Signály a informace

Přednáška č.13

Modulace

Měření podobnosti signálů

Připomenutí předchozích přednášek

- V předchozích přednáškách byly probrány metody analýzy signálů a systémů, a postupy při návrhu systémů (filtrů).
- Pomocí nástrojů MATLAB lze navrhnout prakticky libovolný filtr FIR a IIR.
- Frekvenční charakteristiku navrženého filtru zjistíme pomocí funkce MATLAB – freqz.
- Signál na výstupu navrženého filtru vypočteme pomocí funkce MATLAB – filter.

Modulace a demodulace signálů

Potřeba modulace

- signály s vyššími frekvencemi se snáze přenáší (antény),
- možnost současného přenosu více signálů (telefon, televize)

Princip modulace

x_i …. signál nesoucí užitečnou informaci

x_c…. signál sloužící jako nosný signál („nosná“, angl. carrier)

$$x_c = A_c \cos(2\pi f_c t + \varphi_c)$$

signálem x_i se **moduluje** (ovlivňuje) jeden ze tří parametrů nosné: A_c, f_c, φ_c

modulace amplitudová,
frekvenční,
fázová

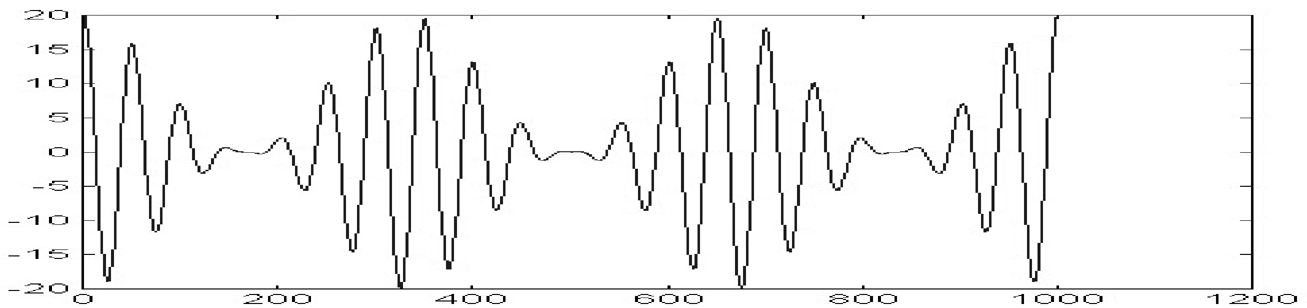
Amplitudová modulace (AM)

Princip AM – moduluje se amplituda nosné

$$x_m = A_c(1+\beta x_i)\cos(2\pi f_c t)$$ β … činitel modulace

signál x_i pak vytváří obálku x_c

Příklad: přenášený signál je kosinusovka



$$x_m = A_c[1+\beta\cos(2\pi f_i t)]\cos(2\pi f_c t) = A_c\cos 2\pi f_c t + A_c.\beta.\cos(2\pi f_i t)\cos(2\pi f_c t)$$

po úpravě

$$x_m = A_c\cos(2\pi f_c t) + \tfrac{A_c\beta}{2}\cos[2\pi(f_c+f_i)t] + \tfrac{A_c\beta}{2}\cos[2\pi(f_c-f_i)t]$$

Výsledkem modulace jsou 3 signály:

