

## **VIII. Dynamika mostů a lávek pro pěší**

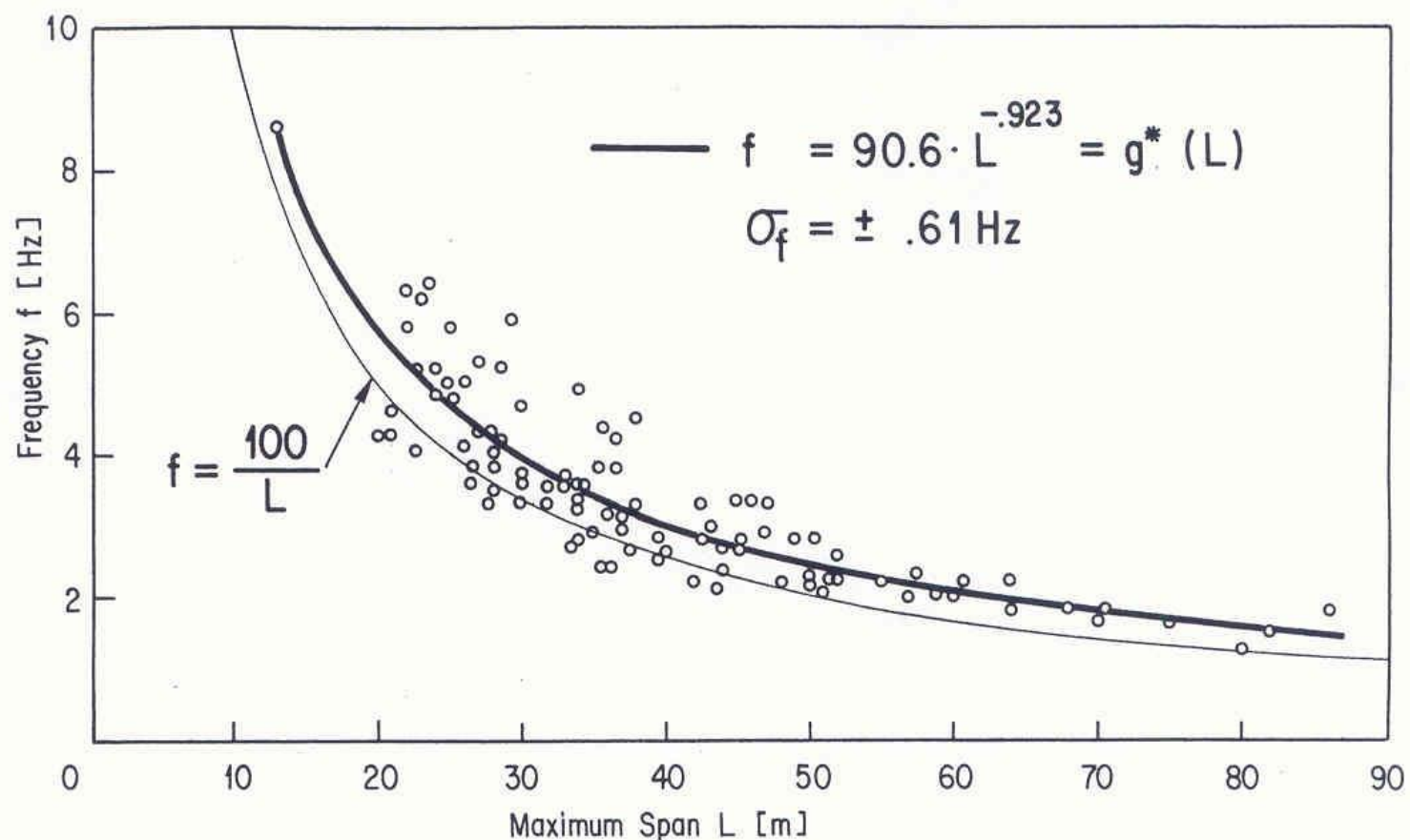
- 1. Dynamické vlastnosti silničních mostů**
- 2. Dynamické vlastnosti železničních mostů**
- 3. Interakce vozidel a mostů**
- 4. Lávky pro pěší**
- 5. Zatížení lávek chodci**
- 6. Příklady**
  - 6.1 Zatížení proměnné v čase a pohybující se po mostě**
  - 6.2 Dynamická interakce chodců a lávek pro pěší**
  - 6.3 Pohlcovač kmitání – lávka Barrandov**
  - 6.4 Lávka Čelákovice**



# 1. Dynamické vlastnosti silničních mostů

## Vlastní frekvence

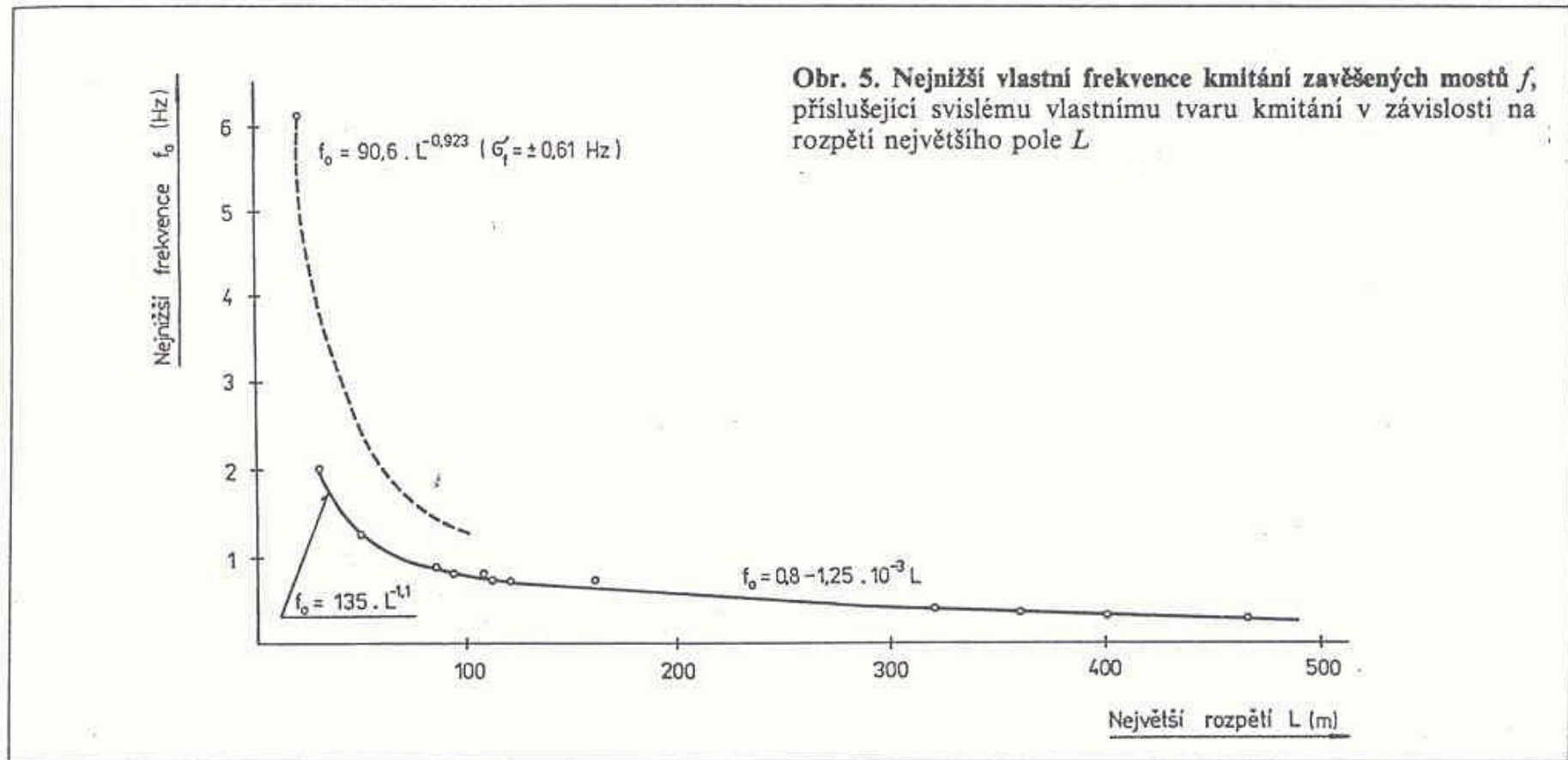
závislost nejnižší (základní) vlastní frekvence kmitání silničních mostů  $f$  (Hz) na maximálním rozpětí (délce největšího pole)  $L$  (m) – R. Cantieni, 1983



## 1. Dynamické vlastnosti silničních mostů

### Vlastní frekvence

rozšíření na zavěšené mosty – M.Studničková, 1992



## 1. Dynamické vlastnosti silničních mostů

## Logaritmický dekrement útlumu



$$\vartheta \doteq 0,05$$

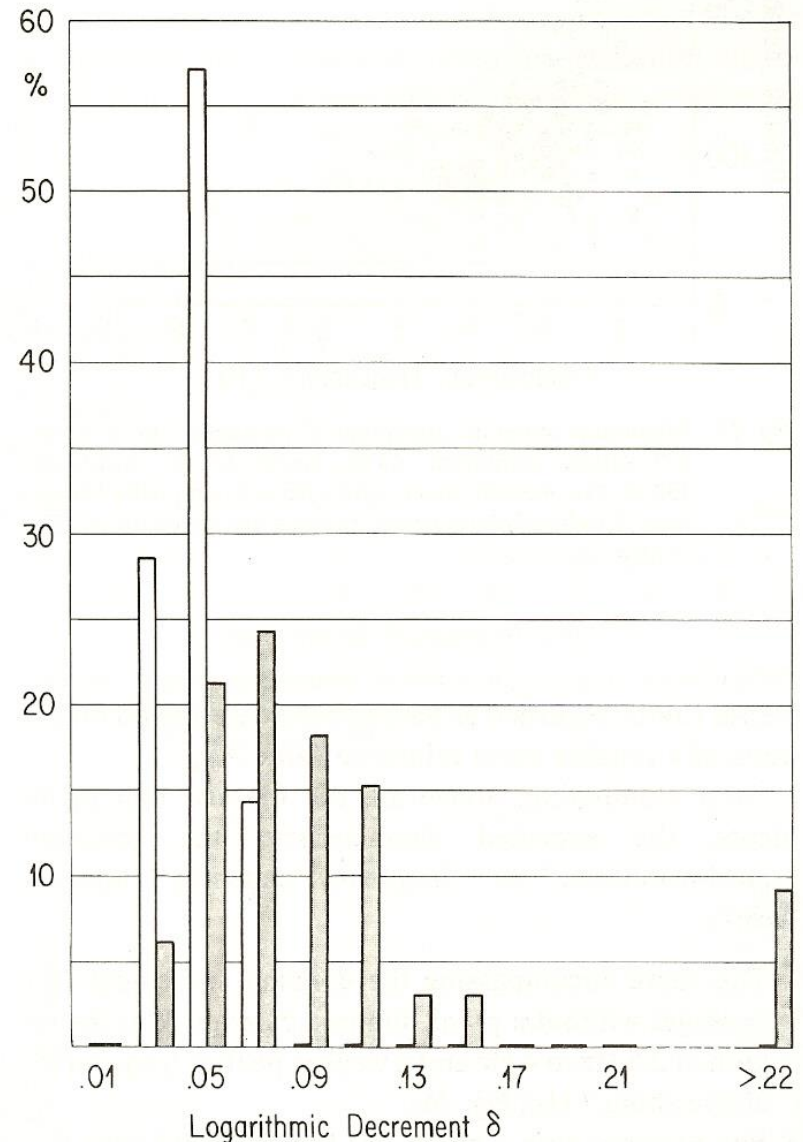
mosty dlouhé  
(celk. délka >125 m)  
přímé, úzké



$$\vartheta \doteq 0,10$$

mosty krátké  
(celk. délka <75 m)  
zakřivené nebo šikmé, široké

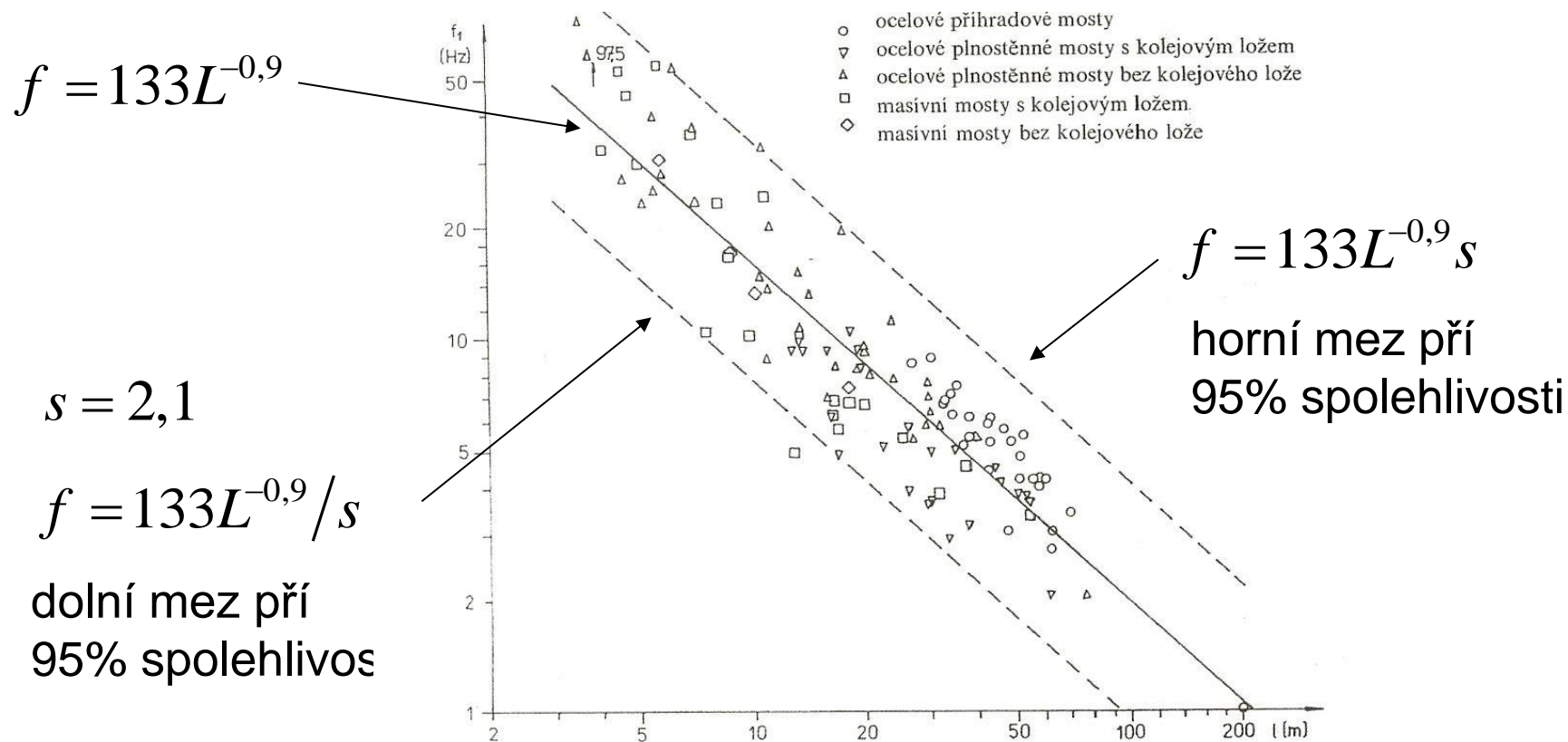
R. Cantieni, 1983



## 2. Dynamické vlastnosti železničních mostů

### Vlastní frekvence

závislost první vlastní frekvence kmitání železničních mostů  $f$  (Hz)  
na rozpětí (délce největšího pole)  $L$  (m) – L. Frýba, 1992



Závislost první vlastní frekvence  $f_1$  železničních mostů na rozpětí  $l$



## 2. Dynamické vlastnosti železničních mostů

### Vlastní frekvence

závislost první vlastní frekvence kmitání železničních mostů  $f$  (Hz) na rozpětí (délce největšího pole)  $L$  (m) – L. Frýba, 1992

Ocelové příhradové mosty	$f = 307L^{-1,1}$	$s = 1,4$
--------------------------	-------------------	-----------

Ocelové plnostěnné mosty s kolejovým ložem (včetně ortotropní mostovky)	$f = 59L^{-0,7}$	$s = 1,7$
---	------------------	-----------

Ocelové plnostěnné mosty bez kolejového lože	$f = 208L^{-1}$	$s = 1,9$
---	-----------------	-----------

Betonové mosty s kolejovým ložem	$f = 190L^{-1,1}$	$s = 2,3$
-------------------------------------	-------------------	-----------

