1. 두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$에 대하여 $\sum_{k=1}^{10}(2a_k+4b_k)=50$, $\sum_{k=1}^{10}(-3a_k+4)=19$ 일 때, $\sum_{k=1}^{10}a_k=\alpha$, $\sum_{k=1}^{10}b_k=\beta$ 이다. $\alpha+\beta$ 의 값은?

① 16 ② 17 ③ 18 ④ 19 ⑤ 20

2. 첫째항부터 제3항까지의 합이 15, 첫째항부터 제6항까지의 합이 -105인 등비수열의 첫째항을 a, 공비를 r이라 할 때, a+r 의 값은? (단, a와 r은 실수이다.)

① -5 ② -3 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

3. 반지름의 길이가 3인 원에 내접하는 삼각형 ABC의 둘레의 길이가 12일 때, $sinA+sinB+sinC$의 값은?

① $\frac{5}{3}$ ② 2 ③ $\frac{7}{3}$ ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 3

4. 제7항이 29, 제10항이 20인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n이라고 할 때, S_n의 최댓값은?

① 388 ② 389 ③ 390 ④ 391 ⑤ 392

5. 자연수 n에 대하여
$f(n)=\frac{1}{2\times4}+\frac{1}{4\times6}+\frac{1}{6\times8}+\cdots\frac{1}{2n\times(2n+2)}$
일 때, $f(10)$의 값은?

① $\frac{1}{11}$ ② $\frac{3}{22}$ ③ $\frac{2}{11}$ ④ $\frac{5}{22}$ ⑤ $\frac{3}{11}$

6. <보기>에서 옳은 것만을 있는 대로 고른 것은?

<보기>

ㄱ. 수열 $\{a_n\}$이 모든 항이 양수인 등비수열이면 수열 $\{loga_n^2\}$은 등차수열이다.

ㄴ. 수열 $\{a_{n+1}+a_n\}$이 등차수열이면 수열 $\{a_n\}$도 등차수열이다.

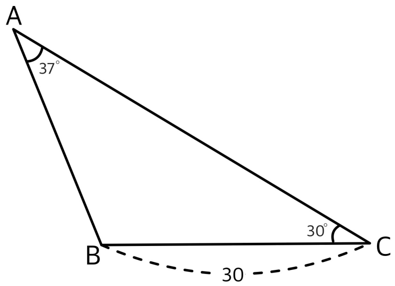
ㄷ. 수열 $\{a_{n+1}a_n\}$이 등비수열이면 수열 $\left\{\frac{1}{a_n}\right\}$도 등비수열이다. (단, $a_n \neq 0$)

① ㄱ ② ㄴ

③ ㄱ,ㄷ ④ ㄴ,ㄷ

⑤ ㄱ,ㄴ,ㄷ

7. 그림과 같이 $\overline{BC}=30$, $\angle A = 37°$, $\angle C = 30°$인 삼각형 ABC의 넓이는? (단, $sin 37° = 0.60$, $sin 67° = 0.92$로 계산한다.)



① 325 ② 335

③ 345 ④ 355

⑤ 365

8. 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S_n 이라 할 때, $a_{31}+a_{32}+a_{33}+\cdots+a_{40}=kS_{40}-S_{10}$을 만족시키는 상수 $k=\frac{q}{p}$ 이다. $p+q$의 값은? (단, $S_{40} \neq 0$ 이고, p, q는 서로소인 자연수이다.)

① 3 ② 5

③ 7 ④ 9

⑤ 10

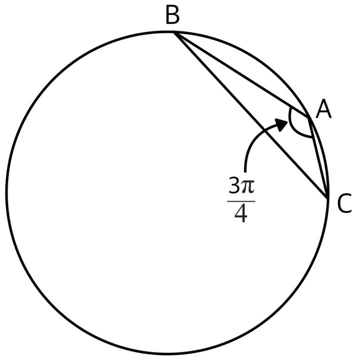
9. 2021년 초부터 2040년 초까지 매년 초에 일정한 금액을 적립하여 2040년 말의 적립금의 원리합계가 2340만원이 되도록 하려고 한다. 연이율 4%이고 1년마다 복리로 계산할 때, 매년 초에 얼마씩 적립해야 하는가? (단, $1.04^{20}=2.2$으로 계산한다.)

