



Lineární řešiče v OpenFOAM

Semestrální práce

KMA/PVM

Jan Půlpán

7. května 2021

1 | Teoretický úvod

OpenFOAM je sada výpočetních nástrojů pro numerické simulace problémů zabývajících se prouděním tekutin, vedením tepla a podobných procesů, anglicky označovaných CFD. Hlavní metodou hledání řešení jsou metody konečných objemů (FVM).

FVM je numerická metoda na řešení parciálních diferenciálních rovnic na dané geometrii, transformované na síť nepřekrývajících se elementů (konečných objemů). Diskretizací úlohy získáme soustavu lineárních algebraických rovnic v neznámé \mathbf{x} pro každou ze sledovaných proměnných. Soustava je tvaru

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b}, \quad (1.1)$$

kde \mathbf{A} je regulární matice popisující diskretizovaný model, \mathbf{x} vektor závislé proměnné a \mathbf{b} vektor pravé strany obsahující všechny zdroje, okrajové podmínky a všechny komponenty, které nelze linearizovat.

Objektem našeho zájmu jsou lineární řešiče algebraických rovnic. Na testovací úloze ukážeme vhodnost jednotlivých řešičů a budeme sledovat vliv parametrů na konvergenci řešení. V dalším textu budeme o lineárních řešících mluvit jen jako o „řešících“, pokud nebude hrozit záměna kontextu.

Obecně lze soustavu lineárních rovnic řešit buď přímými nebo iteračními řešiči. Úlohy CFD jsou většinou silně nelineární a proto není jejich řešení pomocí přímých řešičů snadné a vyžaduje větší výpočetní výkon a dostupnou paměť.

Přímé řešiče hledají přesné řešení pomocí inverzní matice \mathbf{A}^{-1} ve formě

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1}\mathbf{b}. \quad (1.2)$$

Většina přímých metod je založena na Gaussově eliminaci a případné transformaci úlohy na úlohu se stejným řešením ale snadněji řešitelnou, například pomocí LU nebo DILU rozkladu.

I když přímé řešiče naleznou vždy přesné řešení v konečném počtu kroků, výpočetní náročnost je extrémní. Inverzi \mathbf{A}^{-1} není výpočetně levné nalézt a proto se většinou používají přibližné řešiče iterační. Výhodou těchto metod je mnohem menší výpočetní náročnost i náročnost na paměť. V jednotlivých iteracích metoda počítá posloupnost řešení $\mathbf{x}^{(n)}$, která za daných podmínek konverguje k

řešení \mathbf{x} . Nejčastěji využívané iterační řešiče jsou Gaussova-Seidelova metoda, metody Krylovových prostorů (kam patří například metoda sdružených gradientů) a víceúrovňové metody.

Protože iterační metody nezaručují konvergenci k přesnému řešení v konečném počtu kroků, zastaví se metoda po dosažení nastavené chyby aproximovaného řešení. Iterační metody obecně měří chybu aproximace v každém kroku pomocí reziduí, tedy dosazením aproximovaného řešení do původních rovnic a vypočtením rozdílu oproti pravé straně \mathbf{b} . Reziduum $\mathbf{r}^{(n)}$ definujeme jako

$$\mathbf{r}^{(n)} = \mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^{(n)}. \quad (1.3)$$

Zastavení řešiče je pak definováno obecně jako pokles rezidua pod nastavenou hodnotu

$$\|\mathbf{r}^{(n)}\| < \epsilon. \quad (1.4)$$

OpenFOAM obsahuje kromě přímých řešičů hlavně iterační řešiče pomocí gradientních metod, víceúrovňových metod a řešiče pomocí smotherů (vyhlazovačů).

Gradientní metody jsou založeny na principu přeformulování úlohy (1.1) na úlohu minimalizace kvadratické funkce

$$Q(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}\mathbf{x}^T \mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{b}^T \mathbf{x} + \mathbf{c}. \quad (1.5)$$

V případě symetrické a pozitivně definitní matice \mathbf{A} je iterační metoda řešení úlohy (1.1) definována vztahem

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \alpha^{(n)} (\delta\mathbf{x}^{(n)}), \quad (1.6)$$

kde $\alpha^{(n)}$ je relaxační faktor (viz níže) a $\delta\mathbf{x}^{(n)}$ je člen minimalizující funkci (1.5), který lze získat například metodou největšího spádu, kdy použijeme jako minimalizující prvek gradient $\nabla Q(\mathbf{x}^{(n)})$. To ale často vede k oscilacím okolo minima a proto se více používá metoda sdružených gradientů. Ta pracuje s posloupností N směrů $\mathbf{d}^{(0)}, \mathbf{d}^{(1)}, \mathbf{d}^{(2)} \dots \mathbf{d}^{(N-1)}$ takových, že splňují

$$\left(\mathbf{d}^{(n)}\right)^T \mathbf{A}\mathbf{d}^{(m)} = 0$$

a jsou tedy \mathbf{A} -ortogonální. Metoda sdružených gradientů je popsána následujícím vztahem

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \alpha^{(n)} \mathbf{d}^{(n)}.$$

V případě, že není matice \mathbf{A} symetrická, lze použít metodu dvoj-sdružených gradientů (bi-conjugate gradients), která transformuje úlohu (1.1) na úlohu se symetrickou maticí následovně.

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

V současnosti asi nejpoužívanější jsou **víceúrovňové** (multigrid) metody. Ty odstraňují základní problém Krylovovských metod, tedy vysokou náročnost na hardware už pro středně velké úlohy. Základní myšlenkou je využití několika různě velkých sítí. Jemnější pro detailnější řešení a odstranění vysokofrekvenčních chyb, hrubší pak pro rychlé odstranění nízkofrekvenčních chyb, které nejsou na jemnějších sítích rozpoznatelné a proto často prodlužují konvergenci.

Víceúrovňová metoda postupuje v následujících krocích:

1. několik kroků iterační metody (např. Gauss-Seidel) na jemné síti - pre-smoothing,
2. projekce na hrubší síť - restriction,
3. řešení na hrubé síti (na velmi hrubé síti je možné použít i přímý řešič), odstranění nízkofrekvenčních chyb,
4. projekce zpět na jemnou síť - prolongation,
5. několik kroků iterační metody na vyhlazení vysokofrekvenčních chyb - post-smoothing.

Úrovní sítí je většinou více než 2 a podle způsobu přechodů mezi nimi (restriction a prolongation fáze) se mluví o tzv. V-cyklech, W-cyklech, případně F-cyklech.

Víceúrovňové metody jsou dvojího typu:

- geometrické - na úrovni sítě, využívá informaci o sousedních elementech,
- algebraické - na úrovni matice, bez znalosti geometrie, je univerzální pro jakékoliv problémy.