Betonové mosty bez kolejového lože	$f = 225L^{-1,2}$	$s = 1,4$
---------------------------------------	-------------------	-----------



## 2. Dynamické vlastnosti železničních mostů

### Vlastní frekvence

Doporučení Mezinárodní unie železniční

dolní mez:  $f = 80/L$  pro  $4 \leq L \leq 20$  m

$f = (208/L)^{1/1,69}$  pro  $20 \leq L \leq 100$  m

horní mez:  $f = (438,8/L)^{1/1,34}$  pro  $4 \leq L \leq 100$  m



## 2. Dynamické vlastnosti železničních mostů

### Logaritmický dekrement útlumu

Ocelové železniční mosty

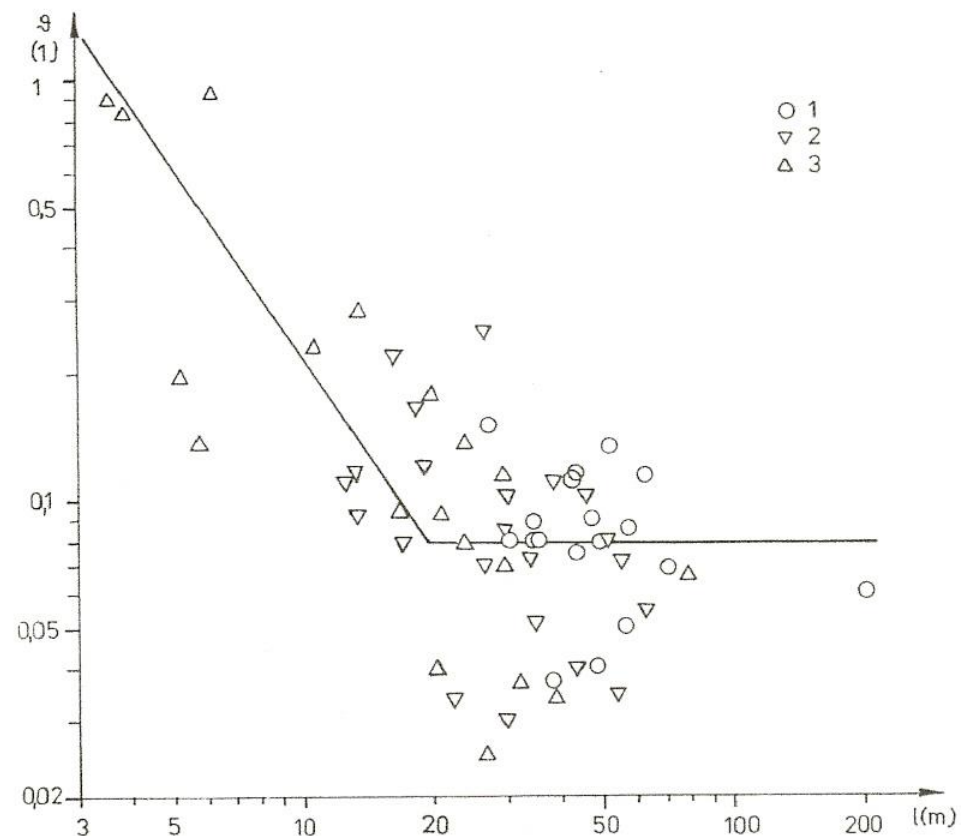
– L. Frýba, 1992

$$\mathcal{D} = 0,08$$

pro  $L > 20$  m

$$\mathcal{D} = 0,08(20/L)^{1,5}$$

pro  $L \leq 20$  m



Obr. 5.6. Logaritmický dekrement útlumu  $\mathcal{D}$  ocelových železničních mostů různých rozpětí  $L$ :

- 1 — ocelové příhradové mosty,
- 2 — ocelové plnostěnné mosty s kolejovým ložem,
- 3 — ocelové plnostěnné mosty bez kolejového lože.





## 2. Dynamické vlastnosti železničních mostů

### Logaritmický dekrement útlumu

Betonové železniční mosty

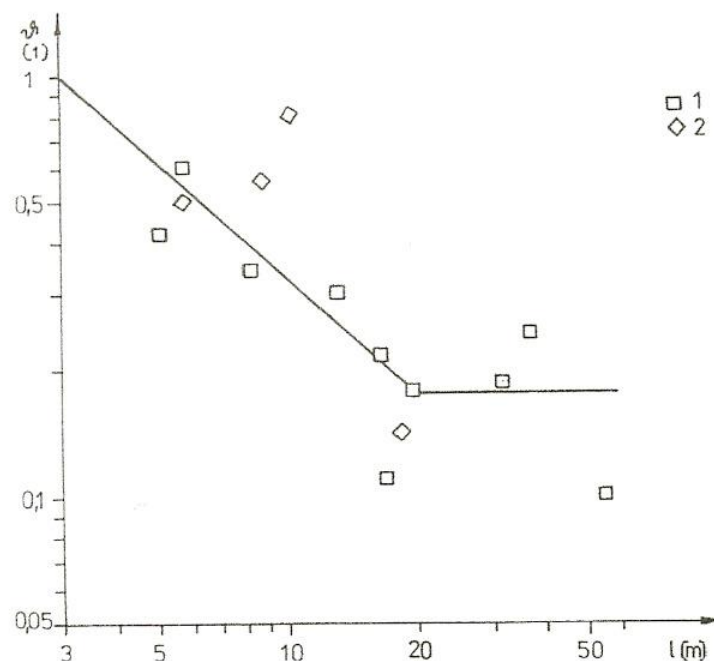
– L. Frýba, 1992

$$\vartheta = 0,18$$

pro  $L > 20$  m

$$\vartheta = 0,18(20/L)^{0,9}$$

pro  $L \leq 20$  m

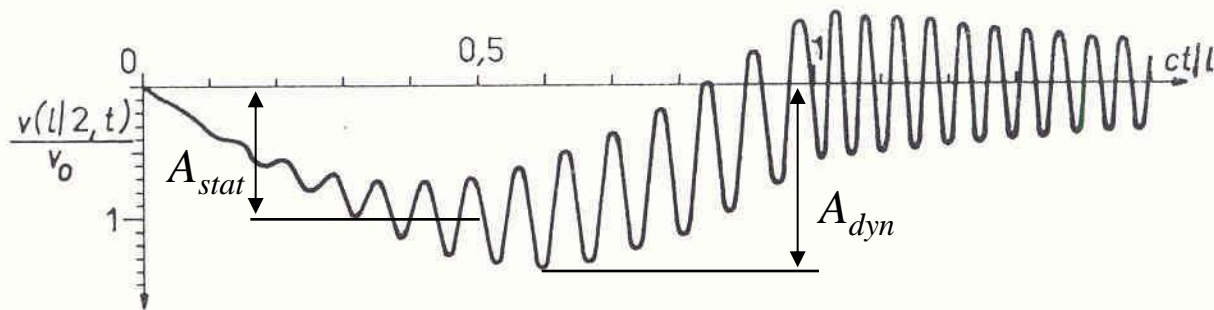


Obr. 5.7. Logaritmický dekrement útlumu  $\vartheta$  betonových železničních mostů různých rozpětí  $l$ :

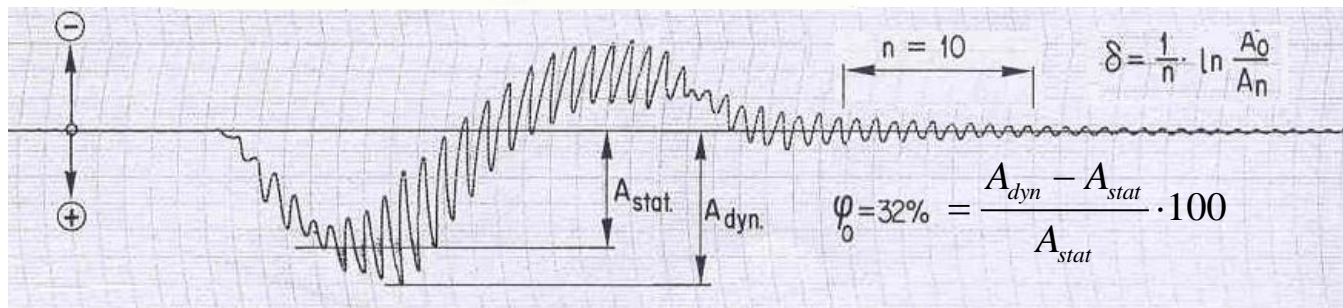
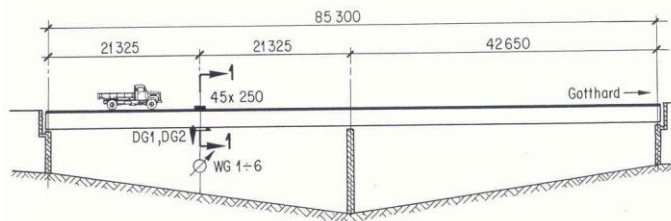
1 – betonové mosty s kolejovým ložem,

2 – betonové mosty bez kolejového lože.

### 3. Interakce vozidel a mostů



Průhyb středu rozpětí železničního mostu o rozpětí  $l = 56,56$  m během přejezdu parní lokomotivy



Průhyb středu 1. pole spojitého nosníku během přejezdu těžkého vozidla  
- stanovení dynamického přírůstku a logaritmického dekrementu útlumu



### 3. Interakce vozidel a mostů

**Dynamická odezva** mostní konstrukce při přejezdu vozidla je závislá na:

- kvalitě povrchu vozovky, nerovnostech jízdní dráhy;
- dynamické charakteristice vozidla (hmotnost, tuhost, odpružení atd.);
- dynamické charakteristice mostu (vlastní frekvence a tvary, útlum);
- rychlosti vozidla;
- rozvoru kol.

Dále je **dynamická odezva** od dopravy navíc závislá na počtu a typu (těžkých) vozidel na mostě  
skupina vozidel rozkmitá most v kombinaci několika vlastních tvarů s fázovým posunem – dynamický účinek je menší v poměru ke statickému účinku skupiny vozidel



### 3. Interakce vozidel a mostů

#### Dynamický přírůstek

zvýšení odezvy mostu (v %) při dynamickém zatížení vozidlem ve srovnání se statickou odezvou

$$\phi = \frac{A_{dyn} - A_{stat}}{A_{stat}} \cdot 100 \quad [\%]$$

Rozhodující je vzájemný poměr vlastní frekvence mostu a vozidla

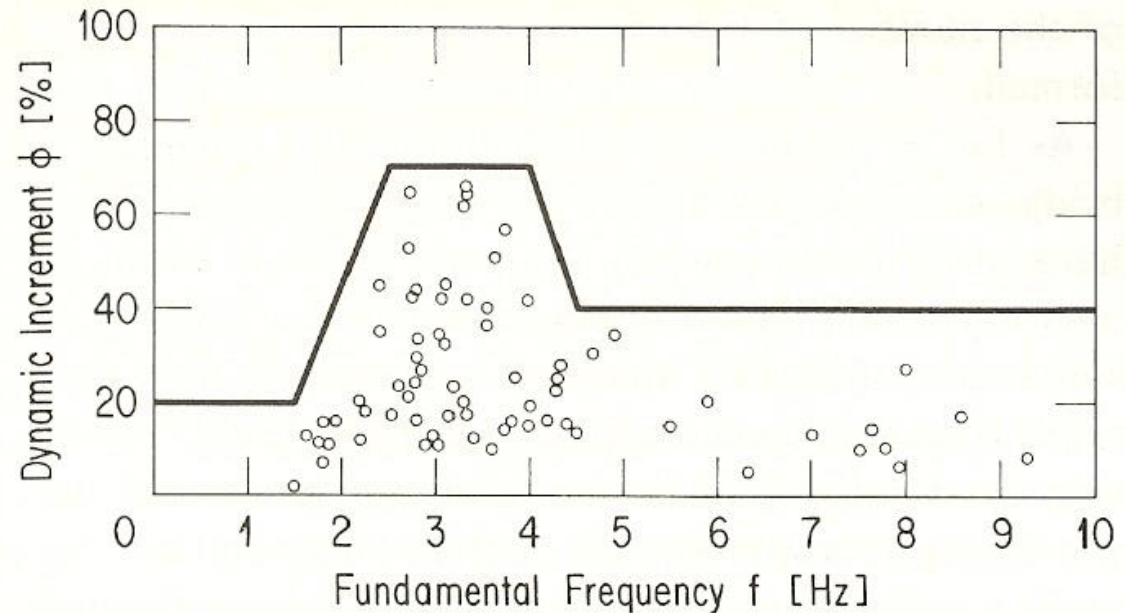
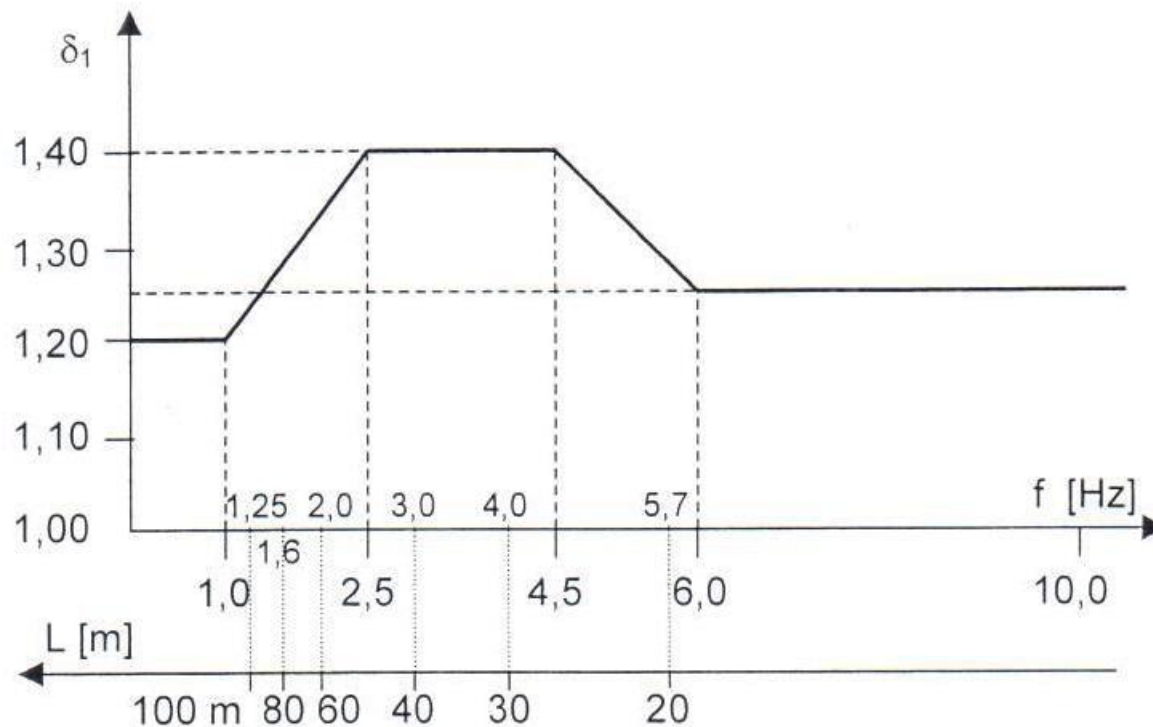


Fig. 73 Sensitivity of the main structural elements of highway bridges to the dynamic effects of a single truck as a function of the fundamental frequency (for passages on the undisturbed pavement).

