

Signály a informace

Přednáška č.3

Číslicové signály – základní
operace se signály, parametry
číslicových signálů

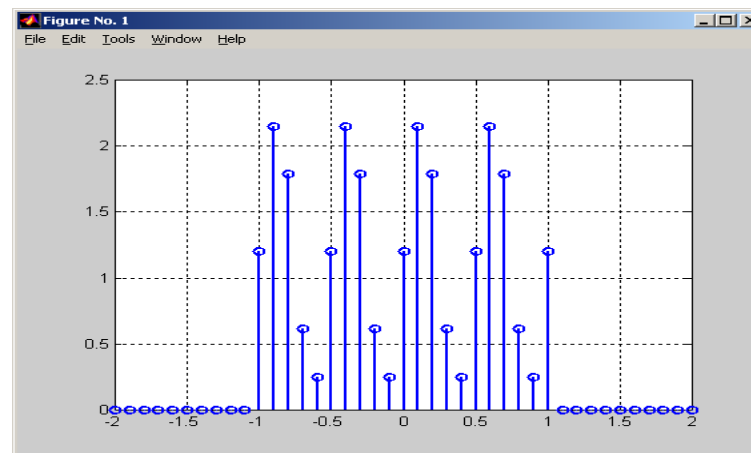
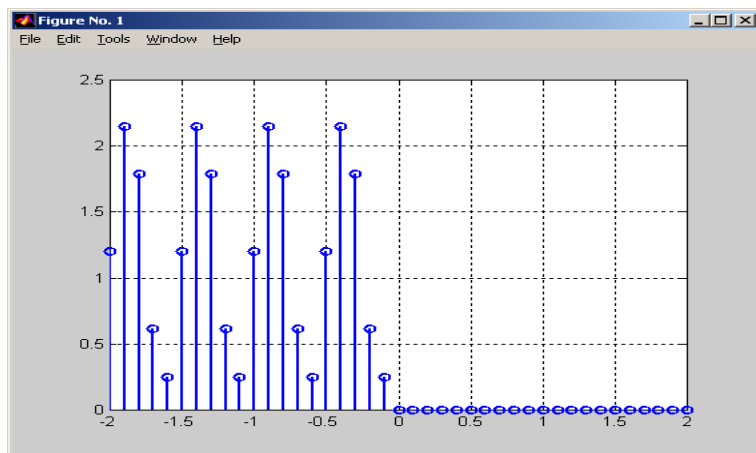
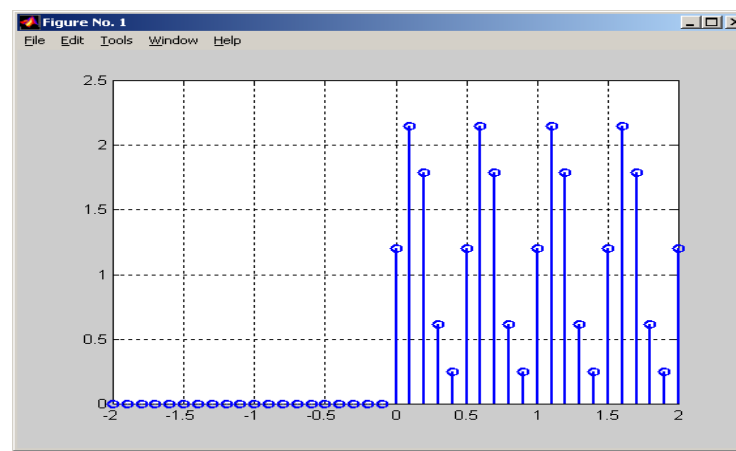
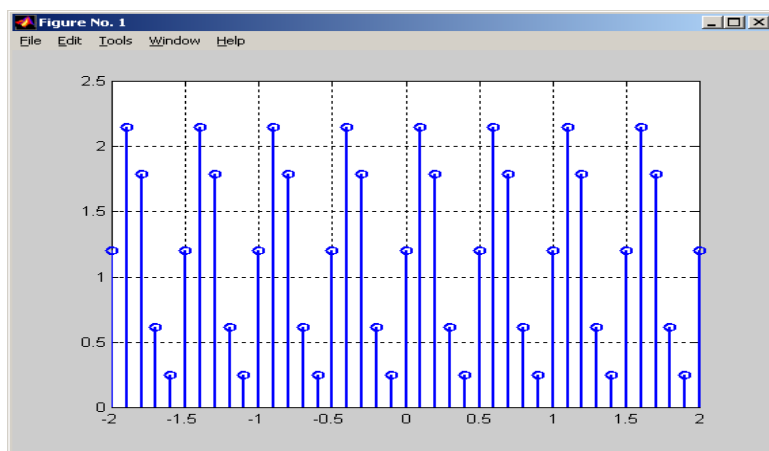
Připomenutí předchozí přednášky

1. Číslicové signály vznikají převodem analogových signálů (AD převodníky), vhodným sestavením z naměřených hodnot nebo vygenerováním.
2. AD převod zahrnuje vzorkování a kvantování. Základním parametrem vzorkování je vzorkovací frekvence, u kvantování rozlišení (počet bitů)
3. Vzorkováním i kvantováním se ztrácí část informace.
4. Volba parametrů vzorkování a kvantování musí být taková, aby nedošlo k zásadní změně (ztrátě) informace.

Typy číslicových signálů (1)

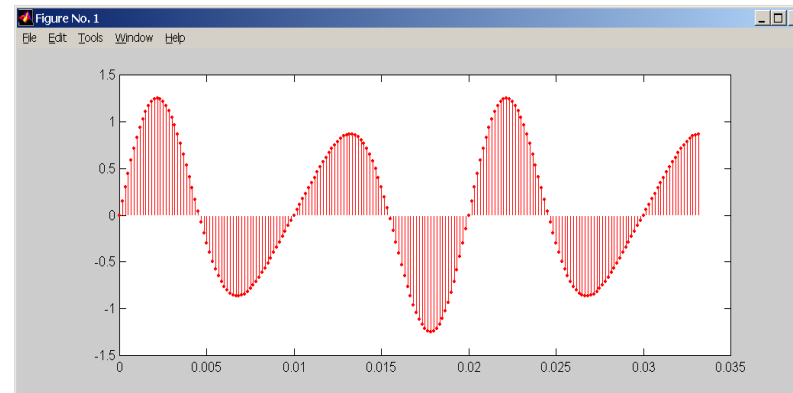
Podle trvání:

Nekonečné (oboustranně či jednostranně) - konečné (časově omezené)

