به نام خدا

دانشکده برق و کامپیوتر

مبانی مدارهای الکتریکی و الکترونیکی

فصل اول: روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی

ارائه کننده:

روحانی

شهریور ۱۴۰۰

واحدهای SI

دانشکده برق و کامپیوتر

One great advantage of the SI unit is that it uses prefixes based on the power of 10 to relate larger and smaller units to the basic unit. Table 1.2 shows the SI prefixes and their symbols. For example, the following are expressions of the same distance in meters (m):

600,000,000 mm   600,000 m   600 km

TABLE 1.1

Six basic SI units and one derived unit relevant to this text.

Quantity	Basic unit	Symbol
Length	meter	m
Mass	kilogram	kg
Time	second	s
Electric current	ampere	A
Thermodynamic temperature	kelvin	K
Luminous intensity	candela	cd
Charge	coulomb	C

TABLE 1.2

The SI prefixes.

Multiplier	Prefix	Symbol
10^{18}	exa	E
10^{15}	peta	P
10^{12}	tera	T
10^{9}	giga	G
10^{6}	mega	M
10^{3}	kilo	k
10^{2}	hecto	h
10	deka	da
10^{-1}	deci	d
10^{-2}	centi	c
10^{-3}	milli	m
10^{-6}	micro	μ
10^{-9}	nano	n
10^{-12}	pico	p
10^{-15}	femto	f
10^{-18}	atto	a

دانشکده برق و کامپیوتر

بار الکتریکی، جریان و ولتاژ

بار الکتریکی

یکی از اساسی‌ترین مفاهیم در تحلیل یک مدار الکتریکی اصل بقاء بار الکتریکی است. با توجه به فیزیک مقدماتی می‌دانیم دو نوع بار وجود دارد: مثبت (مربوط به یک پروتون) و منفی (مربوط به یک الکترون). در بیشتر بخش‌های این کتاب فرض بر این‌است‌که در مدار فقط جریان الکترون وجود دارد. در بسیاری از وسایل یا دستگاه‌ها مانند باطری‌ها، دیودها و ترانزیستورها حرکت بار مثبت برای درک عملکرد درونی مهم است، ولی از دیدگاه بیرونی معمولاً بر حرکت الکترون‌ها از سیم‌های رابط توجه داریم. گرچه بارها دائماً بین بخش‌های مختلف یک مدار انتقال می‌یابند، ولی در مجموع کل بار تغییر نمی‌کند. به بیان دیگر هنگام به‌کاراندازی یک مدار الکتریکی، ما نه الکترون‌ها (پروتون‌ها) را از بین می‌بریم و نه آن‌ها را ایجاد می‌کنیم. بار الکتریکی متحرک نمایانگر یک جریان است.

در سیستم SI واحد اصلی بار **کولن** (C) است. کولن برحسب **آمپر** با شمارش بار کلی که از یک سطح مقطع دلخواه در فاصله زمانی یک ثانیه عبور می‌کند، تعریف می‌شود. یک کولن مقدار بار مربوط به جریان یک آمپر در هر ثانیه است (شکل ۱-۲). در این سیستم آحاد یک الکترون دارای بار -1.602×10^{-19} C و یک پروتون دارای بار $+1.602 \times 10^{-19}$ C است.

کمیتی از بار که در طول زمان تغییر نکند با Q نشان داده می‌شود. مقدار بار لحظه‌ای (که ممکن‌است با زمان تغییر کند یا نکند) معمولاً به وسیله $q(t)$ و یا فقط با q نشان داده می‌شود. این قرارداد در سرتاسر مطالب این کتاب رعایت خواهد شد: حروف بزرگ برای کمیت‌های ثابت (ثابت در طول زمان) به‌کار می‌رود، درحالی‌که حروف کوچک نمایشگر حالات لحظه‌ای است. بنابراین یک بار ثابت را ممکن‌است با Q یا q نشان داد، ولی مقدار باری که در طول زمان تغییر کند حتماً باید با حرف q نشان داده شود.

دانشکده برق و کامپیوتر

بار الکتریکی، جریان و ولتاژ

جریان الکتریکی

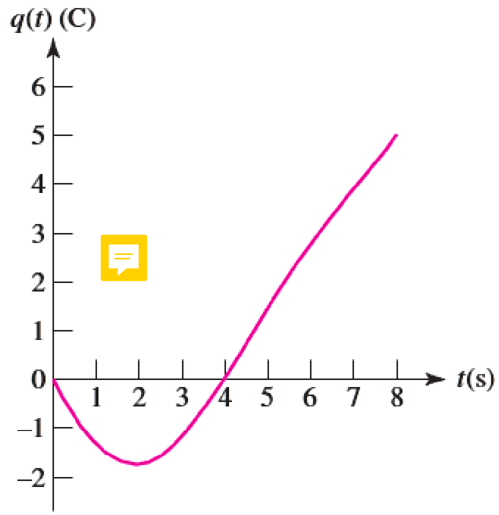


FIGURE 2.2 A graph of the instantaneous value of the total charge $q(t)$ that has passed a given reference point since $t = 0$.

ایدهٔ انتقال بار یا "بار متحرک" اهمیت بسیاری در مطالعه مدارهای الکتریکی دارد زیرا ما در حرکت بار از یک مکان به مکان دیگر، ممکن‌است انرژی را از یک جا به جای دیگری انتقال دهیم. خطوط آشنای انتقال نیروی الکتریکی در سرتاسر کشور مثالی عملی از یک وسیله انتقال انرژی است. تغییر آهنگ انتقال بار برای مبادلهٔ اطلاعات از اهمیت مشابهی برخوردار است. این فرآیند مبنای سیستم‌های مخابراتی، مانند رادیو ـ تلویزیون و تلمتری (سنجش از راه دور) را تشکیل می‌دهد.

جریان موجود در یک مسیر مجزا مانند یک سیم فلزی، علاوه بر مقدار عددی، جهت هم دارد. جریان، آهنگ عبور بار از یک نقطه مرجع در یک جهت خاص است.

پس از مشخص‌کردن جهت مرجع، جریان کلی که از $t = 0$ به بعد از یک نقطه مرجع در آن جهت عبور کرده را $q(t)$ می‌نامیم. اگر بار منفی در جهت مرجع و یا باری مثبت در خلاف آن حرکت کند از بار کل کم می‌شود. شکل ۲ـ۲ تاریخچه بار کل $q(t)$، که از یک نقطه مرجع مفروض در یک سیم عبور کرده است را نشان می‌دهد (مثل آن‌چه در شکل ۲ـ۱ دیدیم).

ما جریان در یک نقطه خاص و جهتی خاص را به‌صورت تغییرات لحظه‌ای بار مثبت کلی که نقطه مذکور در آن جهت عبور می‌کند تعریف می‌کنیم. متأسفانه این جهت مثبت جنبه تاریخی دارد و قبل از این‌که مشخص شود جریان در یک سیم در واقع به دلیل بار منفی است نه مثبت، مورد توجه قرار گرفت. جریان را با I یا i نشان می‌دهیم بنابراین

$$i = \frac{dq}{dt} \qquad (1)$$

دانشکده برق و کامپیوتر

بار الکتریکی، جریان و ولتاژ

جریان الکتریکی

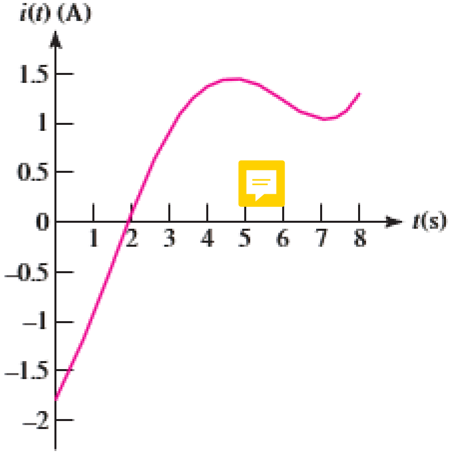


FIGURE 2.3 The instantaneous current $i = dq/dt$, where q is given in Fig. 2.2.

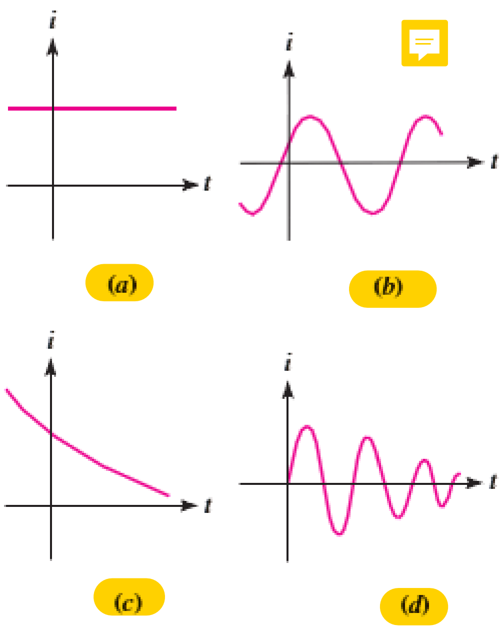


FIGURE 2.4 Several types of current: (a) Direct current (dc). (b) Sinusoidal current (ac). (c) Exponential current. (d) Damped sinusoidal current.

واحد جریان آمپر (A) است، که پس از فیزیکدان فرانسوی ای.ام.آمپر[1] انتخاب شد. امروزه آن را به صورت خلاصه‌تر "amp" نشان می‌دهند هرچند که استفاده از این اختصار رسمیت ندارد.

با استفاده از معادله (۱)، جریان لحظه‌ای را محاسبه کرده و شکل ۲ـ۳ را به‌دست می‌آوریم.