### 3. Interakce vozidel a mostů

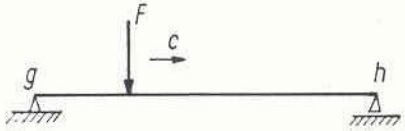
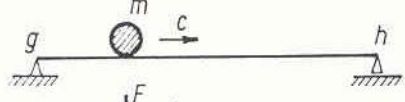
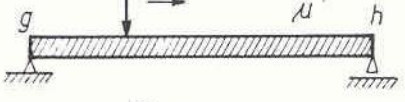
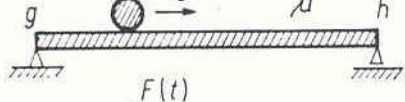
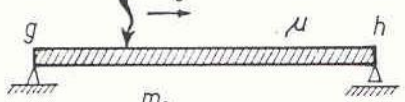
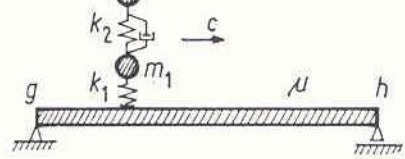
#### Dynamický součinitel

závislost na základní ohybové frekvenci mostu  $f$   
a na rozpětí mostu  $L$  (Ontario Code 1983)



## 3. Interakce vozidel a mostů

Řešení úlohy  
pohyblivého  
zatížení

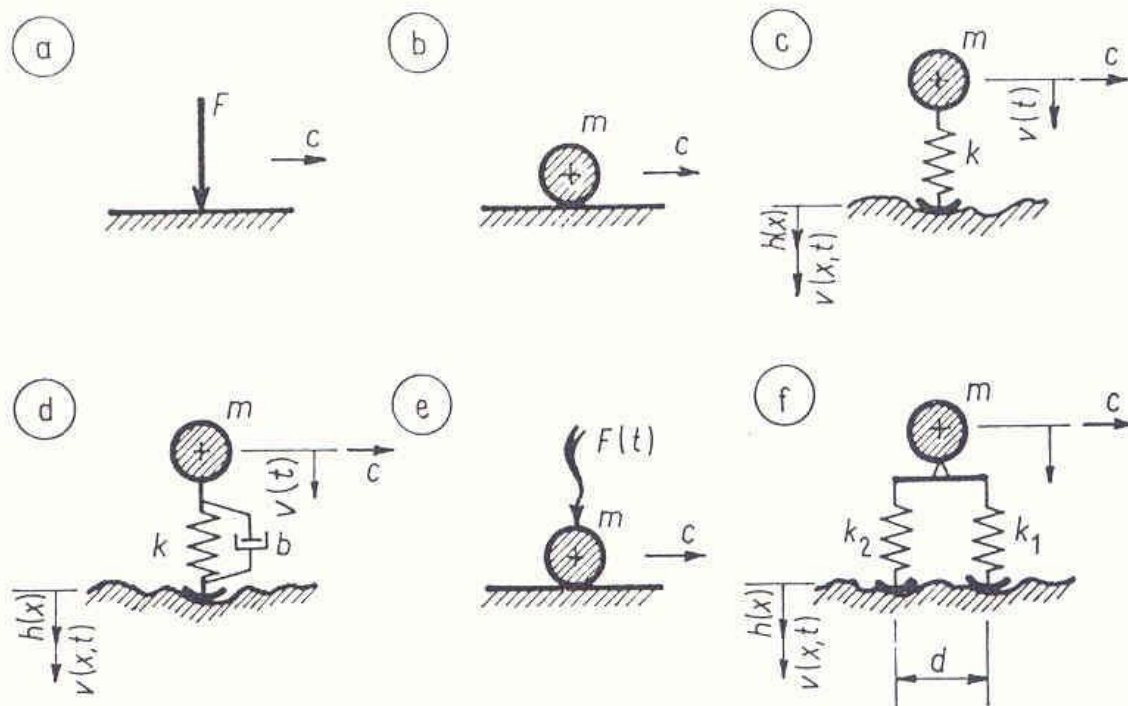
Způsob zadání úlohy	Uvažování hmoty	
	mostní konstrukce	vozidla
1 	ne	ne
2 	ne	ano
3 	ano	ne
4 	ano	ano
5 	ano	ne
6 	ano	ano





## 3. Interakce vozidel a mostů

## Jednoduché výpočtové modely vozidel



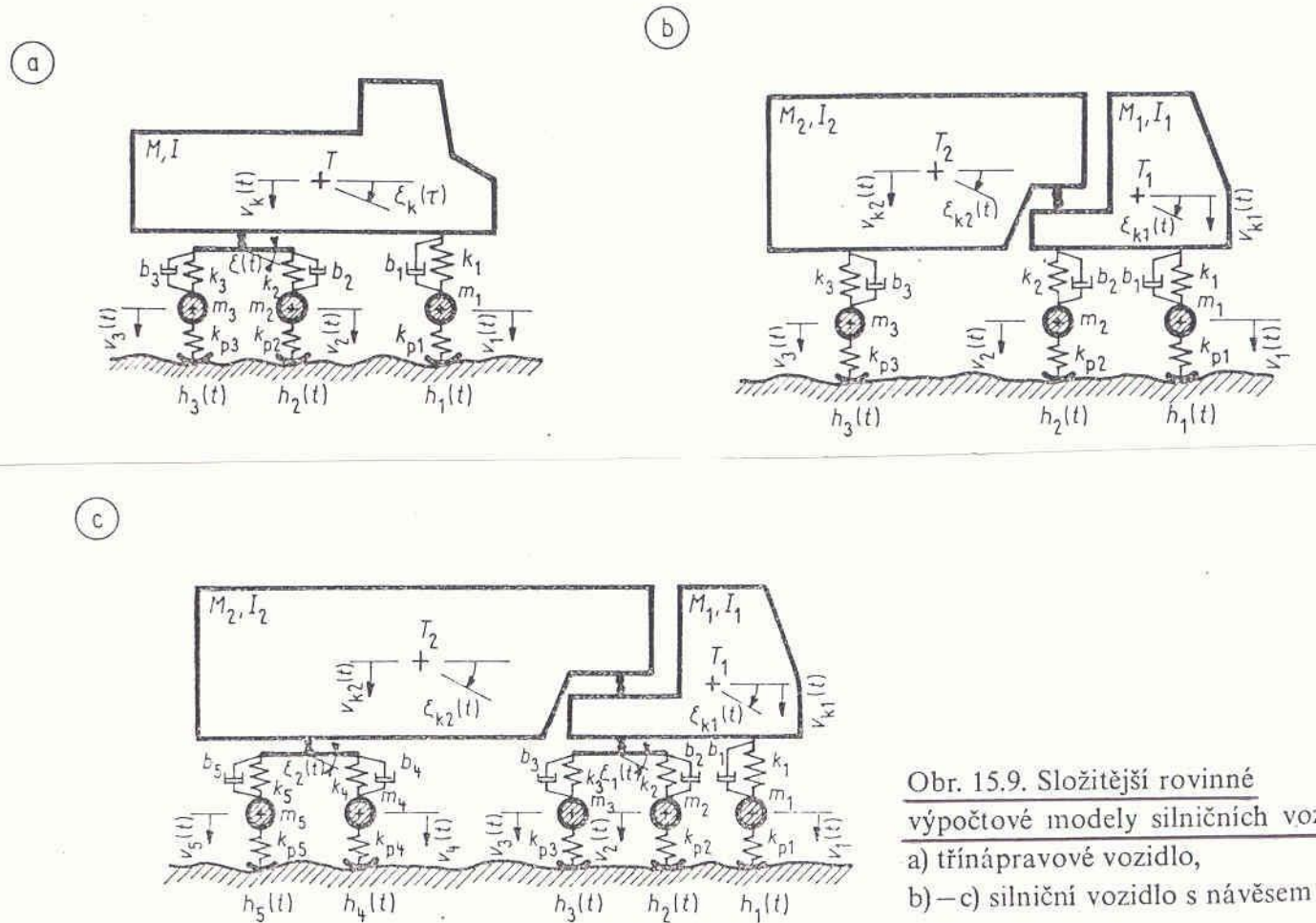
Obr. 15.6. Nejjednodušší výpočtové modely vozidel

a) konstantní břemeno, b) soustředěná hmota, c) odpružená hmota, d) odpružená hmota s tlumením, e) soustředěná hmota s proměnnou silou, f) soustředěná hmota na odpružené tuhé tyči



## 3. Interakce vozidel a mostů

## Složitější výpočtové modely silničních vozidel

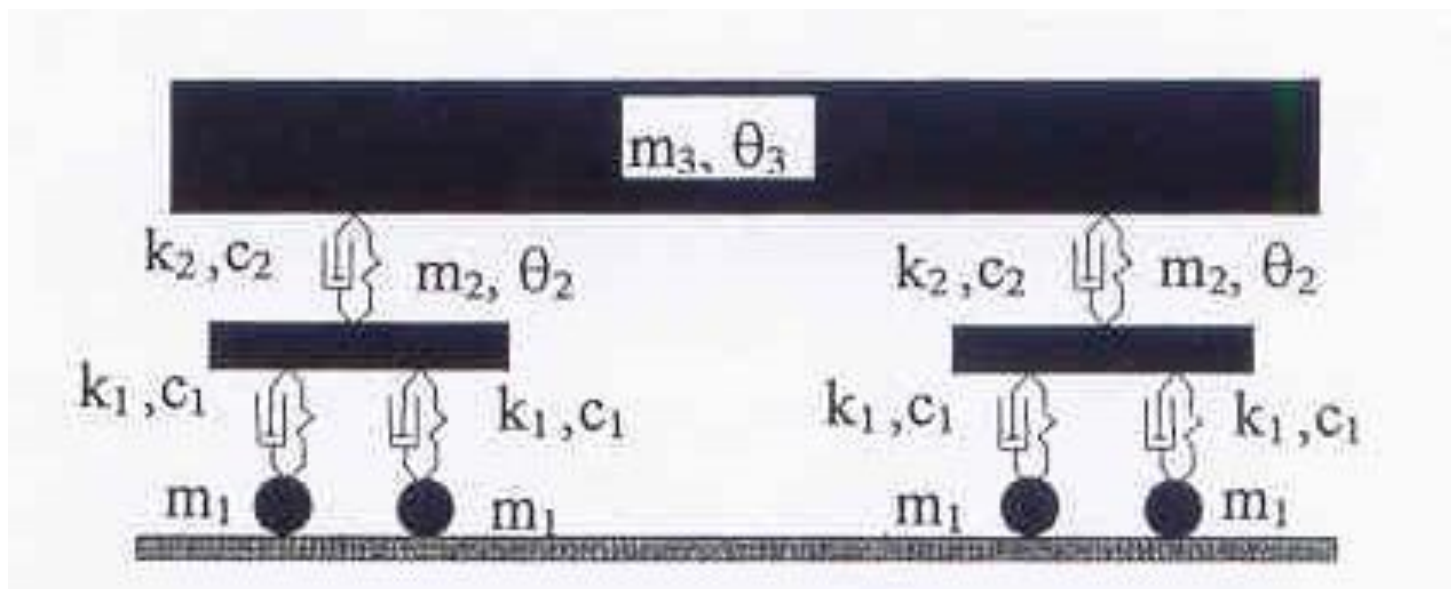


Obr. 15.9. Složitější rovinné  
výpočtové modely silničních vozidel  
a) třínápravové vozidlo,  
b)–c) silniční vozidlo s návěsem



### 3. Interakce vozidel a mostů

Složitější výpočtový model železničního vozidla



### 3. Interakce vozidel a mostů

Interakce vozidla a mostu – výpočetní modely vozidla a konstrukce jsou propojeny pomocí kontaktních sil

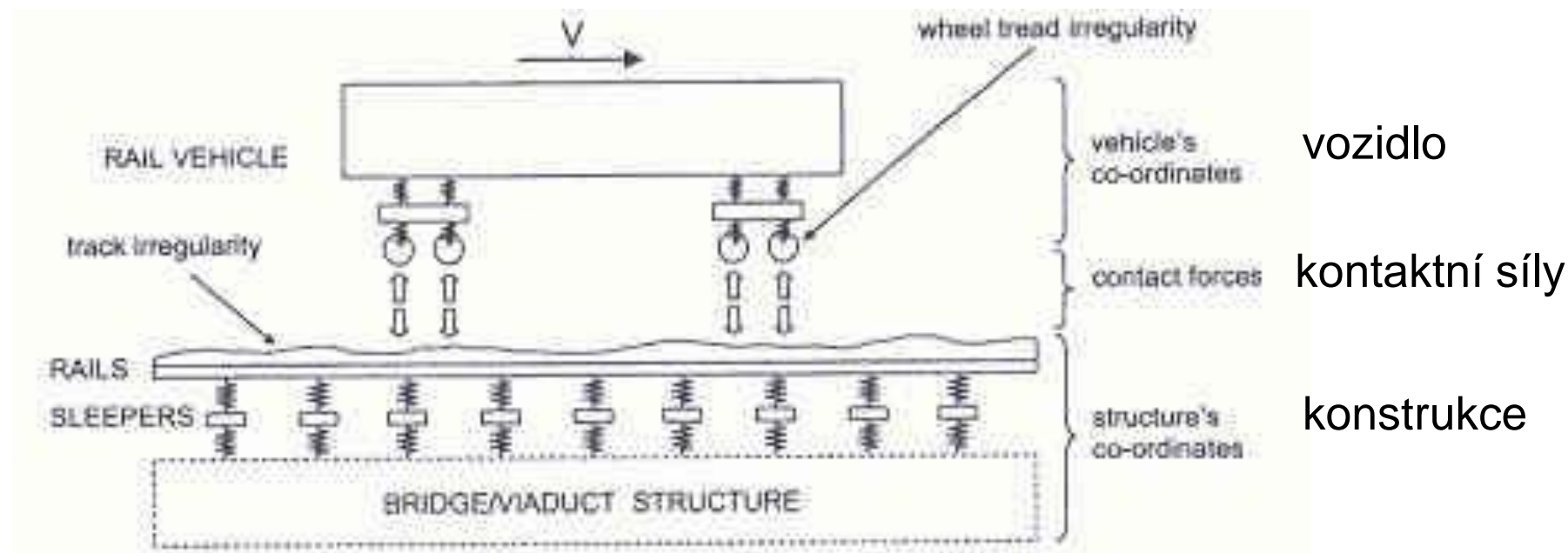
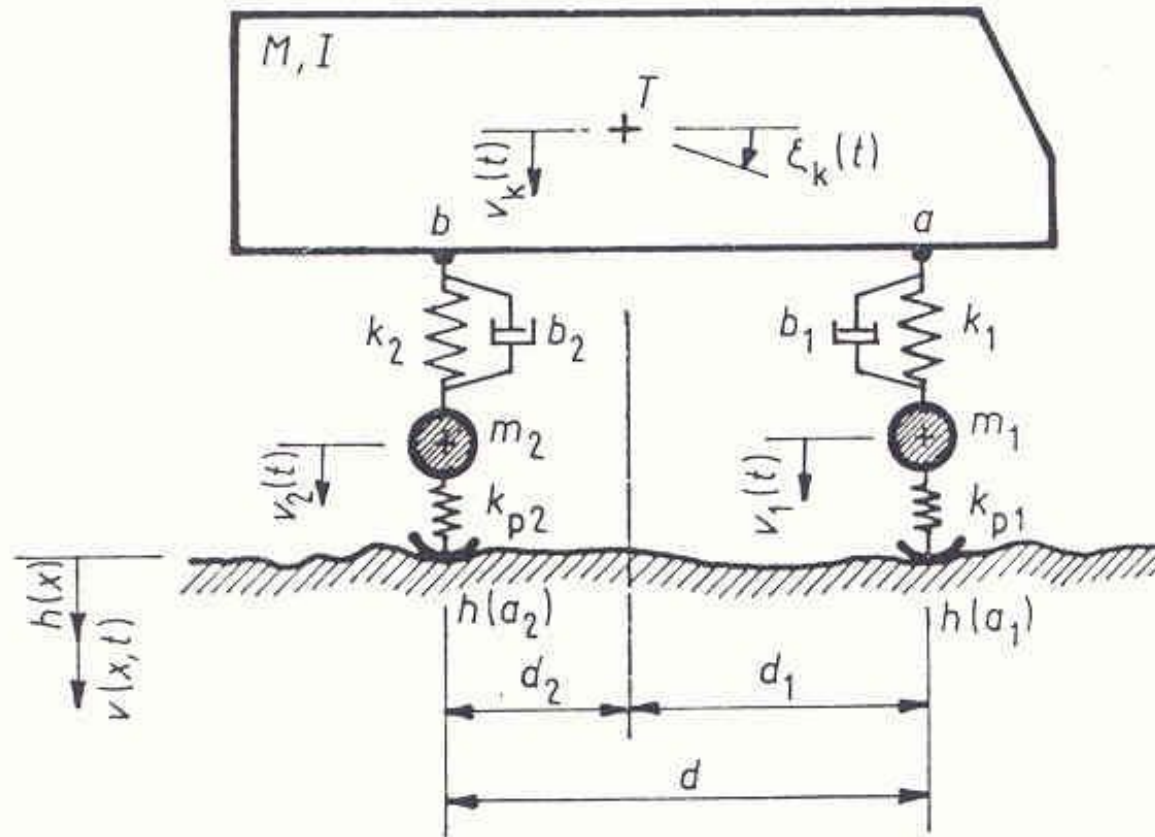


Figure 1. Train-track-bridge interaction model: vehicle and structure's d.o.f. are coupled by the wheel-rail contact forces.

