

Lineární řešiče v OpenFOAM

Semestrální práce

KMA/PVM

Jan Půlpán

6. května 2021

1 | Teoretický úvod

OpenFOAM je sada výpočetních nástrojů pro numerické simulace problémů zabývajících se prouděním tekutin, vedením tepla a podobných procesů, anglicky označovaných CFD. Hlavní metodou hledání řešení jsou metody konečných objemů (FVM).

FVM je numerická metoda na řešení parciálních diferenciálních rovnic na dané geometrii, transformované na síť nepřekrývajích se elementů (konečných objemů). Diskretizací úlohy získáme soustavu lineárních algebraických rovnic v neznámé \boldsymbol{x} pro každou ze sledovaných proměnných. Soustava je tvaru

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{b},\tag{1.1}$$

kde \boldsymbol{A} je regulární matice popisující diskretizovaný model, \boldsymbol{x} vektor závislé proměnné a \boldsymbol{b} vektor pravé strany obsahující všechny zdroje, okrajové podmínky a všechny komponenty, které nelze linearizovat.

Objektem našeho zájmu jsou lineární řešiče algebraických rovnic. Na testovací úloze ukážeme vhodnost jednotlivých řešičů a budeme sledovat vliv parametrů na konvergenci řešení. V dalším textu budeme o lineárních řešičích mluvit jen jako o "řešičích", pokud nebude hrozit záměna kontextu.

Obecně lze soustavu lineárních rovnic řešit buď přímými nebo iteračními řešiči. Úlohy CFD jsou většinou silně nelineární a proto není jejich řešení pomocí přímých řešičů snadné a vyžaduje větší výpočetní výkon a dostupnou paměť.

Přímé řešiče hledají přesné řešení pomocí inverzní matice A^{-1} ve formě

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{b}.\tag{1.2}$$

Většina přímých metod je založna na Gaussově eliminici a případné transformaci úlohy na úlohu se stejným řešením ale snadněji řešitelnou, například pomocí LU nebo DILU rozkladu.

I když přímé řešiče naleznou vždy přesné řešení v konečném počtu kroků, výpočetní náročnost je extrémní. Inverzi A^{-1} není výpočetně levné nalézt a proto se většinou používají přibližné řešiče iterační. Výhodou těchto metod je mnohem menší výpočetní náročnost i náročnost na paměť. V jednotlivých iteracích metoda počítá posloupnost řešení $\boldsymbol{x}^{(n)}$, která za daných podmínek konverguje k

řešení x. Nejčastěji využívané iterační řešiče jsou Gaussova-Seidelova metoda, metody Krylovových prostorů (kam patří například metoda sdružených gradientů) a víceúrovňové metody.

Protože iterační metody nezaručují konvergenci k přesnému řešení v konečném počtu kroků, zastaví se metoda po dosažení nastavené chyby aproximovaného řešení. Iterační metody obecně měří chybu aproximace v každém kroku pomocí reziduí, tedy dosazením aproximovaného řešení do původních rovnic a vypočtením rozdílu oproti pravé straně \boldsymbol{b} . Reziduum $\boldsymbol{r}^{(n)}$ definujeme jako

$$\boldsymbol{r}^{(n)} = \boldsymbol{b} - \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}^{(n)}. \tag{1.3}$$

Zastavení řešiče je pak definováno obecně jako pokles residua pod nastavenou hodnotu

$$\|\boldsymbol{r}^{(n)}\| < \epsilon. \tag{1.4}$$

OpenFOAM obsahuje kromě přímých řešičů hlavně iterační řešiče pomocí gradientních metod, víceúrovňových metod a řešiče pomocí smootherů (vyhlazovačů).

Gradientní metody jsou založeny na principu přeformulévání úlohy (1.1) na úlohu minimalizace kvadratické funkce

$$Q(x) = \frac{1}{2}x^{T}Ax - b^{T}x + c.$$
 (1.5)