nosná a 2 kosinusovky vzdálené od nosné o f_i

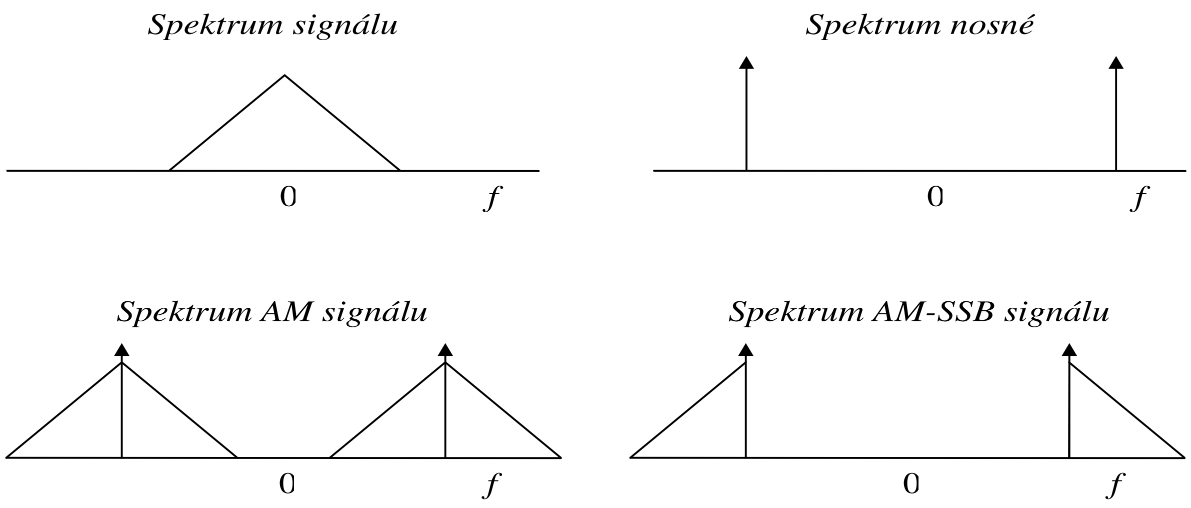
Spektrum amplitudové modulace

Má-li přenášený signál obecné spektrum $X_i(f)$,

pak spektrum modulovaného signálu je:

$$X_m = \frac{A_c}{2}[\delta(f+f_c)+\delta(f-f_c)]+\frac{\beta A_c}{2}[X_i(f+f_c)+X_i(f-f_c)]$$

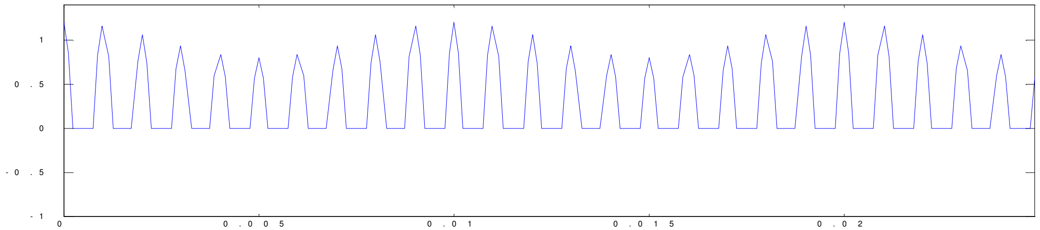
tvoří ho **čarové spektrum** odpovídající nosné a **spektrum přenášeného signálu** vlevo a vpravo od nosné.



Amplitudová demodulace

1. **Obálkový detektor** (jednocestný usměrňovač - dioda)

Princip: Všechny záporné hodnoty se nahradí nulou
a provede se filtrace DP



2. **Koherentní detektor** (synchronní demodulace)