استفاده از حرف کوچک i به دلیل مقدار لحظه‌ای آن و حرف بزرگ I به معنی ثابت بودن کمیت جریان است.

بار انتقالی بین زمان t_0 و t می‌تواند به‌صورت انتگرال معین زیر تعریف شود:

$$\int_{q(t_0)}^{q(t)} dq = \int_{t_0}^{t} i\,dt'$$

بار کل انتقال‌یافته در یک فاصله زمانی با جمع $q(t_0)$ و بار انتقال‌یافته از لحظه t_0 تا t از عبارت زیر حاصل می‌گردد:

$$q(t) = \int_{t_0}^{t} i\,dt' + q(t_0) \qquad (۲)$$

چند نمونه جریان مختلف در شکل ۲ـ۴ نمایش داده شده است. جریانی که در طول زمان ثابت باشد را جریان مستقیم یا ساده‌تر بگوییم dc نامیده و با شکل ۲ـ۴ (الف) نشان می‌دهیم. در بسیاری از موارد عملی تغییرات جریان را نسبت به زمان مطابق شکل ۲ـ۴ (ب) سینوسی می‌یابیم؛ اینگونه جریان‌ها در مدارهای خانگی دیده می‌شوند. جریان‌هایی از این نوع را جریان متناوب یا ac می‌نامیم. با جریان‌های نمایی و سینوسی میرا (شکل ۲ـ۴ ج و د) بعداً مراجه خواهیم شد.

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده برق و کامپیوتر

بار الکتریکی، جریان و ولتاژ

جریان الکتریکی

تعریف جریان الکتریکی

به حرکت الکترون‌های آزاد در یک هادی که در طی مدت زمانی مشخص از آن عبور می‌نماید جریان الکتریکی گفته می‌شود و می‌توان آن را از رابطه زیر برحسب آمپر محاسبه کرد.

$$\text{(جریان الکتریکی برحسب آمپر ـ A)}\ I = \frac{q \ \text{(بار الکتریکی بر حسب کولن ـ C)}}{t \ \text{(مدت زمان عبوری برحسب ثانیه ـ S)}}$$

$$q = ne = It$$

$$I = \frac{ne}{t}$$

دانشکده برق و کامپیوتر

جهت جریان الکتریکی

(*a*) (*b*)

FIGURE 2.5 Two methods of representation for the exact same current.

PRACTICE

2.4 In the wire of Fig. 2.7, electrons are moving *left* to *right* to create a current of 1 mA. Determine I_1 and I_2.

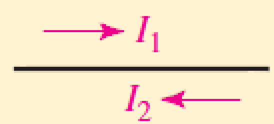


FIGURE 2.7

Ans: $I_1 = -1$ mA; $I_2 = +1$ mA.

دانشکده برق و کامپیوتر

بار الکتریکی، جریان و ولتاژ

ولتاژ الکتریکی

اکنون باید قراری را بنیان بگذاریم که بر اساس آن بتوان انرژی که به یک عنصر داده می‌شود را از انرژی که به وسیله عنصر تولید می‌گردد تفکیک کرد. ما این کار را با تخصیص علامت ولتاژ برای پایانه A نسبت به پایانه B انجام می‌دهیم اگر جریان مثبتی وارد پایانه A بشود، و منبع انرژی برای عبور آن انرژی مصرف کند، آنگاه پایانه A نسبت به پایانه B مثبت خواهد بود. برعکس می‌توان گفت پایانه B نسبت به پایانه A منفی است.

جهت ولتاژ با یک جفت علامت جبری مثبت و منفی نمایش داده می‌شود. به‌عنوان‌مثال در شکل ۹ـ۲ (الف) استقرار علامت مثبت در پایانه A به این معنی است که پایانه A به اندازه v ولت نسبت به پایانه B مثبت است. اگر بعداً دریابیم که v دارای مقدار عددی 5V- می‌باشد، آنگاه می‌توانیم بگوییم که A به اندازهٔ 5V- نسبت به B مثبت ست و یا این‌که B نسبت به اندازه 5V نسبت به A مثبت می‌باشد. دیگر حالات در شکل ۹ـ۲ (ب، ج و د) دیده می‌شوند.

همان‌طور که در مورد تعریف جریان اشاره شد، لازم است بدانیم که علامت جبری مثبت یا منفی، پلاریته واقعی ولتاژ را مشخص نمی‌کند بلکه ما را توانا می‌سازد تا در مورد ولتاژ دو سر جفت

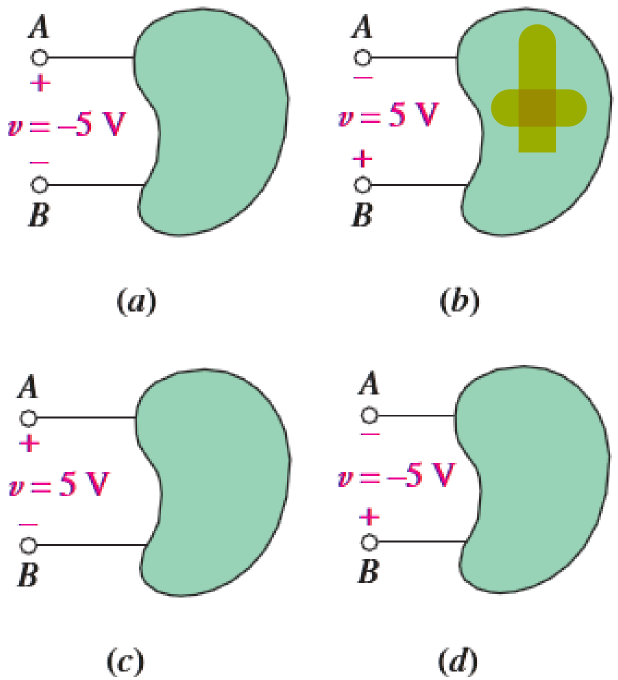


FIGURE 2.9 (*a*, *b*) Terminal *B* is 5 V positive with respect to terminal *A*; (*c*, *d*) terminal *A* is 5 V positive with respect to terminal *B*.

تعریف ولتاژ

مقدار کار انجام شده بر ذره باردار را ولتاژ می‌گویند و از رابطه $V = \frac{W}{q}$ برحسب ولت به‌دست می‌آید. معمولاً ولتاژ دو سر هر عنصری در مدار از مقایسه اختلاف ولتاژ دو سر آن به‌دست می‌آید به همین دلیل این عامل را اختلاف پتانسیل می‌نامند.

$$v_{ab} \triangleq \frac{dw}{dq}$$

$$V_{AB} = V_A - V_B$$

بار الکتریکی، جریان و ولتاژ

توان

اکنون می‌خواهیم توان جذب‌شده در هر عنصر را برحسب ولتاژ و جریان آن عنصر معین کنیم. ولتاژ را قبلاً برحسب انرژی مصرفی تعریف کردیم و توان میزان تغییرات انرژی مصرفی بود. با این وجود راجع‌به مصرف انرژی در چهار حالت شکل ۲-۹ هیچ صحبتی نمی‌توان کرد، مگر این‌که ابتدا جهت جریان مشخص شود. تصور کنید پیکان جریان در امتداد هر یک از سیم‌های بالایی به سمت راست با "+2A" رسم شده باشد. سپس، چون در دو حالت (ج) و (د) پایانه A، ۵ ولت نسبت به پایانه B مثبت‌تر است، و چون یک جریان مثبت وارد پایانه A می‌شود، انرژی به عنصر تحویل شده است. در دو حالت باقیمانده عنصر انرژی را به بعضی از وسایل متصل به آن منتقل می‌سازد.

قبلاً توان را تعریف کردیم و از این پس آن را با P یا p نشان خواهیم داد. اگر در انتقال یک کولن بار از یک وسیله، یک ژول انرژی در یک ثانیه مصرف شود، در این صورت انرژی مصرفی یک وات است. توان جذب‌شده باید با جریان (تعداد بار جابه‌جایی در یک ثانیه) و با ولتاژ (انرژی لازم برای انتقال یک کولن بار از عنصر) متناسب باشد. بنابراین

$$p \triangleq \frac{dw}{dt}$$

$$p = \frac{dw}{dt} = \frac{dw}{dq} \cdot \frac{dq}{dt} = vi$$

منابع ولتاژ و جریان

دانشکده برق و کامپیوتر

منابع ولتاژ مستقل

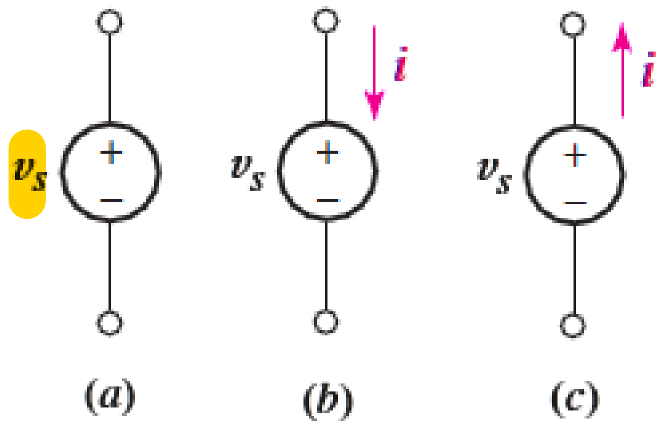


FIGURE 2.15 Circuit symbol of the independent voltage source.