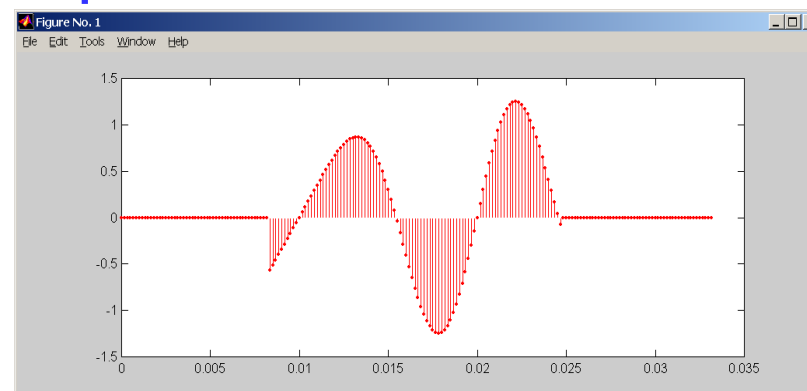


Typy číslicových signálů (2)

Nekonečné - vhodné pro teoretické studium
(zejména periodické)



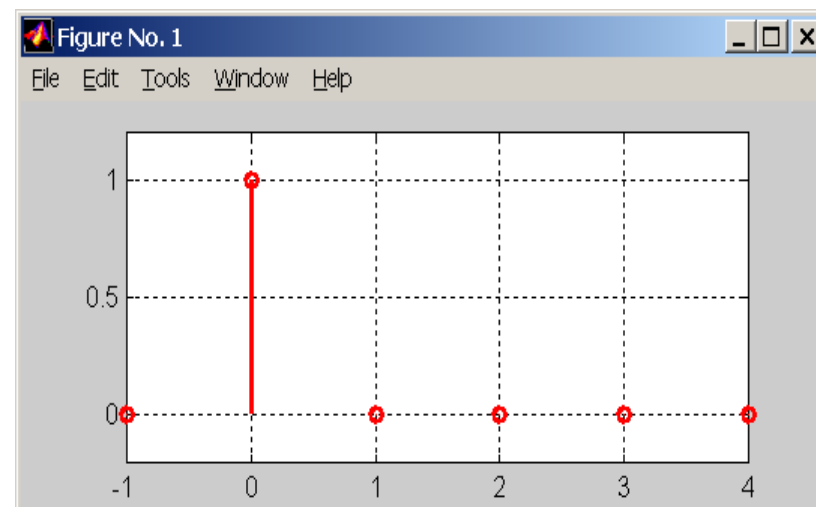
Konečné – signály, které v praxi skutečně
analyzujeme, většinou
vznikají výřezem
z delšího signálu



Speciální číslicové signály (1)

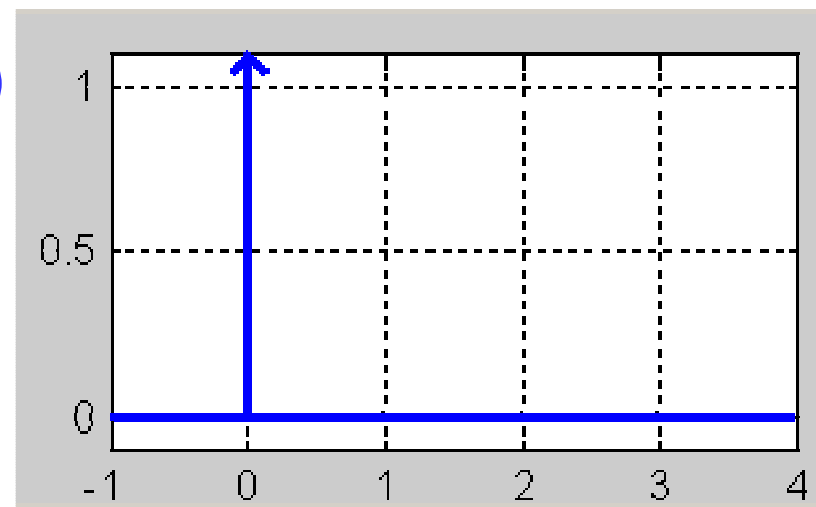
Jednotkový impulz

$x[0]=1$; jinak $x[n]=0$



U spojitých signálů je jeho obdobou **Diracův impulz** - $\delta(t)$ „nekonečně vysoký“ a „nekonečně úzký“ pulz, splňující podmínku

$$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$$

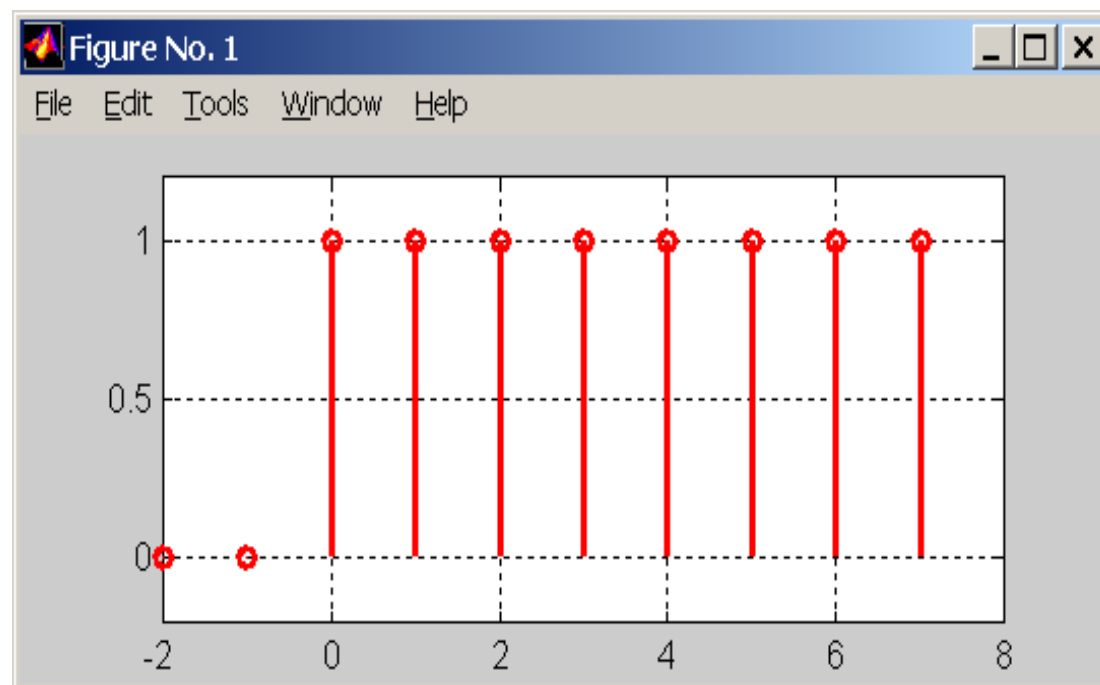


Speciální číslicové signály (2)