Iterační metody řešení lineárních algebraických rovnic často využívají **předpodmínění** (preconditioning). To převede úlohu do tvaru s ekvivalentním řešením ale lepšími spektrálními vlastnostmi matice soustavy. Při levém předpodmínění (existuje i pravé a centrální) předpokládáme soustavu ve tvaru

$$\mathbf{P}^{-1}\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{P}^{-1}\mathbf{b}, \quad (1.8)$$

kde \mathbf{P} je předpodmiňovač. Ten zajistí, že konvergence předpodmíněného systému je rychlejší než bez něj. Při hledání předpodmiňovače \mathbf{P} je často uvažována nějaká snadno invertovatelná aproximace matice \mathbf{A} . Nejjednodušší volbou je tak $\mathbf{P} = \mathbf{I}$, což ovšem vede k nepodmíněnému problému. Ideální je naopak $\mathbf{P} = \mathbf{A}$, to ovšem znamená, že inverze předpodmiňovače je stejně náročná jako původní matice. Často se tak volí různé rozklady matice \mathbf{A} , jako jsou LU, ILU, DILU nebo Choleského rozklady.

Pro zrychlení konvergence se u iteračních řešičů využívá tzv. **vyhlazovač** (smoother), pro který lze používat např. základní Jacobiho, nebo Gaussovu-Seidelovu

metodu. Po každé iteraci řešiče metody se pustí několik kroků vybraného vyhlazovače, který „vyhladí“ špičky v reziduu a tím i sníží jeho normovanou hodnotu. Na rozdíl od předpokládání dokáže vyhlazovač snížit počet iterací nezávisle na velikosti sítě. Pro příklad uveďme iterační vztah pro Gaussův-Seidelův vyhlazovač, kde \mathbf{L} je dolní trojúhelníková část matice \mathbf{A} .

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{b} - \mathbf{A}\mathbf{x}^{(k)}), \quad (1.9)$$

Další vyhlazovače jsou pak založeny na principu LU, DILU, nebo Choleského rozkladu.

Aby se zlepšila stabilita numerického řešiče, doporučuje se využít **relaxaci**. Pomocí relaxačního faktoru α , $0 < \alpha \leq 1$, limituje relaxace změnu řešení mezi jednotlivými iteracemi dle vztahu (1.6). Pokud je $\alpha = 1$, žádná relaxace se neuplatňuje, $\alpha = 0$ znamená žádnou změnu mezi jednotlivými kroky. Optimální α je dostatečně malé, aby zabránilo oscilacím v numerických výpočtech a zároveň dostatečně velké, aby nadměrně nezpomalovalo konvergenci.

2 | Lineární řešiče v OpenFOAM

OpenFOAM obsahuje kromě přímého řešiče `diagonalSolver` tři základní typy řešičů:

1. řešiče typu sdružených gradientů
2. víceúrovňové řešiče
3. řešiče založené na vyhlazovači

V tabulce 2.1 jsou uvedeny konkrétní řešiče.

Tabulka 2.1: Lineární řešiče implementované v OpenFOAM

Řešič	Označení	Matice A
Předpodmíněné sdružené gradienty	PCG	sym
Předpodmíněné bi-conjugate gradient	PBiCG	asym
Stabilizované předpodmíněné (bi-)conjugate gradient	PBiCGStab	sym/asym
Řešič používající vyhlazovač	smoothSolver	sym/asym
Víceúrovňový řešič	GAMG	sym/asym
Diagonální přímý řešič	diagonal	

To který řešič je možné použít je závislé na symetrii matice A . Ta samozřejmě závisí na řešených rovnicích. V případě, že zvolíme nesprávný řešič vzhledem k symetričnosti matice A , OpenFOAM sám volbu opraví.

Řešičem o kterém jsme dosud nemluvili je řešič smoothSolver založený na vyhlazovači, kdy vybraný smoother slouží nejen k vyhlazení, ale i k řešení soustavy. Většinou je nejlepší volbou Gauss-Seidel.

Doporučeným řešičem v OpenFOAM je, jak jsme již uvedli v teoretické části, víceúrovňový řešič GAMG (geometric-algebraic multi-grid).

Pro zastavení řešiče se využívá vypočtené reziduum, vyhodnocované během jednotlivých iterací pomocí vztahu (1.3). Každý řešič má k reziduu trochu jiný přístup, obecně ale dochází k normalizaci a škálování rezidua r vztahy

$$\begin{aligned}
 n &= \sum (|A\mathbf{x} - A\bar{\mathbf{x}}| + |\mathbf{b} - A\bar{\mathbf{x}}|), \\
 r &= \frac{1}{n} \sum |\mathbf{b} - A\mathbf{x}|,
 \end{aligned} \tag{2.1}$$

kde $\bar{\mathbf{x}}$ je průměrný vektor řešení.

Pro každý typ řešice je třeba nastavit zastavovací parametr pro velikost rezidua (**tolerance**) a také relativní toleranci (**relTol**) což je poměr aktuálního rezidua a rezidua před začátkem iterace. Lineární řešič se následně zastaví pokud je splněna alespoň jedna z těchto podmínek:

1. reziduum je menší než nastavená **tolerance**,
2. relativní tolerance je menší než nastavená **relTol**,
3. je dosaženo nastaveného maximálního počtu iterací **maxIter**.

U většiny řešičů je pak volitelně nastaven předpodmiňovač případně vyhlazovač. Podporované předpodmiňovače jsou v tabulce 2.2 a vyhlazovače v tabulce 2.3.

Tabulka 2.2: Předpodmiňovače implementované v OpenFOAM

Předpodmiňovač	Označení
Diagonal incomplete-Cholesky (symetrický)	DIC
Faster diagonal incomplete-Cholesky (DIC with caching)	FDIC
Diagonální neúplný LU rozklad	DILU
Diagonální přímý	diagonal
Víceúrovňový předpodmiňovač	GAMG

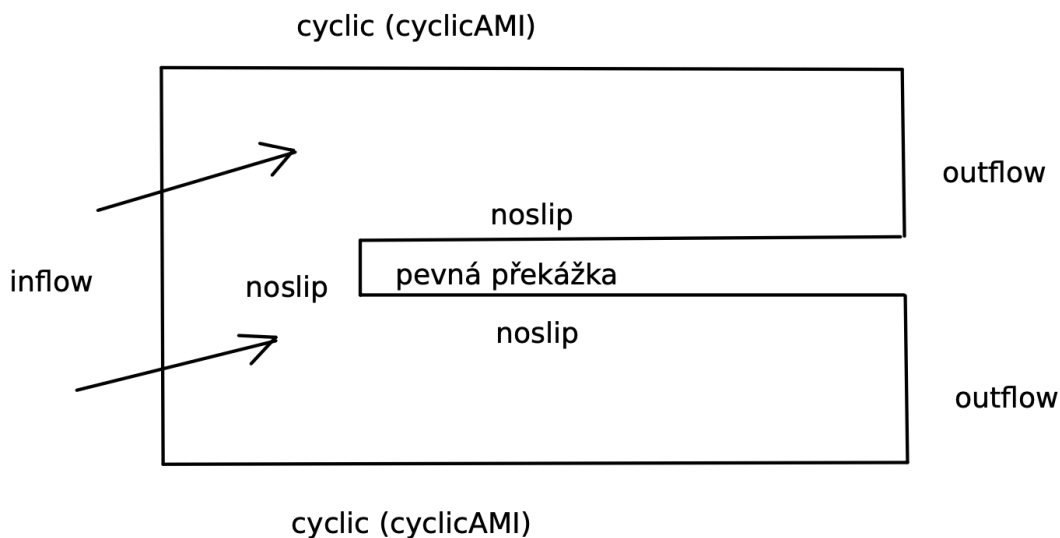
Tabulka 2.3: Vyhlazovače implementované v OpenFOAM