Princip: Modulace modulovaného signálu toutéž nosnou

$$x_d = x_m \cos(2\pi f_c t) = [A_c + x_i]\cos(2\pi f_c t)\cos(2\pi f_c t)_c$$

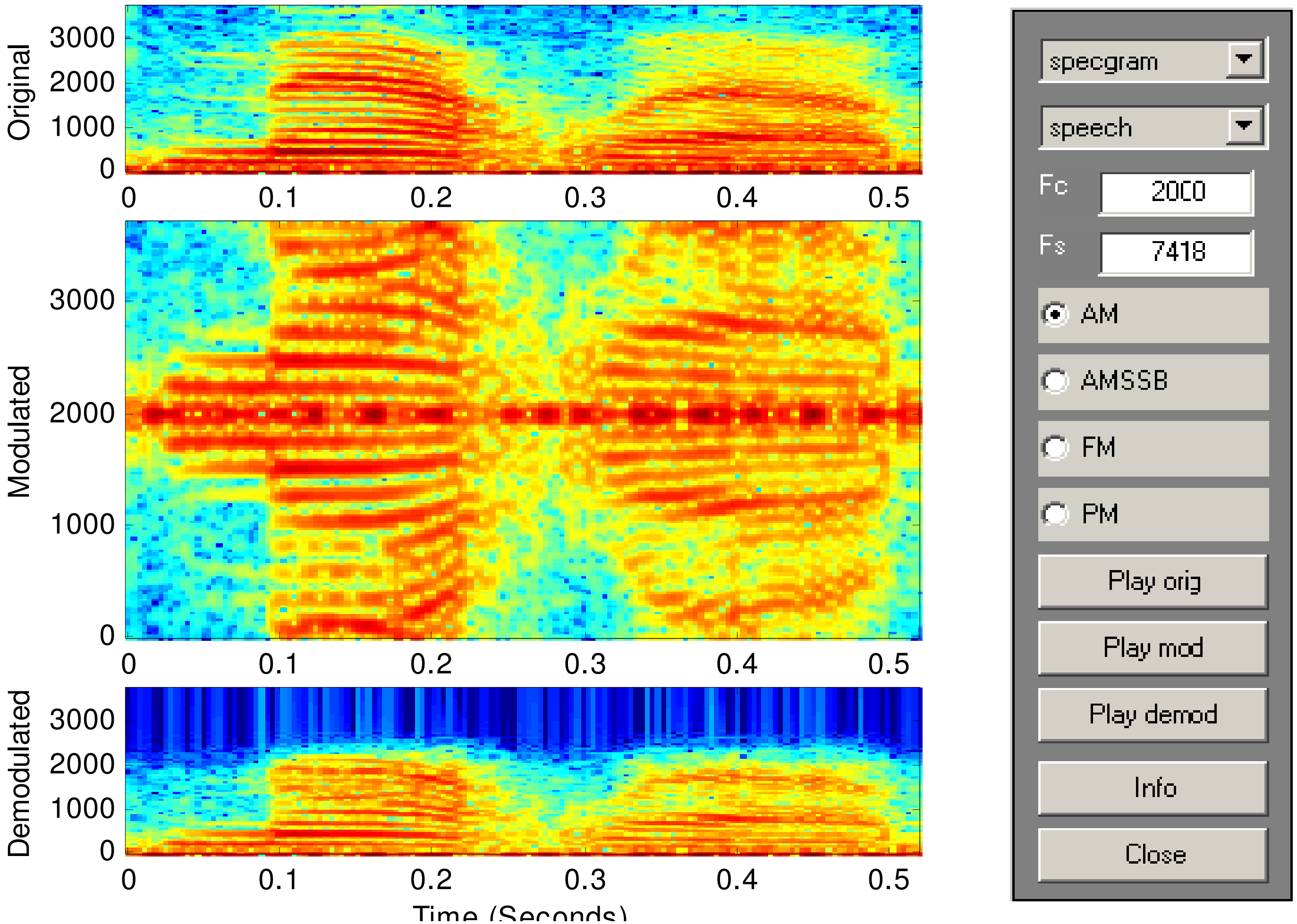
$$x_d = [A_c + x_i]\cos^2(2\pi f_c t) = \tfrac{1}{2}[A_c + x_i][1+\cos(4\pi f_c t)] =$$

$$= \tfrac{1}{2}[A_c + x_i] + \tfrac{1}{2}[A_c + x_i]\cos(4\pi f_c t)] \qquad \cos^2 a = \tfrac{1}{2}[1+\cos(2a)]$$

a složka na frekvenci $2f_c$ se odfiltruje DP filtrem

Ukázka AM modulace

Modulace signálu řeči pomocí AM a nosné 2 kHz



Frekvenční a fázová modulace (FM, PM)