Jednotkový skok – $u[n]$

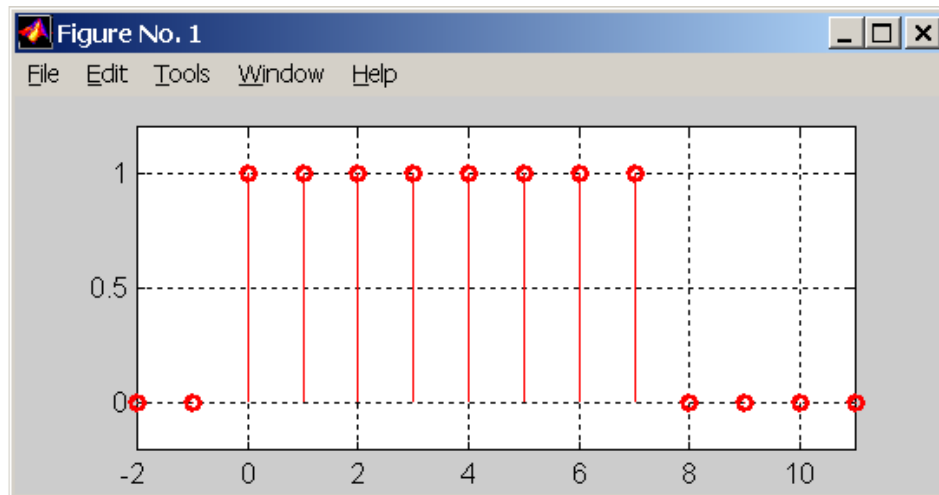
$u[n] = 0$ pro $n < 0$

$u[n] = 1$ pro $n \geq 0$

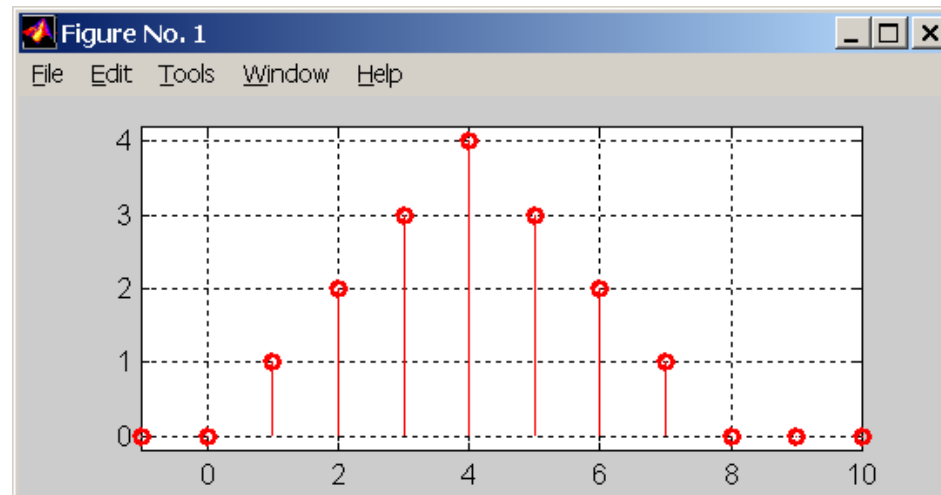


Speciální číslicové signály (3)