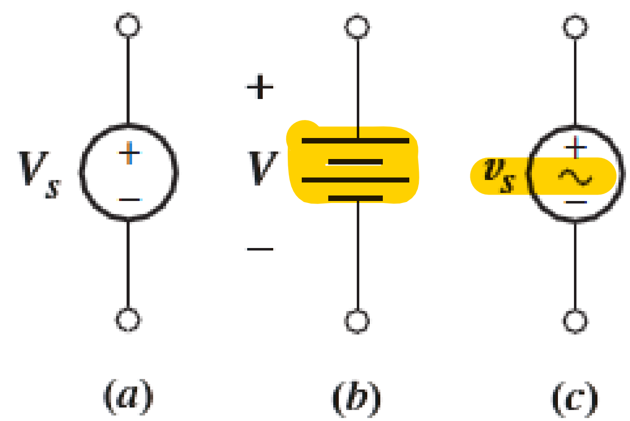


FIGURE 2.16 (*a*) DC voltage source symbol; (*b*) battery symbol; (*c*) ac voltage source symbol.

منابع ولتاژ و جریان

دانشکده برق و کامپیوتر

منبع جریان مستقل

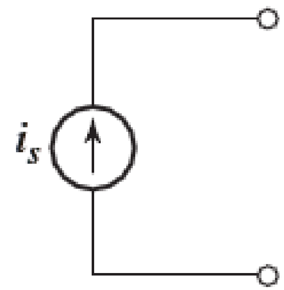


FIGURE 2.17 Circuit symbol for the independent current source.

منابع وابسته ولتاژ و جریان

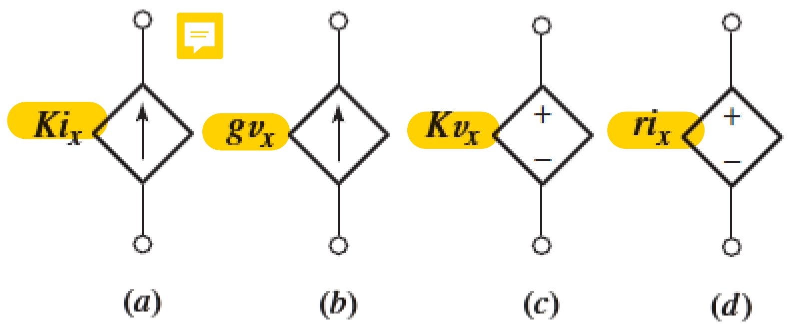
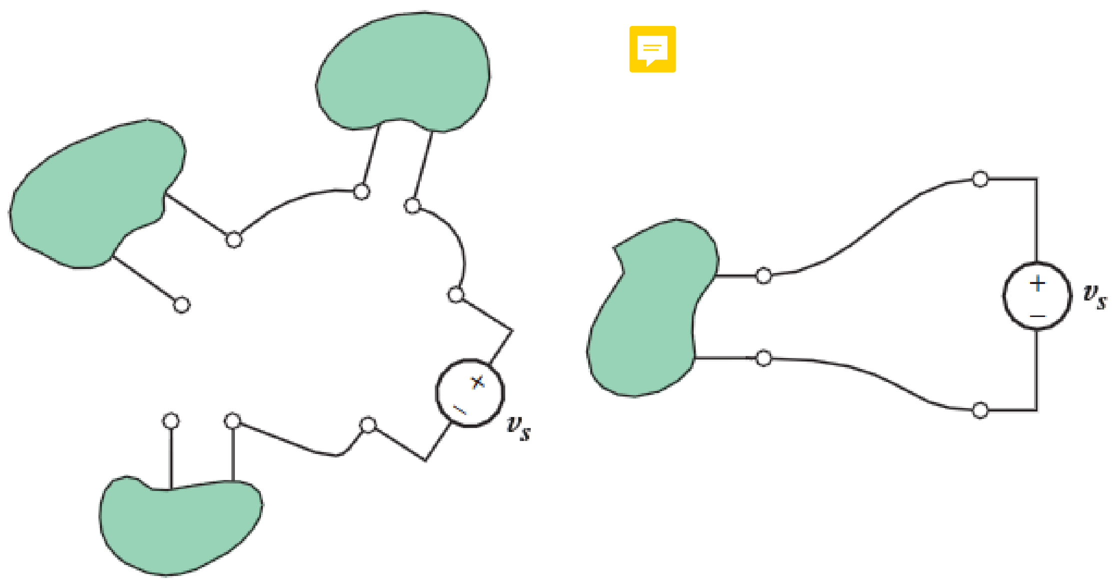


FIGURE 2.18 The four different types of dependent sources: (*a*) current-controlled current source; (*b*) voltage-controlled current source; (*c*) voltage-controlled voltage source; (*d*) current-controlled voltage source.

شبکه ها و مدارها

اتصالات درونی دو یا چند عنصر سادهٔ یک مدار یک **شبکه** الکتریکی را به‌وجودمی‌آورد. اگر شبکه حداقل دارای یک مسیر بسته باشد آن را یک مدار الکتریکی می‌نامیم. توجه: هر مدار یک شبکه است ولی همه شبکه‌ها لزوماً مدار نیستند (شکل ۲ـ۲۱ ملاحظه شود)!

شبکه‌ای که حداقل یک عنصر فعال مانند یک منبع جریان یا ولتاژ مستقل داشته باشد یک شبکه فعال است. شبکه‌ای که هیچ عنصر فعالی ندارد شبکه غیرفعال خوانده می‌شود.



(*a*) (*b*)

FIGURE 2.21 (*a*) A network that is not a circuit. (*b*) A network that is a circuit.

دانشکده برق و کامپیوتر

قانون اهم

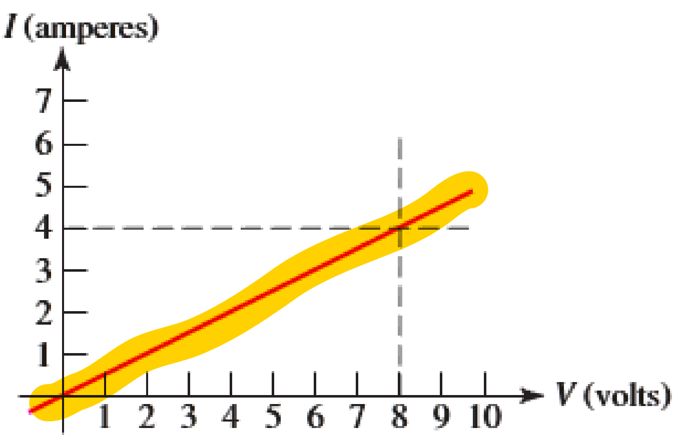


FIGURE 2.23 Current-voltage relationship for an example 2 Ω linear resistor. Note the slope of the line is 0.5 A/V, or 500 mΩ^{-1}.

تا این‌جا با منابع ولتاژ و جریان وابسته و غیروابسته آشنا شدیم و تذکر دادیم که آن‌ها عناصر فعال ایده‌آلی هستند که فقط به‌صورت تقریب می‌توانند در یک مدار واقعی وجود داشته باشند. اکنون آماده‌ایم تا با عنصر ایده‌آل دیگری به‌نام مقاومت خطی آشنا شویم. مقاومت ساده‌ترین عنصر غیرفعال است و ما بحث خود را با ملاحظه کار فیزیکدان گمنام آلمانی به‌نام جرج سیمون اهم[1] آغاز می‌کنیم. وی در سال ۱۸۲۷ نتایج تلاش‌های خود را در رابطه با اندازه‌گیری جریان‌ها و ولتاژها و توصیف ارتباط ریاضی آن‌ها به‌چاپ رساند. یکی از این نتایج، رابطه اساسی **قانون اهم** است. با این وجود، می‌دانیم که این قانون را هنری کاوندیش[2] ۴۶ سال قبل از اهم کشف کرده بود ولی هیچ‌کس حتی اُهم از کار کاوندیش اطلاع نداشت و نوشته‌های وی نیز سال‌ها پس از مرگش منتشر شد. نظریه اهم در ابتدا به ناحق با انتقاد شدید مواجه گشت ولی بعداً پذیرفته شد و او را به شهرت رساند.

قانون اهم بیان می‌دارد که ولتاژ در سر یک مادهٔ هادی مستقیماً متناسب با جریان عبوری از آن ماده است، یا:

$$v = i\,R \qquad (۴)$$

ضریب تناسب R را **مقاومت** می‌نامند. واحد مقاومت، اهم است و برابر است با 1 V/A که به‌طور خلاصه آن‌ها را با Ω (اُمگا) نشان می‌دهند.