### 3. Interakce vozidel a mostů

#### Rovinný model dvounápravového vozidla



Vozidlo – 4 SV

### 3. Interakce vozidel a mostů

#### Pohybové rovnice vozidla

$$M\ddot{v}_k(t) + \left(k_1 + b_1 \frac{d}{dt}\right)[v_k(t) + d_1\zeta_k(t) - v_1(t)] + \\ + \left(k_2 + b_2 \frac{d}{dt}\right)[v_k(t) - d_2\zeta_k(t) - v_2(t)] = 0$$

$$I\ddot{\zeta}_k(t) - d_2\left(k_2 + b_2 \frac{d}{dt}\right)[v_k(t) - d_2\zeta_k(t) - v_2(t)] + \\ + d_1\left(k_1 + b_1 \frac{d}{dt}\right)[v_k(t) + d_1\zeta_k(t) - v_1(t)] = 0$$

$$G_1 + G_{k1} - m_1\ddot{v}_1(t) + \left(k_1 + b_1 \frac{d}{dt}\right)[v_k(t) + d_1\zeta_k(t) - v_1(t)] = F_1(t)$$

$$G_2 + G_{k2} - m_2\ddot{v}_2(t) + \left(k_2 + b_2 \frac{d}{dt}\right)[v_k(t) - d_2\zeta_k(t) - v_2(t)] = F_2(t)$$



### 3. Interakce vozidel a mostů

#### Kontaktní síly

kde  $G_1, G_2$  je tíha náprav,  $G_{k1} = G_k d_1/d$ ,  $G_{k2} = G_k d_2/d$  je část tíhy karosérie  $G_k$  připadající na první a druhou nápravu, celková tíha vozidla je  $G = G_{k1} + G_{k2} + G_1 + G_2$ . Dynamické síly působící na mostní konstrukci v místě náprav jsou

$$\begin{aligned} F_1(t) &= k_{p1}[v_1(t) - v(a_1, t) - h(a_1)] \\ F_2(t) &= k_{p2}[v_2(t) - v(a_2, t) - h(a_2)] \end{aligned}$$

#### Pohybové rovnice mostu

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{r}} + \mathbf{C}_b \dot{\mathbf{r}} + \mathbf{K}_b \mathbf{r} = \mathbf{F}(t)$$

$h(a_1), h(a_2)$  – nerovnosti

$v(a_1, t), v(a_2, t)$  – průhyby mostu



## 4. Lávky pro pěší

### Moderní lávky pro pěší

lehké a poddajné konstrukce

neobvyklé konstrukční systémy (zavěšené a visuté konstrukce)

### První frekvence vlastního kmitání

blízké dominantním frekvencím dynamického zatížení chůzí nebo během

rezonanční odezva je charakterizovaná vysokou hladinou vibrací

### Tyto vibrace

obvykle nezpůsobují problémy z hlediska konstrukce

mohou být spojeny s nepříjemnými pocity osob  
(maximální přípustné hodnoty zrychlení)

rytmické pohyby osob (běh, skákání) mohou způsobit velké vibrace konstrukce



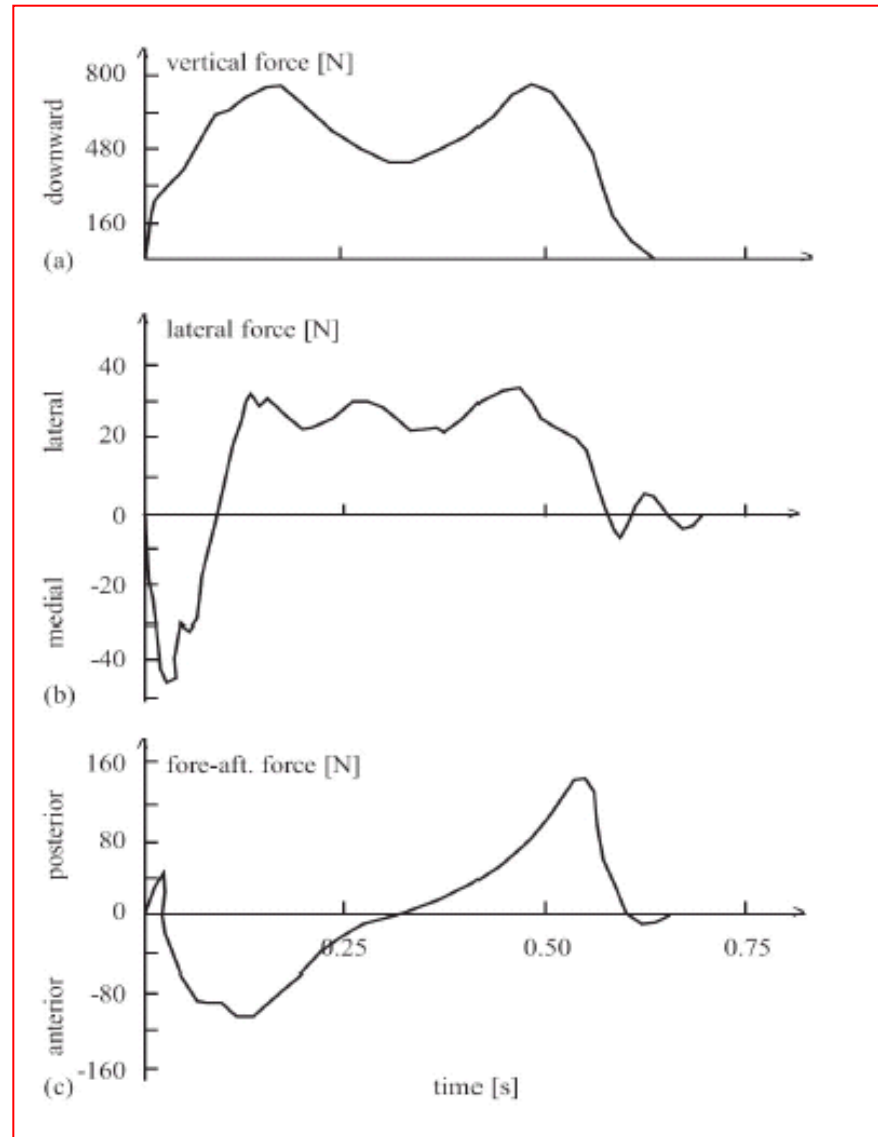
#### 4. Lávky pro pěší

### Typické průběhy kontaktních sil při chůzi

a) vertikální složka

b) horizontální složka –  
příčný směr

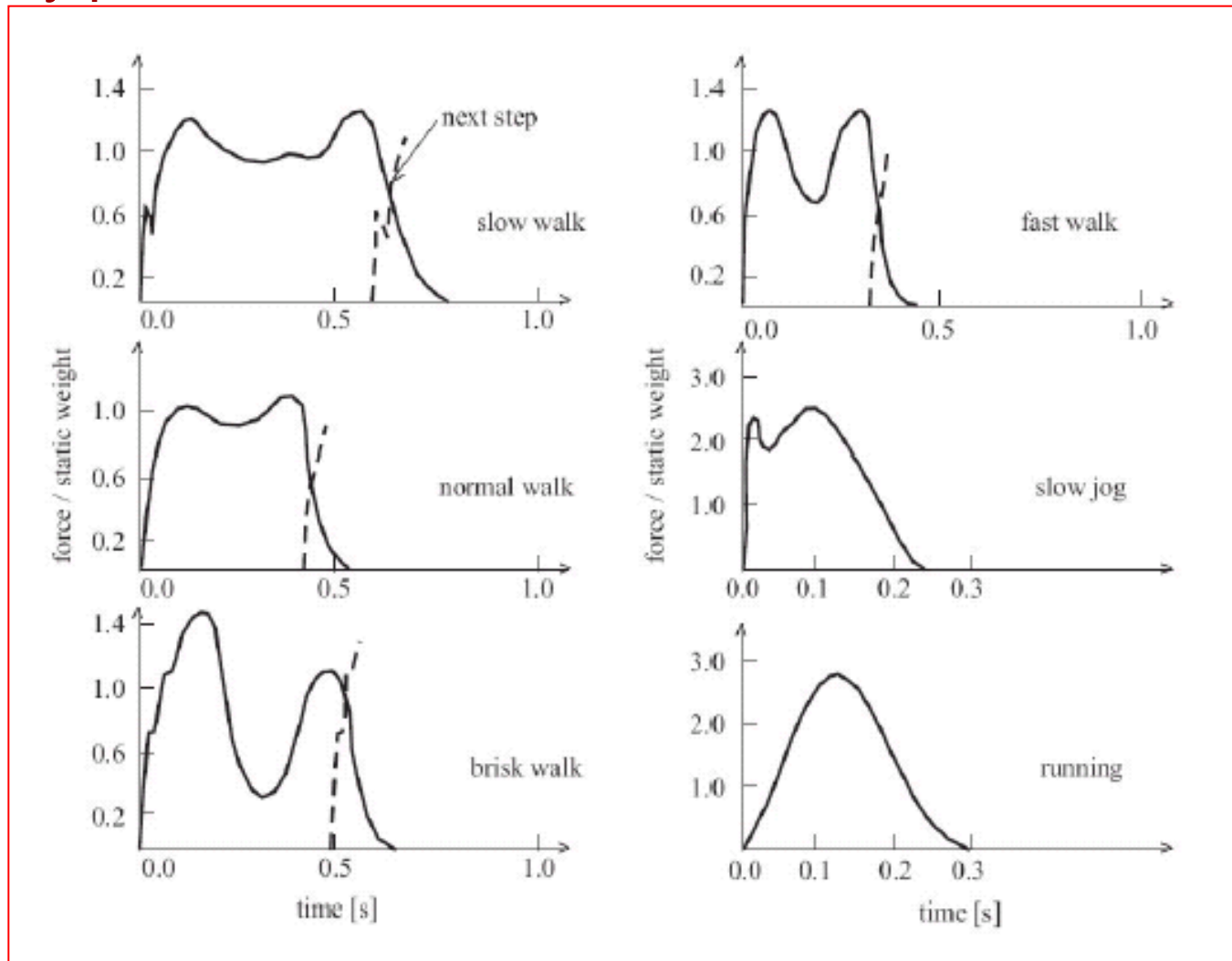
c) horizontální složka –  
podélný směr





## 4. Lávky pro pěší

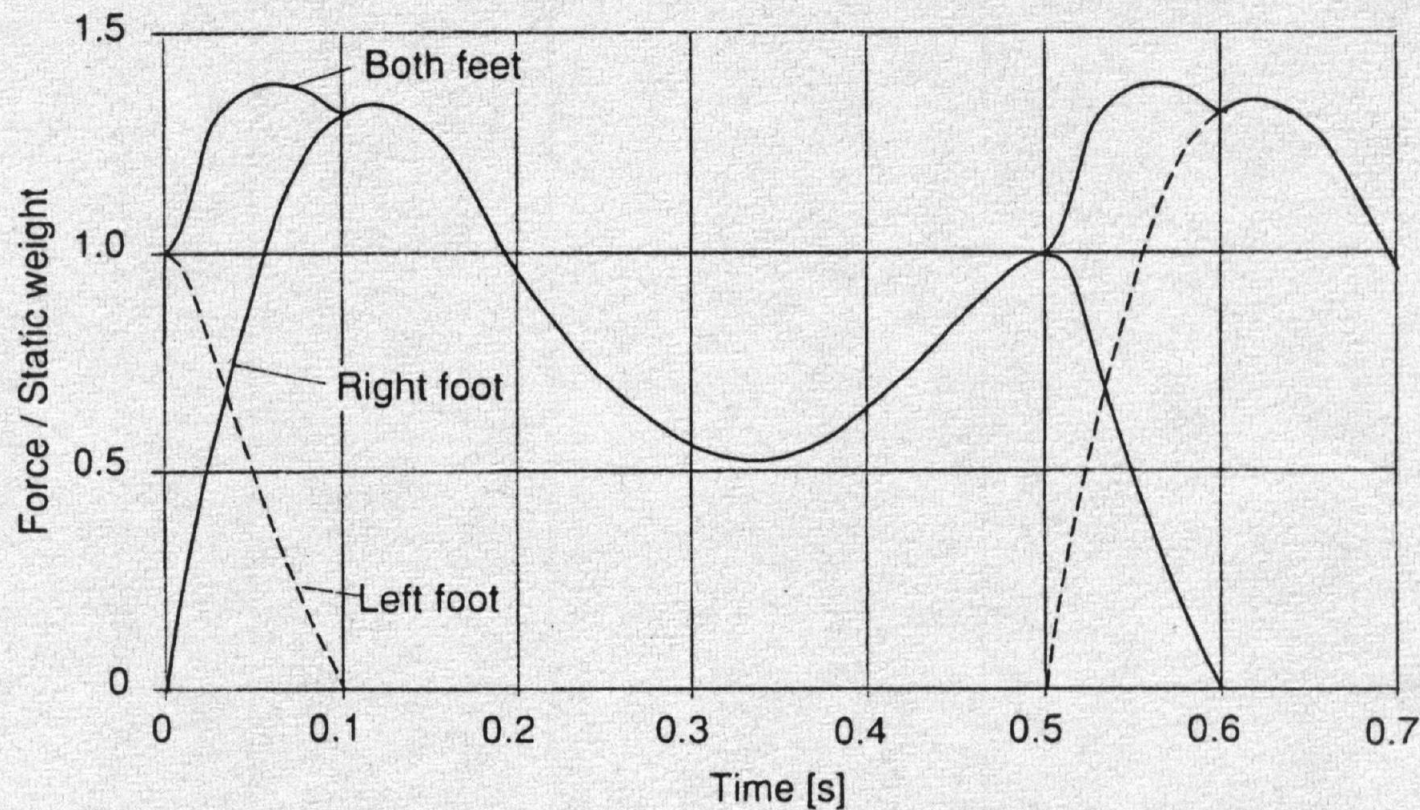
## Časový průběh vertikálních kontaktních sil – chůze až běh





## 4. Lávky pro pěší

## Časový průběh vertikálních kontaktních sil



#### 4. Lávky pro pěší

### Typické budicí frekvence různých lidských aktivit

	pomalá	rychlost střední	velká	střed
Chůze	1,6-1,7 Hz	1,7-2,2 Hz	2,2-2,4 Hz	2,0 Hz
Běh	1,9-2,2 Hz	2,2-2,7 Hz	2,7-3,3 Hz	2,5 Hz
Skákání	1,3-1,9 Hz	1,9-3,0 Hz	3,0-3,4 Hz	2,5 Hz
Příčné pohyby		0,8-1.2 Hz		1,0 Hz



## 5. Zatížení lávek chodci

### Chůze

$$F_p(t) = G + \sum_{i=1}^n G\alpha_i \sin(2\pi i f_p t - \varphi_i)$$

svislý směr

$G$  je tíha osoby (obvykle  $G = 700 \text{ N}$ ), (předpisy SETRA)

$$\alpha_1 = 0.4, \alpha_2 = \alpha_3 = 0.1$$

$$\varphi_1 = 0, \varphi_2 = \varphi_3 = \pi/2$$

$f_p$  je frekvence pohybu (obvykle  $2 \text{ Hz}$ )

síla se pohybuje rychlostí  $0,9 f_p$

### Harmonické složky

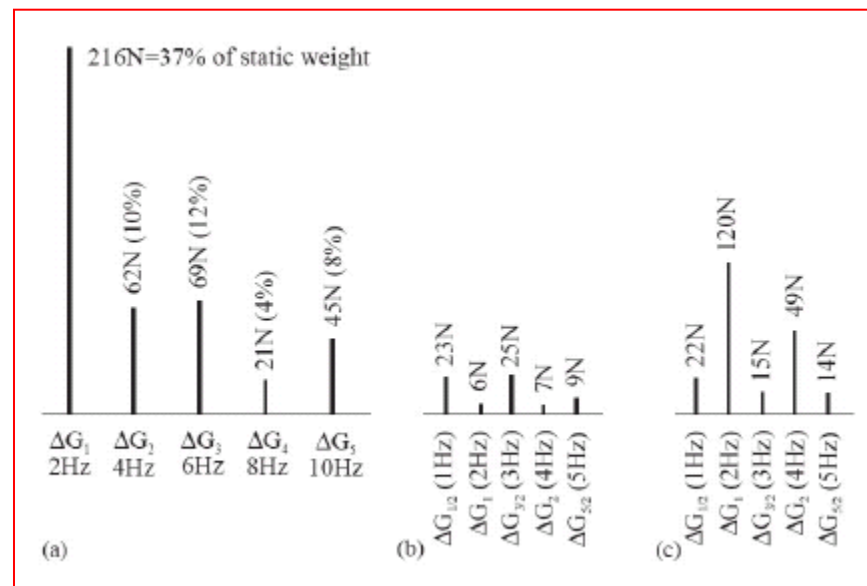
a) Vertikální síla

b) Příčná síla

$$F_p(t) = 0.05G \sin(2\pi \frac{f_p}{2} t)$$

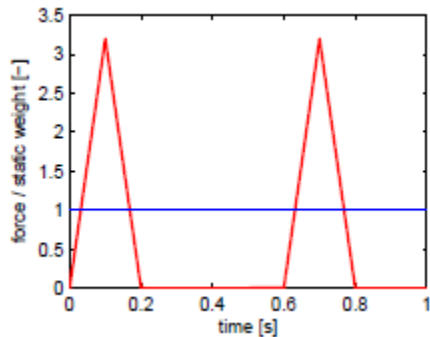
c) Podélná síla

$$F_p(t) = 0.20G \sin(2\pi f_p t)$$



## 5. Zatížení lávek chodci

### Rytmické skákání (trojúhelníkové zatížení)

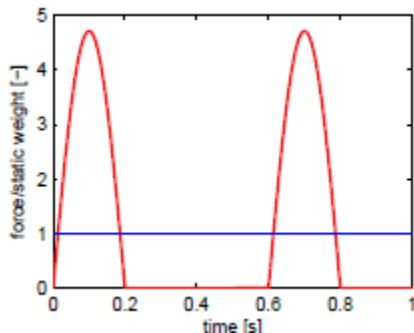


$$F_p(t) = \begin{cases} K_p G (2t/t_c) & t \leq t_c/2 \\ K_p G \left(1 - \frac{2(t - t_c/2)}{t_c}\right) & t_c/2 < t \leq t_c \\ 0 & t_c < t \leq T_p \end{cases}$$