Vyhlazovač	Označení
DIC Gauss Seidel vyhlazovač	DICGaussSeidel
DIC vyhlazovač	DIC
DILU vyhlazovač	DILU
Gaussův-Seidelův vyhlazovač	GaussSidel
Symetrický Gaussův-Seidelův vyhlazovač	symGaussSeidel

3 | Porovnání řešičů

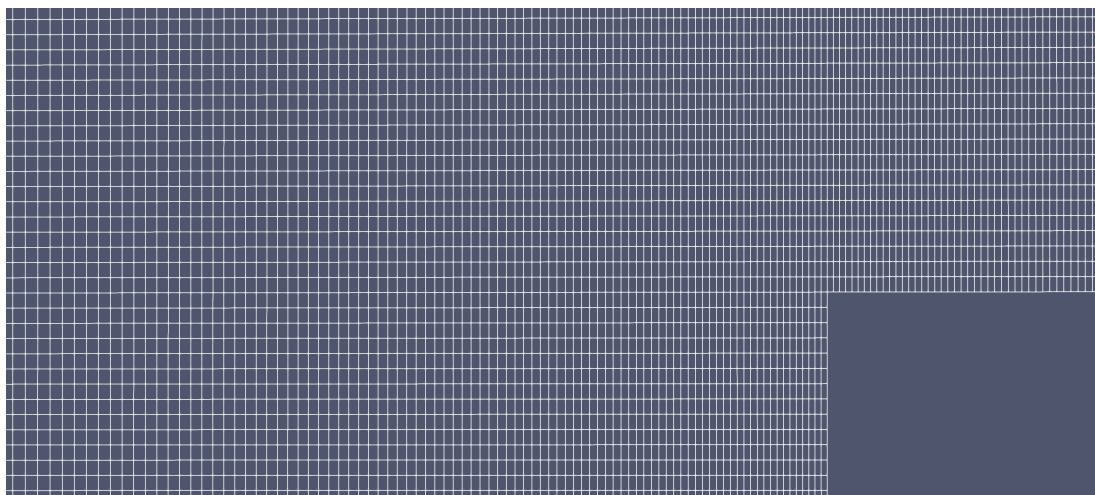
Lineární řešiče porovnáme na simulaci úlohy stacionárního nestlačitelného proudění v lopatkové mříži. Zachováme přitom jednotné parametry nastavení úlohy kromě nastavení testovaných lineárních řešičů. Zajímá nás bude konvergence řešení a výpočetní náročnost. Sledovat budeme počet časových kroků výpočtu

stacionárního stavu, počet iterací lineárního řešiče a celkový čas simulace úlohy. Zadání je na obrázku 3.1, který definuje geometrii úlohy i okrajové podmínky.

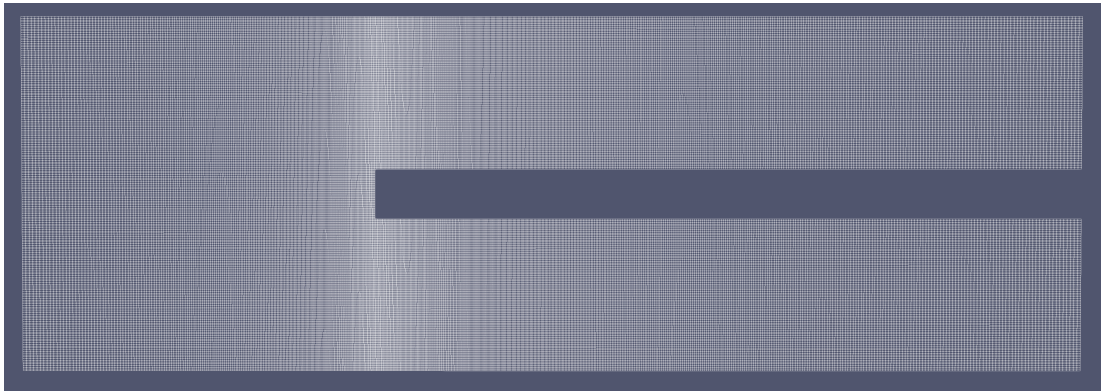


Obrázek 3.1: Zadání řešeného modelu

Prvním krokem je definice sítě na které budeme úlohu řešit. Úloha je v 2D, ale OpenFOAM řeší vše ve 3D. Třetí souřadnici tedy nastavíme minimální, jen jako jednu buňku, a budeme ji ve výsledcích vlastně ignorovat. Nejvíce se toho bude dít kolem „vykousnuté“ části a proto v těchto místech síť nastavíme hustší, jak je vidět na obrázku 3.2. Celá síť je pak na obrázku 3.3 a obsahuje celkem 108800 jednotlivých buněk. Konkrétní definice sítě je v souboru `blockMeshDict` v příloze A.



Obrázek 3.2: Detail sítě řešeného modelu



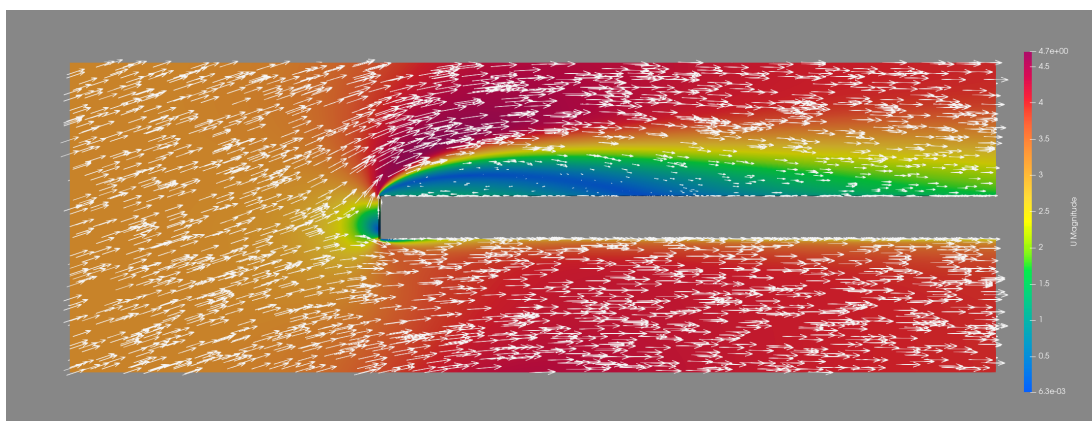
Obrázek 3.3: Síť řešeného modelu

Okrajové podmínky pro jednotlivé veličiny, pro nás primárně pro rychlost U a tlak p jsou definovány v souborech ve složce 0.

Ostatní parametry řešiče úlohy, netýkající se přímo lineárních řešičů, jsou pro všechny simulace totožné a jsou v souborech `transportProperties`, `turbulenceProperties`, `fvSchemes` a `controlDict`. Zde uvedeme jen vybrané parametry popisující naši úlohu.