انواع مقاومت

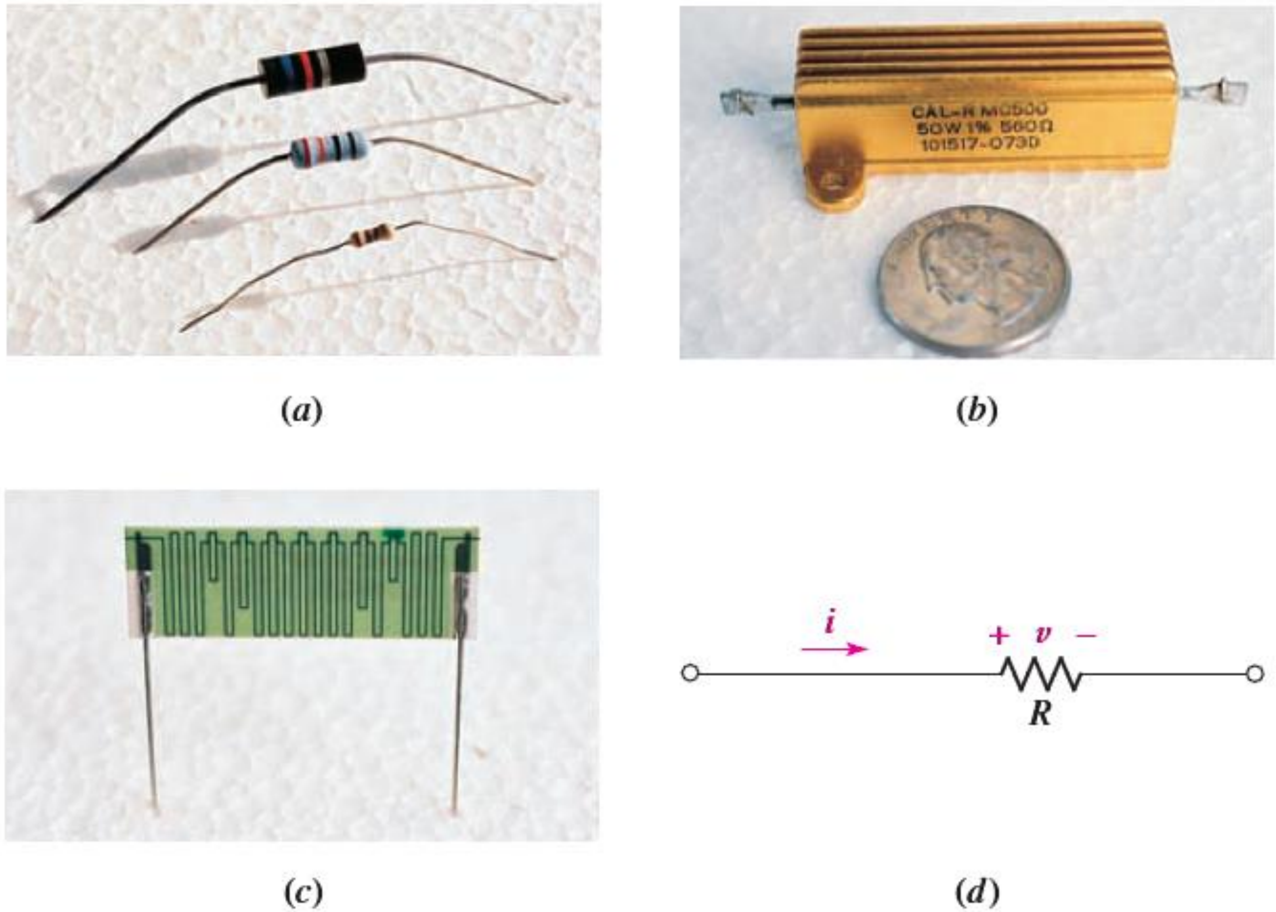


FIGURE 2.24 (*a*) Several common resistor packages. (*b*) A 560 Ω power resistor rated at up to 50 W. (*c*) A 5% tolerance 10-teraohm (10,000,000,000,000 Ω) resistor manufactured by Ohmcraft. (*d*) Circuit symbol for the resistor, applicable to all of the devices in (*a*) through (*c*).

توان مصرفی در مقاومت

دانشکده برق و کامپیوتر

شکل ۲ـ۲۴ چندین بسته مقاومت مختلف را همراه با سمبل رایج مدار برای یک مقاومت نشان می‌دهد. بر اساس قراردادهای مربوط به ولتاژ، جریان و توانی که قبلاً اختیار شد حاصل‌ضرب v و i توان جذب‌شده به‌وسیله مقاومت را نشان می‌دهد. یعنی v و i طوری انتخاب شده‌اند تا قرارداد علامت عنصر غیرفعال را برآورده کنند. توان جذب‌شده به‌طور فیزیکی به‌صورت گرما یا نور ظاهر شده و همواره مثبت است. یک مقاومت (مثبت) یک عنصر غیرفعال است و نمی‌تواند توان را تولید کند یا آن را ذخیره نماید. عبارت دیگری برای توان جذب‌شده به‌صورت زیر است:

$$p = vi = i^2R = v^2/R \qquad (۵)$$

The 560 Ω resistor shown in Fig. *2.24b* is connected to a circuit which causes a current of 42.4 mA to flow through it. Calculate the voltage across the resistor and the power it is dissipating.

The voltage across the resistor is given by Ohm's law:

$$v = Ri = (560)(0.0424) = 23.7 \text{ V}$$

The dissipated power can be calculated in several different ways. For instance,

$$p = vi = (23.7)(0.0424) = 1.005 \text{ W}$$

Alternatively,

$$p = v^2/R = (23.7)^2/560 = 1.003 \text{ W}$$

or

$$p = i^2R = (0.0424)^2(560) = 1.007 \text{ W}$$

مفاهیم گره و شاخه

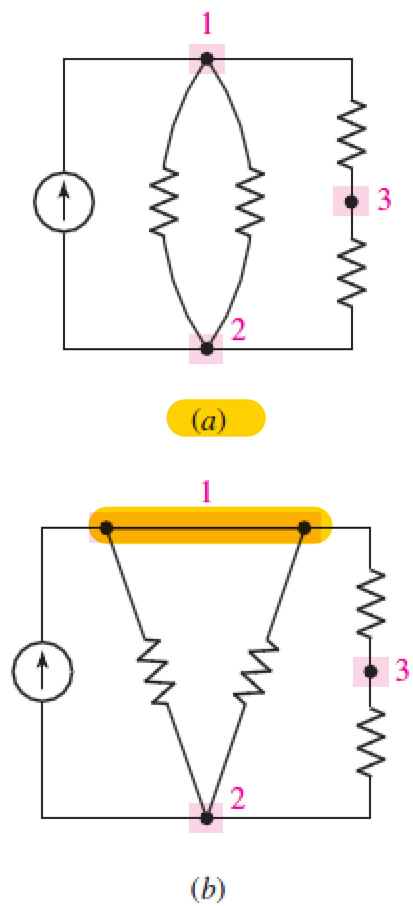


FIGURE 3.1 (*a*) A circuit containing three nodes and five branches. (*b*) Node 1 is redrawn to look like two nodes; it is still one node.

قوانین ولتاژ و جریان

دانشکده برق و کامپیوتر

قانون جریان کیرشهف (KCL)

اکنون می‌توانیم اولین قانون کیرشهف[1] را ملاحظه کنیم. وی پروفسور یک دانشگاه آلمانی بود که همزمان با کارهای تجربی اُهم متولد شد. این قانون یک قانون بدیهی است که به‌نام قانون جریان کیرشهف خوانده شده (به‌طور خلاصه KCL) و به‌صورت ساده زیر بیان می‌شود:

جمع جبری جریان‌های وارده به هر گره صفر است.

این قانون یک عبارت ریاضی است و این واقعیت را نشان می‌دهد که بار نمی‌تواند در یک گره جمع شود. یک گره یک عنصر مداری نیست و مطمئناً نمی‌تواند بار الکتریکی را ذخیره، نابود و یا تولید کند. بنابراین جمع جبری جریان‌های وارده باید صفر باشد. مثالی در مورد هیدرولیک می‌تواند در این‌جا به درک موضوع کمک کند: مثلاً سه لوله آب را درنظربگیرید که به شکل Y به هم وصل شده باشند. ما سه جریان را که به داخل هر سه لوله وارد می‌شوند درنظرمی‌گیریم. اگر اصرار داشته باشیم که همیشه آب در جریان است، مسلماً نمی‌توانیم سه جریان آب مثبت داشته باشیم، زیرا سه‌راهی خواهد ترکید. بنابراین مقدار یک یا دو جریان بایستی منفی تعریف شود.

گره شکل ۲ـ۳ را ملاحظه کنید. جمع جبری چهار جریان وارده به این گره باید صفر باشد:

$$i_A + i_B + (-i_C) + (-i_D) = 0$$

واضح است که قانون فوق برای جمع جبری جریان‌هایی که گره را ترک می‌کنند هم به همان صورت قابل اعمال است:

$$(-i_A) + (-i_B) + i_C + i_D = 0$$

همچنین می‌توانیم جمع جریان‌هایی را که پیکانشان به سمت یک گره است با جمع جریان‌هایی که پیکانشان به سمت خارج آن گره است برابر قرار دهیم:

$$i_A + i_B = i_C + i_D$$

که می‌گوید جمع جریان‌های وارده به گره باید برابر با جمع جریان‌های خارج‌شده از گره باشد.

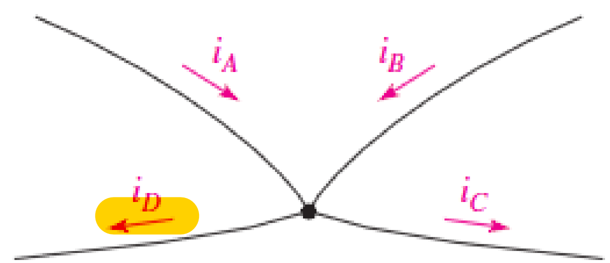


FIGURE 3.2 Example node to illustrate the application of Kirchhoff's current law.

قوانین ولتاژ و جریان

قانون جریان کیرشهف (تعریف کات ست)

The sum of the currents entering a node is equal to the sum of the currents leaving the node.