$$K_p = 2 / f_p t_c$$

doba kontaktu  $t_c$

### Běh (semi-sinusové zatížení)



$$F_p(t) = \begin{cases} K_p G \sin(\pi t/t_c) & t \leq t_c \\ 0 & t_c < t \leq T_p \end{cases}$$

$$K_p = \pi / 2 f_p t_c$$

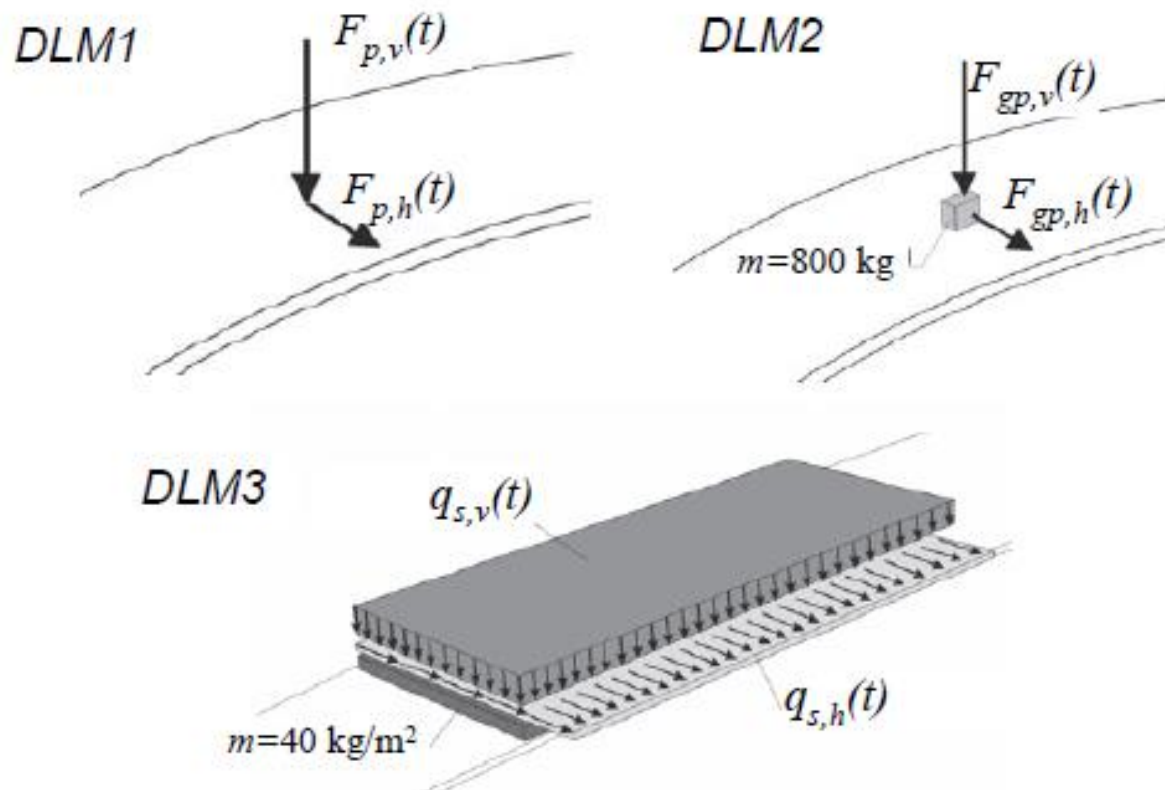
$$T_p = 1 / f_p$$



## Navrhované modely zatížení

uvažuje se pouze rezonanční část dynamického zatížení

Guidelines for the design of footbridges (FIB 2005)



## 5. Zatížení lávek chodci

### DLM1 – jeden chodec

Vertikální kmitání

$$F_{pv}(t) = 180 \sin 2\pi f_v t \text{ [N]}$$

Horizontální kmitání

$$F_{ph}(t) = 70 \sin 2\pi f_h t \text{ [N]}$$

$f_v$  – ohybová vlastní frekvence mostu při svislém kmitání nejblíže 2.0 Hz

$f_h$  – ohybová vlastní frekvence mostu při vodorovném kmitání nejblíže 1.0 Hz

Síly se umístí do místa maximálního účinku pro daný vlastní tvar

Jeden chodec (alt.)

$$F_{pv}(t) = 280 \sin 2\pi f_v t \text{ [N]}$$

Síla se pohybuje po konstrukci rychlostí  $0,9 f_v$



## 5. Zatížení lávek chodci

### DLM2 – skupina chodců (8 – 15)

Vertikální kmitání

$$F_{pv}(t) = 180 k_v \sin 2\pi f_v t \quad [\text{N}]$$

Horizontální kmitání

$$F_{ph}(t) = 70 k_h \sin 2\pi f_h t \quad [\text{N}]$$

$f_v$  – ohybová vlastní frekvence mostu při svislém kmitání nejblíže 2.0 Hz

$f_h$  – ohybová vlastní frekvence mostu při vodorovném kmitání nejblíže 1.0 Hz

$k_v$  resp.  $k_h$  – součinitele závisející na  $f_v$ , resp.  $f_h$

(max.3.0 pro  $f_v = 2.0$  Hz, resp. pro  $f_h = 1.0$  Hz)

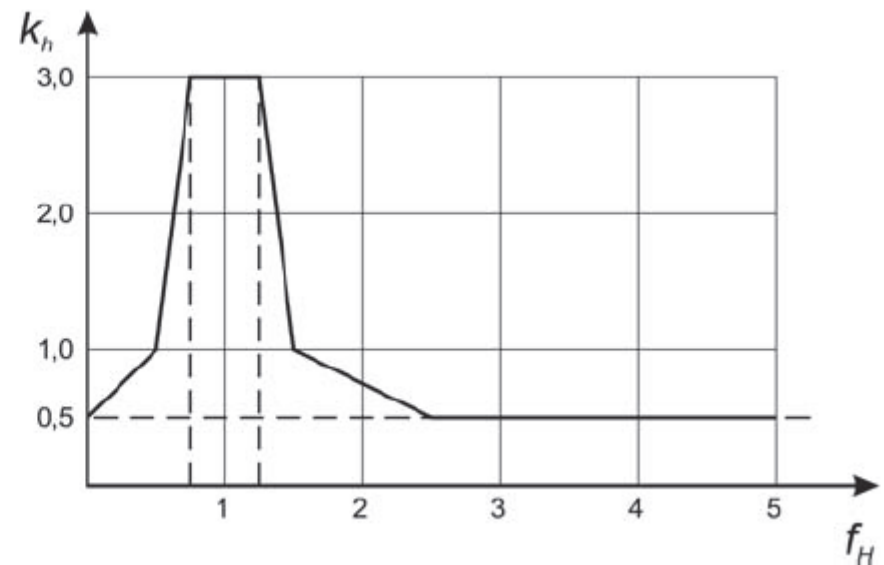
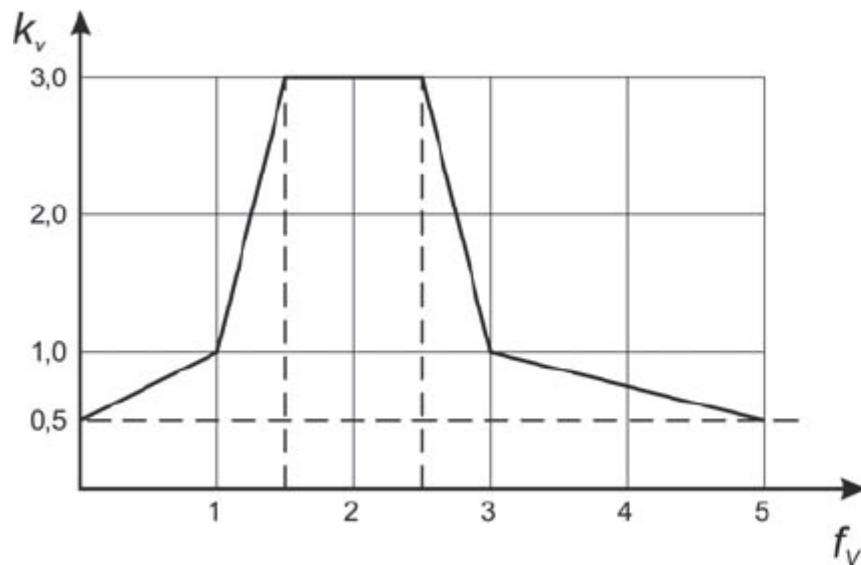
Síly se umístí do místa maximálního účinku pro daný vlastní tvar

Připojí se soustředěná hmota 800 kg



## 5. Zatížení lávek chodci

DLM2 – skupina chodců (8 – 15)





## 5. Zatížení lávek chodci

DLM3 – proud chodců (dlouhé a široké mosty)

Vertikální kmitání

$$q_{pv}(t) = 12,6 k_v \sin 2\pi f_v t \quad [\text{Nm}^{-2}]$$

Horizontální kmitání

$$q_{ph}(t) = 3,2 k_h \sin 2\pi f_h t \quad [\text{Nm}^{-2}]$$

Zatížení se umístí na most tak, aby vyvolávalo z hlediska uvažovaného vlastního tvaru maximální účinek

Připojí se spojitá hmota 40 kg/m<sup>2</sup>



## 5. Zatížení lávek chodci

### Maximální přípustné hodnoty zrychlení

EN 1990 Eurokód: *Zásady navrhování konstrukcí*

Vertikální kmitání

$$a_{max,v} \leq 0,7 \text{ ms}^{-2}$$

Horizontální kmitání

$$a_{max,h} \leq 0,2 \text{ ms}^{-2}$$

Horizontální kmitání  
(mimořádné zatížení  
např. davem lidí)

$$a_{max,h} \leq 0,4 \text{ ms}^{-2}$$

### Limitní hodnoty frekvencí

Vertikální kmitání

$$f_{lim,v} = 5 \text{ Hz}$$

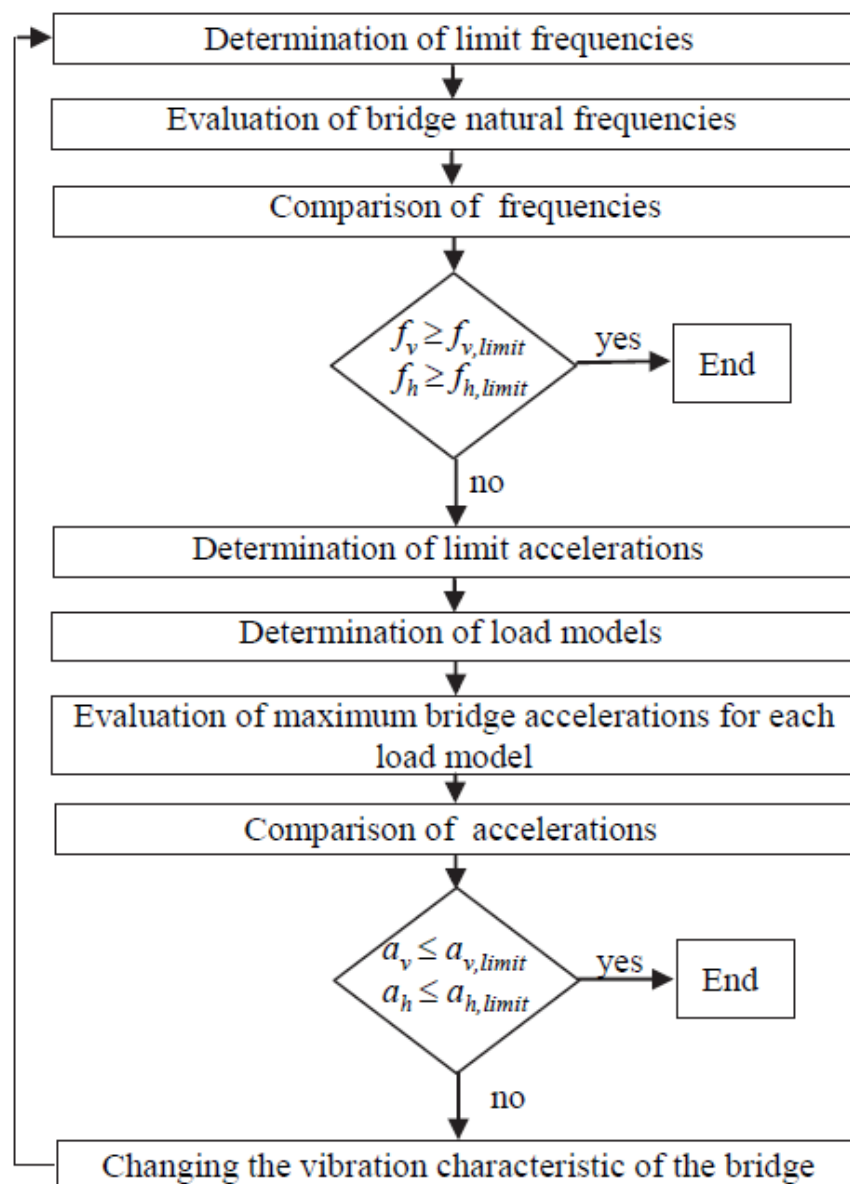
Horizontální kmitání

$$f_{lim,h} = 2,5 \text{ Hz}$$

Eurokódy nestanovují zatížení lávek pro pěší účinkem chodců



## 5. Zatížení lávek chodci



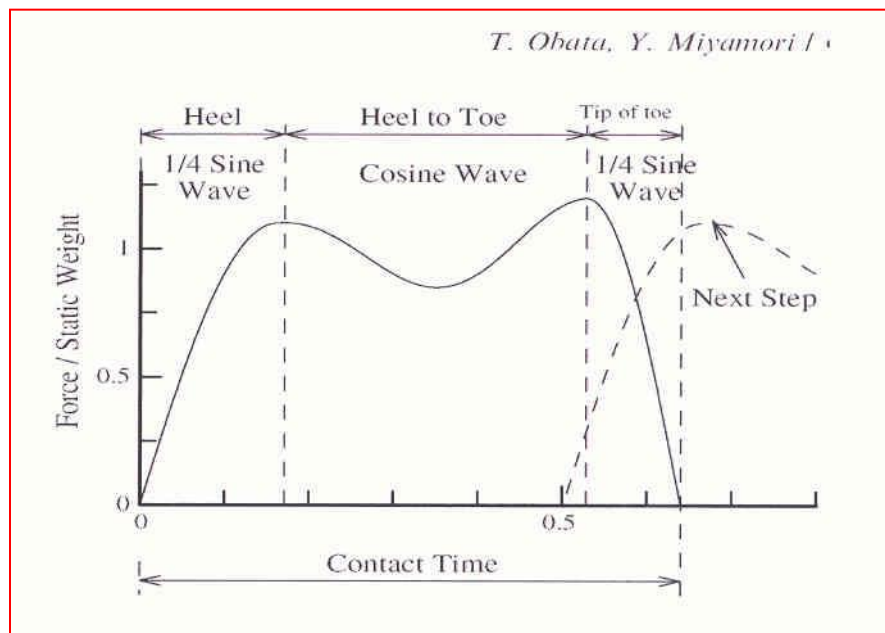
## 5. Zatížení lávek chodci

### Hodnoty relativního útlumu

Construction type	$\zeta / \%$		
	min.	mean	max.
Reinforced concrete	0,8	1,3	2,0
Prestressed concrete	0,5	1,0	1,7
Composite (concrete-steel)	0,3	0,6	-
Steel	0,2	0,4	-
Timber	-	1,0* 1,5**	-
* structures without mechanical joints			
** structures with mechanical joints			