V případě symetrické a pozitivně definitní matice \boldsymbol{A} je iterační metoda řešení úlohy (1.1) definována vztahem

$$\boldsymbol{x}^{(n+1)} = \boldsymbol{x}^{(n)} + \alpha^{(n)} \left(\boldsymbol{\delta} \boldsymbol{x}^{(n)} \right), \tag{1.6}$$

kde $\alpha^{(n)}$ je relaxační faktor (viz níže) a $\delta x^{(n)}$ je člen minimalizující funkci (1.5), který lze získat například metodou největšího spádu, kdy použijeme jako minimalizující prvek gradient $\nabla Q(x^{(n)})$. To ale často vede k oscilacím okolo minima a proto se více používá metoda sdružených gradientů. Ta pracuje s posloupností N směrů $d^{(0)}, d^{(1)}, d^{(2)} \cdots d^{(N-1)}$ takových, že splňují

$$\left(\boldsymbol{d}^{(n)}\right)^{T}\boldsymbol{A}\boldsymbol{d}^{(m)}=0$$

a jsou tedy \boldsymbol{A} -ortogonální. Metoda sdružených gradientů je popsaná následujícím vztahem

$$\mathbf{x}^{(n+1)} = \mathbf{x}^{(n)} + \alpha^{(n)} \mathbf{d}^{(n)}.$$

V případě, že není matice A symetrická, lze použít metodu bi-sdružených gradientů, která transformuje úlohu (1.1) na úlohu se symetrickou maticí následovně.

$$\begin{bmatrix} 0 & \mathbf{A} \\ \mathbf{A}^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{b} \\ 0 \end{bmatrix}$$
 (1.7)

V součastnosti asi nejpoužívanější jsou **víceúrovňové** (multigrid) metody. Ty odstraňují základní problém Krylovovských metod, tedy vysokou náročnost na

hardware už pro středně velké úlohy. Základní myšlenkou je využití několika různě velkých sití. Jemnější pro detailnější řešení a odstranění vysokofrekvenčních chyb, hrubší pak pro rychlé odstranění nízkofrekvenčních chyb, které nejsou na jemnějších sítích rozpoznatelné a proto často prodlužují konvergenci.

Víceúrovňová metoda postupuje v následujících krocích:

- 1. několik kroků iterační metody (např. Gauss-Seidel) na jemné síti presmoothing,
- 2. projekce na hrubší síť restriction,
- 3. řešení na hrubé síti (na velmi hrubé síti je možné použít i přímý řešič), odstranění nízkofrekvenčních chyb,
- 4. projekce zpět na jemnou síť prolongation,
- 5. několik kroků iterační metody na vyhlazení vysokofrekvenčních chyb post-smoothing.

Úrovní sítí je většinou více než 2 a podle způsobu přechodů mezi nimy (restriction a prolongation fáze) se mluví o tzv. V-cyklech, W-cyklech, případně F-cyklech. Víceúrovňové metody jsou dvojího typu:

- geometrické na úrovni sítě, využívá informaci o sousedních elementech,
- algebraické na úrovni matice, bez znalosti geometrie, je univerzální pro jakékoliv problémy.

Iterační metody řešení lineárních algebrických rovnic často využívají **předpodmínění** (preconditiong). To převede úlohu do tvaru s ekvivalentním řešením ale lepšímy spektrálnímy vlastnostmi matice soustavy. Při levém předpodmínění (existuje i pravé a centrální) předpokládáme soustavu ve tvaru

$$\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{b},\tag{1.8}$$

kde \boldsymbol{P} je předpodmiňovač. Ten zajistí, že konvergence předpodmíněného systému je rychlejší než bez něj. Při hledání předpodmiňovače \boldsymbol{P} je často uvažována nějaká snadno invertovatelná aproximace matice \boldsymbol{A} . Nejjednodušší volbou je tak $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{I}$, což ovšem vede k nepodmíněnému problému. Ideální je naopak $\boldsymbol{P} = \boldsymbol{A}$, to ovšem znamená, že inverze předpodmiňovače je stejně náročná jako původní matice. Často se tak volí různé rozklady matice \boldsymbol{A} , jako jsou LU, ILU, DILU nebo Choleského rozklady.

Pro zrychlení konvergence se u iteračních řešičů využívá tzv. **vyhlazovač** (smoother), pro který lze používat např. základní Jacobiho, nebo Gaussovu-Seidelovu metodu. Po každé iteraci řešiče metody se pustí několik kroků vybraného vyhlazovače, který "vyhladí" špičky v reziduu a tím i sníží jeho normovanou hodnotu. Na

rozdíl od předpodmínění dokáže vyhlazovač snížit počet iterací nezávisle na velikosti sítě. Pro příklad uveďme iterační vztah pro Gaussův-Seidelův vyhlazovač, kde \boldsymbol{L} je dolní trojúhelníková část matice \boldsymbol{A} .

$$x^{(k+1)} = x^{(k)} + L^{-1}(b - Ax^{(k)}), \tag{1.9}$$

Další vyhlazovače jsou pak založeny na principu LU, DILU, nebo Choleského rozkladu.