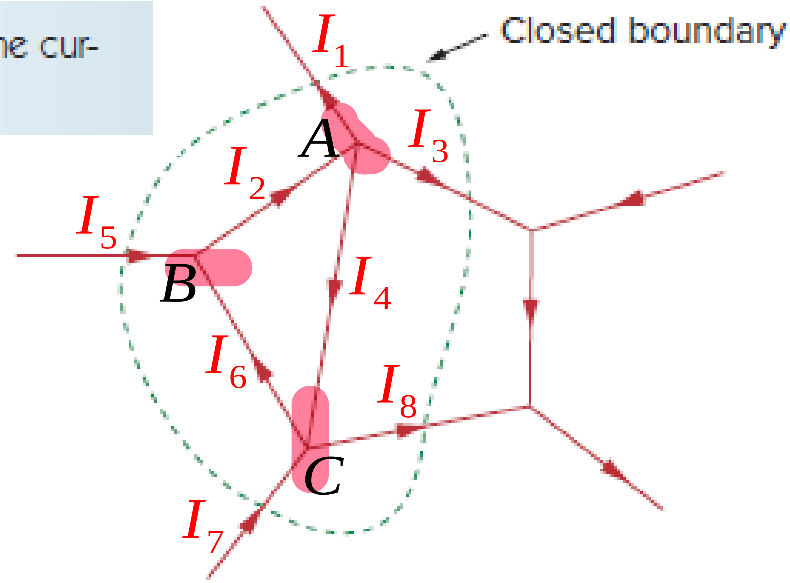


Figure 2.17
Applying KCL to a closed boundary.

$$\begin{cases} KCL\ A: I_2 = I_1 + I_3 + I_4 \\ KCL\ B: I_2 = I_5 + I_6 \end{cases} \rightarrow \boxed{I_1 + I_3 + I_4 = I_5 + I_6}\ ,\ KCL\ A: I_7 + I_4 = I_6 + I_8$$

$$\rightarrow I_1 + I_3 + I_4 = I_5 + [I_7 + I_4 - I_8] \rightarrow \boxed{I_1 + I_3 + I_8 = I_5 + I_7}$$

$\boxed{I_1 + I_3 + I_8 = I_5 + I_7}$ **کات ست**

قوانین ولتاژ و جریان

دانشکده برق و کامپیوتر

قانون ولتاژ کیرشهف (KVL)

جمع جبری ولتاژ حول هر مسیر بسته صفر است.

ما اگر در شکل ۳.۵ یک کولن را از A به B و از طریق عنصر 1 حمل کنیم، علامت پلاریته مرجع برای v_1 نشان می‌دهد که کار لازم v_1 ژول است. اکنون اگر برای رفتن از نقطه A به نقطه B از طریق گره C به‌پیش برویم، آنگاه $v_2 - v_3$ ژول انرژی به‌کارخواهیم برد. با این وجود کار انجام‌شده مستقل از مسیر انتخابی در مدار است و این مقادیر باید برابر باشند. انتخاب هر مسیر باید منجر به رسیدن به یک مقدار برای ولتاژ باشد. بنابراین:

$$v_1 = v_2 - v_3 \qquad (۳)$$

به‌این‌ترتیب اگر یک مسیر بسته را دنبال کنیم، جمع جبری ولتاژهای عناصر حول آن باید صفر باشد، بنابراین می‌توان نوشت:

$$v_1 + v_2 + v_3 + \dots + v_N = 0$$

یا به‌طور ساده‌تر:

$$\sum_{n=1}^{N} v_n = 0 \qquad (۴)$$

قانون KVL را می‌توان به صور مختلف روی یک مدار اعمال کرد. روشی که کمتر به اشتباه منجر می‌شود این‌است‌که روی مسیر بسته‌ای در جهت عقربه‌های ساعت حرکت کنیم و تمام ولتاژهایی که از آن‌ها می‌گذریم را بنویسیم. هر گاه از طرف علامت مثبت ولتاژ وارد یک عنصر شدیم آن را مثبت و اگر از طرف علامت منفی وارد شدیم آن ولتاژ را با علامت منفی به‌حساب آوریم. به‌عنوان‌مثال برای حلقه مدار شکل ۳.۵ داریم:

$$-v_1 + v_2 - v_3 = 0$$

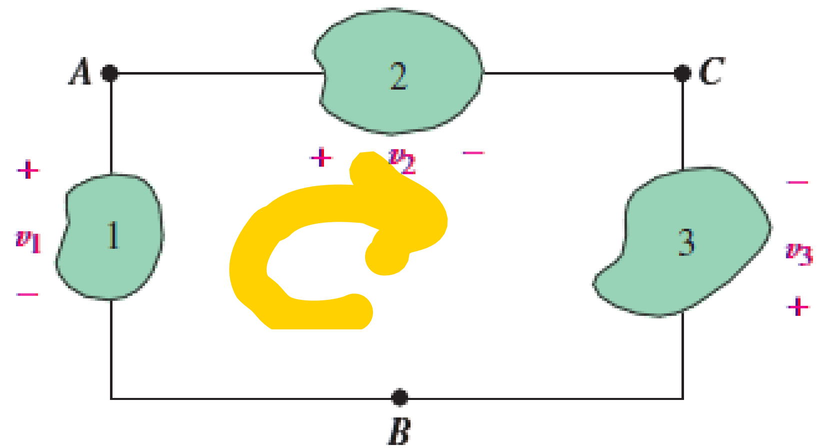


FIGURE 3.5 The potential difference between points *A* and *B* is independent of the path selected.

مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

EXAMPLE 3.2

In the circuit of Fig. 3.6, find v_x and i_x.

We know the voltage across two of the three elements in the circuit. Thus, KVL can be applied immediately to obtain v_x.

Beginning with the bottom node of the 5 V source, we apply KVL clockwise around the loop:

$$-5 - 7 + v_x = 0$$

so $v_x = 12$ V.

KCL applies to this circuit, but only tells us that the same current (i_x) flows through all three elements. We now know the voltage across the 100 Ω resistor, however.

Invoking Ohm's law,

$$i_x = \frac{v_x}{100} = \frac{12}{100}\ \text{A} = 120\ \text{mA}$$

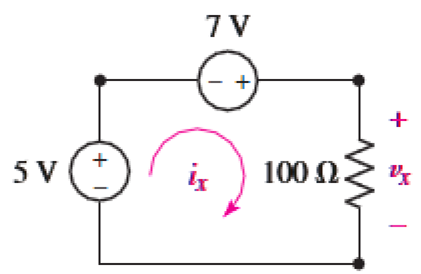


FIGURE 3.6 A simple circuit with two voltage sources and a single resistor.

PRACTICE

3.2 Determine i_x and v_x in the circuit of Fig. 3.7.

Ans: $v_x = -4$ V; $i_x = -400$ mA.

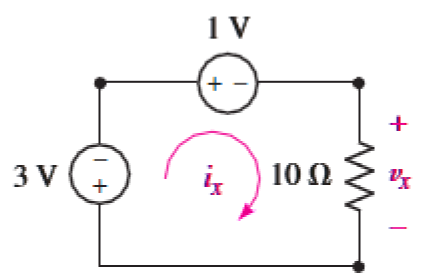


FIGURE 3.7

مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

In the circuit of Fig. 3.8 there are eight circuit elements. Find v_{R2} (the voltage across R_2) and the voltage labeled v_x.

The best approach for finding v_{R2} is to look for a loop to which we can apply KVL. There are several options, but the leftmost loop offers a straightforward route, as two of the voltages are clearly specified. Thus, we find v_{R2} by writing a KVL equation around the loop on the left, starting at point c:

$$4 - 36 + v_{R2} = 0$$

which leads to $v_{R2} = 32$ V.

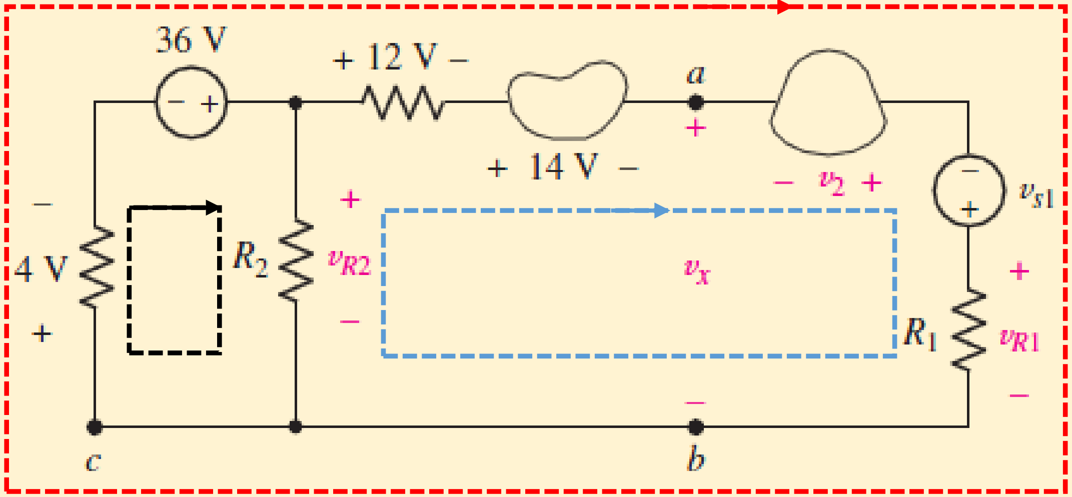


FIGURE 3.8 A circuit with eight elements for which we desire v_{R2} and v_x.

To find v_x, we might think of this as the (algebraic) sum of the voltages across the three elements on the right. However, since we do not have values for these quantities, such an approach would not lead to a numerical answer. Instead, we apply KVL beginning at point c, moving up and across the top to a, through v_x to b, and through the conducting lead to the starting point:

$$+4 - 36 + 12 + 14 + v_x = 0$$

so that

$$v_x = 6 \text{ V}$$

An alternative approach: Knowing v_{R2}, we might have taken the shortcut through R_2:

$$-32 + 12 + 14 + v_x = 0$$

yielding $v_x = 6$ V once again.