- application: simpleFoam
- simulationType: RAS
- RASmodel: kEpsilon
- turbulence: on
- transportModel: Newtonian
- nu: 1e-05
- startTime: 0
- endTime: 500
- residualControl p: 1e-02
- residualControl ostatní: 1e-04

Na obrázku 3.4 je výsledný klidový stav zobrazený v ParaView. Klidové stavy získané pomocí různých lineárních řešičů vypadají prakticky identicky.



Obrázek 3.4: Klidový stav s vektory rychlosti U v ParaView

Na lineárních řešičích budeme zkoumat vliv následujících parametrů na konvergenci řešení:

- typ použitého řešiče
- typ použitého předpodmiňovače
- typ použitého vyhlazovače
- hodnotu relaxačního faktoru

Nastavení řešičů se v OpenFOAM dělá v souboru `system/fvSolution`. Ukázkový soubor je v příloze B.

Nejprve nás zajímá typ použitého řešiče, případně přidruženého předpodmiňovače nebo vyhlazovače. V tabulkách 3.1, 3.2 a 3.3 jsou uvedena nastavení a výsledné počty iterací a celkový čas běhu simulace testovací úlohy.

Konvergenci metody měříme pomocí počtu využitých časových iterací metody. Maximální počet iterací byl nastaven na 500. Tolerance lineárního řešiče je shodně nastavena na 10^{-6} , relativní tolerance na 0. Velikost reziduí v rámci SIMPLE algoritmu pomocí `residualControl` parametru pro tlak p nastaveno na 10^{-3} a pro rychlost U na 10^{-4} .

Tabulka 3.1: GAMG - výsledky simulací

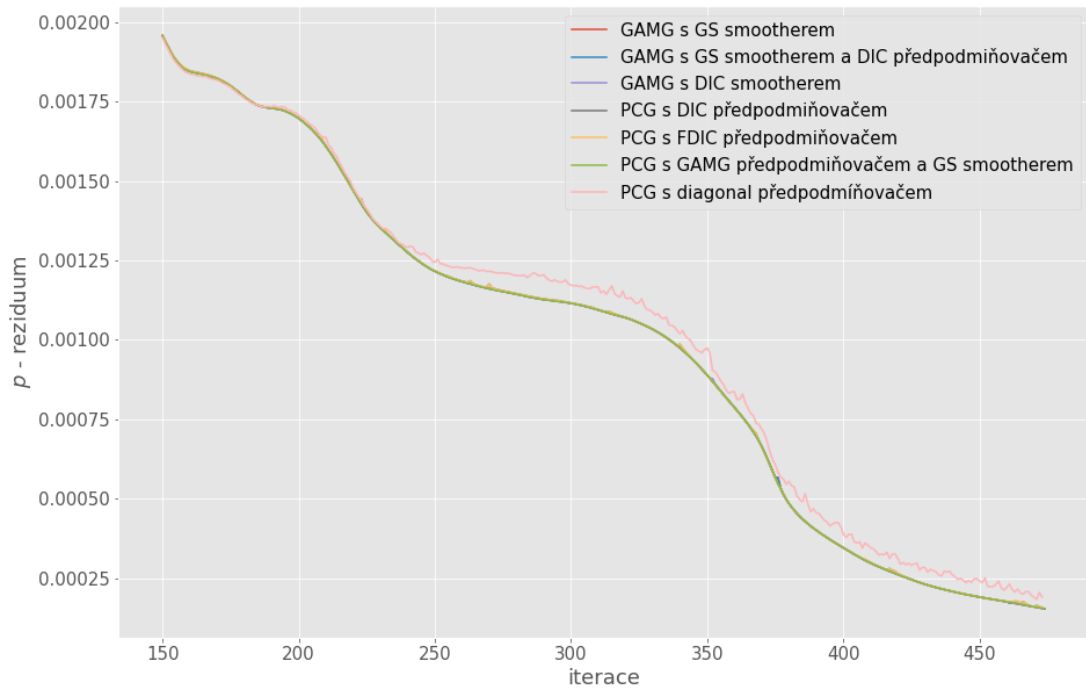
Tlak p : GAMG		Rychlost U : GAMG			
Předpod.	Vyhlazovač	Předpod.	Vyhlazovač	# kroků	Čas (s)
—	DIC	—	DILU	475	157.94
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	475	176.99

Tabulka 3.2: Sdružené gradienty - výsledky simulací

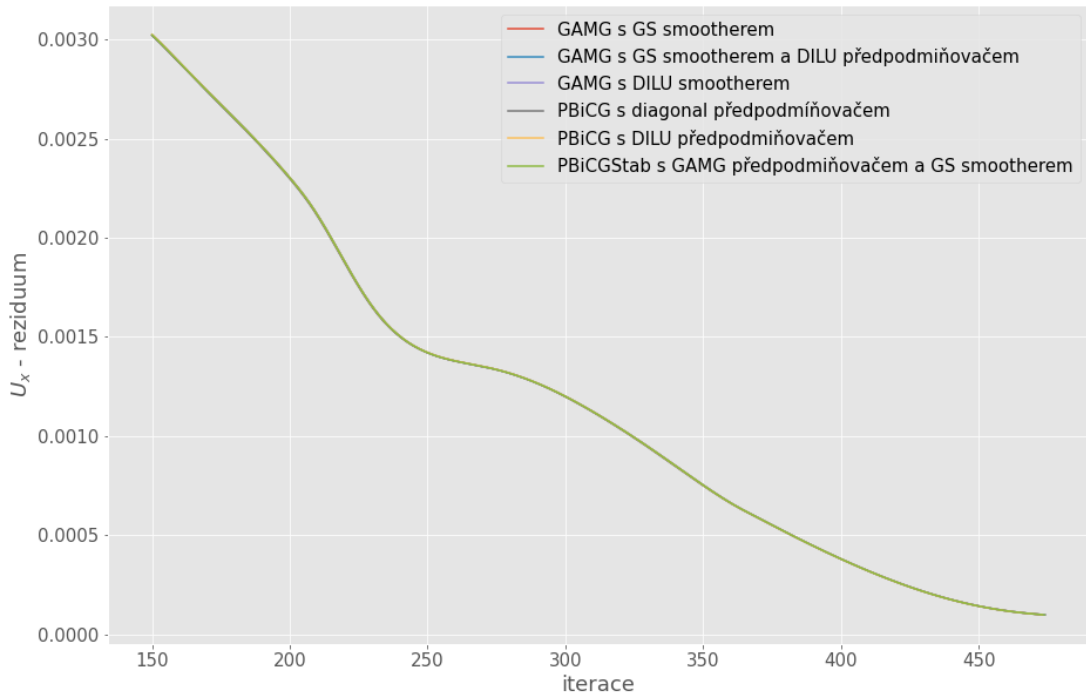
Tlak p : PCG		Rychlost U : PBiCG			
Předpod.	Vyhlazovač	Předpod.	Vyhlazovač	# kroků	Čas (s)
DIC	—	DILU	—	474	540.48
FDIC	—	DILU	—	474	531.14
GAMG GS smooth.	—	GAMG GS smooth.	—	475	184.85
diagonal	—	diagonal	—	474	679.26

Z výsledků je patrné, že pro naši úlohu ideální GAMG řešič, což odpovídá i obecným doporučením pro řešení úloh pro klidový stav. PCG/PBiCG řešiče dospějí ke stejným výsledkům, v podobném počtu iterací, jen za víc jak dvojnásobný čas, kromě varianty s použitím GAMG předpodmínění.