Aby se zlepšila stabilita numerického řešiče, doporučuje se využít **relaxaci** metody. Pomocí relaxačního faktoru α , $0<\alpha\leq 1$, limituje relaxace změnu řešení mezi jednotlivými iteracemi dle vztahu (1.6). Pokud je $\alpha=1$, žádná relaxace se neuplatňuje, $\alpha=0$ znamená žádnou změnu mezi jednotlivými kroky. Optimální α je dostatečně malé, aby zabránilo oscilacím v numerických výpočtech a zároveň dostatečně velké, aby nezpomalovalo nadměrně konvergenci.

2 | Lineární řešiče v OpenFOAM

OpenFOAM obsahuje kromě základního přímého řešiče diagonalSolver tři základní typy řešičů:

- 1. řešiče typu sdružených gradientů
- 2. víceúrovňové řešiče
- 3. řešiče založené na vyhlazovači

Konkrétní řešiče jsou popsány v tabulce 2.1.

Tabulka 2.1: řešiče v rámci OpenFOAM

Řešič	Označení	Matice A
Předpodmíněné sdružené gradienty	PCG	sym
Předpodmíněné bi-conjugate gradient	PBiCG	asym
Stabilizované předpodmíněné (bi-)conjugate gradient	PBiCGStab	sym/asym
Řešič používající vyhlazovač	smoothSolver	sym/asym
Víceúrovňový řešič	GAMG	sym/asym
Diagonální přímý řešič	diagonal	

To který řešič je možné použít je závislé na matici \boldsymbol{A} a tom, jestli je symetrická nebo nesymetrická. Symetrie \boldsymbol{A} samozřejmě závisí na rovnicích, které chceme řešit. V případě, že zvolíme nesprávný řešič vzhledem k symetričnosti matice \boldsymbol{A} OpenFOAM sám volbu opraví.

Doporučeným řešičem v OpenFOAM je, jak jsme již uvedli v teoretické části obecně, víceúrovňový řešič GAMG (geometric-algebraic multi-grid). Řešičem o kterém jsme dosud nemluvili je řešič založený na vyhlazovači, kdy vybraný smoother slouží nejen k vyhlazení, ale i k řešení soustavy. Většinou je nejlepší volbou Gauss-Seidel.

Během jednotlivých iterací je v OpenFOAM reziduum vyhodnocováno pomocí vztahu (1.3). Každý řešič má k reziduu trochu jíný přístup, obecně ale dochází k normalizaci a škálování rezidua \boldsymbol{r} vztahy

$$n = \sum (|m{A}m{x} - m{A}\overline{m{x}}| + |m{b} - m{A}\overline{m{x}}|),$$
 $m{r} = rac{1}{n}\sum |m{b} - m{A}m{x}|,$

kde \overline{x} je průměrný vektor řešení.

Pro každý typ řešice je třeba nastavit zastavovací parametr pro velikost rezidua (tolerance) a také relativní toleranci (relTol) což je poměr aktuálního rezidua a počátečního rezidua před začátkem iterace. Lineární řešič se následně zastaví pokud je splněna alespoň jedna z těchto podmínek:

- 1. reziduum je menší než nastavená tolerance,
- 2. relativní tolerance je menší než nastavená relTol,

3. je dosaženo nastaveného maximálního počtu iterací maxIter.

U většiny řešičů je pak volitlně nastaven předpodmičovač případně vyhlazovač. Podporované předpodmiňovače jsou v tabulce 2.2 a vyhlazovače v tabulce 2.3.

Tabulka 2.2: Předpodmiňovače implementované v OpenFOAM

Předpodmiňovač	Označení
Diagonal incomplete-Cholesky (symetrický)	DIC
Faster diagonal incomplete-Cholesky (DIC with caching)	FDIC
Diagonální neúplný LU rozklad	DILU
Diagonální přímý	diagonal
Víceúrovňový předpodmiňovač	GAMG

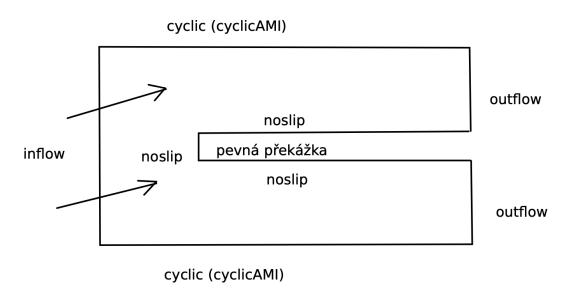
Tabulka 2.3: Vyhlazovače implementované v OpenFOAM

