

Ocaml

KOSMOS

+ , - , * , / 만 가지고 뭐해요?

그래서 2가지 큰 기능을 추가 할거예요.

첫번째 기능은 변수예요.

```
let x = 3;  
let y = 4;  
x + y
```

위의 식을 계산하면 7이 나오게 만들거예요!

변수는 어떻게 표현하죠?

기존에 있던 문법에 변수를 추가하면 아래와 같이 표현 할 수 있어요.

$$\begin{array}{l} F \rightarrow E \\ E \rightarrow n \\ \quad | \ x \\ \quad | \ E + E \\ \quad | \ E - E \\ \quad | \ E * E \\ \quad | \ E / E \\ \quad | \ let\ x = E; E \end{array}$$

변수는 어떻게 값을 저장하고 있는 거예요?

변수를 저장하기 위해서 environment라는 것을 사용해요!

environment는 (변수명 * 값)들의 리스트로 표현 할 수 있어요.

기본적으로 environment는 ρ 로 표현해요.

ρ 에 새로운 변수 x 에 값 v 를 추가하는 것은 아래처럼 표현해요.

$$[x \mapsto v]\rho$$

ρ 에서 x 의 값을 찾는 것은 아래처럼 표현해요.

$$\rho(x)$$

마지막으로 주어진 environment ρ 에서 E 를 계산하는 것은 아래처럼 표현해요.

$$\rho \vdash E \Rightarrow v$$

계산은 이렇게 해요

E 의 값은 아직 실수만 나올 수 있어요.

$$Val = R$$

$$Env = Var \rightarrow Val$$

environment와 변수를 포함해서 어떻게 계산하는지 정리해 볼 게요.

$$\frac{}{\rho \vdash n \Rightarrow n} \quad \frac{}{\rho \vdash x \Rightarrow \rho(x)}$$

$$\frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 + E_2 \Rightarrow n_1 + n_2} \quad \frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 - E_2 \Rightarrow n_1 - n_2}$$

$$\frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 * E_2 \Rightarrow n_1 * n_2} \quad \frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 / E_2 \Rightarrow n_1 / n_2} n_2 \neq 0$$

$$\frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n \quad [x \mapsto n]\rho \vdash E_2 \Rightarrow v}{\rho \vdash \text{let } x = E_1; E_2 \Rightarrow v}$$

나머지 하나는 뭔가요?

두번째 기능은 함수예요.

```
def double(x) = x + x;  
let x = 7;  
double(x)
```

위의 식을 계산하면 14가 나오게 만들거예요!

함수는 어떻게 표현해요?

앞서 정의했던 문법에 함수를 추가하면 아래와 같이 표현 할 수 있어요.

$$\begin{array}{l} F \rightarrow E \\ E \rightarrow n \\ \quad | \ x \\ \quad | \ E + E \\ \quad | \ E - E \\ \quad | \ E * E \\ \quad | \ E / E \\ \quad | \ let\ x = E; E \\ \quad | \ def\ f(x) = E; E \\ \quad | \ E\ (E) \end{array}$$

함수도 값이에요!

방금 전에 정의한 E 를 계산하면 실수 뿐 아니라 함수도 나올 수 있어요!

$$\begin{aligned} Val &= R + Function \\ Function &= Var \times E \times Env \\ Env &= Var \rightarrow Val \end{aligned}$$

이제 계산하는 걸 가르쳐 줄게요!

$$\overline{\rho \vdash n \Rightarrow n} \quad \overline{\rho \vdash x \Rightarrow \rho(x)}$$

$$\frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 + E_2 \Rightarrow n_1 + n_2} \quad \frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 - E_2 \Rightarrow n_1 - n_2}$$

$$\frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 * E_2 \Rightarrow n_1 * n_2} \quad \frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n_1 \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow n_2}{\rho \vdash E_1 / E_2 \Rightarrow n_1 / n_2} n_2 \neq 0$$

$$\frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow n \quad [x \mapsto n] \rho \vdash E_2 \Rightarrow v}{\rho \vdash \text{let } x = E_1; E_2 \Rightarrow v}$$

$$\frac{[f \mapsto (x, E_1, \rho)] \rho \vdash E_2 \Rightarrow v}{\rho \vdash \text{def } f(x) = E_1; E_2 \Rightarrow v} \quad \frac{\rho \vdash E_1 \Rightarrow (x, E, \rho') \quad \rho \vdash E_2 \Rightarrow v' \quad [x \mapsto v'] \rho' \vdash E \Rightarrow v}{\rho \vdash E_1(E_2) \Rightarrow v}$$