Na obrázku 3.5 jsou zobrazeny průběhy simulací pomocí závislosti velikosti rezidua pro tlak p na kroku metody a pro různé řešiče. Na obrázku 3.6 je pak totéž, jen pro x -ovou souřadnici rychlosti U_x .



Obrázek 3.5: Konvergence metody pro tlak p pro různé lineární řešiče.



Obrázek 3.6: Konvergence metody pro rychlost U_x pro různé lineární řešiče.

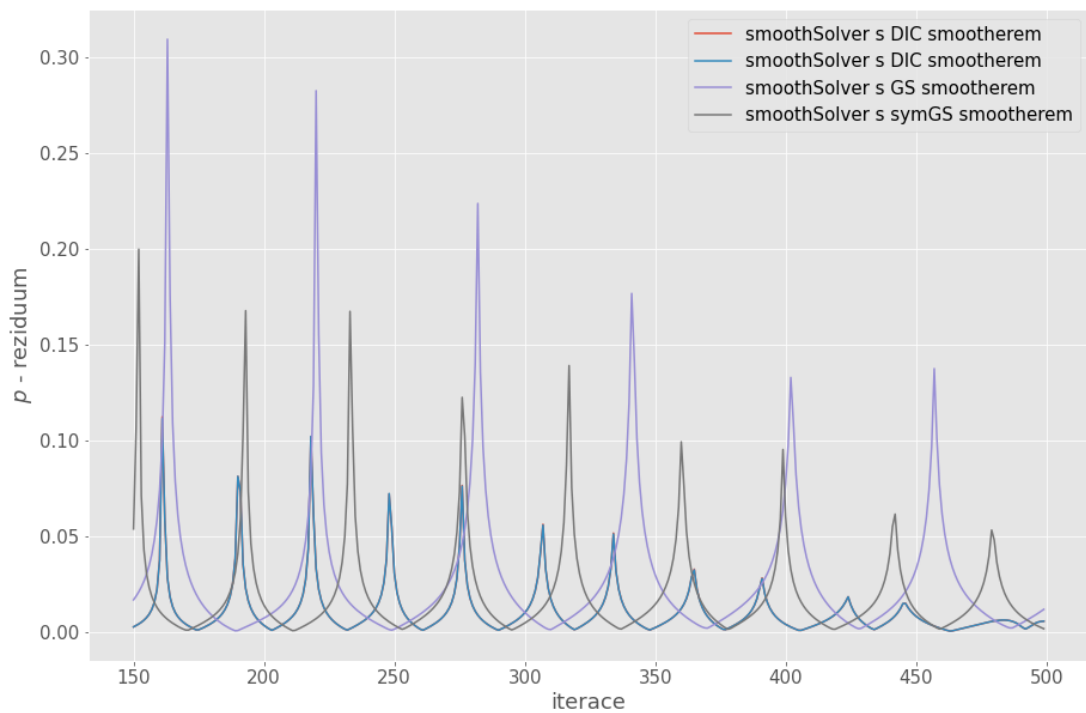
Z výsledků v tabulce 3.3 je vidět, že smoothSolver není pro naši úlohu vhodný. Ani v jednom případě nedokonvergovala úloha ke stacionárnímu stavu v stanovém

maximálním počtu 500 iterací. I čas potřebný ke zpracování této úlohy je výrazně vyšší oproti použití jiného lineárního řešiče.

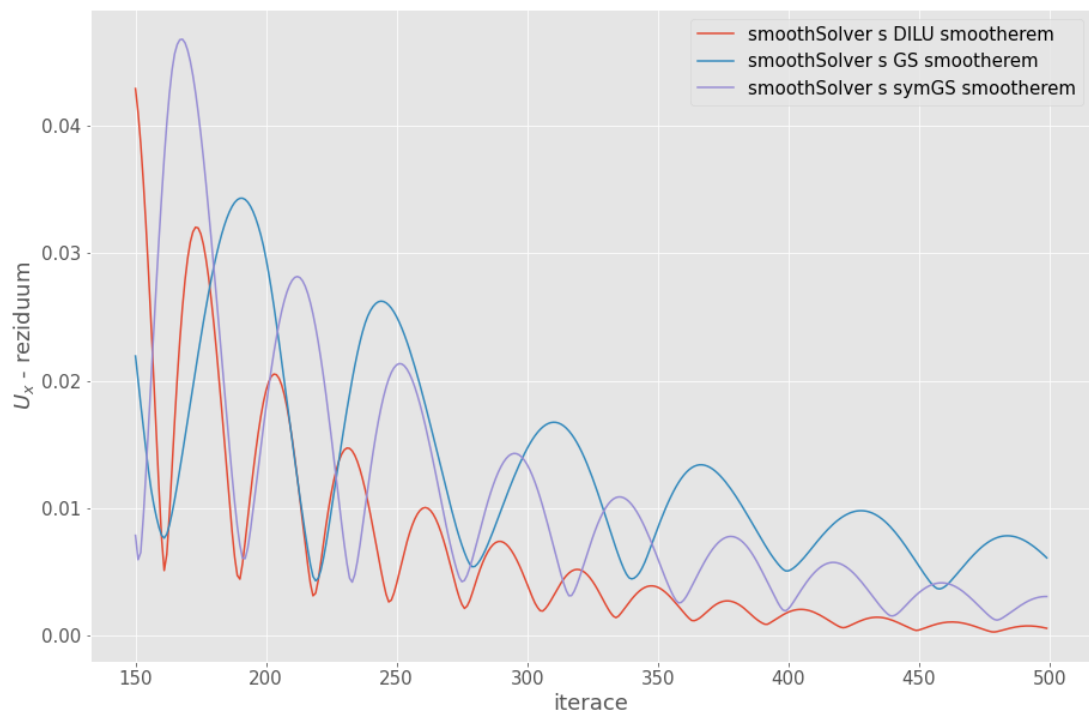
Tabulka 3.3: smoothSolver - výsledky simulací

Tlak p : smoothSolver		Rychlost U : smoothSolver			
Předpod.	Vyhlazovač	Předpod.	Vyhlazovač	# kroků	Čas (s)
—	DIC	—	GaussSeidel	500+	1136.21
—	DIC	—	DILU	500+	1039.73
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	500+	1011.42
FDIC	GaussSeidel	—	GaussSeidel	500+	1008.47
—	symGauss-Seidel	—	symGauss-Seidel	500+	1370.58

Na obrázcích 3.7 (pro tlak p) a 3.8 (pro rychlost U_x) je vidět proč smooth řešič nekonverguje, nebo konverguje velmi pomalu. V obou sledovaných veličinách reziduum osciluje a jeho hodnota se snižuje velmi pomalu.