Vyhlazovačč	Označení
DIC Gauss Seidel vyhlazovač	DICGaussSeidel
DIC vyhlazovač	DIC
DILU vyhlazovač	DILU
Gaussův-Seidelův vyhlazovač	GaussSidel
Symetrický Gaussův-Seidelův vyhlazovač	symGaussSeidel

3 | Porovnání řešičů

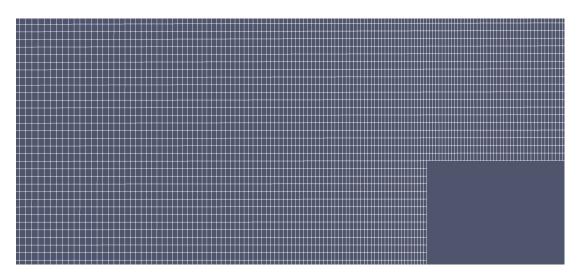
Lineární řešiče porovnáme na konkrétní úloze stacionárního proudění v lopatkové mříži. Zachováme přitom jednotné parametry nastavení úlohy až na nastavení

jednotlivých lineárních řešičů. Zajímat nás bude konvergence řešení a výpočetní náročnost. Zadání úlohy je na obrázku 3.1, který definuje geometrii úlohy i okrajové podmínky.

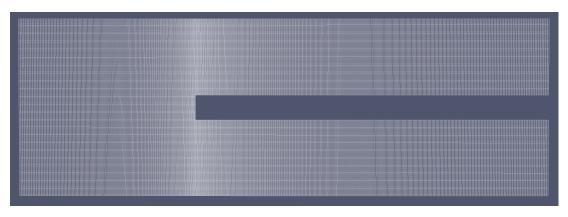


Obrázek 3.1: Popis řešeného modelu

Nejprve musíme definovat síť na které budeme naši úlohu řešit. Úloha je v 2D, ale OpenFOAM řeší vše ve 3D. Třetí souřadnici tedy nastavíme minimální, jen jako jednu buňku, a budeme ji ve výsledcích vlastně ignorovat. Nejvíce se toho bude dít kolem "vykousknuté" části a proto v těchto místech síť uděláme hustší jak je vidět na obrázku 3.2. Celá síť je pak na obrázku 3.3 a obsahuje celkem 108800 jednotlivých buněk, na kterých budeme úlohu numericky integrovat. Konkrétní definice je v souboru blockMeshDict v příloze A.



Obrázek 3.2: Detail sítě řešeného modelu



Obrázek 3.3: Síť řešeného modelu

Okrajové podmínky pro jednotlivé veličiny, pro nás primárně pro rychlost U a tlak p jsou definovány v souborech ve složce 0.

Ostatní parametry řešiče úlohy, netýkající se přímo lineárních řešičů jsou pro všechny simulace totožné a jsou v souborech transportProperties, turbulenceProperties, fvSchemes a controlDict. Zde uvedeme jen vybrané parametry popisující naší úlohu.

• application: simpleFoam

• simulationType: RAS

• RASmodel: kEpsilon

• turbulence: on

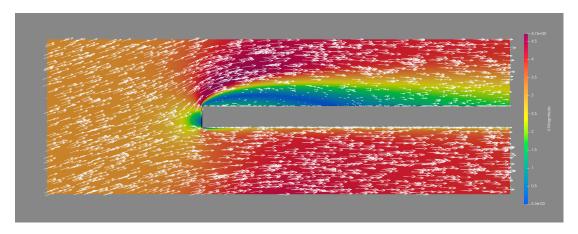
• transportModel: Newtonian

• nu: 1e-05

• residualControl p: 1e-02

• residualControl ostatní: 1e-04

Na ukázku je zde obrázek 3.4 výsledného klidového stavu pořízený v ParaView. Výsledky úlohy řešené pomocí různých lineárních řešičů vypadají prakticky identicky.



Obrázek 3.4: Klidový stav s vektory rychlosti U v ParaView

Na lineárních řešičích budeme zkoumat vliv následujících parametrů na konvergenci simulace:

- typ použitého řešiče
- typ použitého předpodmiňovače
- typ použitého smootheru
- hodnotu pod-relaxace

Nastavení řešičů se v OpenFOAM dělá v souboru system/fvSolution. Ukázkový soubor je v příloze B.

