# Scottish book

## Honza Půlpán

Mezi dvěma světovými válkami se ve Lvově sešla skupina matematiků působící na místních dvou univerzitách - Lvovském Polytechnickém institutu a Univerzitě Jana Kazimierzkého. Tuto skupinu dnes známe jako Lvovská matematická škola. Zformovali ji hlavně tři muži - Stefan Banach, Stanislaw Ulam a Stanislaw Mazur. Tito pánové se pravidelně scházeli nejprve v Café Roma a později v Café Szkocka a společně řešili matematické problémy. Jejich hlavním objektem zájmu byla funkcionální analýza, která v tomto období a na tomto místě zaznamenala svůj největší posun. Po čase začali zaznamenávat tyto matematické problémy do sešitu, který v kavárně nechávali. A tak vznikla Scottish book. Toto ale není příběh jen Scottish book, ale celé Lvovské matematické školy a hlavně příběh o tom, jak spolupráce mezi matematiky vede k nádherným a pokrokovým výsledkům. I když je to příběh vlastně hodně smutný.



Měli bychom si ale nejdříve říci něco o historických souvislostech, období a místě, kdy se náš příběh odehrává. Lvov byl již nějakou dobu před velkou válkou součástí Rakouska Uherska, oblasti známe jako Halič (Galicia) a jmenoval se Lemberg. Rakousko ovšem válku prohrálo a Halič se tak stává součástí Polska, Lembergse přejmenovává na Lwow. Zaznamená ještě poměrně krvavý, i když naštěstí krátký boj o ukrajinskou nezávislost, který Polsko potlačí.

Náš příběh začíná ale o něco dříve a to v roce 1917 v Krakově. V této době potkává mladý profesor Hugo Steinhaus dva muže rozprávějící na lavičce v parku o Lebesquově integrálu. Jedním z nich je právě Stefan Banach, v kterém rozpoznává Steinhaus okamžitě nadaného matematika. Banach byl vždy poměrně excentrický člověk, odmítal například skládat jakékoliv zkoužky, i přesto se mu ale přesto i bez toho podařilo obhájit doktorát. Okamžitě spolu začínají spolupracovat. Později v roce 1919 oba změní působiště a ocitají se v té době na prestižním Polytechnické institutu ve Lvově.

Banach se ve Lvově potkává s Ulamem a později i s Mazurem a stává se hlavou skupiny matematiků, jejichž hlavním zájmem je funkcionální analýza. Vždy v sobotu se schází matematická společnost na univerzitě a po těchto setkáních se přesouvají do Cafe Szkocka a řeší jednotlivé problémy.

Jak byla Scottish book strukturovaná

- nejprve píšou na mramorové stoly
- později Banachova žena pořizuje notes
- jaké typy problémů jsou ve Scottish book jak jsou rozděleny
- mezi jakými lety Scottish book vzniká
- kromě naší trojice se na scottish book podílí i hosté jací? Van Neumann ...
- kolik problémů j ještě nevyřešených

Ve Scottish je celkem 93 problémů, některé jsoudo dnes nevyřešené a matematici se s nimi dále zabývají.

## Problém 42: Ulam

Ke každé uzavřené, konvexní množině X, obsažené v kouli (sféře?) K v Euklidovském prostoru, je spojitě (ve smyslu Hausdorffovy metriky) přiřazena jiná konvexní uzavřená množina f(X) obsažená v K. Existuje pevný bod, tedy uzavřená, konvexní množina  $X_0$  a platí  $f(X_0) = X_0$ ?

**Věta (Mazur)**:\ Necht E j třída konvexních uzavřených množin, obsažených v kouli K s vlastnostmi:

- 1. Jestliže  $A\in E$ ,  $B\in E$ , potom také  $\lambda A+(1-\lambda)B\in E$  pro  $0\leq \lambda \geq 1$ .
- 2. Jestliže  $A_n \in E$  a posloupnost  $\{A_n\}_{n=1}^{+\infty}$  konverguje kA, potom i  $A \in E$ .

Předpokládejme, že f(x) je spojitá funkce v E, jejíž obor hodnot je v E. Potom existuje pevný bod, tedy  $X_0 \in E$  takové, že  $f(X_0) = X_0$ .

Příkladem takové třídy E jsou například všechny uzavřené, konvexní množiny obsažné v K s poloměrem ne větším než dané číslo  $\phi>0$ .

str. 115

#### Problém 54: Schauder

Dnes známo jako Schauderova věta o pevném bodě a je základem spoustu dalších vět o pevném bodě.

Něcht H je konvexní, uzavřená a kompaktní množina.  $U(x): H \mapsto \mathcal{M} \subset H$  je spojité zobrazení zobrazující H na podmožinu H. H je podmnožinou prostoru typu (F). Existuje pevný bod zobrazení U(x)?

(b) Vyřešte stejný problém pro libovolný lineární topologický prostor nebo takový prostor, ve kterém existují libovolně malé konvexní okolí.

Řešení: Na obě otázky v části (b) existuje řešení už delší dobu. První část problému byla ovšem dokázána až v roce 2005 R. Cautym (Rétractes absolus de voisinage algébriques, Serdica Math. J. 31 (2005), no. 4, 309–354)

str.130

- Ulam už v roce 1936? Lvov opouští a přesouvá se do USA. Do Lvova se ale vždy v létě vrací
- poslední jeho návštěva je v létě 1939
- poté se začátkem druhé světové války obsazují Lvov rusové
- od té doby se ve Scottish book objevují i ruská jména
- židovstí matematici (jména) utíkají, někteří jsou bohužel zabiti
- Scottish book končí a během války je ukryta
- Později Lvov obsazují na dlouhých X let němci. Banach se musí živit jako pokusný králík (popsat detaily)
- těsně po konci války umírá na rakovinu (byl chain smoker)
- Scottish book se ocitá v krakově, kam se matematici po opětovné zabrání Lvova a celé Ukrajiny rusy přesouvájí
- později ji Steinhaus posílá do ameriky Ulamovi a ten ji v roce 195X poprvé publikuje v anglickém překladu.

V Polsku po válce vzniká i Nová Scottish book, ale to je již jiný příběh, s částečně jiným obsazením. V součastnosti je v zrekontruovaném Scottish Cafe (je to dnes hotel) Lvovská Scottish book, kam návštěvníci mohou psát další matematické problémy. Tu si můžeme prohlídnout na internetu.

Příběh Scottish book je jediněčný v tom, že ukazuje jak důležitá je spolupráce mezi matematiky. Takových skupin bylo v historii docela dost, ale ta Lvovská je asi nejznámější i právě díky Scottish book.

### Literatura

(1) Scottish book\ (2) Wikipedie\ (3) Obrázky: https://culture.pl/en/article/maths-madness-and-the-manhattan-project-the-eccentric-lives-of-steinhaus-banach-and-ulam

In [ ]:		