Princip – moduluje se frekvence či fáze nosné

FM – frekvenční modulace

$$x_m = A_c \cos[2\pi(f_c + k_f x_i)t]$$

k_f … činitel frekv. Modulace

PM – fázová modulace

$$x_m = A_c \cos(2\pi f_c t + k_p x_i)$$

k_p … činitel fázové modulace

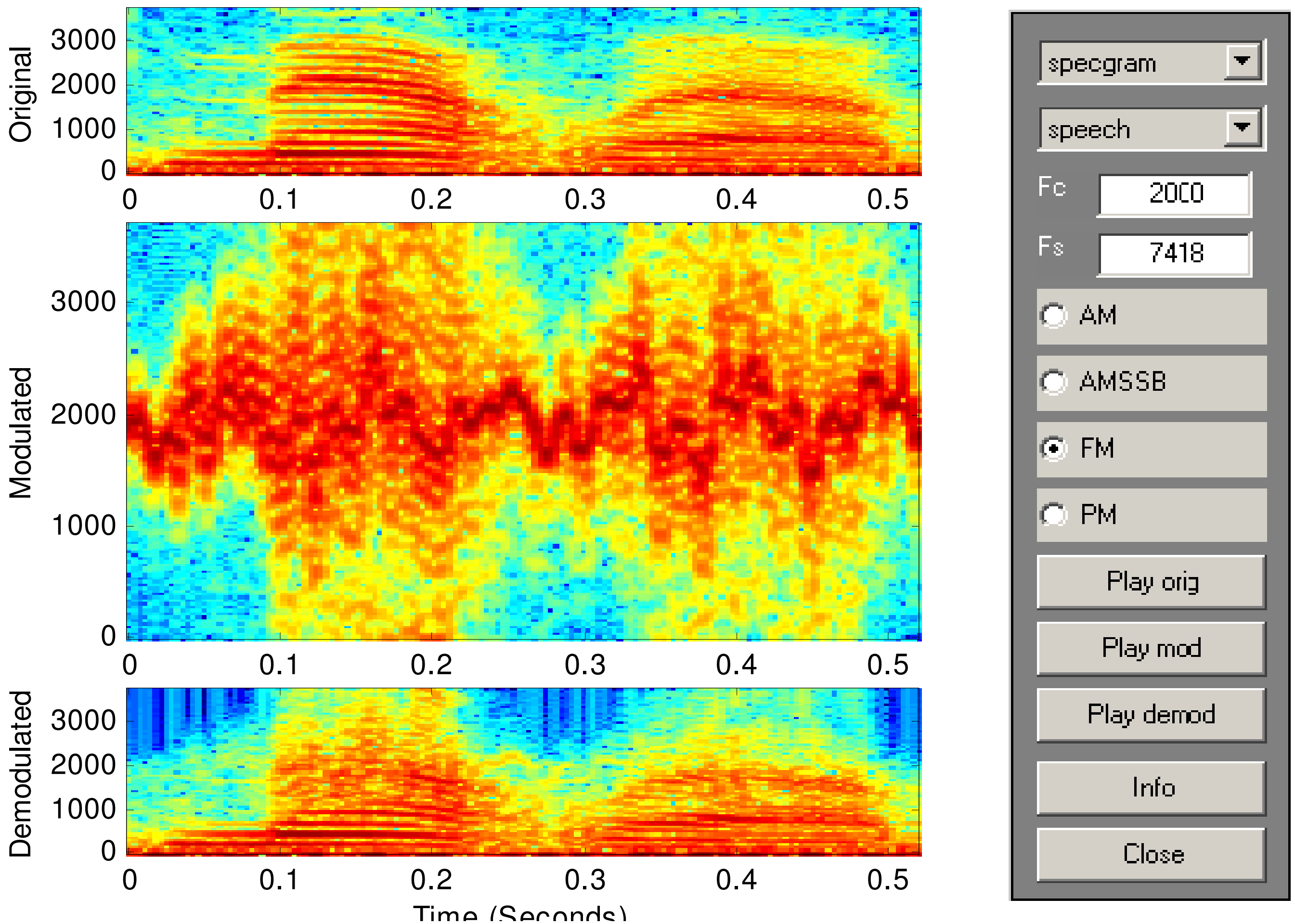
obě modulace ve skutečnosti ovlivňují jak fázi tak i frekvenci