PRACTICE

3.3 For the circuit of Fig. 3.9, determine (a) v_{R2} and (b) v_2, if $v_{R1} = 1$ V.

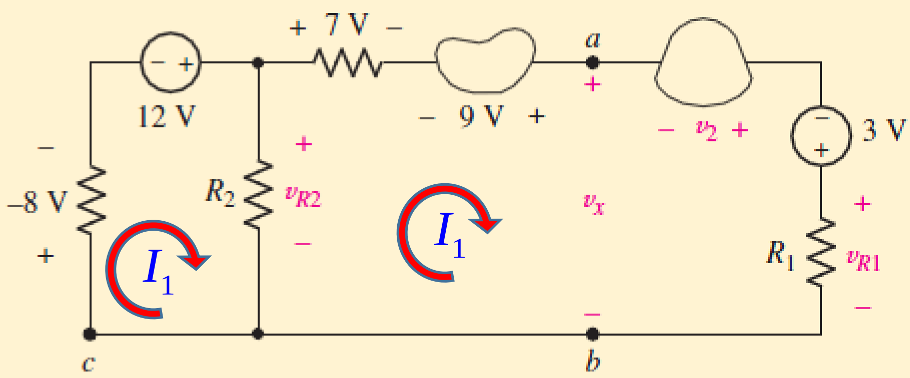


FIGURE 3.9

$$KVL\ I: +(-8) - 12 + v_{R_2} = 0 \rightarrow v_{R_2} = 20v$$

$$KVL\ II: -v_{R_2} + 7 - 9 - v_2 - 3 + 1 = 0 \rightarrow v_2 = -24v$$

اصل بقای توان در مدارهای مقاومتی

مثال:

Compute the power absorbed in each element for the circuit shown in Fig. 3.13*a*.

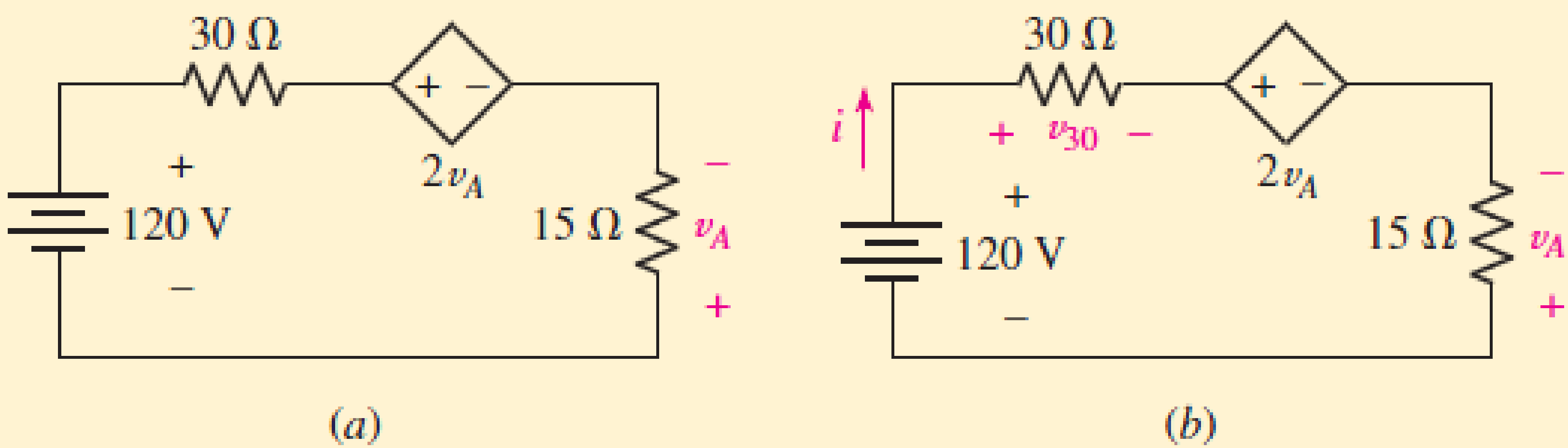
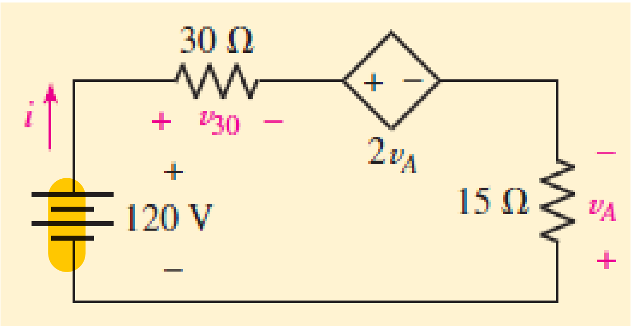


FIGURE 3.13 (*a*) A single-loop circuit containing a dependent source. (*b*) The current *i* and voltage v_{30} are assigned.

اصل بقای توان در مدارهای مقاومتی

This circuit contains a dependent voltage source, the value of which remains unknown until we determine v_A. However, its algebraic value $2v_A$ can be used in the same fashion as if a numerical value were available. Thus, applying KVL around the loop:

$$-120 + v_{30} + 2v_A - v_A = 0 \qquad [7]$$



Using Ohm's law to introduce the known resistor values:

$$v_{30} = 30i \quad \text{and} \quad v_A = -15i$$

Note that the negative sign is required since i flows into the negative terminal of v_A.

Substituting into Eq. [7] yields

$$-120 + 30i - 30i + 15i = 0$$

and so we find that

$$i = 8\ \text{A}$$

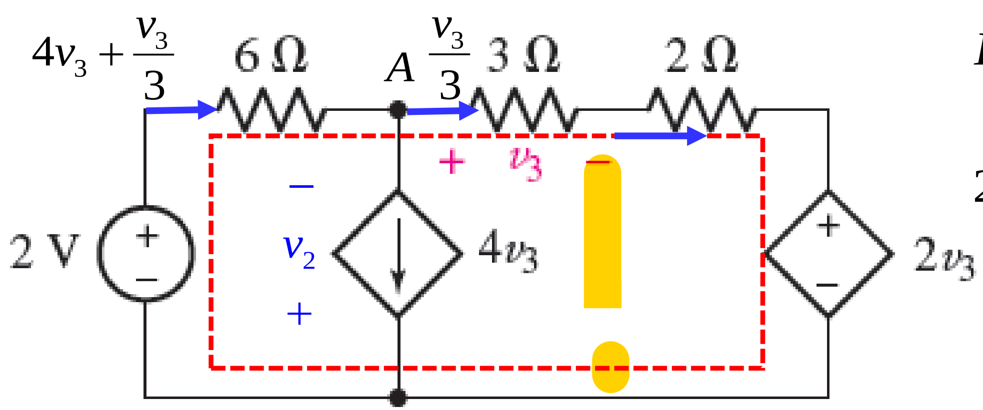
$$i = 8\ \text{A}$$

Computing the power *absorbed* by each element:

$$\begin{aligned}
p_{120\text{V}} &= (120)(-8) &&= -960\ \text{W}\\
p_{30\Omega} &= (8)^2(30) &&= 1920\ \text{W}\\
p_{\text{dep}} &= (2v_A)(8) &&= 2[(-15)(8)](8)\\
& &&= -1920\ \text{W}\\
p_{15\Omega} &= (8)^2(15) &&= 960\ \text{W}
\end{aligned}$$

اصل بقای توان در مدارهای مقاومتی

مثال: اصل بقای توان در مورد مدار شکل زیر را چک کنید؟



$$KVL:-2+6\left(4v_3+\frac{v_3}{3}\right)+v_3+2\times\frac{v_3}{3}+2v_3=0$$

$$2=\frac{89}{3}v_3\rightarrow v_3=\frac{6}{89}v$$

بررسی اصل بقای توان:

$$KVL:-2+6\left(4v_3+\frac{v_3}{3}\right)-v_2=0\rightarrow v_2=-0.2476v$$

$$P(2v)=-\left(4v_3+\frac{v_3}{3}\right)\times 2=-0.5841W,\ P(6\Omega)=6\left(4v_3+\frac{v_3}{3}\right)^2=0.5119W$$

$$P(4v_3)=-4v_3v_2=0.0668W,\ P(3\Omega)=3\left(\frac{v_3}{3}\right)^2=0.0015W,\ P(2\Omega)=2\left(\frac{v_3}{3}\right)^2=0.001W$$

$$P(2v_3)=\frac{v_3}{3}\times 2v_3=0.003W$$

$$\sum P=0\rightarrow -0.5841+0.5119+0.0668+0.0015+0.001+0.003=0.0001\approx 0$$

دانشکده برق و کامپیوتر

اصل بقای توان در مدارهای مقاومتی

تمرین (به عهده دانشجو):

PRACTICE

3.6 In the circuit of Fig. 3.14, find the power absorbed by each of the five elements in the circuit.

Ans: (CW from left) 0.768 W, 1.92 W, 0.2048 W, 0.1792 W, −3.072 W.

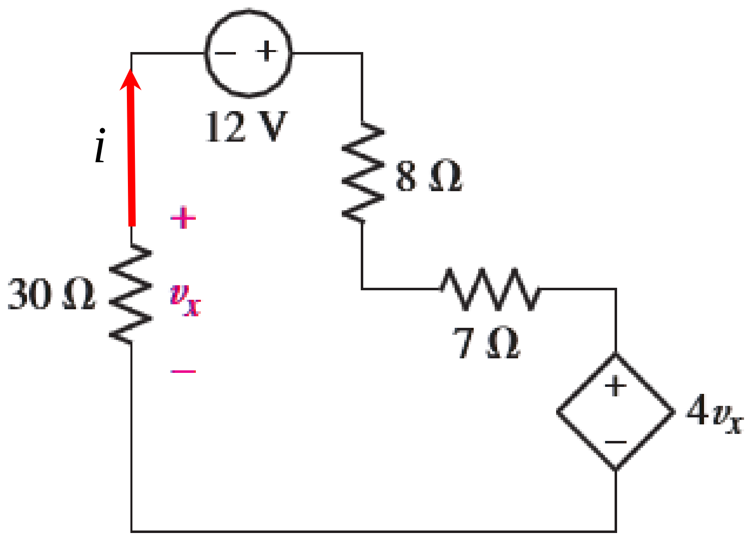


FIGURE 3.14 A simple loop circuit.