Nejprve nás zajímá typ použitého řešiče, případně přidruženého předpodmiňovače nebo smootheru. V tabulkách 3.1, 3.2 a 3.3 jsou uvedená nastavení a výsledné počty iterací řešení úlohy a čas běhu simulace testovací úlohy.

Konvergenci metody měříme pomocí počtu využitých iterací metody. Maximální počet iterací byl nastaven na 500. Tolerance lineárního řešiče je shodně nastavena na 10^{-6} , relativní tolerance na 0. Velikost reziduí v rámci SIMPLE algoritmu pomocí residualControl parametru pro tlak p nastaveno na 10^{-3} a pro rychlost U na 10^{-4} .

Tabulka 3.1: Nastavení lineárních řešičů pro jednotlivé simulace

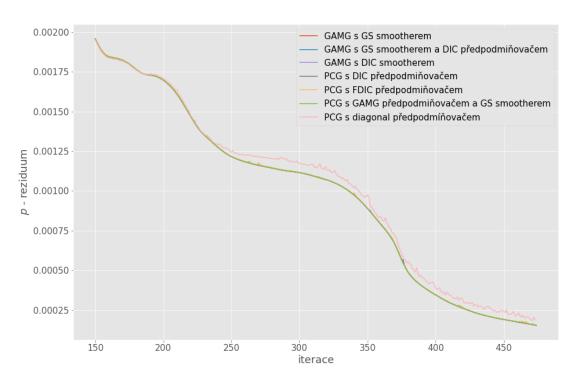
Tlak p : GAMG Rychlost U : GAMG			U: GAMG		
Předpod.	Smoother	Předpod.	Smoother	# iter	Čas
	DIC		DILU	475	157.94
	GaussSeidel		GaussSeidel	475	176.99

Tabulka 3.2: Nastavení lineárních řešičů pro jednotlivé simulace

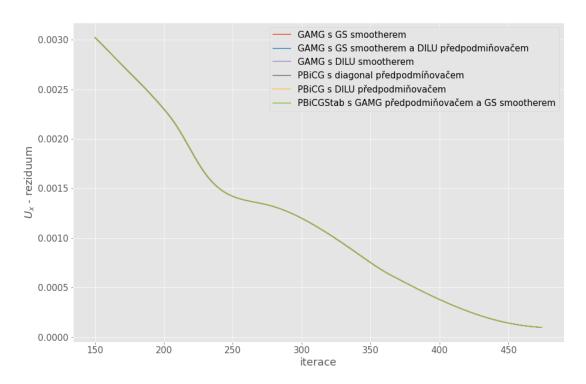
Tlak p : PCG		Rychlost U : PBiCG			
Předpod.	Smoother	Předpod.	Smoother	# iter	Čas
DIC		DILU	_	474	540.48
FDIC	_	DILU	_	474	531.14
GAMG GS smooth.	_	GAMG GS smooth.	_	475	184.85
diagonal	_	diagonal	_	474	679.26

Z výsledků je patrné, že pro naši úlohu ideální GAMG řešič, což odpovídá i obecným doporučením pro řešení úloh pro klidový stav. PCG/PBiCG řešiče dospějí ke stejným výsledkům, v podobném počtu iterací, jen za víc jak dvojnásobný čas. Obecně al GAMG není tak dobře škálovatelný jaklo PCG/PBiCG a je tedy proto možné, že pro jinou úlohu, případě i stejnou úlohu ale řádově větší síť by mohl být PCG/PBiCG řešič vhodnější.

Na obrázku 3.5 jsou zobrazeny průběhy simulací pomocí závislosti velikosti rezidua pro tlak p a různé řešiče. Na obrázku 3.6 je pak totéž, jen pro rychlost v xové souřadnici U_x .



Obrázek 3.5: Konvergence lineárních řešičů v různé konfiguraci pro tlak p



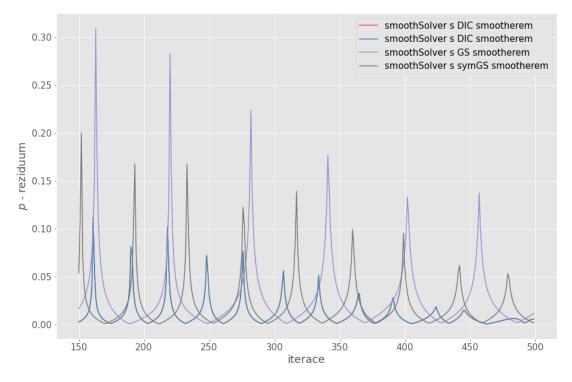
Obrázek 3.6: Konvergence lineárních řešičů v různé konfiguraci pro rychlost U_x

Z výsledků v tabulce 3.3 je vidět, že smooth Solver není pro naši úlohu vhodný. Ani v jednom případě nedokon vergovala úloha ke stacionárnímu stavu v stanovém maximálním počtu 500 iterací. I čas potřebný ke zpracování této úlohy je výrazně vyšší.