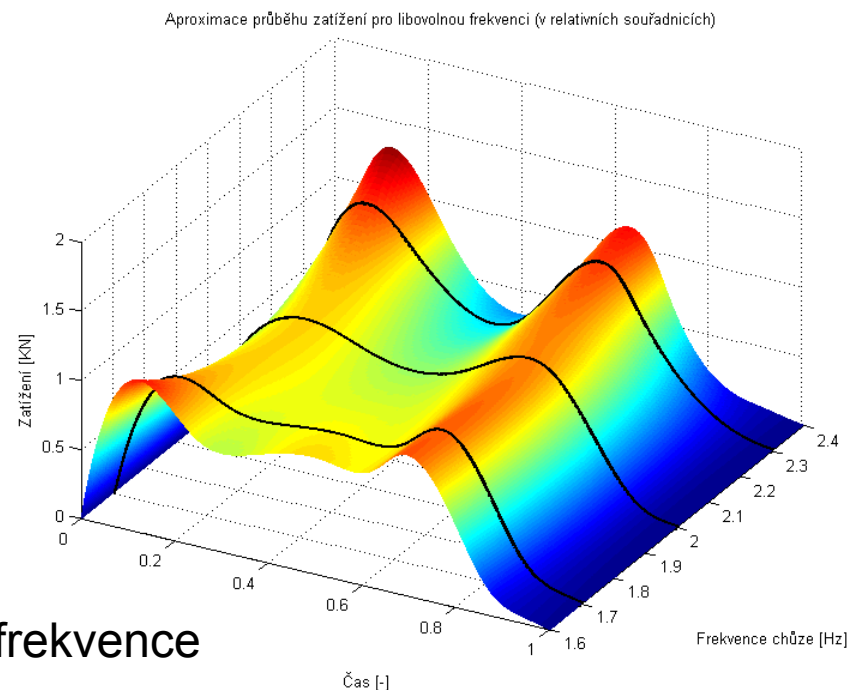
## 6. Příklady

### 6.1 Zatížení proměnné v čase a pohybující se po mostě



Na frekvenci závisí:

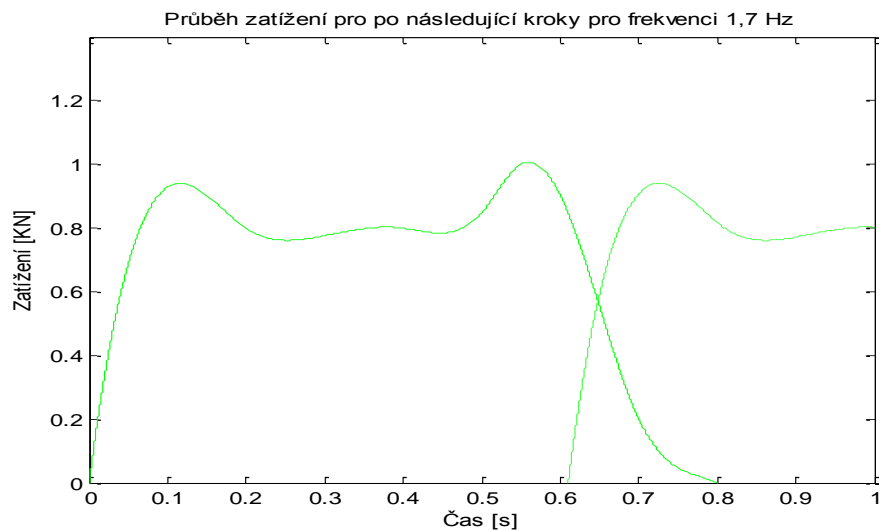
- doba kontaktu
- rychlost pohybu
- délka kroku
- začátek následujícího kroku



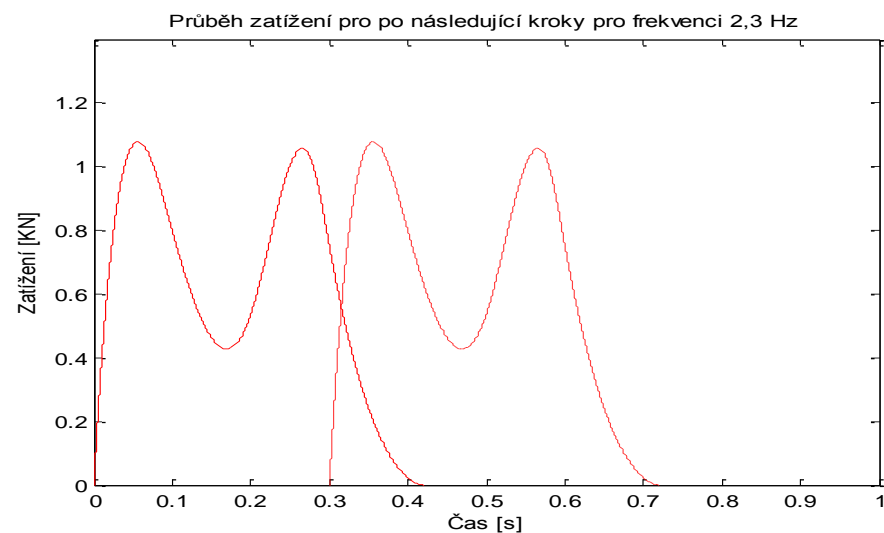
zatěžovací funkce pro různé frekvence



## 6.1 Zatížení proměnné v čase a pohybující se po mostě



$f = 1,7 \text{ Hz}$

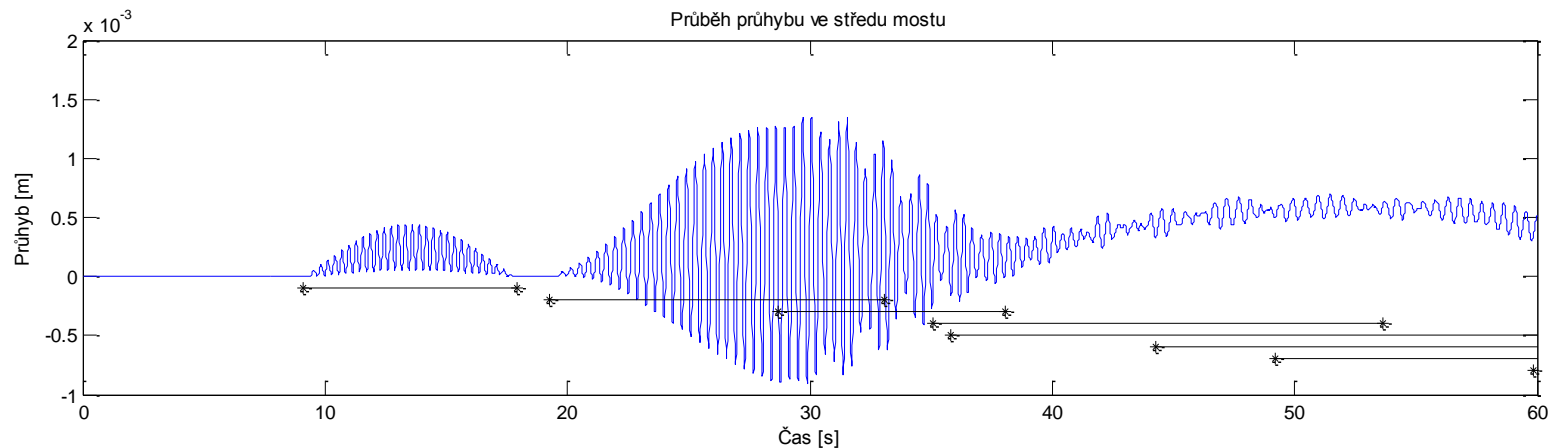
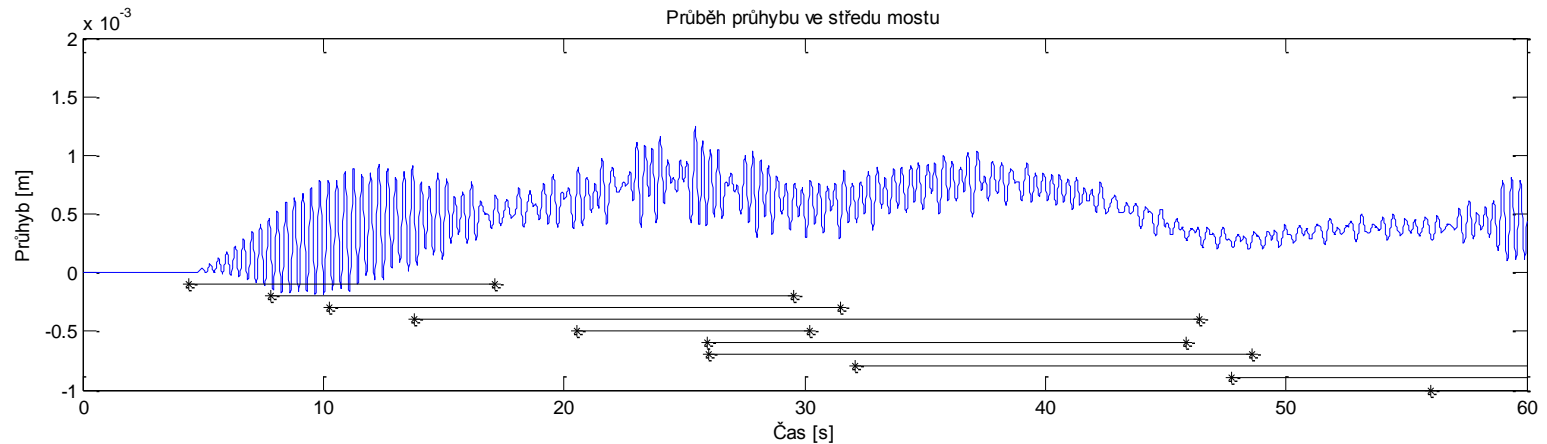


$f = 2,3 \text{ Hz}$



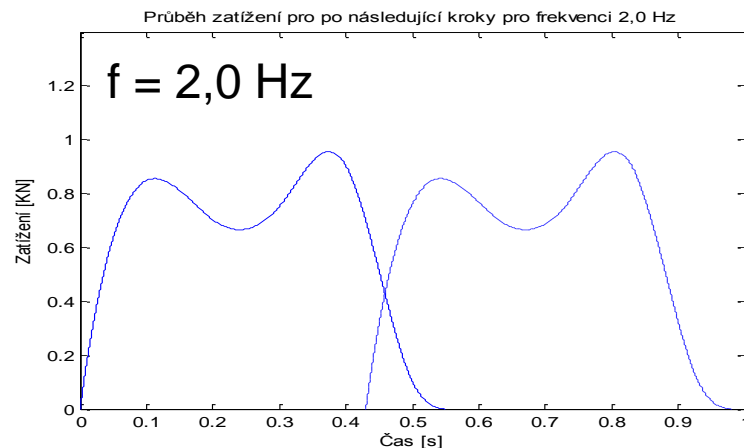
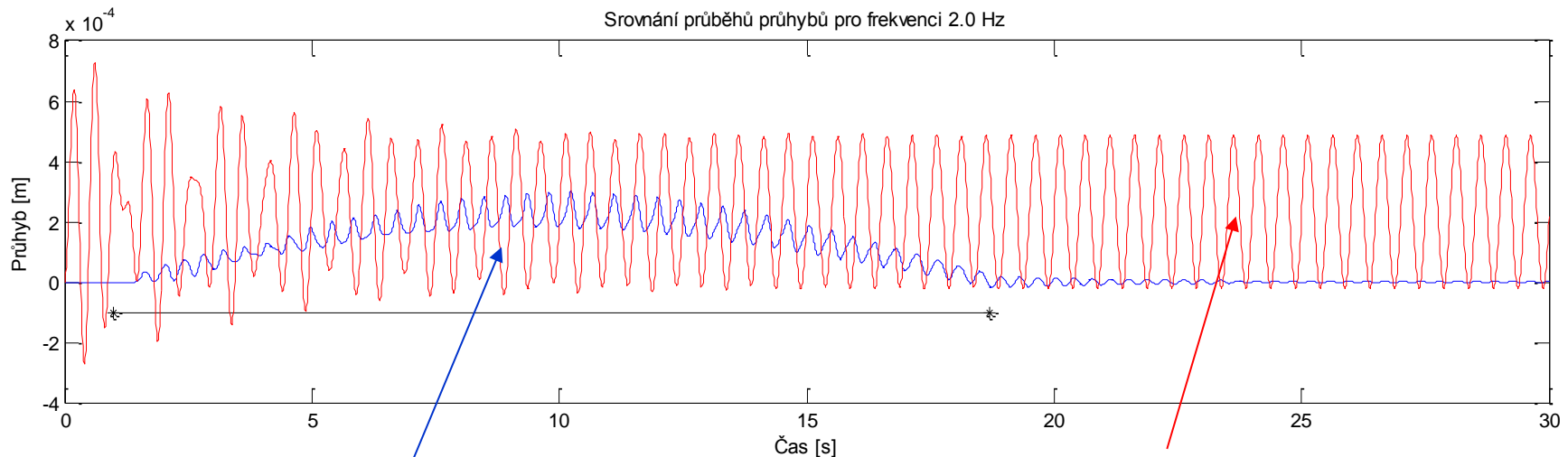
## 6.1 Zatížení proměnné v čase a pohybující se po mostě

Simulace několika osob pohybujících se po mostě – průhyb ve středu mostu



## 6.1 Zatížení proměnné v čase a pohybující se po mostě

Porovnání pohybujícího se zatížení a zatížení ve středu mostu – průhyb ve středu mostu



$$F_p(t) = 0,8 + 0,4 \sin(2\pi f t) \quad [\text{kN}]$$

$$f = 2 \text{ Hz}$$

pevná pozice zatěžovací síly  
doporučené zatížení (1 osoba)

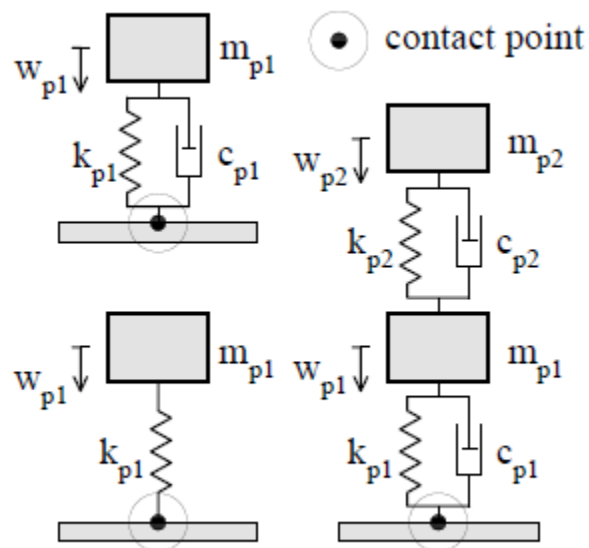
zatížení měnící svou pozici na mostě





## 6.2 Dynamická interakce chodců a lávek pro pěší

biodynamický model osoby



$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{p1} & \\ & m_{p2} \end{bmatrix}$$

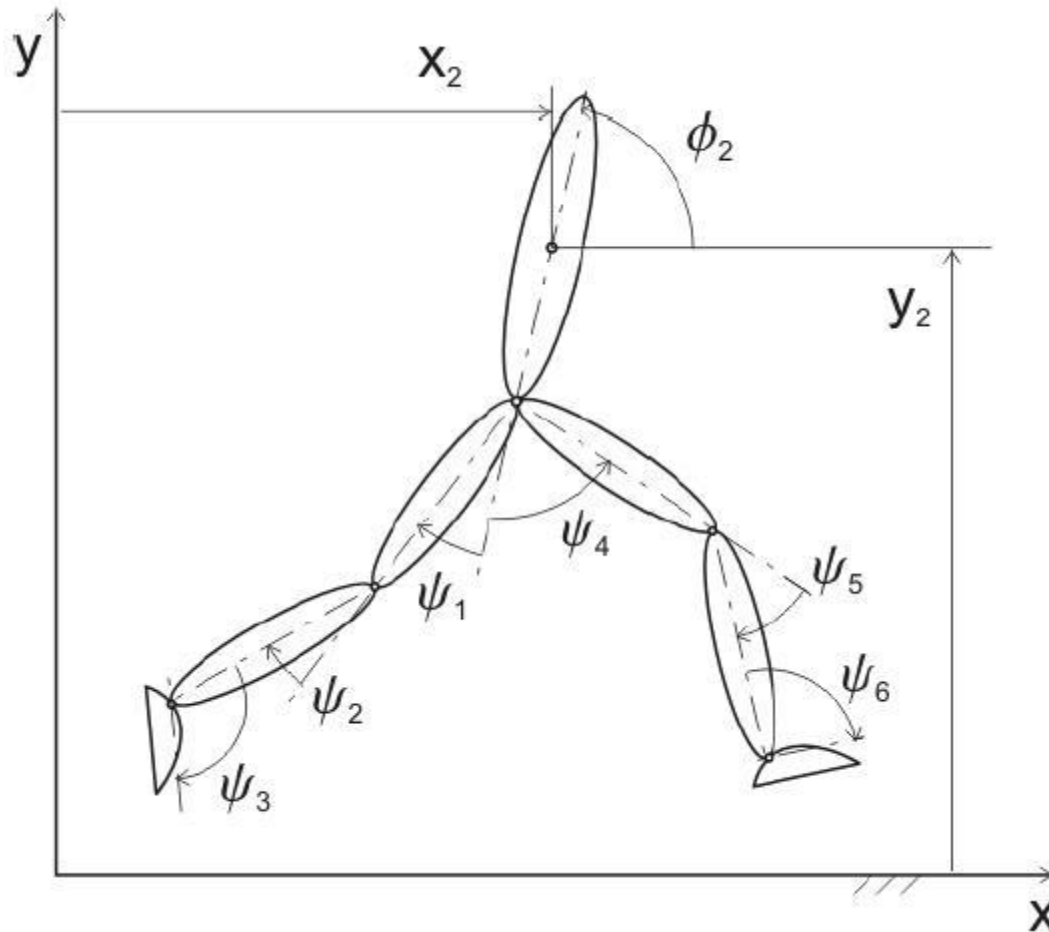
$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} c_{p1} + c_{p2} & -c_{p2} \\ -c_{p2} & c_{p2} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} k_{p1} + k_{p2} & -k_{p2} \\ -k_{p2} & k_{p2} \end{bmatrix}$$