دانشکده برق و کامپیوتر

منابع مستقل سری و موازی

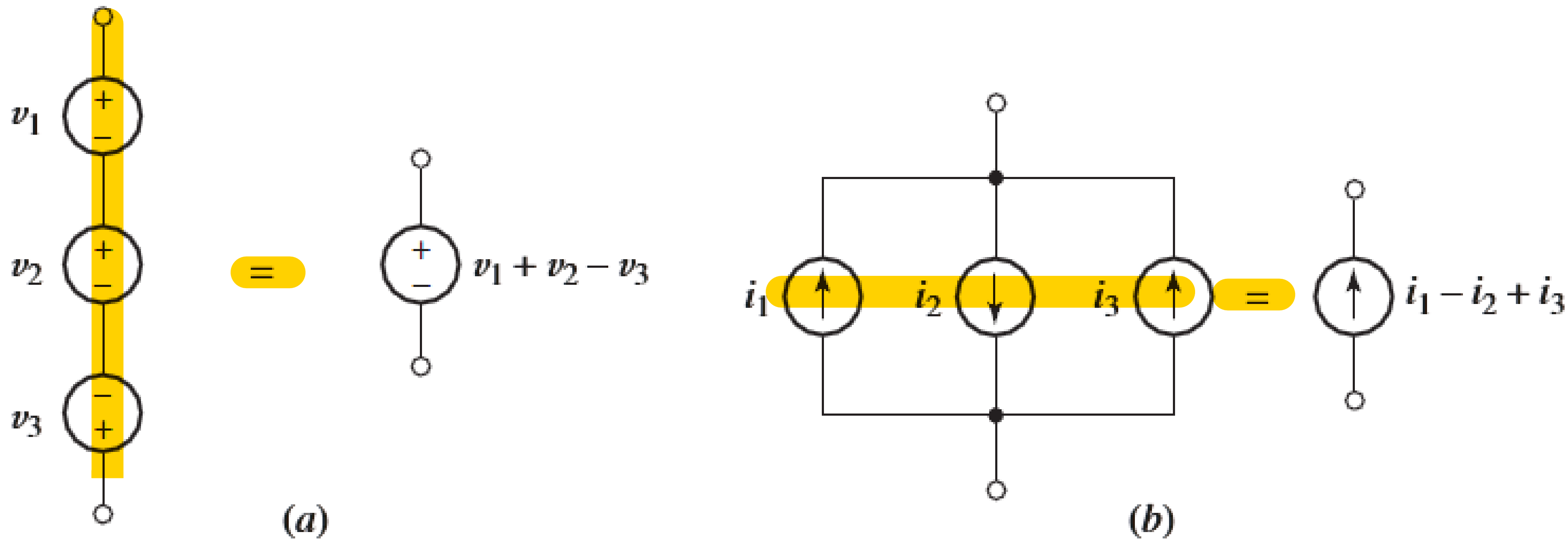


FIGURE 3.19 (*a*) Series-connected voltage sources can be replaced by a single source. (*b*) Parallel current sources can be replaced by a single source.

دانشکده برق و کامپیوتر

منابع مستقل سری و موازی

مثال

Determine the current i in the circuit of Fig. 3.20*a* by first combining the sources into a single equivalent voltage source.

To be able to combine the voltage sources, they must be in series. Since the same current (i) flows through each, this condition is satisfied.

Starting from the bottom left-hand corner and proceeding clockwise,

$$-3 - 9 - 5 + 1 = -16 \text{ V}$$

so we may replace the four voltage sources with a single 16 V source having its negative reference as shown in Fig. 3.20*b*.

KVL combined with Ohm's law then yields

$$-16 + 100i + 220i = 0$$

or

$$i = \frac{16}{320} = 50 \text{ mA}$$

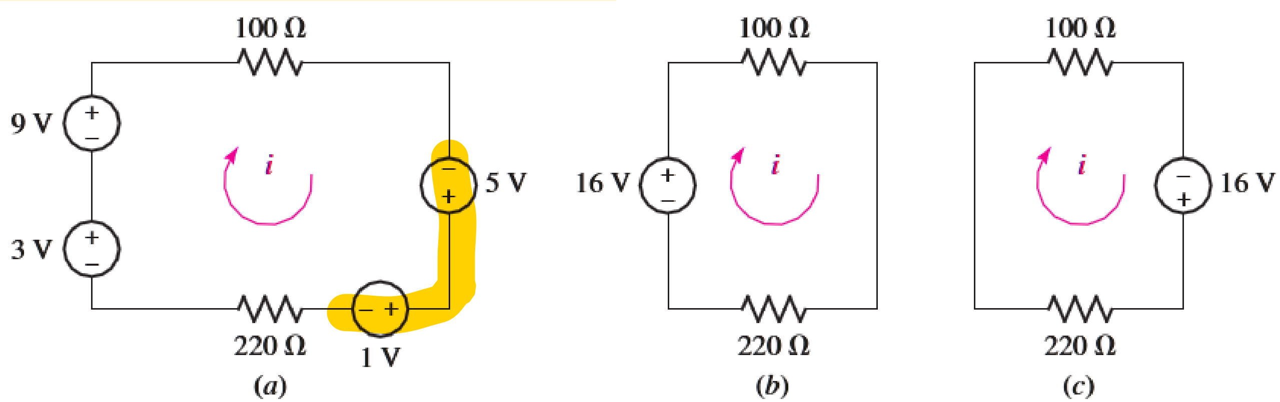


FIGURE 3.20

دانشکده برق و کامپیوتر

منابع مستقل سری و موازی

تمرین (به عهده دانشجو)

PRACTICE

3.9 Determine the current i in the circuit of Fig. 3.21 after first replacing the four sources with a single equivalent source.

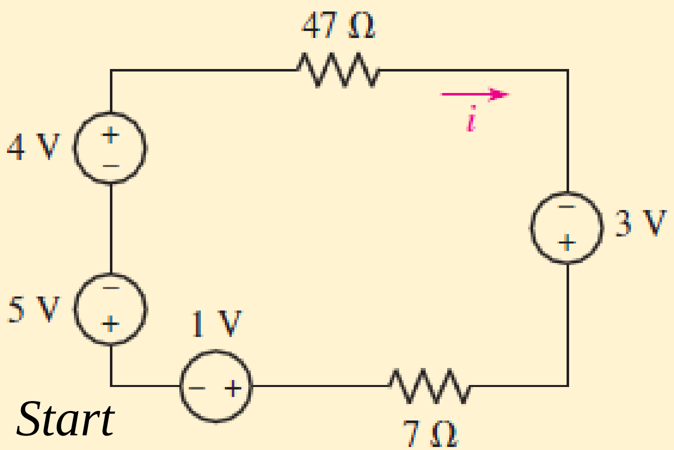


FIGURE 3.21

منابع مستقل سری و موازی

مثال

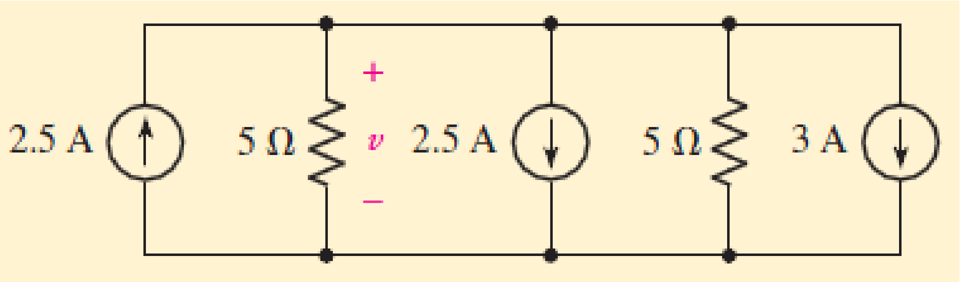
Determine the voltage v in the circuit of Fig. 3.22*a* by first combining the sources into a single equivalent current source.

The sources may be combined if the same voltage appears across each one, which we can easily verify is the case. Thus, we create a new source, arrow pointing upward into the top node, by adding the currents that flow into that node:

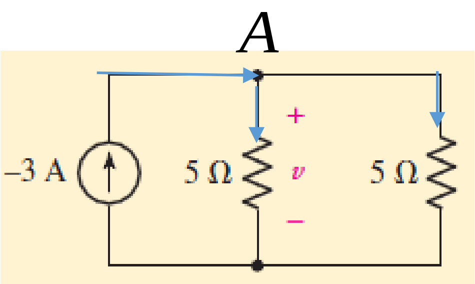
$$2.5 - 2.5 - 3 = -3 \text{ A}$$

One equivalent circuit is shown in Fig. 3.22*b*.