příklad: $x_m = \cos[200\pi t + 0.4\sin(10\pi t)]$

$$f_c = 100 Hz \quad \pm\Delta f = 2 Hz$$

Ukázka FM modulace

Modulace signálu řeči pomocí FM a nosné 2 kHz



Porovnání AM a FM, PM modulace

1. U AM se mění průběh obálky, u PM a FM zůstává obálka konstantní
2. U AM je vzdálenost mezi průchody nulou stejná, u PM a FM se mění
3. FM signál je nelineární funkcí, přenosové pásmo u FM je mnohem širší než u AM
4. AM je náchylnější na rušení (projevuje se změnou amplitudy)
5. Při současném AM přenosu více signálů je třeba použít různé nosné frekvence. Vzdálenost mezi nimi musí být větší než dvojnásobek šířky přenášeného pásma.
6. AM se používá u rozhlasového vysílání na středních vlnách a u televizního signálu
7. FM se používá u rozhlasového vysílání na VKV

Měření podobnosti signálů

- Při hledání souvislostí mezi různými jevy popsanými signály, např. teplota a proud procházející obvodem, seismická data a předpověď zemětřesení, vývoj ekonomiky a vývoj cen akcií, apod.
- Při zjišťování skryté periodicity u zdánlivě náhodných signálů (např. silně zašuměných signálů, ekonomických dat, signály o sluneční aktivitě, apod) – zde se zjišťuje míra „samopodobnosti“
- V úlohách rozpoznávání, např. rozpoznávání řeči, obrazů, apod.
- Hlavními prostředky jsou funkce korelace a autokorelace

Korelační funkce

Korelační funkce (též korelace) určuje míru podobnosti mezi dvěma signály.

Pro spojité signály: $$R_{xy}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)\, y(\lambda - t)\, d\lambda = x(t) ** y(t)$$

Pro číslicové signály: $$R_{xy}(t) = \sum_{n=0}^{N} x(n)\, y(n-t) = x(n) ** y(n)$$