DOF	Model	$m_{p1}$ [kg]	$m_{p2}$ [kg]	$k_{p1}$ [ $\frac{kN}{m}$ ]	$k_{p2}$ [ $\frac{kN}{m}$ ]	$c_{p1}$ [ $\frac{kNs}{m}$ ]	$c_{p2}$ [ $\frac{kNs}{m}$ ]
2-DOF	ISO 1981	13	62	80	62	0.93	14.6
	Farah (1977)	7.3	74.4	15.4	149.2	0.086	2.85



## 6.2 Dynamická interakce chodců a lávek pro pěší



7 tuhých těles  
5 kinematických styků  
9 SV

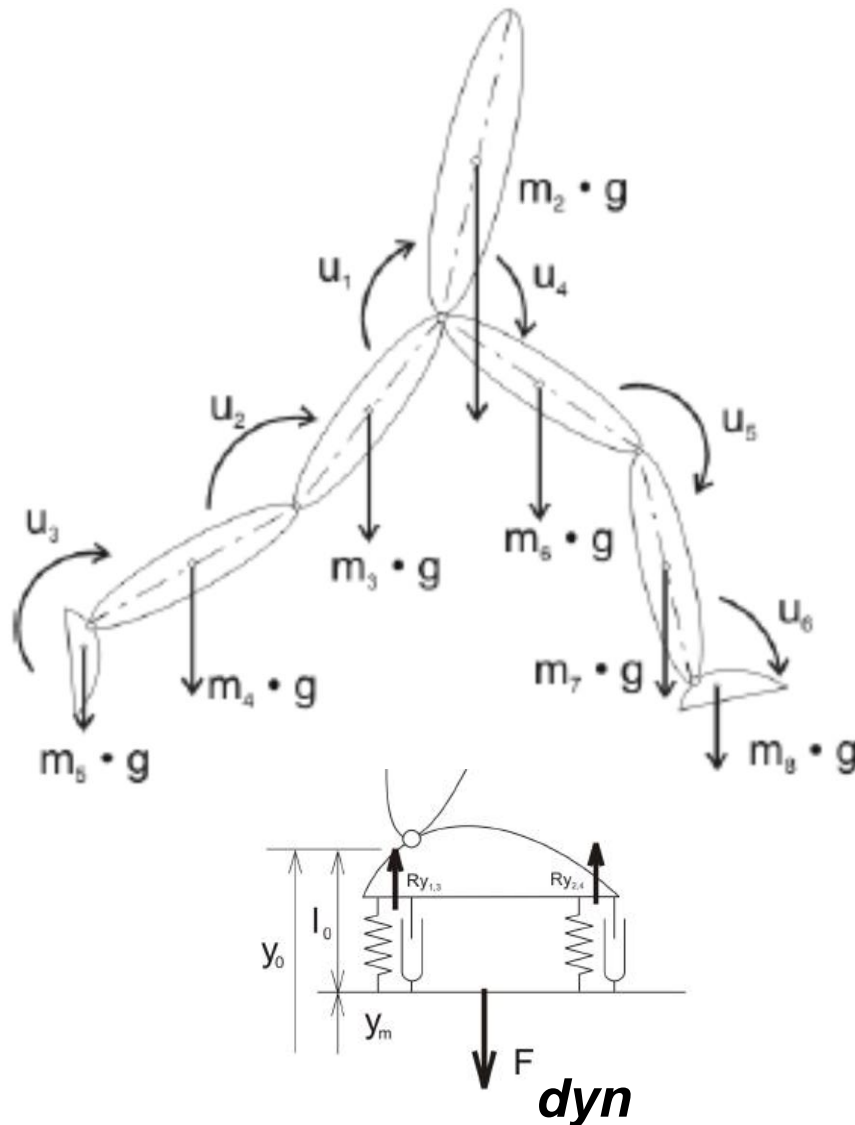
$$x_2, y_2, \phi_2, \psi_1 \div \psi_6$$

## Simulace pohybu člověka

Fiktivní pohonné jednotky v  
místech kinematických styků  
– nahrazují lidské svaly

biomechanický model pohybující se osoby

## 6.2 Dynamická interakce chodců a lávek pro pěší



Model pohybující se osoby – působící síly

- vlastní tíha
- řídicí momenty v místech kloubů
- síly interakce s konstrukcí – kontaktní síly

Síly interakce

$$R_y = -k y_{rel} - b \dot{y}_{rel}$$

relativní posun v místě kontaktu

## 6.2 Dynamická interakce chodců a lávek pro pěší

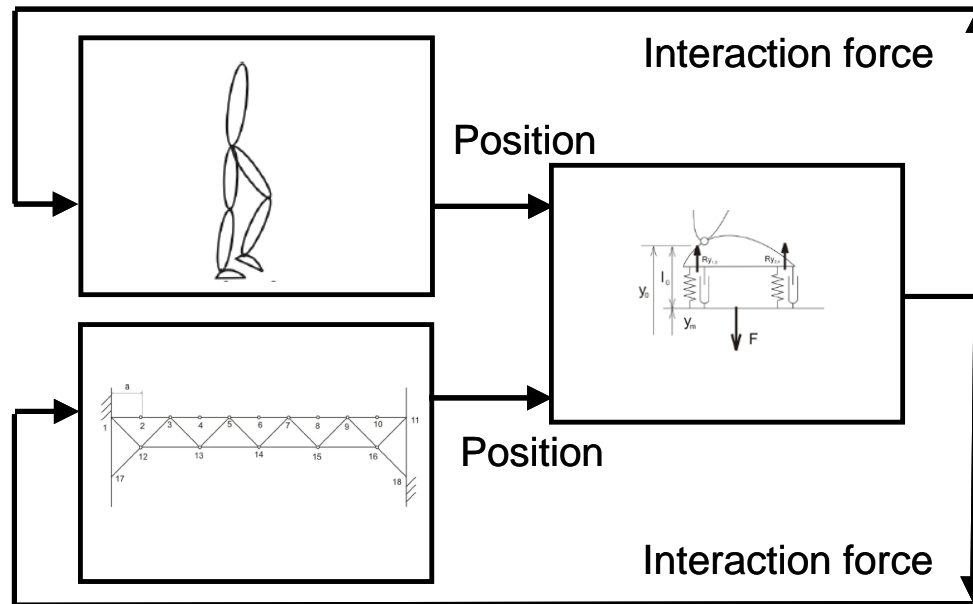
Pohybové rovnice mostu

$$\mathbf{M}_b \ddot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{B}_b \dot{\mathbf{r}}(t) + \mathbf{K}_b \mathbf{r}(t) = \mathbf{F}_{dyn}(t)$$

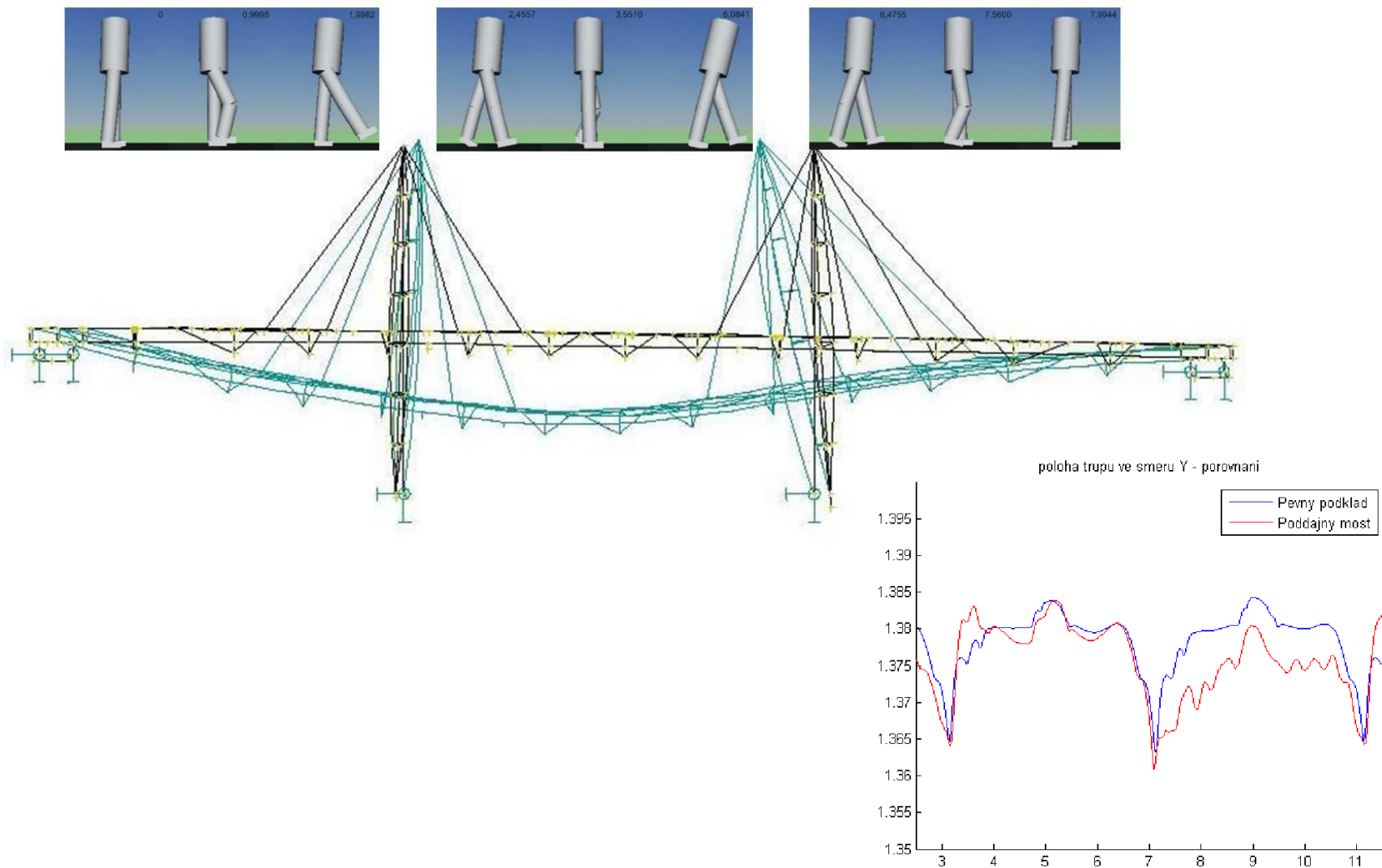
$\mathbf{M}_b$ ,  $\mathbf{B}_b$ ,  $\mathbf{K}_b$  matice hmotnosti, útlumu, tuhosti mostu

$\mathbf{r}(t)$  vektor uzlových posunutí

$\mathbf{F}_{dyn}(t)$  vektor sil interakce (kontaktních sil) mezi chodcem a mostem

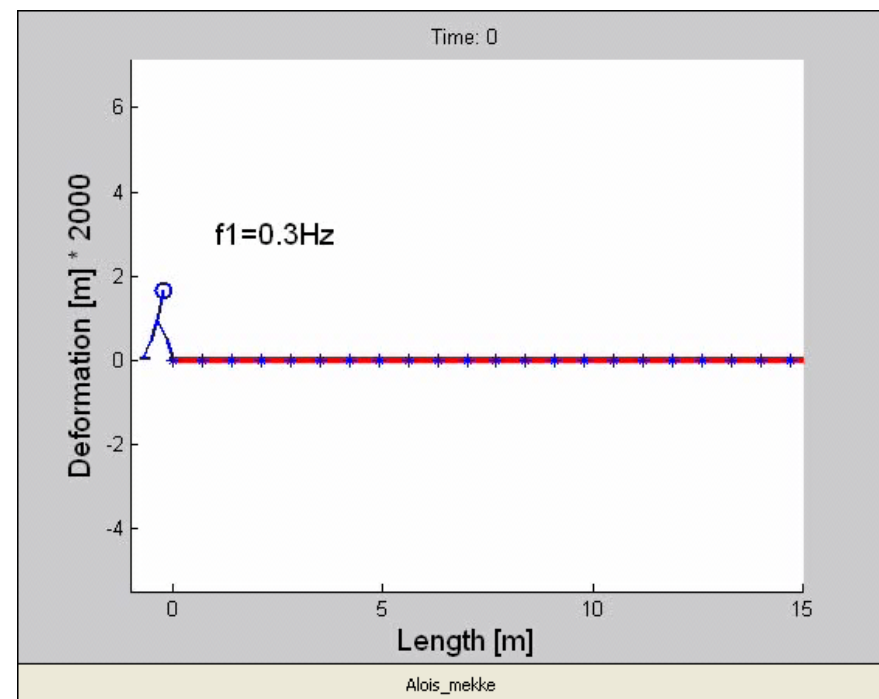
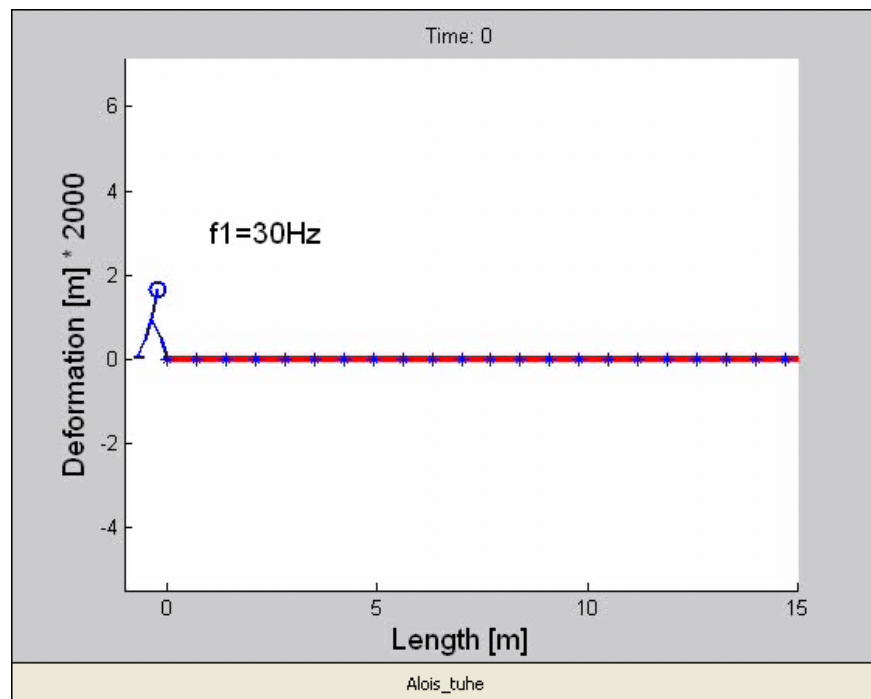