Obdélníkový pulz



Trojúhelníkový pulz

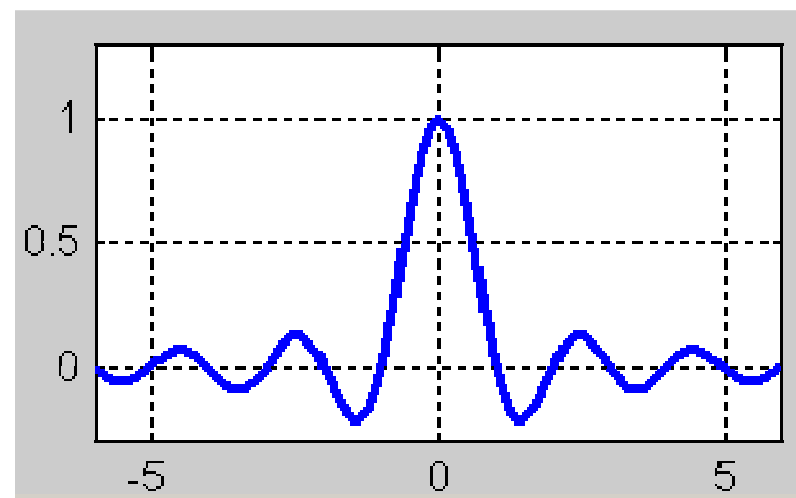


Pulz typu sinc

Jde o funkci typu $\sin(x) / x$

$$\text{sinc}[t] = \sin(\pi \cdot t) ./ (\pi \cdot t)$$

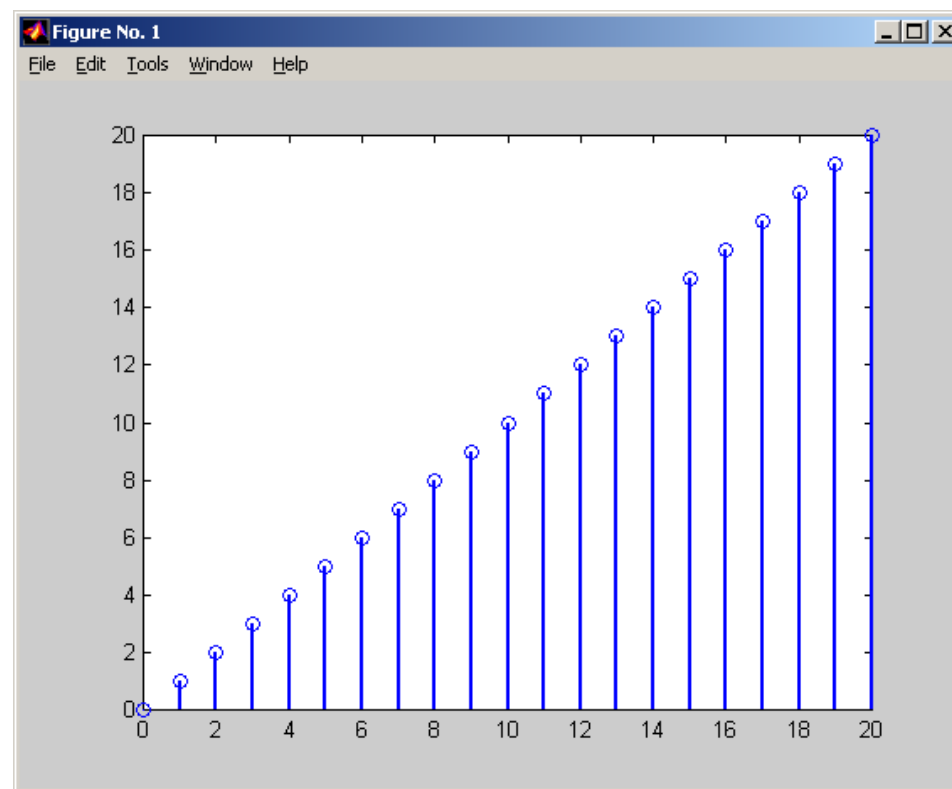
v teorii signálů hraje významnou úlohu



Speciální číslicové signály (4)

Lineární funkce – rampa (ramp)

$$r[n] = n * u[n]$$



Operace s číslicovými signály (1)

Posunutí v čase – dopředu, dozadu

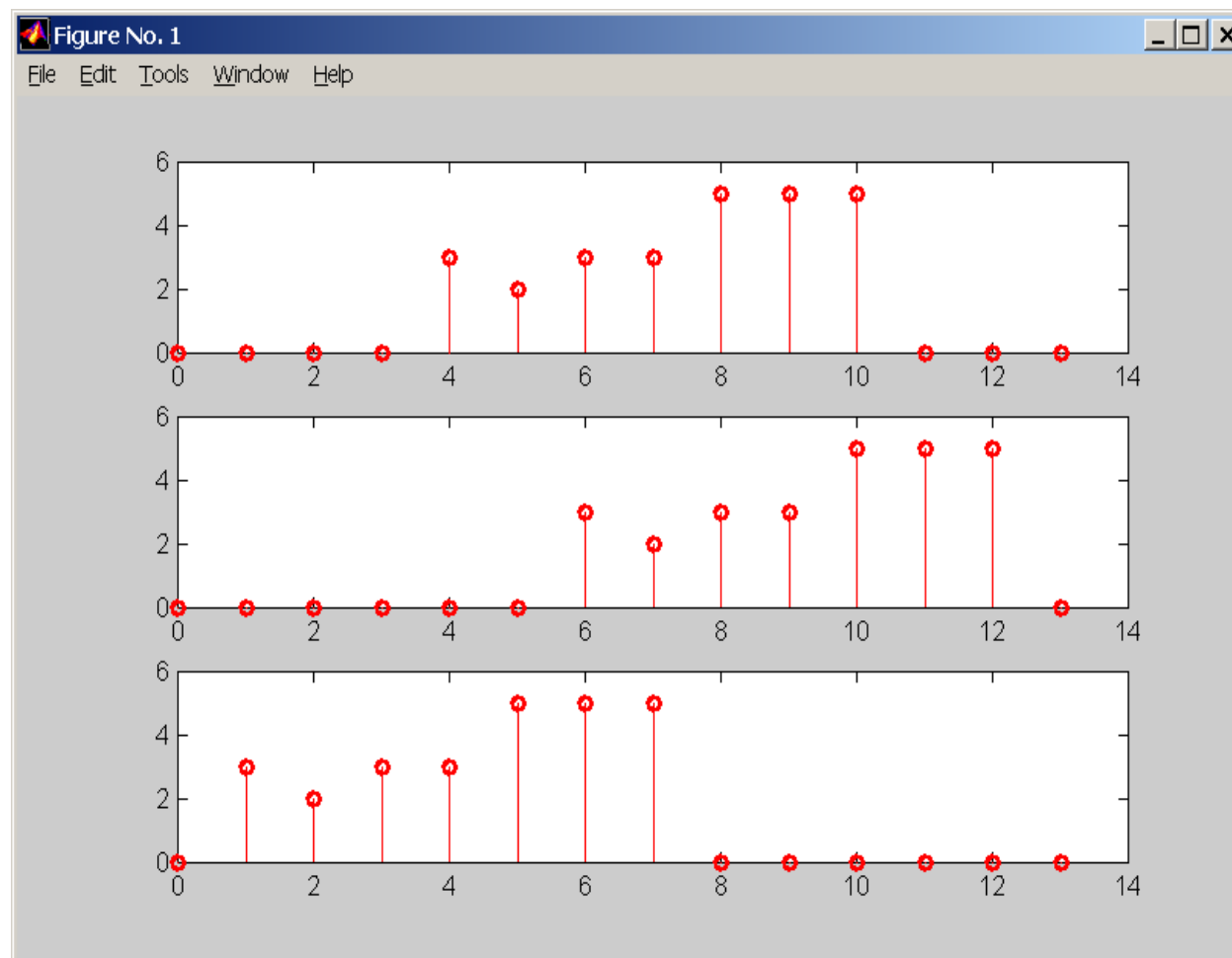
$x[n]$

$x[n-2]$

(Dopředu na ose času -
signál je zpožděn)

$x[n+3]$

(Dozadu na ose času -
signál proběhne dříve)



Operace s číslicovými signály (2)

