

Jméno a příjmení: [redacted]

ročník: [redacted]

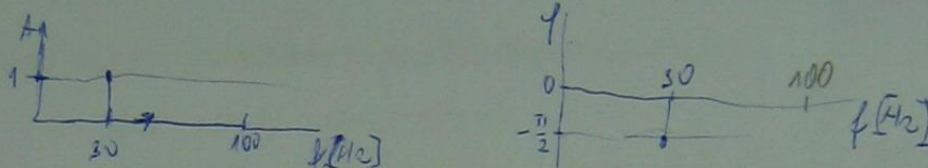
BODY:

ZNÁMKA:

1. Uvažujte analogový signál $x(t)$ definovaný předpisem

$$x(t) = 2 + \sin(2\pi 30t) + 2 \cos(200\pi t + \pi/3)$$

- a) nakreslete jednostranné amplitudové a fázové spektrum tohoto signálu (nezapomeňte správně označit všechny osy) [3b]



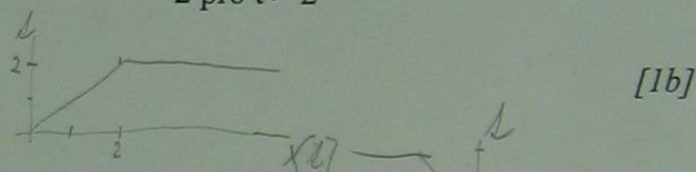
- b) napište, na jaké frekvence se přeloží jednotlivé složky signálu $x(t)$, pokud jej budeme vzorkovat

I. se vzorkovací frekvencí $F_s = 150$ Hz ~ 50 Hz [1b]

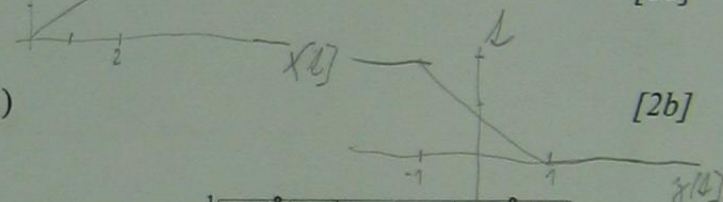
II. se vzorkovací frekvencí $F_s = 70$ Hz ~ 5 Hz [1b]

2. Uvažujte analogový signál $x(t)$ definovaný předpisem $x(t) = t$ pro $0 \leq t \leq 2$
 0 pro $t < 0$
 2 pro $t > 2$

Nakreslete časový průběh signálu $x(t)$



Nakreslete časový průběh signálu $y(t) = x(-t+1)$



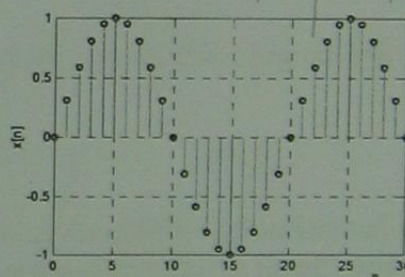
3. Zakroužkujte předpis, který odpovídá číslicovému signálu $x[n]$, jehož výřez je zobrazen na obrázku

☒ a) $x[n] = \sin(0.1\pi n)$

b) $x[n] = \sin(0.05\pi n)$

c) $x[n] = \sin\left(\frac{2\pi n}{10} - \frac{\pi}{2}\right)$

d) $x[n] = \sin(2\pi n)$



4. Pro daný číslicový signál $x = [1 \ 5 \ 2 \ -1 \ 2]$ určete následující autokorelační koeficienty (naznačte také výpočet $R_{xx}(0)$):

$1 \ 5 \ 2 \ -1 \ 2$
 $1 \ 5 \ 2 \ -1 \ 2$

$R_{xx}(0) = 35$

$R_{xx}(2) = 1$

$R_{xx}(-2) = 1$

$R_{xx}(20) = 0$

[2b]

5. Pomocí konvoluce určete výstup z filtru FIR popsaného impulsní odezvou $h[n] = [2, 1, -2]$ za předpokladu, že je na vstup tohoto systému přiveden nekonečný číslicový periodický signál $x[n] = [1, 0, 2, -1]$ (uvedena je pouze jedna perioda signálu). Naznačte postup výpočtu.