Obrázek 3.7: Konvergence metody pro tlak p pro smooth řešiče.



Obrázek 3.8: Konvergence metody pro rychlost U_x pro různé smooth řešiče.

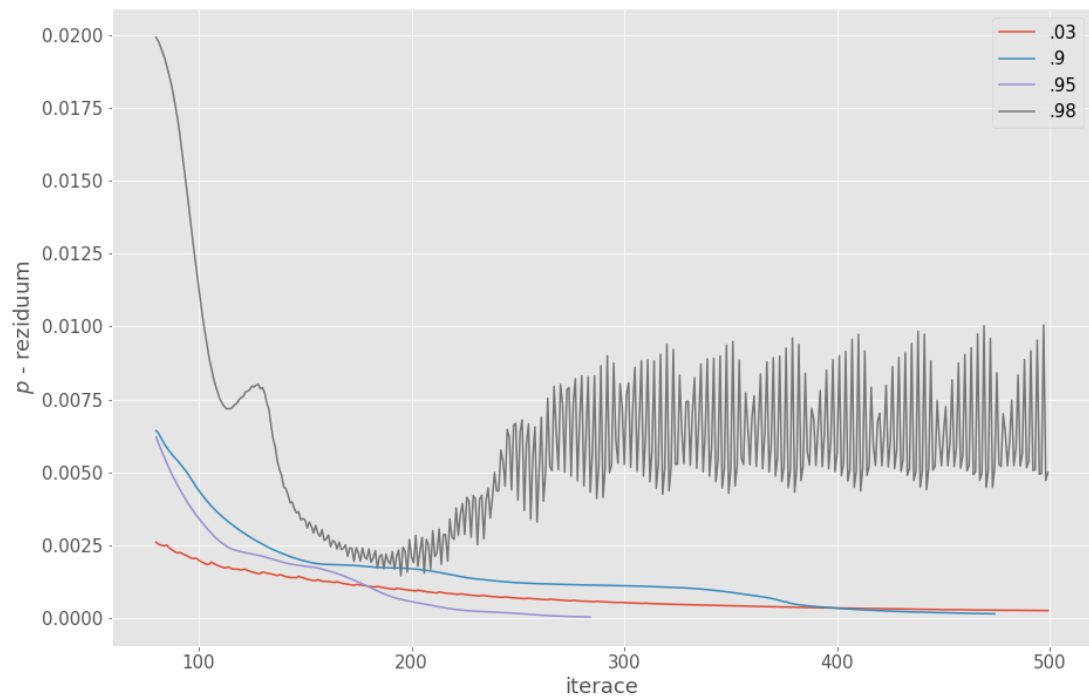
Na GAMG řešiči si ukážeme vliv hodnoty relaxace. Obecně platí, že vyšší relaxace zvyšuje rychlost konvergence, nižší metodu zestabilní. V tabulce 3.4 jsou výsledky pro různé hodnoty relaxačního parametru v porovnání se základní hodnotou 0.9.

Tabulka 3.4: GAMG - výsledky simulací pro různé hodnoty relaxace

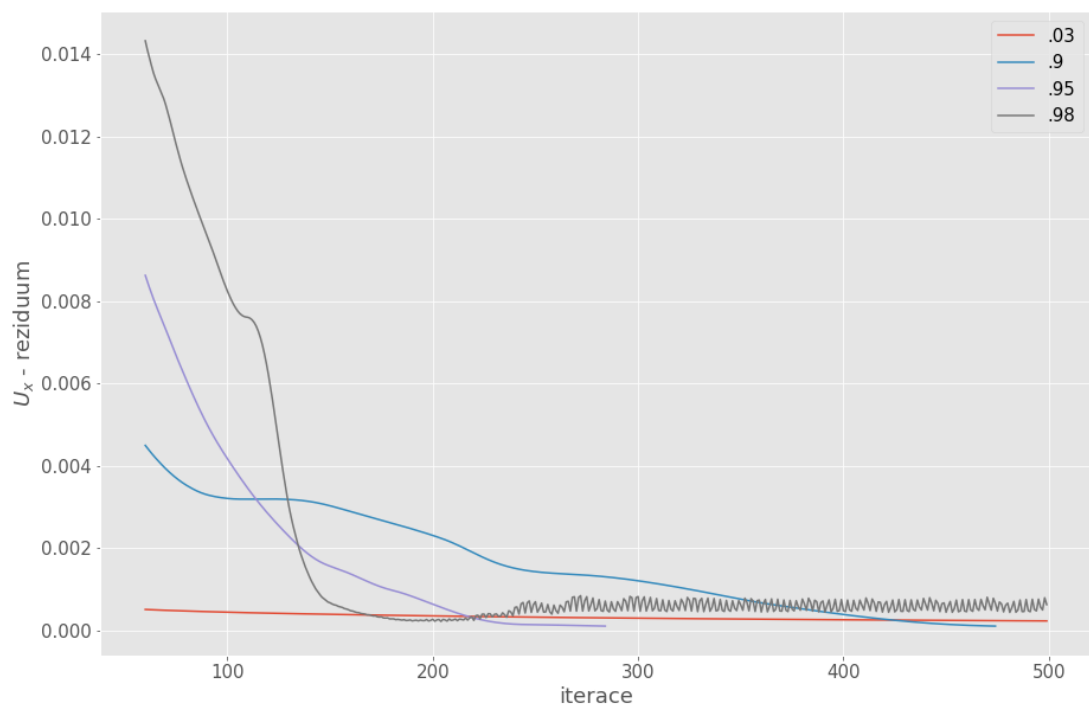
Tlak p : GAMG		Rychlost U : GAMG				
Předpod.	Vyhlazovač	Předpod.	Vyhlazovač	Relaxace	# kroků	Čas (s)
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.9	475	176.99
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.3	500+	151.49
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.95	285	114.15
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.98	500+	257.28

Ideální hodnotou relaxace je 0.95, úloha dokoverguje v 285 iteracích za přibližně 114s. Hodnota relaxace 0.3 je moc nízká na to, aby úloha dokonvergovala v maximálním počtu 500 iterací. Hodnota 0.98 je naopak moc vysoká, reziduum úlohy

se rozkmitá a řešení nekonverguje, jak je vidět z obrázků 3.9 a 3.10.