Otočení v čase

$$x[n]$$

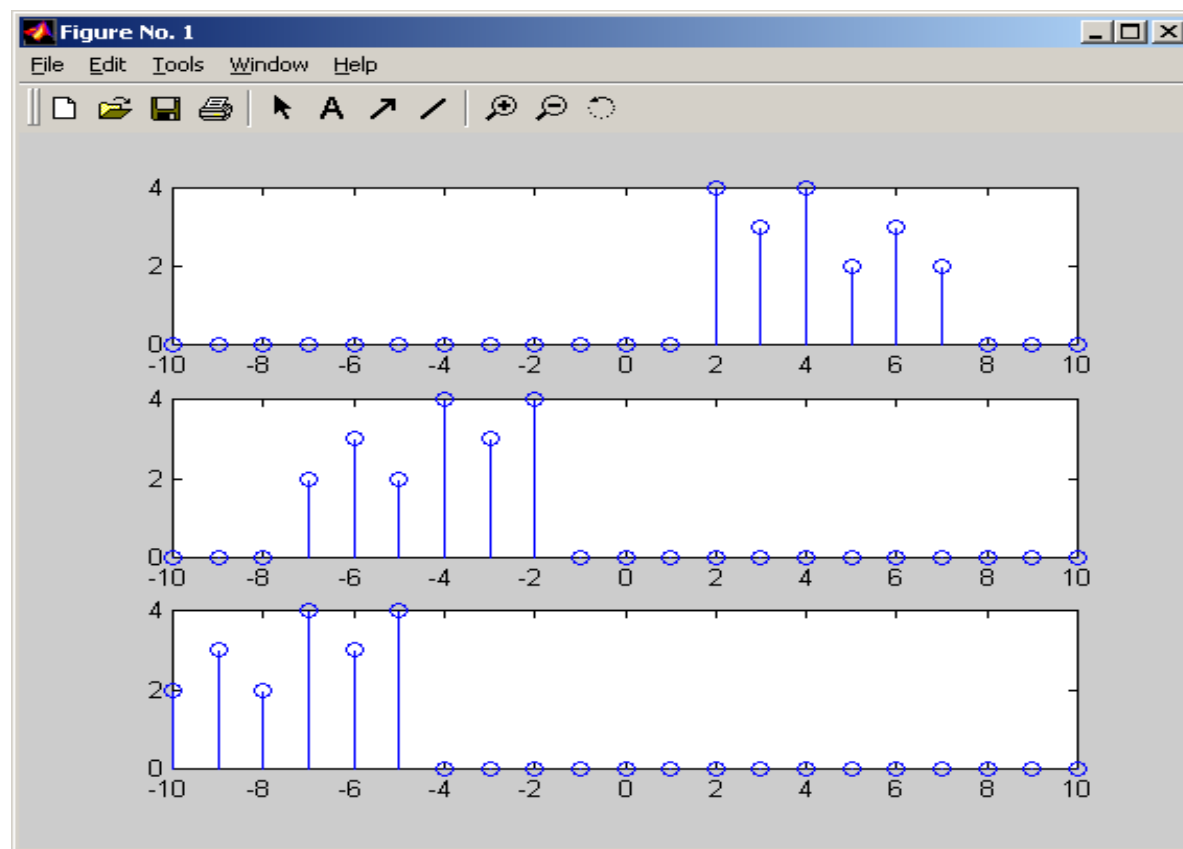
původní signál

$$x[-n]$$

signál otočený v čase

$$x[-n-3]$$

*signál otočený v čase
a posunutý*

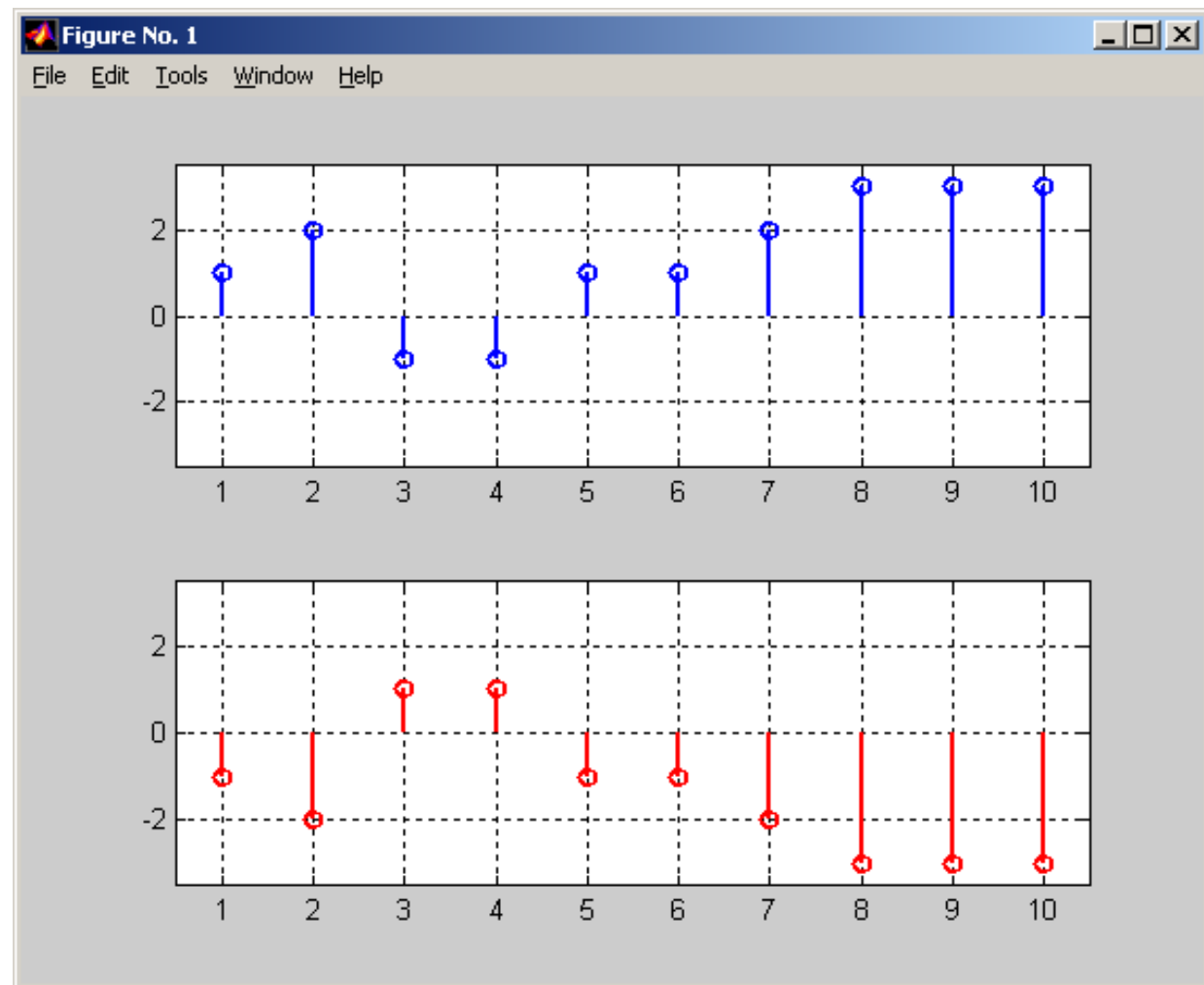


Operace s číslicovými signály (3)