이제 계산기를 만들 수 있어요!

계산하는 방법을 코드로 옮기기만 하면 계산기를 만들 수 있어요!

Static Scoping vs. Dynamic Scoping

Static Scoping은 함수를 호출해서 계산할 때, 함수를 선언했던 곳의 environment를 활용하는 방식이에요.

따라서 함수는 선언했던 곳의 environment를 가지고 있어야 해요.

$$Function = Var \times E \times Env$$

그에 반해 Dynamic Scoping은 함수를 호출해서 계산할 때, 함수를 호출한 곳의 environment를 활용하는 방식이에요.

따라서 함수는 선언했던 곳의 environment를 가지고 있을 필요가 없어요.

$$Function = Var \times E$$

```
let a = 1 ;  
def f (x) = a + x;  
let a = 2;  
f (3)
```

위 코드를 Static Scoping과 Dynamic Scoping으로 풀어볼게요.

Static Scoping

$$\frac{\overline{\rho \vdash f \Rightarrow (x, a + x, [a \mapsto 1])} \quad \overline{\rho \vdash 3 \Rightarrow 3} \quad \frac{\overline{\rho \vdash a \Rightarrow 1} \quad \overline{\rho \vdash x \Rightarrow 3}}{[x \mapsto 3, a \mapsto 1] \vdash a + x \Rightarrow 4}}{[a \mapsto 2] \rho \vdash f(3) \Rightarrow 4}$$

$$\frac{\overline{[] \vdash 1 \Rightarrow 1} \quad \frac{\overline{[] \vdash 1 \Rightarrow 1} \quad \frac{\overline{\rho \vdash 2 \Rightarrow 2} \quad \overline{[a \mapsto 2] \rho \vdash f(3) \Rightarrow 4}}{[f \mapsto (x, a + x, \rho)] \rho \vdash \text{let } a = 2; f(3) \Rightarrow 4}}{[a \mapsto 1] \vdash \text{def } f(x) = a + x; \text{let } a = 2; f(3) \Rightarrow 4}}{[] \vdash \text{let } a = 1; \text{def } f(x) = a + x; \text{let } a = 2; f(3) \Rightarrow 4}$$

Dynamic Scoping

$$\frac{\overline{\rho \vdash f \Rightarrow (x, a + x)} \quad \overline{\rho \vdash 3 \Rightarrow 3} \quad \frac{\overline{\rho \vdash a \Rightarrow 2} \quad \overline{\rho \vdash x \Rightarrow 3}}{\overline{[x \mapsto 3]\rho \vdash a + x \Rightarrow 5}}}{\overline{[a \mapsto 2]\rho \vdash f(3) \Rightarrow 5}}$$

$$\frac{\overline{[] \vdash 1 \Rightarrow 1} \quad \frac{\overline{[] \vdash 1 \Rightarrow 1} \quad \frac{\overline{\rho \vdash 2 \Rightarrow 2} \quad \overline{[a \mapsto 2]\rho \vdash f(3) \Rightarrow 5}}{\overline{[f \mapsto (x, a + x)]\rho \vdash \text{let } a = 2; f(3) \Rightarrow 5}}}{\overline{[a \mapsto 1] \vdash \text{def } f(x) = a + x; \text{let } a = 2; f(3) \Rightarrow 5}}}{\overline{[] \vdash \text{let } a = 1; \text{def } f(x) = a + x; \text{let } a = 2; f(3) \Rightarrow 5}}$$