① 70만원 ② 75만원

③ 80만원 ④ 85만원

⑤ 90만원

10. 그림과 같이 $\angle A = \frac{3\pi}{4}$이고, $\overline{AB} : \overline{AC} = 2 : 1$인 삼각형 ABC가 있다. 삼각형 ABC의 외접원의 반지름의 길이가 2일 때, 선분 AC의 길이를 k라 하자. $17k^2 = m + n\sqrt{2}$일 때, $m + n$의 값은? (단, m, n은 유리수이다.)



① 20　② 21　③ 22　④ 24　⑤ 25

11. 다음은 모든 자연수 n에 대하여

$$\sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1}\frac{1}{k} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k} \cdots\cdots (\star)$$

이 성립함을 수학적 귀납법으로 증명한 것의 일부이다.

$(\star)$에서 $S_n = \sum_{k=1}^{2n} (-1)^{k-1}\frac{1}{k}$, $T_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{n+k}$이라 하자.

(i) $n = 1$일 때, $S_1 = \frac{1}{2} = T_n$ 이므로 $(\star)$이 성립한다.

(ii) $n = m$ 일 때, $(\star)$이 성립한다고 가정하면 $S_m = T_m$ 이다.

$n = m + 1$일 때, $(\star)$이 성립함을 보이자.

$S_{m+1} = S_m +$

$T_{m+1} = T_m + \frac{1}{2m+1} +$

…… (중간 생략) ……

따라서 $n = m + 1$일 때도 $(\star)$이 성립한다.

(i), (ii) 에 의하여 모든 자연수 n에 대하여 $(\star)$이 성립한다.

위의 (가)와 (나)에 알맞은 식을 각각 $f(m)$, $g(m)$이라 할 때, $\frac{g(23)}{f(23)}$의 값은?

① -51　② -50　③ -49　④ -48　⑤ -47

12. 수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제 n항까지의 합을 S_n이라 할 때, 수열 $\{a_n\}$이 모든 자연수 n에 대하여 다음 조건을 만족시킨다.

> 가. $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n-1} a_k = 2$
>
> 나. 수열 $\{a_n a_{n+1}\}$은 등비수열이다.

$S_6 = 56$일 때, S_{10}의 값은?

① 484 ② 486

③ 488 ④ 490

⑤ 492

13. 두 함수 $f(x) = k(x-2)$, $g(x) = x^2 - x - 2$에 대하여

함수 $h(x) = \begin{cases} f(x) & (f(x) \geq g(x)) \\ g(x) & (f(x) < g(x)) \end{cases}$ 가 다음 조건을 만족

시킬 때, 상수 k에 대하여 $10k$의 값은?

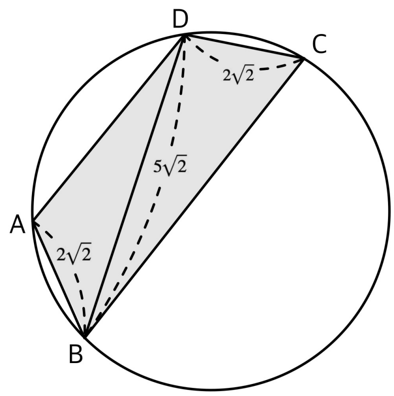
> 가. 세 수 $h(3)$, $h(5)$, $h(7)$ 은 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
>
> 나. 세 수 $h(5)$, $h(7)$, $h(9)$ 은 이 순서대로 등비수열을 이룬다.

① 80 ② 81

③ 82 ④ 83

⑤ 84

14. 그림과 같이 반지름의 길이가 4인 원에 내접하는 사각형 $ABCD$에 대하여 $\overline{AB} = \overline{CD} = 2\sqrt{2}$, $\overline{BD} = 5\sqrt{2}$일 때, 사각형 $ABCD$의 넓이는?



