x^n e^{-x}, \quad n > 0,\ x \geq 0$

170. $f(x) = x^2 - \ln x^2$

T15: Najděte lokální extrémy funkcí:

171. $f(x) = 2 + x - x^2$

172. $f(x) = (x - 1)^4$

173. $f(x) = x^m (1 - x)^n, \quad m, n \in \mathbb{N}$

174. $f(x) = \cos x + \cosh x$

175. $f(x) = (x + 1)^{10} e^{-x}$

176. $f(x) = |x|$

177. $f(x) = x^{\frac{1}{3}} (1 - x)^{\frac{2}{3}}$

178. $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$

179. $f(x) = x(x - 1)^2 (x - 2)^3$

180. $f(x) = x + \dfrac{1}{x}$

181. $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + 2x + 1}$

182. $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$

183. $f(x) = x\sqrt[3]{x - 1}$

184. $f(x) = xe^{-x}$

185. $f(x) = \dfrac{\ln^2 x}{x}$

186. $f(x) = \cos x + \dfrac{1}{2} \cos 2x$

187. $f(x) = \dfrac{10}{1 + \sin^2 x}$

188. $f(x) = \operatorname{arctg} x - \dfrac{1}{2} \ln(1 + x^2)$

189. $f(x) = e^x \sin x$

T16: Vyšetřete konvexnost, resp. konkávnost, funkcí:

190. $f(x) = 3x^2 - x^3$

191. $f(x) = \dfrac{a^3}{a^2 + x^2}, \quad a > 0$

192. $f(x) = x + \sqrt[3]{x^5}$

193. $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$

194. $f(x) = x + \sin x$

195. $f(x) = e^{-x^2}$

196. $f(x) = \ln(1 + x^2)$

197. $f(x) = x \sin \ln x$

198. $f(x) = x^x, \quad x > 0$

T17: Pomocí l'Hospitalova pravidla vypočítejte limity:

199. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sin ax}{\sin bx}$

200. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cosh x - \cos x}{x^2}$

201. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - x}{x - \sin x}$

202. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{3 \operatorname{tg} 4x - 12 \operatorname{tg} x}{3 \sin 4x - 12 \sin x}$

203. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}} \dfrac{\operatorname{tg} 3x}{\operatorname{tg} x}$

204. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x \operatorname{cotg} x - 1}{x^2}$

205. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} \dfrac{\sqrt[3]{\operatorname{tg} x} - 1}{2\sin^2 x - 1}$

206. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x(e^x + 1) - 2(e^x - 1)}{x^3}$

207. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1 - \cos x^2}{x^2 \sin x^2}$

208. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^x - a^{\sin x}}{x^3}, \quad a > 0$

209. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{x^x - x}{\ln x - x + 1}$

210. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln \sin ax}{\ln \sin bx}$

211. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos \sin x - \cos x}{x^4}$

212. $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^n}{e^{ax}}, \quad a > 0, \ n > 0$

213. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{-\frac{1}{x^2}}}{x^{100}}$

214. $\lim\limits_{x\to +\infty} x^2 e^{-0.01x}$

215. $\lim\limits_{x\to 1-} (\ln x)\ln(1 - x)$

216. $\lim\limits_{x\to 0+} x^\varepsilon \ln x, \quad \varepsilon > 0$

217. $\lim\limits_{x\to 0+} x^x$

218. $\lim\limits_{x\to 0} x^{x^x - 1}$

219. $\lim\limits_{x\to 0} \left(x^{x^x} - 1 \right)$

220. $\lim\limits_{x\to 0+} x^{\frac{k}{1 + \ln x}}$

221. $\lim\limits_{x\to 1} x^{\frac{1}{1-x}}$

222. $\lim\limits_{x\to 1} (2 - x)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}}$

223. $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$

224. $\lim\limits_{x\to 0} (\operatorname{cotg} x)^{\sin x}$

225. $\lim\limits_{x\to 0+} \left(\ln \dfrac{1}{x} \right)^x$

226. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x - x \ln a}{b^x - x \ln b} \right)^{\frac{1}{x^2}}$

227. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1} \right)$

228. $\lim\limits_{x\to 1} \left(\dfrac{1}{\ln x} - \dfrac{1}{x - 1} \right)$

229. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\operatorname{cotg} x - \dfrac{1}{x} \right)$