Obrázek 3.9: GAMG - konvergence rezidua pro různé hodnoty relaxace - tlak p



Obrázek 3.10: GAMG - konvergence rezidua pro různé hodnoty relaxace - rychlost U_x

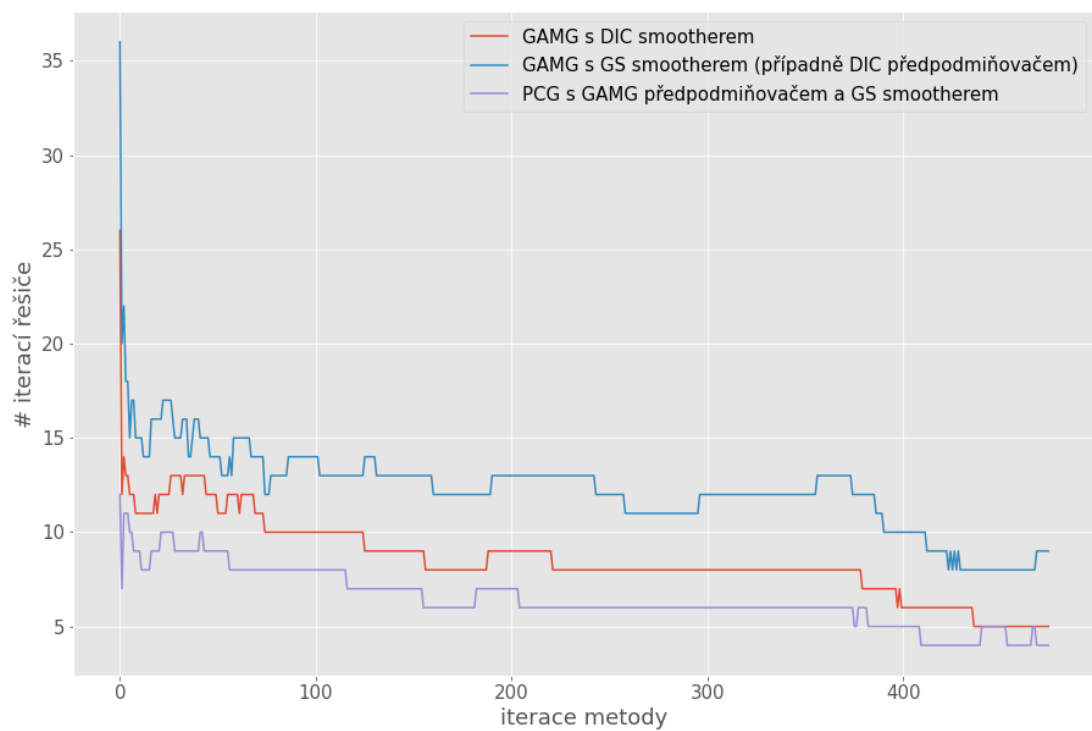
Mohlo by se zdát, že snížení relaxačního faktoru pro eliminaci oscilací u smooth řešiče je dobrý nápad. Z tabulky 3.5 je ale vidět, že se výsledky nijak nezlepší.

Tabulka 3.5: smoothSolver - výsledky simulací pro různé hodnoty relaxace

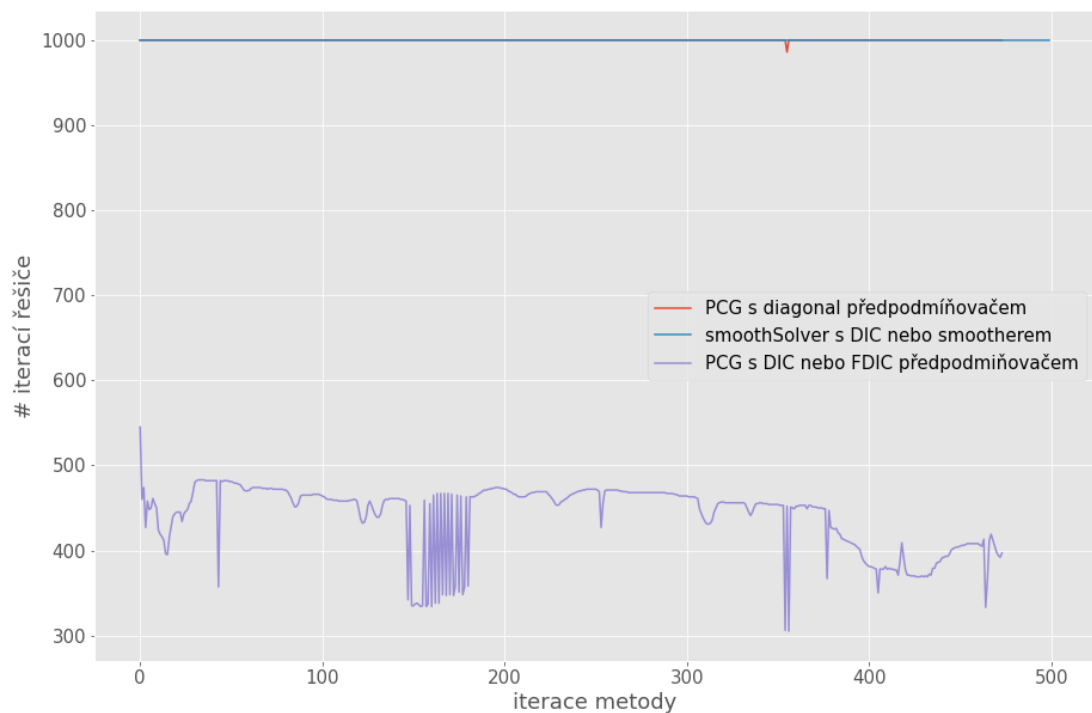
Předpod.	Vyhlazovač	Předpod.	Vyhlazovač	Relaxace	# kroků	Čas (s)
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.9	500+	1011.42
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.3	500+	951.71
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.95	500+	1086.7
—	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.98	500+	1222.24
FDIC	GaussSeidel	—	GaussSeidel	0.9	500+	1008.47

Další parametr, popisující konvergenci lineárního řešiče soustavy je počet iteračních kroků lineárního řešiče v rámci časových kroků metody. V každém kroku řeší lineární řešič soustavu a zastaví iterování ve chvíli, kdy dosáhne nastavené tolerance.

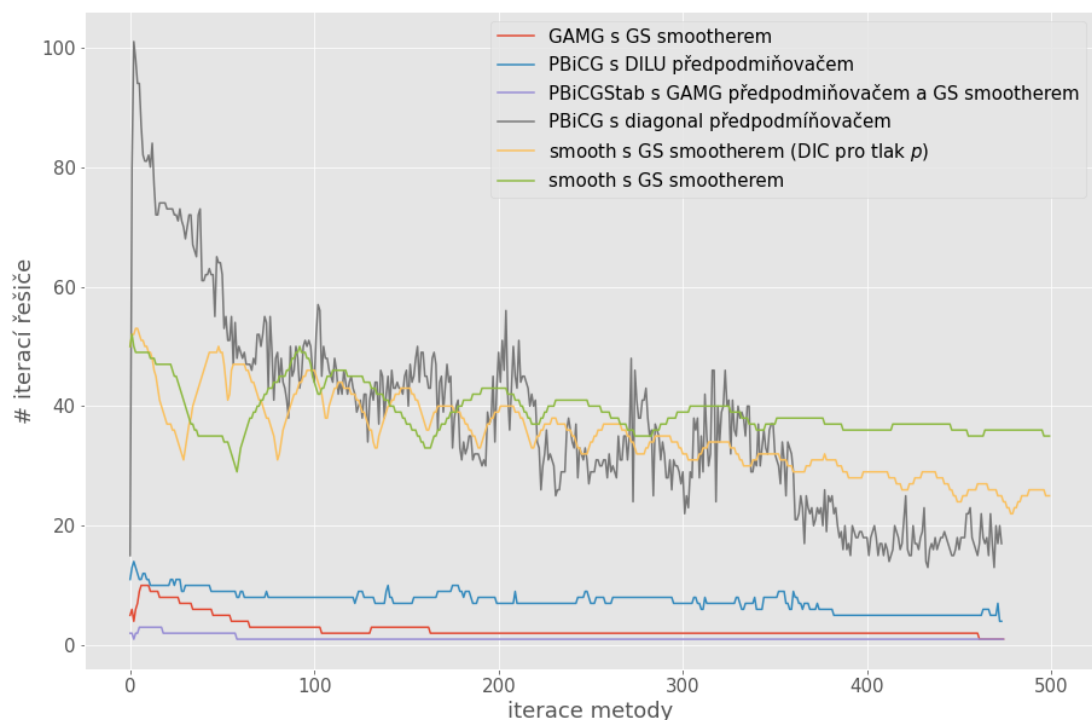
Na obrázcích 3.11 a 3.12 je vidět tato závislost pro různé řešiče a tlak p , na obrázku 3.13 pak pro rychlost U_x . Ze všech tří grafů opět vyplývá, že GAMG dosahuje nejlepší konvergence počtu iterací řešiče. Naopak smoothSolver naráží ve všech časových iteracích metody na maximální možnou hodnotu iterací lineárního řešiče 1000, což vysvětluje i velmi dlouhý běh simulace.