① $\dfrac{5\sqrt{7}}{2}$ ② $\dfrac{15\sqrt{7}}{4}$

③ $5\sqrt{7}$ ④ $\dfrac{25\sqrt{7}}{4}$

⑤ $\dfrac{15\sqrt{7}}{2}$

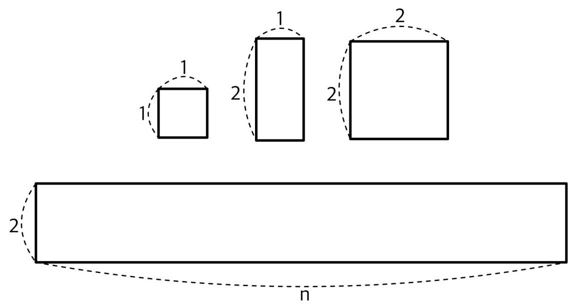
15. 다음은 23 이하의 서로 다른 4개의 자연수 a, b, c, d $(a < b < c < d)$ 에 대하여 $2c = a + d$를 만족시키는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수를 구하는 과정이다.

> 세 자연수 a, c, d는 $2c = a + d$를 만족시키므로 이 순서대로 등차수열을 이룬다.
> 이 등차수열의 공차가 될 수 있는 가장 작은 값은 2, 가장 큰 값은 11이다.
> 이 등차 수열의 공차를 k $(2 \le k \le 11)$라 하면
> $a < b < a + k < a + 2k$ 이므로 b가 될 수 있는 모든 자연수의 개수는 $k - 1$이고, a가 될 수 있는 모든 자연수의 개수는 $\boxed{(가)}$이다.
> 따라서 구하는 모든 순서쌍 (a, b, c, d)의 개수는
> $\sum_{k=2}^{11} \{(k-1) \times (\boxed{(가)})\} = \boxed{(나)}$이다.

위의 (가)에 알맞은 식을 $f(k)$, (나)에 알맞은 수를 p라 할 때, $f(2) + p$의 값은?

① 404 ② 406
③ 410 ④ 415
⑤ 417

16. 그림과 같이 한 변의 길이가 1인 정사각형 모양의 타일, 가로의 길이가 1이고 세로의 길이가 2인 직사각형 모양의 타일, 한 변의 길이가 2인 정사각형 모양의 타일이 있다. 이 타일을 사용하여 가로의 길이가 n , 세로의 길이가 2인 직사각형 모양의 바닥을 겹치거나 빠진 부분 없이 덮으려고 할 때, 바닥을 덮는 방법의 수를 a_n이라고 하면, $a_1 = 2$, $a_2 = 8$ 이다. 이때, a_5의 값은? (단, n은 자연수이고, 세 종류의 타일은 충분히 많이 있다.)



① 235 ② 256
③ 278 ④ 282
⑤ 302

17. 수열 $\{a_n\}$의 제n항 a_n을 $\frac{n}{5^k}$이 자연수가 되게 하는 음이 아닌 정수 k의 최댓값이라 하자. 예를 들어, $a_1 = 0$이고 $a_{10} = 1$이다. $a_m = 4$일 때, $a_m + a_{2m} + a_{3m} + \cdots + a_{50m}$의 값은?

① 211 ② 212
③ 213 ④ 214
⑤ 215

18. 공차가 양수인 등차수열 $\{a_n\}$이 다음 조건을 만족시킨다.

가. 수열 $\{a_n\}$의 모든 항은 정수이다.
나. a_5, a_6, a_k가 이 순서대로 등비수열을 이루도록 하는 6보다 큰 자연수 k가 존재한다.

$a_k = 256$이 되도록하는 모든 k의 값의 합은?

① 40 ② 44

③ 46 ④ 54

⑤ 62

19. 실수 $a(a > 1)$와 자연수 n에 대하여 직선 $x = n$이 두 함수 $y = 2a^x$, $y = 2a^{x-1}$의 그래프와 만나는 점을 각각 P_n, Q_n이라 하고, 선분 P_nQ_n의 길이를 l_n, 사각형 $P_nQ_nQ_{n+5}P_{n+5}$의 넓이를 S_n 이라 하자. $\sum_{k=1}^{5} S_k = 10$일 때, $\sum_{k=1}^{10} l_k$ 의 값을 구하시오.

20. 그림과 같이 $\angle B = \frac{\pi}{3}, \overline{BC} = 2$인 삼각형 ABC가 있다. 선분 BC 위에 점 B와 점 C가 아닌 점 D에 대하여 삼각형 ACD의 외접원의 넓이가 삼각형 ABD의 외접원의 넓이의 3배일 때, 선분 AB의 길이를 구하시오.