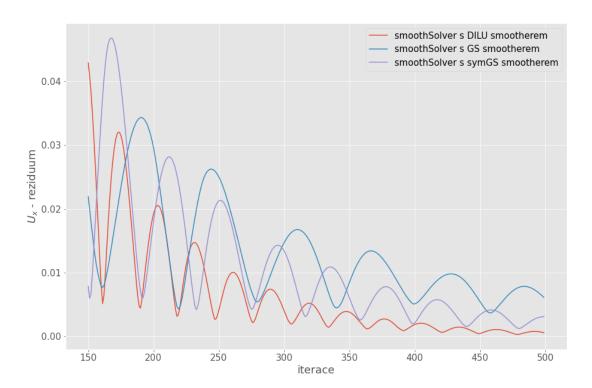
Tabulka 3.3: Nastavení lineárních řešičů pro jednotlivé simulace

Tlak p : smoothSolver Rychlost U : smoothSolver					
Předpod.	Smoother	Předpod.	Smoother	# iter	Čas
	DIC		GaussSeidel	500 +	1136.21
_	DIC		DILU	500 +	1039.73
_	GaussSeidel		GaussSeidel	500 +	1011.42
FDIC	GaussSeidel		GaussSeidel	500 +	1008.47
_	symGauss- Seidel	_	symGauss- Seidel	500 +	1370.58

Na obrázcích 3.7 (pro tlak p) a 3.8 (pro rychlost U_x) je vidět proč smooth řešič nekonverguje, nebo konverguje velmi pomalu. V obou sledovaných veličinách reziduum osciluje a jeho hodnota se snižuje velmi pomalu.



Obrázek 3.7: Konvergence lineárních řešičů smooth Solver v různé konfiguraci pro tlak
 p



Obrázek 3.8: Konvergence lineárních řešičů smooth Solver v různé konfiguraci pro rychlos
t U_x

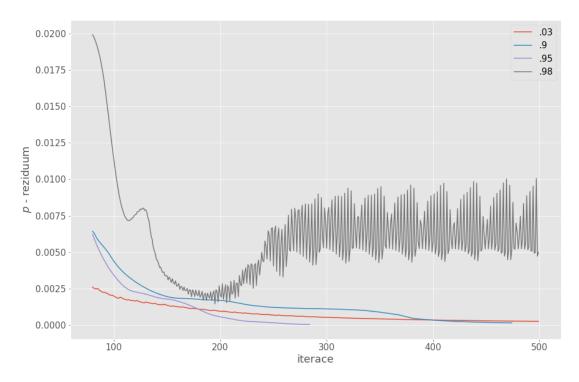
Na GAMG řešiči si ukážeme vliv hodnoty relaxace. Obecně platí, že vyšší relaxace zvyšuje rychlost konvergence, nižší metodu zestabilní. V tabulce 3.4 jsou výsledky pro různé hodnoty relaxačního parametru v porovnání s defaultní hodnotou 0.9.

Tabulka 3.4: Nastavení lineárních řešičů pro jednotlivé simulace

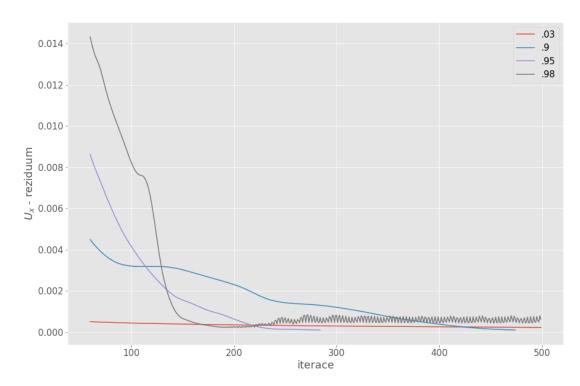
Tlak p : GAMG Rychlost U : GAMG						
Předpod.	Smoother	Předpod.	Smoother	Relaxace	# iter	Čas
_	GaussSeidel		GaussSeidel	0.9	475	176.99
_	GaussSeidel	_	GaussSeidel	0.3	500 +	151.49
_	GaussSeidel	_	GaussSeidel	0.95	285	114.15
_	GaussSeidel	_	GaussSeidel	0.98	500 +	257.28