Otočení v hodnotách

$x[n]$

$y[n] = -x[n]$

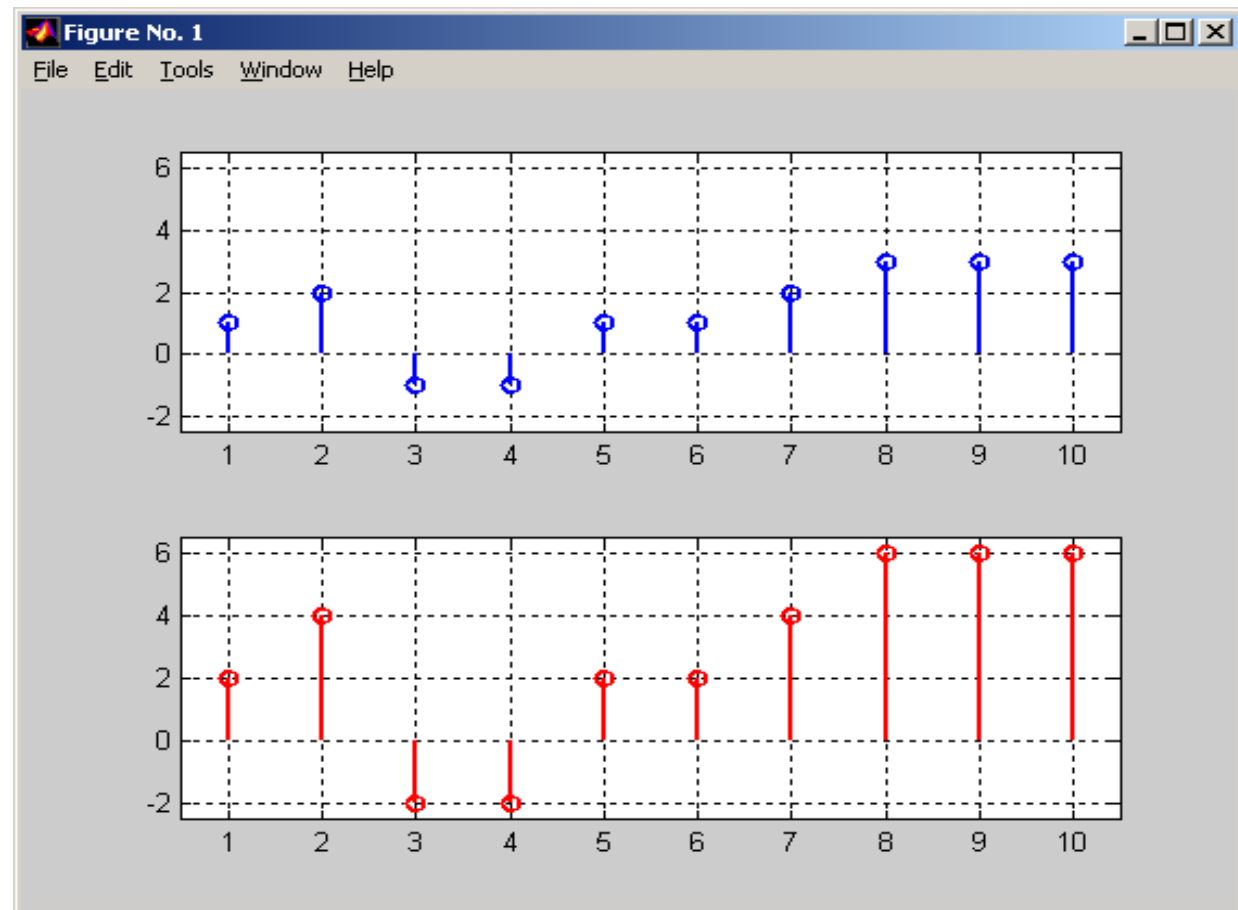


Operace s číslicovými signály (4)

Násobení konstantou

$x[n]$

$y[n] = a * x[n]$

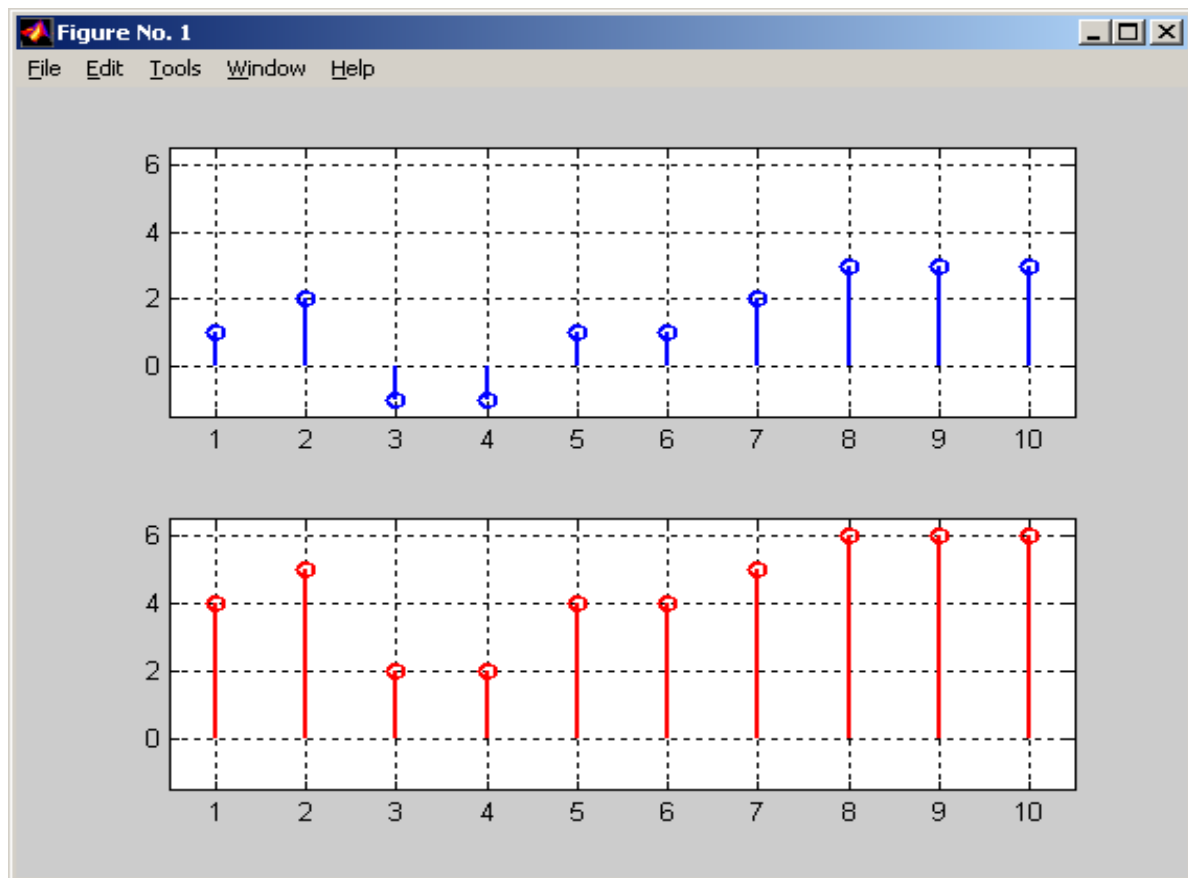


Operace s číslicovými signály (5)