$10 \ 2 \ -1$
 $-2 \ 1 \ 2$

$y[n] = [2 \ 2 \ 2 \ -5 \ 2]$ (zvýrazněte jednu periodu)

[3b]

Určete diferenční rovnici zadaného filtru:

[1b]

6. Je dán obrazový přenos $H(z)$ diskrétního systému: $H(z) = \frac{z^2 - 3z + 2}{z^2 - z}$

Určete diferenční rovnici: $y[n] = \frac{x[n] - 3x[n-1] + 2x[n-2]}{1 - 1z^{-1}}$ [2b]

Uveďte tento vztah v záporných mocninách z : $H(z^{-1}) = \frac{1 - 3z^{-1} + 2z^{-2}}{1 - z^{-1}}$ [1b]

Určete nuly a póly: póly: 0, 1 a nuly: 1, 2 [2b]

7. Vypočítejte první dvě hodnoty na výstupu systému popsaného diferenční rovnicí

$$y[n] - y[n-1] = x[n] + x[n-1]$$

je-li na jeho vstup tohoto systému přiveden signál $x = [2, -1, 3, 5]$. Počáteční podmínky uvažujte nulové. Naznačte postup výpočtu, samotné hodnoty nebudou uznány!

$$y[n] = x[n] + x[n-1] + y[n-1]$$

$$y[0] = 2 + 0 + 0 = 2$$

$$y[1] = -1 + 2 + 2 = 3$$

$y[0] = \dots$ $y[1] = \dots$ [2b]

8. Rozhodněte, zda je číslicový systém popsaný diferenční rovnicí ve tvaru

$$y[n] = x[n+1] + y[n-1]/2$$

kauzální a lineární.

odpověď: systém je nekauzální a lineární [2b]

Uveďte, zda se jedná o systém typu FIR nebo IIR : IIR [1b]

9. Uvažujte číslicový signál $x[n] = [1, 2, 0, -1]$ a předpokládejte, že na tento signál byla aplikována čtyřbodová DFT dle vztahu

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j2\pi nk/N}$$

Určete amplitudu a fázi (v radiánech) druhého ($k=1$) spektrálního (Fourierova) koeficientu výsledného harmonického rozkladu a uveďte, které frekvenci tento koeficient náleží, je-li vzorkovací frekvence signálu $F_s = 20$ Hz.

naznačte stručně postup výpočtu:

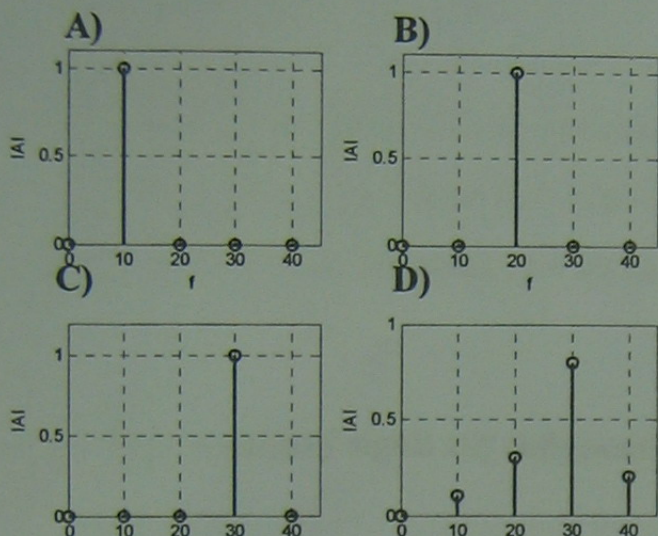
amplituda koeficientu pro $k=1$ $A = \dots$ a jeho fáze $\varphi = \dots$ [5b]

frekvence, ke které koeficient náleží: $f(\text{Hz}) = \dots$ vztah použitý pro výpočet \dots [2b]