## 6.2 Dynamická interakce chodců a lávek pro pěší



## 6.2 Dynamická interakce chodců a lávek pro pěší

Odezva mostu na lidskou chůzi – vliv tuhosti konstrukce

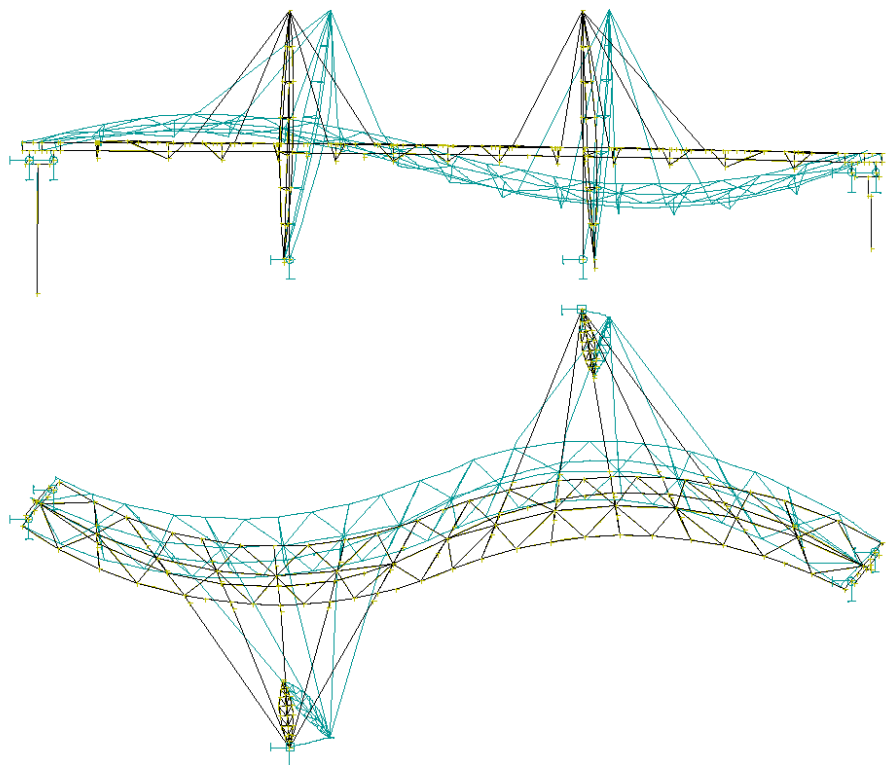


## 6.3 Pohlcovač kmitání – lávka Barrandov

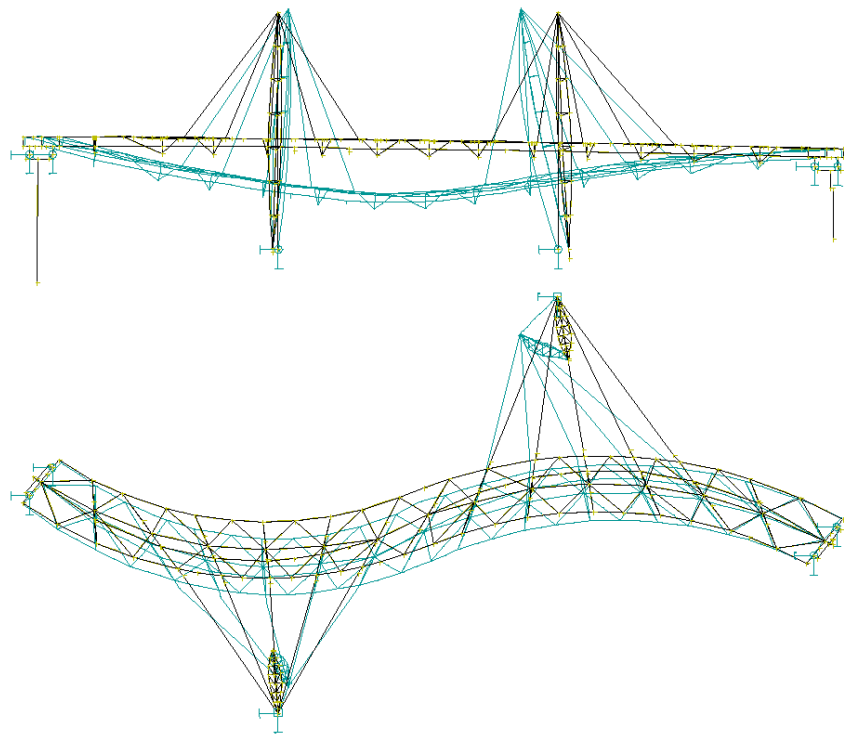




### 6.3 Pohlcovač kmitání – lávka Barrandov



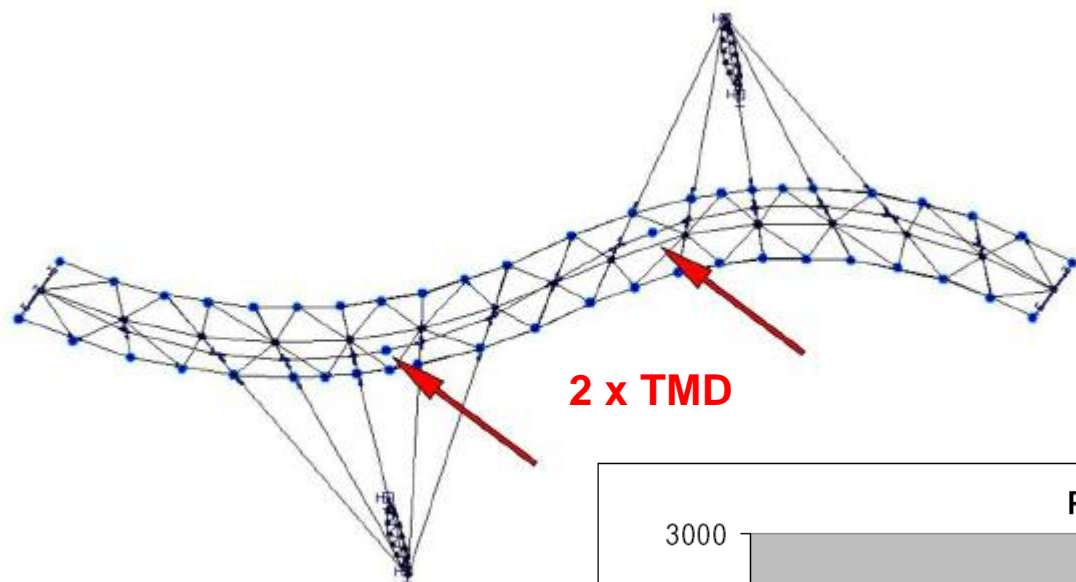
1. tvar kmitání –  $f_1 = 2,15$  Hz



2. tvar kmitání –  $f_2 = 2,41$  Hz

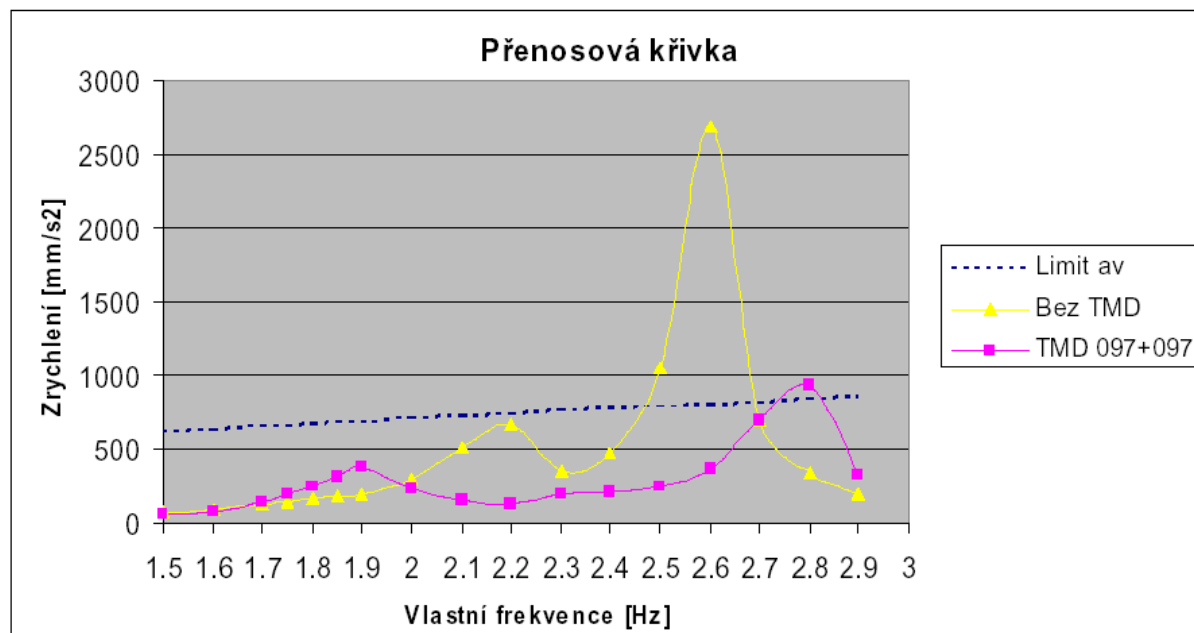


### 6.3 Pohlcovač kmitání – lávka Barrandov



2 x TMD

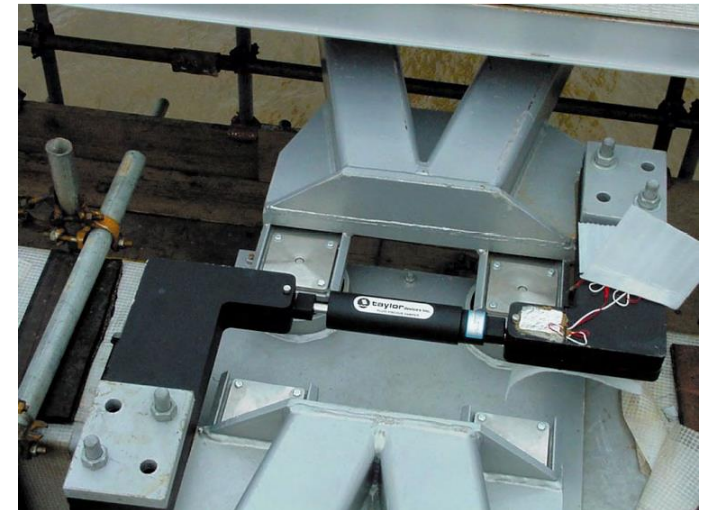
Naladění pohlcovačů  
- na frekvence rovné  
97% příslušných  
vlastních frekvencí  
- hmotnost 750 kg



## 6.3 Pohlcovač kmitání – Millenium Bridge



Vertikální kmitání -  
52 TMD





## 6.3 Pohlcovač kmitání – Millenium Bridge



Horizontální kmitání -  
37 viskózních tlumičů

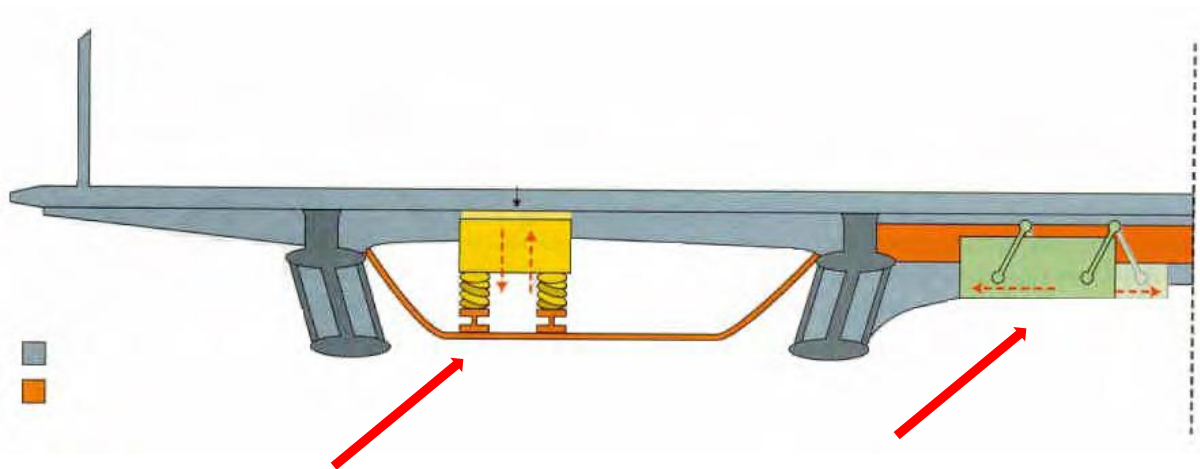


## 6.3 Pohlcovač kmitání – Passerelle Solférino, Paris





### 6.3 Pohlcovač kmitání – Passerelle Solférino, Paris

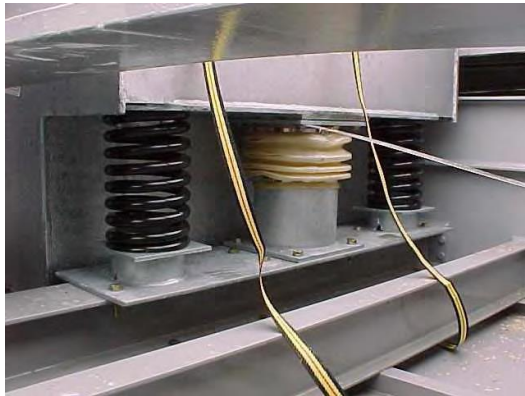


#### Vertical TMD

- double mass spring system

2x2 masses 2500 kg mode 1.94 Hz

2x2 masses 1900 kg mode 2.22 Hz



#### Horizontal Viscous Damper

- pendulum in oil

6 masses 2500 kg mode 0.8 Hz

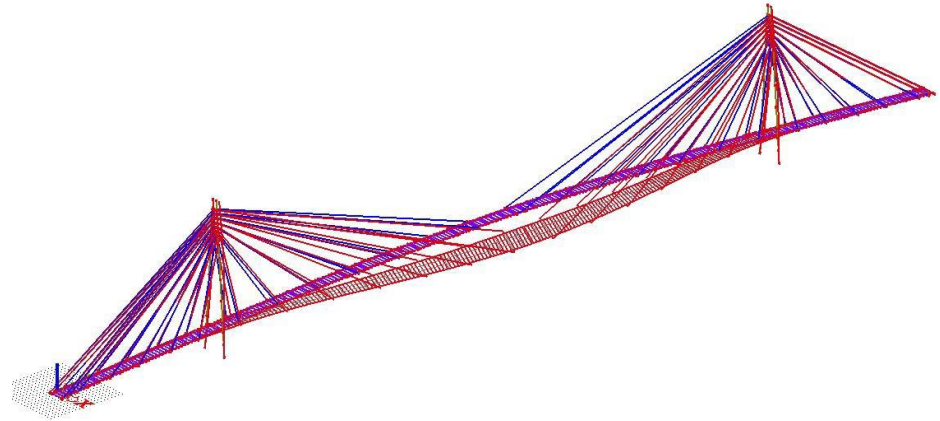


cable-stayed UHPC structure - 3 spans 43.0 + 156.0 + 43.0m, steel pylons 36.0m high

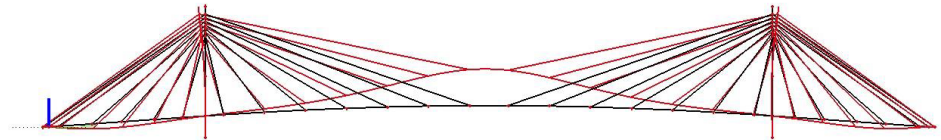


## 6.4 Lávka Čelákovice

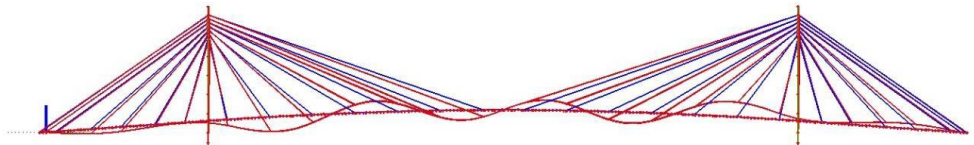
horizontal bending mode of vibration  
 $f = 0.59 \text{ Hz}$



vertical bending mode of vibration  
 $f = 0.63 \text{ Hz}$



vertical bending mode of vibration  
 $f = 2.04 \text{ Hz}$



## 6.4 Lávka Čelákovice

response due to pedestrian loading

Mode of vibration	Pacing frequency $f_p$ (Hz)	Maximum displacement $d_{max}$ ( $10^{-3}$ m)	Maximum acceleration $a_{max}$ ( $ms^{-2}$ )	Limit acceleration $a_{lim}$ ( $ms^{-2}$ )
1 – horizontal bending	0.59	7.0	0.10	0.2
2 – vertical bending	0.63	15.3	0.24	0.7
13 – vertical bending	2.04	4.5	0.74	0.7

footbridge with 2 TMDs

Mass

$$m_d = 2\,200 \text{ kg}$$

Mass ratio

$$\mu = 2m_d / m_s = 0.01$$

Natural frequency

$$f_d = f_s / (1 + \mu) = 2.02 \text{ Hz}$$

Stiffness

$$k_d = (2\pi f_d)^2 m_d = 354 \text{ kN/m}$$

Mode of vibration	Pacing frequency $f_p$ (Hz)	Maximum displacement $d_{max}$ ( $10^{-3}$ m)	Maximum acceleration $a_{max}$ ( $ms^{-2}$ )	Limit acceleration $a_{lim}$ ( $ms^{-2}$ )
vertical bending	2.04	4.5	0.74	0.7
vertical bending with TMDs	1.83	2.2	0.29	0.7