Přičtení konstanty

$x[n]$

$y[n] = x[n] + k$
přidána „stejnoseměrná složka“ (ss)



Operace s číslicovými signály (6)

Sčítání, odečítání, násobení, dělení dvou signálů

spočívá v příslušné operaci (sčítání,) aplikované na jednotlivé vzorky se stejnými indexy (ve stejných časech)

v Matlabu – sčítání a odčítání je jasné
násobení a dělení musí být prvkové (ne maticové)
tedy operátor **.***

Operace s číslicovými signály (7)

Všechny dříve uvedené operace se dějí při zachování vzorkovací frekvence.

Operace měnící vzorkovací frekvenci –

decimace – snižování vzorkovací frekvence

interpolace – zvyšování vzorkovací frekvence

Jde o složité operace, zvláště pokud nová frekvence není celočíselným násobkem nebo podílem původní frekvence

Operace s číslicovými signály (8)

$x[n]$

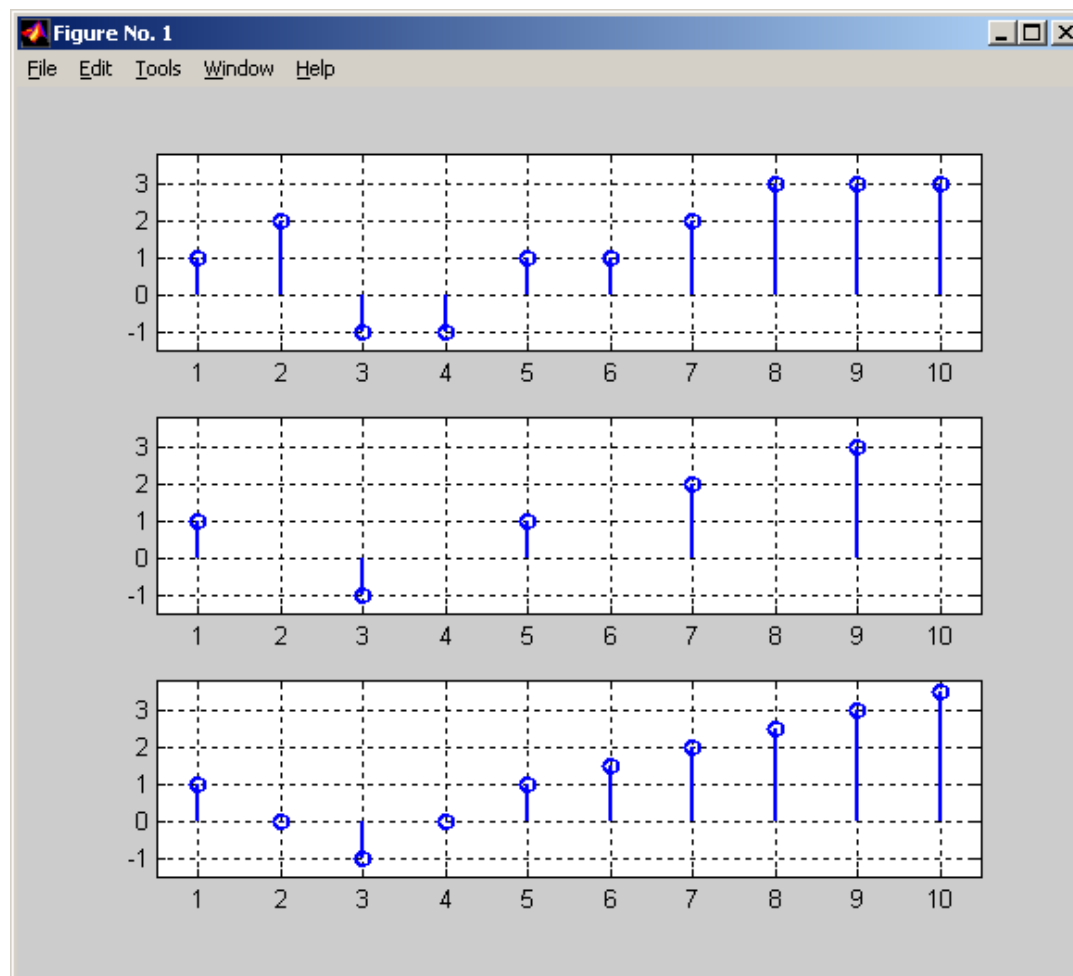
Decimace

$y[n]$ vznikl z $x[n]$
při poloviční F_s

Interpolace

$z[n]$ vznikl z $y[n]$
návratem k původní F_s
a lineární interpolací
hodnot

$x[n]$ a $z[n]$ jsou různé!



Operace s číslicovými signály (9)

Derivace – aproximována rozdílem sousedních vzorků

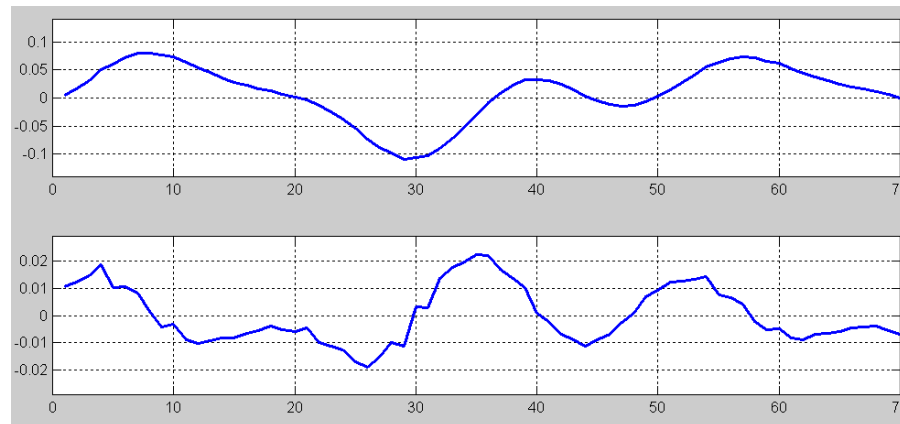
zpětný (kauzální) rozdíl

$$y[n] = x[n] - x[n-1]$$

dopředný (nekauzální) rozdíl

$$y[n] = x[n+1] - x[n]$$

- Vyjadřuje „míru změny“ signálu



Parametry číslicových signálů (1)

Střední hodnota

Výpočet u konečných signálů

$$\overline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]$$

Výpočet u nekonečných signálů
– lze pouze u periodických

$$\overline{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]$$

(N je délka periody)

*Problém reálných A/D převodníků - ss offset
(mají nenulovou ss složku)
řeší se odečtením střední hodnoty*

Parametry číslicových signálů (2)

Energie

$$E = \sum_{i=0}^{N-1} x[i]^2$$

Lze ji určit pouze u konečných signálů.