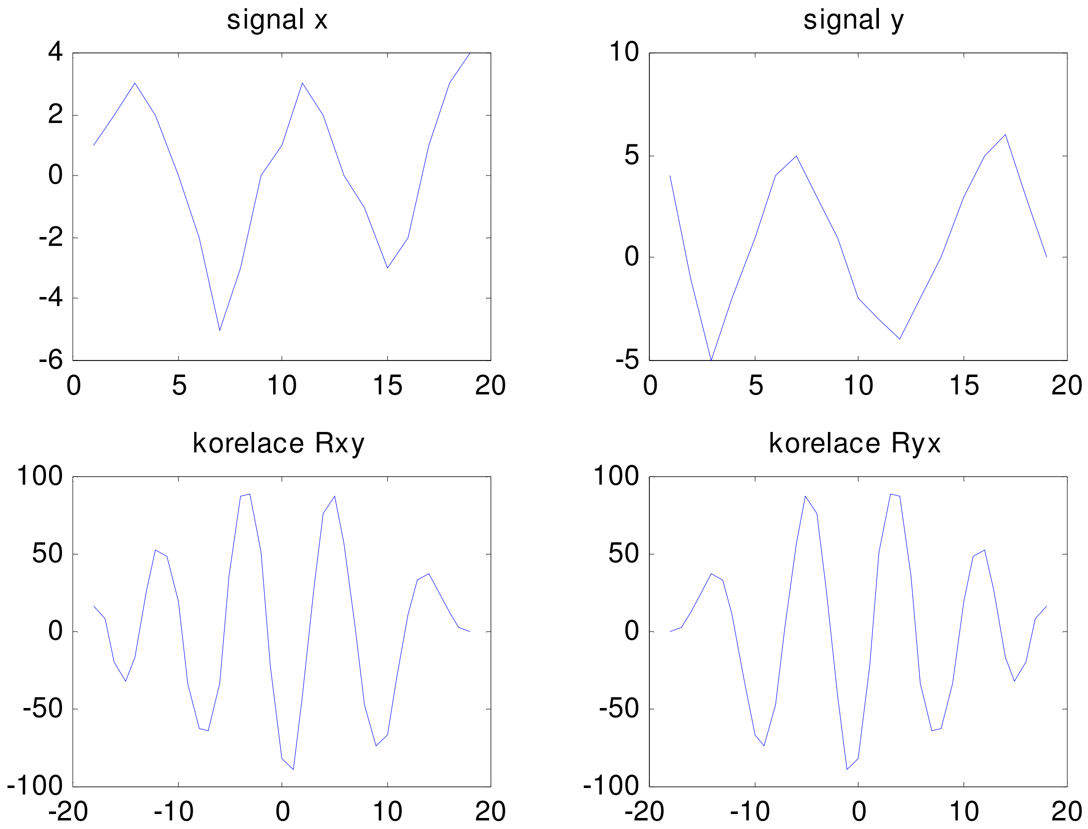
Je to funkce s parametrem **t** a představuje součet součinů vzorků signálu **x** se signálem **y** posunutým o **t**.

U korelační funkce závisí na pořadí obou signálů (funkce není komutativní), platí

$$R_{xy}(t) = R_{yx}(-t)$$

Korelační funkce - ilustrace

Ukázka korelační funkce dvou číslicových konečných signálů



Z grafů funkce R_{xy} a R_{yx} lze vyčíst, pro které hodnoty **t** jsou oba signály nejvíce korelované (přibližně řečeno „podobné“)

Autokorelační funkce

Korelační funkce aplikovaná na tentýž signál - určuje míru podobnosti v rámci téhož signálu.

Pro spojité signály: $$R_{xx}(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\lambda)x(\lambda - t)d\lambda = x(t) ** x(t)$$

Pro číslicové signály: $$R_{xx}(t) = \sum_{n=0}^{N} x(n)x(n-t) = x(n) ** x(n)$$

Je to funkce s parametrem **t** a představuje součet součinů vzorků signálu **x** s kopií téhož signálu posunutého o **t.**

Vlastnosti:

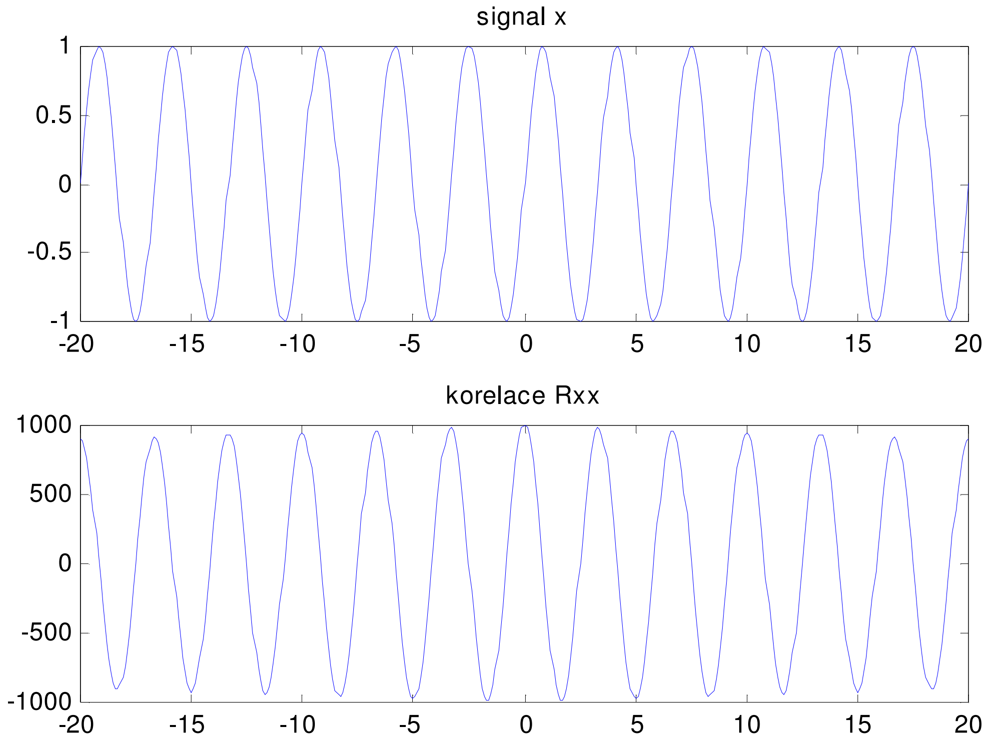
– Autokorelační funkce je symetrická: $R_{xx}(t) = R_{xx}(-t)$

– Maximum má vždy pro t = 0.

– **Periodická funkce** má další maxima vzdálená vždy o T.

Autokorelační funkce – ilustrace (1)

Ukázka autokorelační funkce periodického signálu

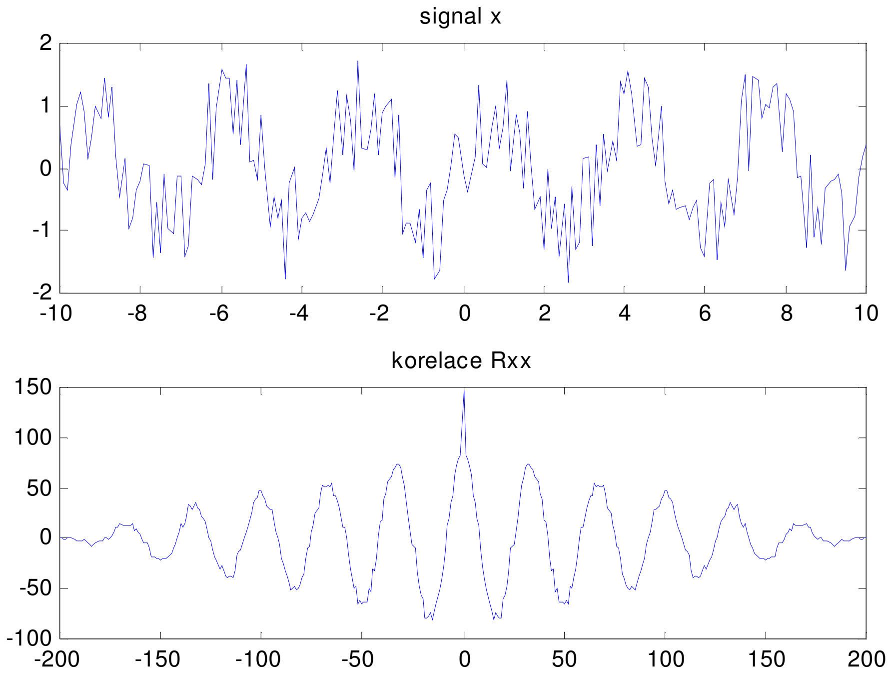


Autokorelační funkce je rovněž periodická, má maxima s periodou T.

Vysvětlení: Signál je „sám sobě podobný“ vždy po každých T vzorcích.

Autokorelační funkce – ilustrace (2)

Ukázka autokorelační funkce kvaziperiodického signálu, tj např. periodického signálu, který byl zašuměn.