Ideální hodnotou pro nejrychlejší konvergenci je 0.95, úloha dokoverguje v 285 iteracích za přibližně 114s. Hodnota relaxace 0.3 je moc nízká na to, aby úloha dokonvergovala v maximálním počtu 500 iterací. Hodnota 0.98 je naopak moc

vysoká a reziduum úlohy se rozkmitá a řešení nekonverguje, jak je vidět z obrázků $3.9~\mathrm{a}~3.10.$



Obrázek 3.9: Konvergence lineárních řešičů smooth
Solver v různé konfiguraci pro rychlost U_x



Obrázek 3.10: Konvergence lineárních řešičů smooth
Solver v různé konfiguraci pro rychlost ${\cal U}_x$

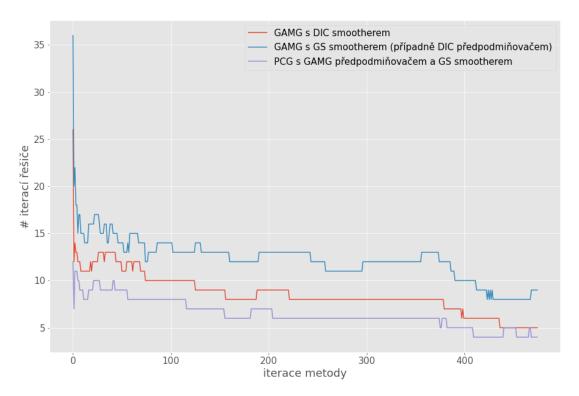
Zdálo by se, že použít relaxaci na "opravení" smooth řešiče je dobrý nápad. Z tabulky 3.5 je ale vidět, že se výsledky nijak nezlepší.

Tabulka 3.5: Nastavení lineárních řešičů pro jednotlivé simulace

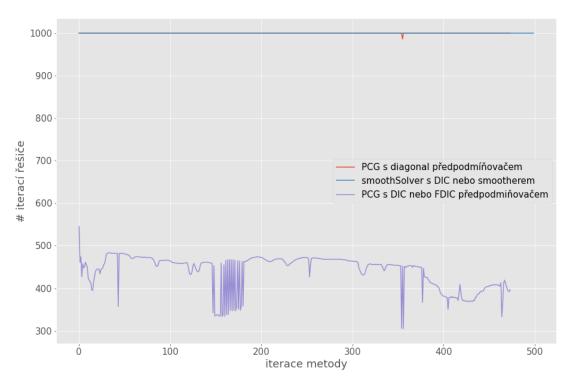
Tlak p : smoothSolver		Rychlost U : smoothSolver				
Předpod.	Smoother	Předpod.	Smoother	Relaxace	# iter	Čas
_	GaussSeidel	_	GaussSeidel	0.9	500+	1011.42
_	GaussSeidel		GaussSeidel	0.3	500 +	951.71
	GaussSeidel		GaussSeidel	0.95	500 +	1086.7
_	GaussSeidel	_	GaussSeidel	0.98	500 +	1222.24
FDIC	GaussSeidel		GaussSeidel	0.9	500 +	1008.47

Další parametr, který popíše "úspěšnost" lineárního řešiče při řešení úlohy je počet iteračních kroků lineárního řešiče v rámci časových kroků metody. V kaž-

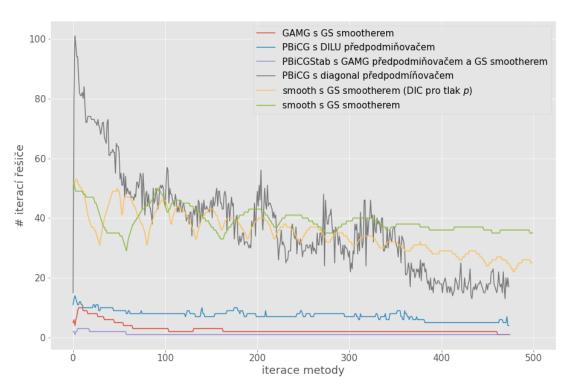
dém kroku řeší lineární řešič soustavu a zastaví iterování v chvíli, kdy dosáhne nastavené tolerance. Na obrázcích 3.11 a 3.12 je vidět tato závislost pro řešení tlaku p, na obrázku 3.13 pak pro rychlost U_x . Ze všech tří grafů opět vyplývá, že GAMG řešič dosahuje nejlepší konvergence. Naopak smooth Solver naráží ve všech časových iterací metody na maximální možnou hodnotu iterací řešiče 1000.