Obrázek 3.11: Počet iterací lineárního řešiče v závislosti na iteraci metody pro tlak p



Obrázek 3.12: Počet iterací lineárního řešiče v závislosti na iteraci metody pro tlak p



Obrázek 3.13: Počet iterací lineárního řešiče v závislosti na iteraci metody pro rychlost U_x

4 | Závěr

Ukázali jsme jakými parametry lineárních řešičů se dá ovlivnit konvergence řešení soustavy algebraických rovnic a tím i výsledná konvergence řešení úlohy. Obecně nelze říci, který řešič je nejvhodnější a to ani pro konkrétní úlohu. Pro naši ukázkovou úlohu proudění v lopatkové mříži a pro konkrétní síť je nejvhodnější GAMG řešič s GaussSeidel smotherem a relaxací nastavenou na hodnotu 0.95. Tato volba ale nemusí být optimální pro jinak zkonstruovanou síť, jinak nastavené parametry turbulence nebo i jiný hardware, na kterém úlohu řešíme. Víceúrovňové řešiče jsou ale vždy volbou, kterou bychom speciálně v úlohách se stacionárním stavem měli zkoušet jako první.

Literatura

- [1] Fadl Moukalled, Luca Mangani, Marwan Darwish: *The Finite Volume Method in Computational Fluid Dynamics: An Advanced Introduction with OpenFOAM® and Matlab®*, Springer International Publishing, ISBN: 978-3-319-16873-9 , 2015.
- [2] OpenFOAM Foundation: *OpenFOAM User Guide*, <https://www.openfoam.com/documentation/user-guide/6-solving/6.3-solution-and-algorithm-control>, 2021
- [3] Tim Behrens: *OpenFOAM's basic solvers for linear systems of equations*, Technical University of Denmark, http://www.tfd.chalmers.se/~hani/kurser/OS_CFD_2008/TimBehrens/tibeh-report-fin.pdf, 2009.

A | blockMeshDict

```

/*-----*- C++ -*-----*\
| ===== |
| \\ / F i e l d | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
| \\ / O p e r a t i o n | Version: v2006
| \\ / A n d | Website: www.openfoam.com
| \\ / M a n i p u l a t i o n |
\*-----*/
FoamFile
{
    version      2.0;
    format       ascii;
    class        dictionary;
    object       blockMeshDict;
}
// * * * * *

scale 1;

vertices
(
(0 0 0)
(1 0 0)
(3 0 0)
(3 0.43 0)
(1 0.43 0)
(1 0.57 0)
(3 0.57 0)
(3 1 0)
(1 1 0)
(0 1 0)
(0 0.57 0)
(0 0.43 0)

```

```

(0 0    0.1)
(1 0    0.1)
(3 0    0.1)
(3 0.43 0.1)
(1 0.43 0.1)
(1 0.57 0.1)
(3 0.57 0.1)
(3 1    0.1)
(1 1    0.1)
(0 1    0.1)
(0 0.57 0.1)
(0 0.43 0.1)

```

```
);
```

```
blocks
```

```

(
hex (0 1 4 11 12 13 16 23) (200 86 1) simpleGrading (0.2 1 1)
hex (1 2 3 4 13 14 15 16) (400 86 1) simpleGrading (5 1 1)
hex (11 4 5 10 23 16 17 22) (200 28 1) simpleGrading (0.2 1 1)
hex (10 5 8 9 22 17 20 21) (200 86 1) simpleGrading (0.2 1 1)
hex (5 6 7 8 17 18 19 20) (400 86 1) simpleGrading (5 1 1)
);

```

```
edges
```

```

(
);

```

```
boundary
```

```

(
frontAndBack
{
type empty;
faces
(
(0 1 4 11)
(1 2 3 4)
(11 4 5 10)
(10 5 8 9)
(5 6 7 8)

(12 13 16 23)
(13 14 15 16)

```

```

(23 16 17 22)
(22 17 20 21)
(17 18 19 20)
);
}

top
{
type cyclic;
neighbourPatch bottom;
faces
(
(9 8 20 21)
(8 7 19 20)
);
}

bottom
{
type cyclic;
neighbourPatch top;
faces
(
(0 1 13 12)
(1 2 14 13)
);
}

fixedBalk
{
type wall;
faces
(
(5 6 18 17)
(4 5 17 16)
(4 3 15 16)
);
}

outlet
{
type patch;
faces
(

```

```

(6 7 19 18)
(2 3 15 14)
);
}

inlet
{
type patch;
faces
(
(0 11 23 12)
(11 10 22 23)
(10 9 21 22)
);
}
);
mergePatchPairs
(
);

// ***** //

```

B | fvSolution

```

/*-----*- C++ -*-----*\
| ===== |
| \\ / F ield | OpenFOAM: The Open Source CFD Toolbox
| \\ / O peration | Version: v2006
| \\ / A nd | Website: www.openfoam.com
| \\ / M anipulation |
\*-----*/
FoamFile
{
version 2.0;
format ascii;
class dictionary;
location "system";
}

```

```

object      fvSolution;
}
// * * * * *
solvers
{
p
{
solver      smoothSolver;
smoother     GaussSeidel;
tolerance    1e-06;
relTol       0;
}

"(U|k|epsilon|omega|f|v2)"
{
solver      smoothSolver;
smoother     GaussSeidel;
tolerance    1e-06;
relTol       0;
}
}
SIMPLE
{
nNonOrthogonalCorrectors 0;
consistent      yes;

residualControl
{
p      1e-3;
U      1e-4;
"(k|epsilon|omega|f|v2)" 1e-4;
}
}
relaxationFactors
{
equations
{
U      .95;
".*"   .95;
}
}
// *****

```