T18: Určete Taylorovy nebo Maclaurinovy polynomy daného stupně s v okolí bodu c funcí:

230. $f(x) = \dfrac{1}{x}, \quad c = 2, \quad s = 4$

231. $f(x) = \sqrt{x}, \quad c = 1, \quad s = 4$

232. $f(x) = \dfrac{1}{\cos} x, \quad c = 0, \quad s = 4$

233. $f(x) = x^2 + 2x + 3, \quad c = -2, \quad s = 99$

T19: Pomocí Taylorova vzorce vypočítejte přibližně

234. $\sqrt[3]{30}$

235. $\sqrt[5]{250}$

236. $\sqrt[12]{4000}$

237. $\sqrt{e}$

238. $\sin 18°$

239. $\ln 1.2$

240. $\operatorname{arctg} 0.8$

241. $\arcsin 0.45$

242. $1.1^{1.2}$

T20: Odhadněte chybu Maclaurinova polynomu:

243. stupně 5 funkce $\sin x$ při aproximaci $\sin 0.2$

244. stupně 6 funkce $\cos x$ při aproximaci $\cos 1$

245. stupně 2 funkce $\dfrac{1}{\cos} x$ při aproximaci $\dfrac{1}{\cos 0.2}$

T21: Určete Maclaurinovu řadu funcí:

246. $f(x) = e^x$

247. $f(x) = 2^x$

248. $f(x) = \dfrac{1}{1-x}$

249. $f(x) = \sin x$

250. $f(x) = \cos x$

251. $f(x) = \ln(1+x)$

T22: Vyšetřete průběh funkcí a nakreslete jejich grafy:

252. $f(x) = 3x - x^3$

253. $f(x) = (x^2 - 1)^3$

254. $f(x) = x^2 - 4|x| + 3$

255. $f(x) = 1 + x^2 - \dfrac{x^4}{2}$

256. $f(x) = (x+1)(x-2)^2$

257. $f(x) = \dfrac{x}{1+x^2}$

258. $f(x) = \dfrac{x}{x^2 - 1}$

259. $f(x) = \dfrac{x^2}{x^2 - 1}$

260. $f(x) = \dfrac{x^3}{3 - x^2}$

261. $f(x) = \dfrac{x^4}{x^3 - 2}$

262. $f(x) = \dfrac{x^2(x-1)}{(x+1)^2}$

263. $f(x) = \dfrac{x}{(1-x^2)^2}$

264. $f(x) = \dfrac{x^4}{(x+1)^3}$

265. $f(x) = \left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)^4$

266. $f(x) = \dfrac{x}{(1+x)(1-x)^2}$

267. $f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 - 5x + 6}$

268. $f(x) = \dfrac{x^4 + 8}{x^3 + 1}$

269. $f(x) = \dfrac{2 - x^2}{1 + x^4}$

270. $f(x) = \dfrac{1}{x} + 4x^2$

271. $f(x) = x^2 + \dfrac{1}{x^2}$

272. $f(x) = (x - 3)\sqrt{x}$

273. $f(x) = \sqrt{8x^2 - x^4}$

274. $f(x) = \dfrac{x - 2}{\sqrt{x^2 + 1}}$

275. $f(x) = \sin x + \cos^2 x$

276. $f(x) = x + \sin x$

277. $f(x) = 2x - \operatorname{tg} x$

278. $f(x) = x^2 e^{-x}$

279. $f(x) = x e^{-x}$

280. $f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

281. $f(x) = e^{2x - x^2}$

282. $f(x) = \dfrac{e^x}{1 + x}$

283. $f(x) = \dfrac{1}{e^x - 1}$

284. $f(x) = x + e^{-x}$

285. $f(x) = \sqrt{x}\,\ln x$

286. $f(x) = \dfrac{\ln x}{\sqrt{x}}$

287. $f(x) = x^2 \ln^2 x$

288. $f(x) = \ln(x^2 + 1)$

289. $f(x) = x - \ln(x + 1)$

290. $f(x) = x + \dfrac{\ln x}{x}$

291. $f(x) = \ln \cos x$

292. $f(x) = x + \operatorname{arctg} x$

T23: Najděte primitivní funkce:

293. $\displaystyle\int \dfrac{dx}{x + a}$

294. $\displaystyle\int (2x - 3)^{10}\, dx$

295. $\displaystyle\int \sqrt[3]{1 - 3x}\, dx$

296. $\displaystyle\int \dfrac{dx}{4 + 9x^2}$

297. $\displaystyle\int (\sin 5x - \sin 5\alpha)\, dx$

298. $\displaystyle\int \dfrac{dx}{\sin^2(2x + \frac{\pi}{4})}$

299. $\displaystyle\int \sin^2 x\, dx$

300. $\displaystyle\int \dfrac{x\, dx}{3 - 2x^2}$

301. $\displaystyle\int \dfrac{x\, dx}{(1 + x^2)^2}$

302. $\displaystyle\int \dfrac{x\, dx}{4 + x^4}$

303. $\displaystyle\int \dfrac{dx}{e^x + e^{-x}}$

304. $\displaystyle\int \operatorname{tg} x\, dx$

305. $\displaystyle\int \operatorname{cotg} x\, dx$

306. $\displaystyle\int \dfrac{\cos^3 x}{\sin x}\, dx$

T24: Metodou per partes najděte primitivní funkce:

307. $\int x \ln x \, dx$

311. $\int \ln^2 x \, dx$

308. $\int \ln x \, dx$

312. $\int x e^{-x} \, dx$

309. $\int \sqrt{x} \ln^2 x \, dx$

313. $\int x \sin^2 x \, dx$

310. $\int \dfrac{\ln^2 x}{x^2 \sqrt{x}} \, dx$

314. $\int x^2 \sin 2x \, dx$

T25: Rozkladem na parciální zlomky najděte primitivní funkce:

315. $\int \dfrac{dx}{(x-1)(x+3)}$

320. $\int \dfrac{x \, dx}{x^3 - 3x + 2}$

316. $\int \dfrac{dx}{x^2 + x - 2}$

321. $\int \dfrac{dx}{(x+1)(x^2+1)}$

317. $\int \dfrac{x \, dx}{(x+2)(x+3)}$

322. $\int \dfrac{dx}{x^3 + 1}$

318. $\int \dfrac{2x+3}{(x-2)(x+5)} \, dx$

323. $\int \dfrac{x \, dx}{x^3 - 1}$

319. $\int \dfrac{x \, dx}{2x^2 - 3x - 2}$

324. $\int \dfrac{dx}{x^4 - 1}$

T26: Použitím Leibnizova–Newtonova vzorce vypočítejte integrály:

325. $\int_{-1}^{8} \sqrt[3]{x} \, dx$

328. $\int_{0}^{2} |1 - x| \, dx$

326. $\int_{0}^{\pi} \sin x \, dx$

329. $\int_{0}^{100\pi} \sqrt{1 - \cos 2x} \, dx$

327. $\int_{\frac{1}{\sqrt{3}}}^{\sqrt{3}} \dfrac{dx}{1 + x^2}$

330. $\int_{0}^{1} a^x \, dx, \quad a > 0$

T27: Pomocí Riemannova integrálu vypočítejte limity posloupností:

331. $\lim\limits_{n \to \infty} \left(\dfrac{1}{n+1} + \dfrac{1}{n+2} + \cdots + \dfrac{1}{2n} \right)$ $\qquad$ [$\ln 2$]

332. $\lim\limits_{n \to \infty} n \left(\dfrac{1}{n^2 + 1^2} + \dfrac{1}{n^2 + 2^2} + \cdots + \dfrac{1}{2n^2} \right)$ $\qquad$ $\left[\frac{\pi}{4} \right]$

333. $\lim\limits_{n \to \infty} \dfrac{1}{n} \left(\sin \dfrac{\pi}{n} + \sin \dfrac{2\pi}{n} + \cdots + \sin \dfrac{n-1}{n}\pi \right)$ $\qquad$ $\left[\frac{2}{\pi} \right]$

10

334. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\left(\sqrt{1+\frac{1}{n}} + \sqrt{1+\frac{2}{n}} + \cdots + \sqrt{1+\frac{n}{n}}\right)$ $\qquad\left[\frac{2}{3}(\sqrt{8}-1)\right]$

335. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \frac{\sqrt[n]{n!}}{n}$ $\qquad\left[\frac{1}{e}\right]$

336. $\displaystyle\lim_{n\to\infty} \left(\frac{1}{n^2} + \frac{2}{n^2} + \cdots + \frac{2n-1}{n^2}\right)$ $\qquad[2]$