Proč název energie?

Pokud x představuje napětí na odporu R , spočítá se energie signálu jako $E = u \cdot i = u^2/R$. Je-li $R=1$, pak $E = u^2$

Výkon

$$P = \frac{1}{N} \sum_{i=0}^{N-1} x[i]^2$$

Používá se u nekonečných (periodických) signálů

Ukázky příkladů v testu

1. Je dán signál

$$y(t) = 10\cos(10t) + 5\sin(10t + \pi/2) + 7$$

Určete maximální, minimální a střední hodnotu signálu.

Platí: $\cos(x) = \sin(x + \pi/2)$

$A_{\max} = 22$ $A_{\min} = -8$

Střední hodnota 7

Ukázky příkladů v testu

2. Periodický číslicový signál o vzorkovací frekvenci $F_s=1000\text{Hz}$ má následující hodnoty:

.....3,-1,-1,-1,3,-1,-1,-1,3,-1,-1,-1.....

Určete:

Základní frekvenci: $f = 1/(4 \cdot T_s) = 250 \text{ Hz}$

Opakovací frekvenci: $F = 1/N = 1/4 = f/F_s = 0,25$

Střední hodnotu: $X = (x(1)+x(2)+x(3)+x(4))/4 = 0$

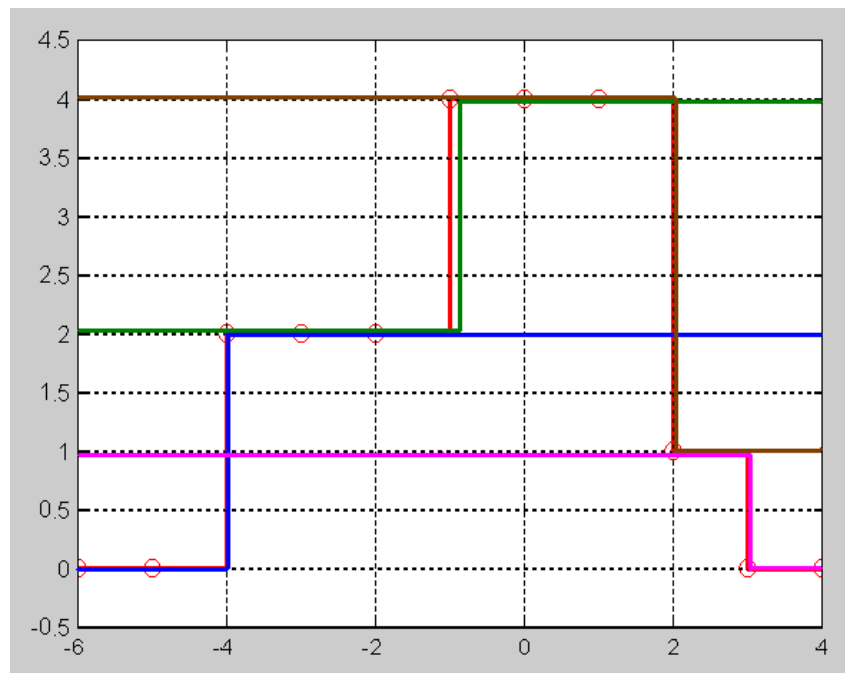
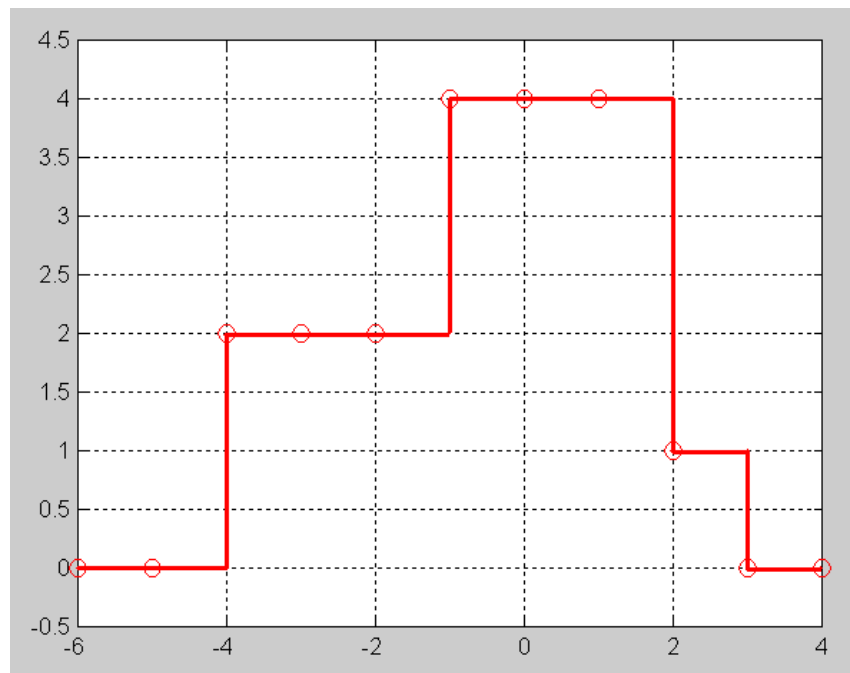
Výkon: $P = \text{sum}(x^*x)/4 = 12/4 = 3$

Ukázky příkladů v testu

3. Konečný číslicový signál je tvořen následující sekvencí:

$x[-4]=2$, $x[-3]=2$, $x[-2]=2$, $x[-1]=4$, $x[0]=4$, $x[1]=4$, $x[2]=1$

Popište signál pomocí elementárních funkcí typu $u[n]$.



$$x[n] = 2u[n+4] + 2u[n+1] - 3u[n-2] - u[n-3]$$

Konec přednášky

Děkuji za pozornost.