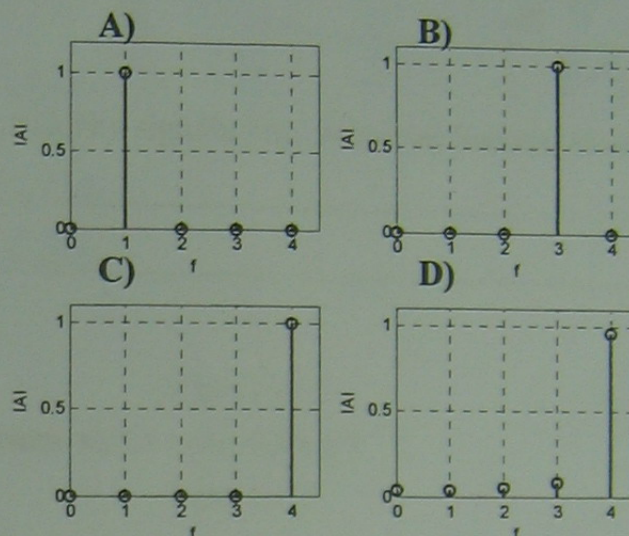
10. V následujících dvou příkladech a) a b) byl vygenerován harmonický číslicový signál $x(t) = \cos(2\pi ft + \pi/3)$,

přičemž frekvence f a vzorkovací frekvence F_s byla pokaždé různá, a na vygenerovaný signál byla poté aplikována N -bodová DFT (konkrétní hodnoty f , F_s a N viz obrázky). Na základě výsledků DFT pak bylo vykresleno amplitudové spektrum každého signálu.

Vášim úkolem je vybrat pro každý z obou případů správný obrázek amplitudového spektra (ze čtyř nabízených možností). Na každém obrázku je přitom vždy zobrazena přesně polovina vypočítaného spektra odpovídající frekvenčnímu rozsahu 0 až $F_s/2$. [5b]



a) $F_s = 100 \text{ Hz}$, $f = 120 \text{ Hz}$, $N = 10$



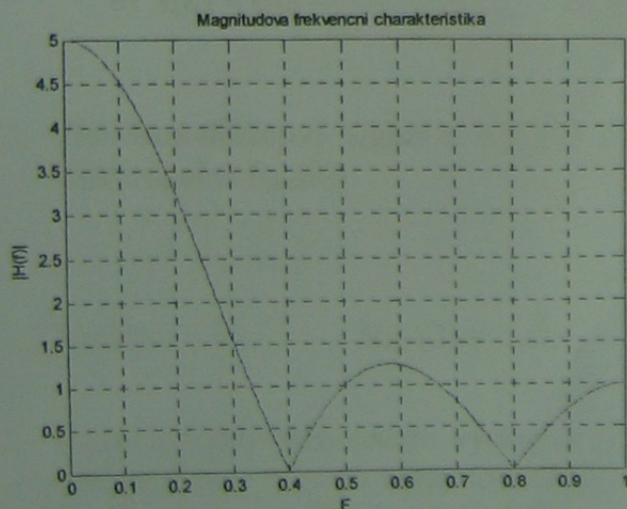
b) $F_s = 10 \text{ Hz}$, $f = 4.1 \text{ Hz}$, $N = 10$

správná možnost: B

správná možnost: D

Poznámka: Body za tento příklad budou uděleny pouze v případě, že budou správně vyřešeny oba případy !

11. Na následujícím obrázku je zobrazena amplitudová (magnitudová) frekvenční charakteristika číslicového filtru FIR, přičemž hodnota číslicové **frekvence $F = 1$ zde odpovídá polovině vzorkovací frekvence** (podobně jako v softwaru Matlab).



Nakreslete jednostranné amplitudové spektrum číslicového signálu, který vznikne vzorkováním signálu

$$x(t) = 2 + 3 \sin(2\pi 3t) + 1 \cos(2\pi 8t)$$

při vzorkovací frekvenci $F_s = 20 \text{ Hz}$, a projde uvedeným filtrem. 4[b]