Obrázek 3.11: Počet iterací lineárního řešiče v závislosti na iteraci metody pro tlak p



Obrázek 3.12: Počet iterací lineárního řešiče v závislosti na iteraci metody pro tlak \boldsymbol{p}



Obrázek 3.13: Počet iterací lineárního řešiče v závislosti na iteraci metody pro rychlost U_x

4 Závěr

Ukázali jsme, jakými parametry lineárních řešičů se dá ovlivnit výsledná konvergence úlohy. Obecně nelze říci, který řešič je nejvhodnější a to ani pro konkrétní úlohu. Pro naši ukázkovou úlohu proudění v lopatkové mříži a pro konkrétní síť je nejvhodnější GAMG řešič s GaussSeidel smootherem a relaxací nastavenou na 0.95. Tato volba ale nemusí být optimální pro jinou síť, jinak nastavené parametry turbulence nebo i jiný hardware, na kterém úlohu řešíme. Předchozí text by tedy měl sloužit přinejlepším jen jako přehled a ukázka řešičů dostupných v OpenFOAM.

A | blockMeshDict

```
/*----*\
| \\/ Manipulation |
\*----*/
FoamFile
{
version 2.0;
format ascii;
class dictionary;
object blockMeshDict;
scale 1;
vertices
(0 0 0)
(1 \ 0 \ 0)
(3 0 0)
(3 \ 0.43 \ 0)
(1 \ 0.43 \ 0)
(1 \ 0.57 \ 0)
(3 \ 0.57 \ 0)
(3 1 0)
(1 1
    0)
(0 1 0)
(0\ 0.57\ 0)
(0\ 0.43\ 0)
```

```
(0 0)
     0.1)
(1 0
        0.1)
(3 0
        0.1)
(3 \ 0.43 \ 0.1)
(1 \ 0.43 \ 0.1)
(1 \ 0.57 \ 0.1)
(3 \ 0.57 \ 0.1)
(3 1
        0.1)
(1 1
        0.1)
(0 1
        0.1)
(0\ 0.57\ 0.1)
(0\ 0.43\ 0.1)
);
blocks
(
hex (0 1 4 11 12 13 16 23) (200 86 1) simpleGrading (0.2 1 1)
hex (1 2 3 4 13 14 15 16) (400 86 1) simpleGrading (5 1 1)
hex (11 4 5 10 23 16 17 22) (200 28 1) simpleGrading (0.2 1 1)
hex (10 5 8 9 22 17 20 21) (200 86 1) simpleGrading (0.2 1 1)
hex (5 6 7 8 17 18 19 20) (400 86 1) simpleGrading (5 1 1)
);
edges
(
);
boundary
{\tt frontAndBack}
type empty;
faces
(0 1 4 11)
(1 2 3 4)
(11 \ 4 \ 5 \ 10)
(10589)
(5678)
(12 13 16 23)
(13 14 15 16)
```

```
(23 16 17 22)
(22 17 20 21)
(17 18 19 20)
);
}
top
type cyclic;
neighbourPatch bottom;
faces
(9 8 20 21)
(8 7 19 20)
);
}
bottom
type cyclic;
neighbourPatch top;
faces
(
(0 1 13 12)
(1 2 14 13)
);
}
{\tt fixedBalk}
type wall;
faces
(5 6 18 17)
(4 5 17 16)
(4 3 15 16)
);
}
outlet
type patch;
faces
(
```

```
(6 7 19 18)
(2 3 15 14)
);
}
inlet
{
type patch;
faces
(0 11 23 12)
(11 10 22 23)
(10 9 21 22)
);
}
);
mergePatchPairs
);
```

B | fvSolution

```
object
       fvSolution;
}
solvers
{
р
{
solver
                smoothSolver;
smoother
                GaussSeidel;
tolerance
                1e-06;
relTol
                0;
}
"(U|k|epsilon|omega|f|v2)"
{
solver
                smoothSolver;
                GaussSeidel;
smoother
tolerance
                1e-06;
relTol
                0;
}
}
SIMPLE
nNonOrthogonalCorrectors 0;
consistent
                yes;
{\tt residualControl}
{
                1e-3;
p
                1e-4;
U
"(k|epsilon|omega|f|v2)" 1e-4;
}
}
relaxationFactors
equations
{
U
                 .95;
".*"
                 .95;
}
}
```