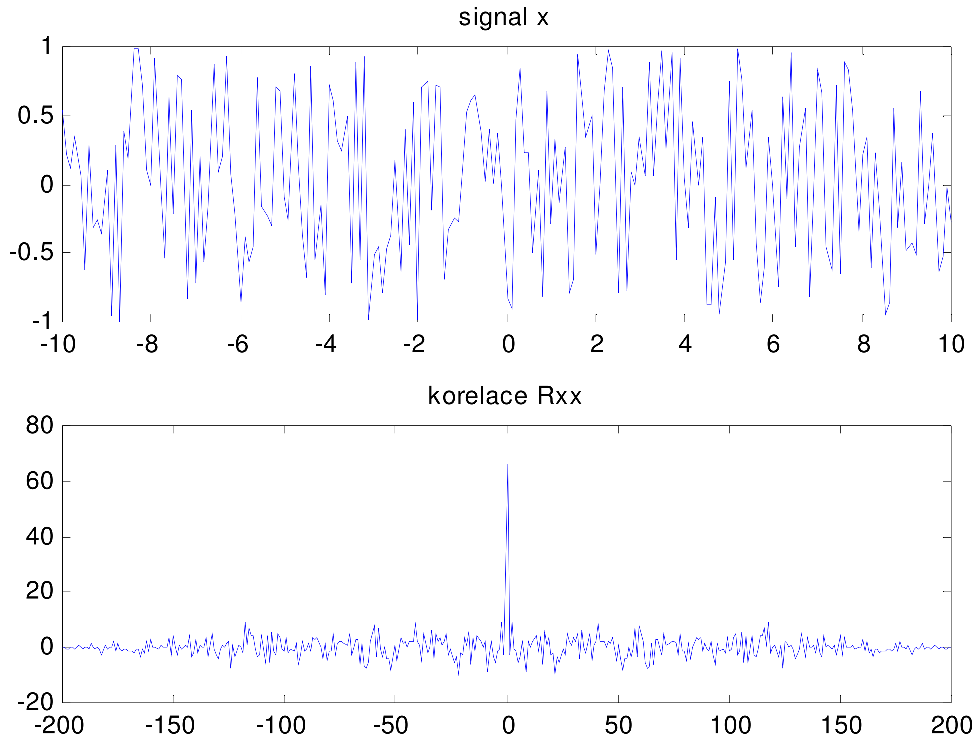


Autokorelační funkce vykazuje též maxima s periodou T, jejich hodnota však postupně klesá.

Vysvětlení: Vzdálenější části signálu jsou si méně podobné.

Autokorelační funkce – ilustrace (3)

Ukázka autokorelační funkce náhodného signálu (šumu).



Autokorelační funkce má jediné maximum, pro t = 0, všude jinde dosahuje velmi malých hodnot, v ideálním případě nulových (Diracův impulz)

Vysvětlení: Mezi vzorky náhodného signálu neexistuje žádný vztah.

Korelační funkce - shrnutí

Korelační či autokorelační funkce se používá

1. pro měření podobnosti dvou signálů,
2. pro určení zpoždění *t*, při němž jsou si dva signály nejvíce podobné
3. V praxi např. při radarovém měření vzdálenosti objektů (princip: směrem k objektu se vyšle signál, přijme se jeho odraz, který ovšem není úplně totožný, korelační funkcí se zjistí, pro které *t* má korelační funkce maximum, z tohoto času se určí dráha uražená signálem)
4. pro detekci skryté periodicity v zašuměných signálech

Poznámka: korelační funkce je velmi podobná konvoluci

$$Konv(t) = \sum_{n=0}^{N} x(n)\, y(t-n) = x(n) * y(n) \qquad R_{xy}(t) = \sum_{n=0}^{N} x(n)\, y(n-t) = x(n) ** y(n)$$

$$\text{platí} \qquad R_{xy}(t) = x(t) * y(-t)$$

V Matlabu: xcorr (x, y)