KCL then allows us to write



(*a*)



(*b*)

FIGURE 3.22

$$KCL\ A: -3 = \frac{v}{5} + \frac{v}{5} \rightarrow v = \frac{5}{2} \times -3 = -7.5v$$

اتصال سری و موازی مقاومتها
اتصال سری

$$v_s = v_1 + v_2 + \cdots + v_N$$

and then Ohm's law:

$$v_s = R_1 i + R_2 i + \cdots + R_N i = (R_1 + R_2 + \cdots + R_N)i$$

Now compare this result with the simple equation applying to the equivalent circuit shown in Fig. 3.26*b*:

$$v_s = R_{eq} i$$

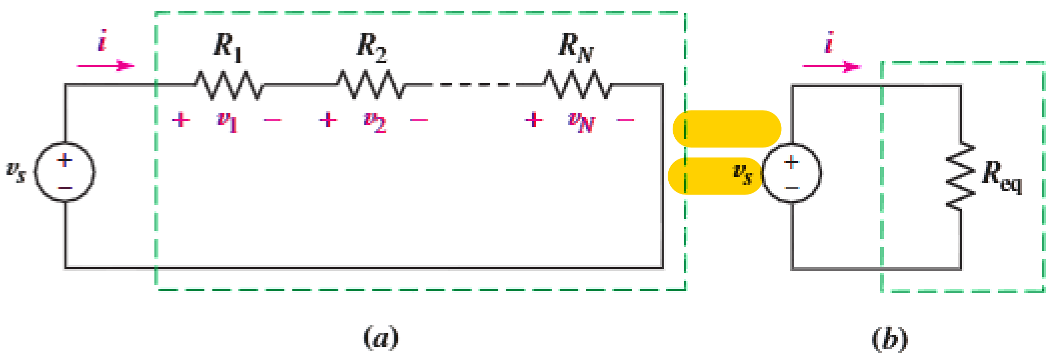


FIGURE 3.26 (*a*) Series combination of *N* resistors. (*b*) Electrically equivalent circuit.

$$\boxed{R_{eq} = R_1 + R_2 + \cdots + R_N}$$

اتصال سری و موازی مقاومتها
اتصال موازی

Similar simplifications can be applied to parallel circuits. A circuit containing N resistors in parallel, as in Fig. 3.29*a*, leads to the KCL equation

$$i_s = i_1 + i_2 + \cdots + i_N$$

or

$$i_s = \frac{v}{R_1} + \frac{v}{R_2} + \cdots + \frac{v}{R_N}$$
$$= \frac{v}{R_{eq}}$$

Thus,

$$\boxed{\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}} \qquad [9]$$

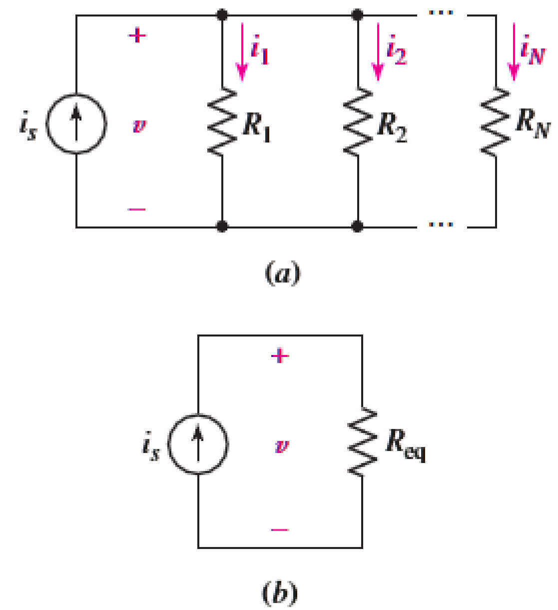


FIGURE 3.29 (*a*) A circuit with N resistors in parallel. (*b*) Equivalent circuit.

$$R_{eq}^{-1} = R_1^{-1} + R_2^{-1} + \cdots + R_N^{-1}$$

or, in terms of conductances, as

$$G_{eq} = G_1 + G_2 + \cdots + G_N$$

اتصال سری و موازی مقاومتها
اتصال موازی دو مقاومت

دانشکده برق و کامپیوتر

$$R_{eq} = R_1 \| R_2$$
$$= \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$$

Or, more simply,

$$\boxed{R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \qquad [10]$$

The last form is worth memorizing, although it is a common error to attempt to generalize Eq. [10] to more than two resistors, e.g.,

$$R_{eq} \not= \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

A quick look at the units of this equation will immediately show that the expression cannot possibly be correct.

اتصال سری و موازی مقاومتها

مثال

Calculate the power and voltage of the dependent source in Fig. 3.31*a*.

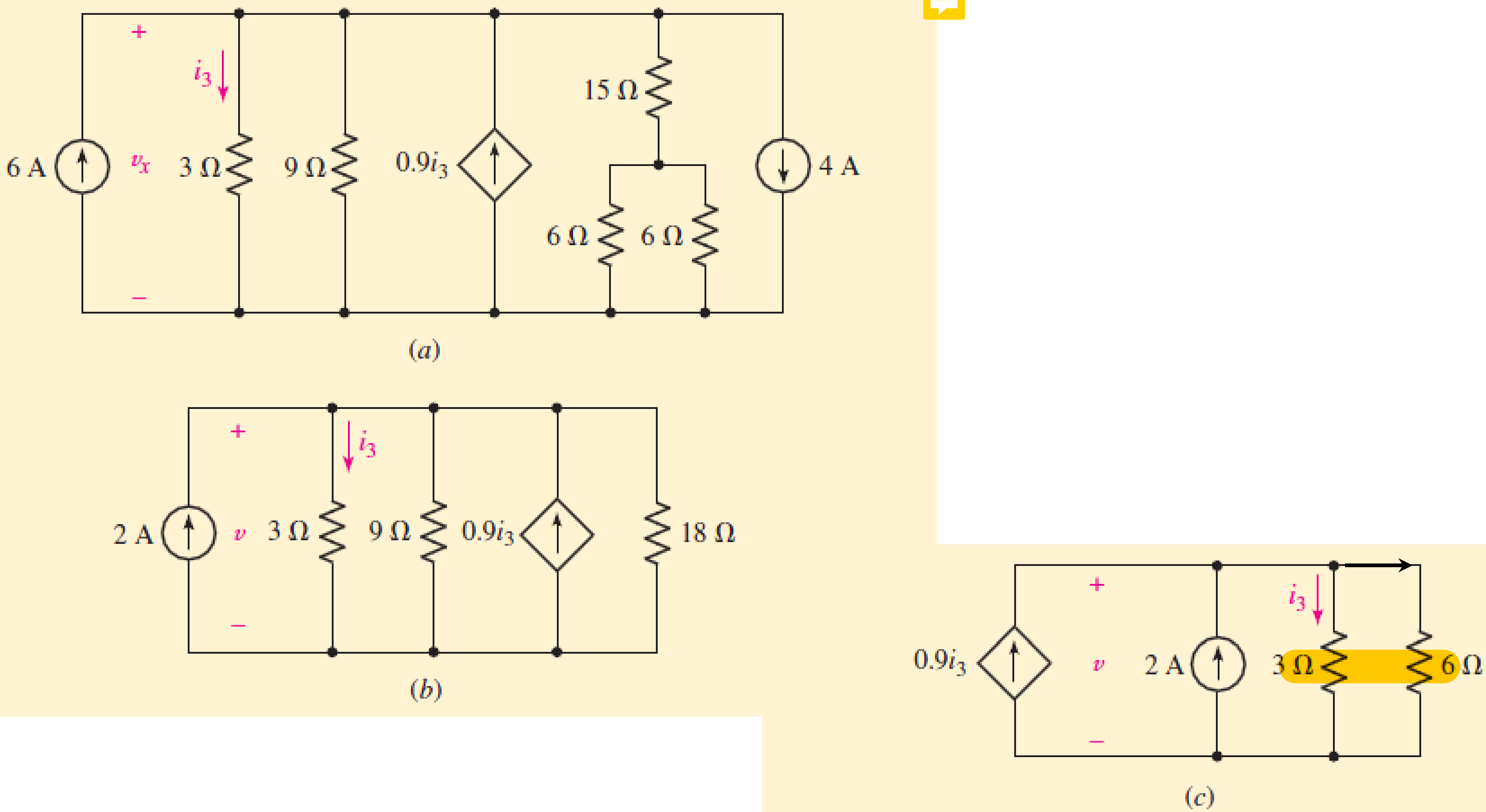


FIGURE 3.31 (*a*) A multinode circuit. (*b*) The two independent current sources are combined into a 2 A source, and the 15 Ω resistor in series with the two parallel 6 Ω resistors are replaced with a single 18 Ω resistor. (*c*) A simplified equivalent circuit.

اتصال سری و موازی مقاومتها
ادامه مثال

Applying KCL at the top node of Fig. 3.31*c*, we have

$$-0.9i_3 - 2 + i_3 + \frac{v}{6} = 0$$

Employing Ohm's law,

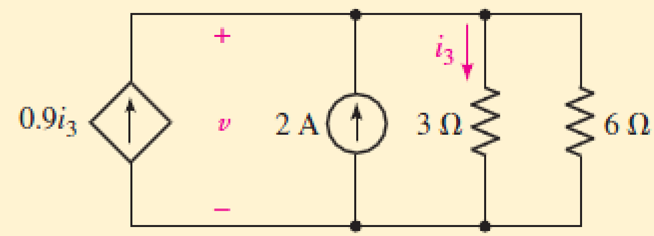
$$v = 3i_3$$

which allows us to compute

$$i_3 = \frac{10}{3}\ \text{A}$$

Thus, the voltage across the dependent source (which is the same as the voltage across the 3 Ω resistor) is

$$v = 3i_3 = 10\ \text{V}$$



(*c*)

FIGURE 3.31 (*a*) A multinode circuit. (*b*) The two independent current sources are combined into a 2 A source, and the 15 Ω resistor in series with the two parallel 6 Ω resistors are replaced with a single 18 Ω resistor. (*c*) A simplified equivalent circuit.

$$P(0.9i_3) = -v \times 0.9i_3 = -10 \times 0.9 \times \frac{10}{3} = -30W$$

اتصال سری و موازی مقاومتها

مثال:

Example 2.10 Calculate the equivalent resistance R_{ab} in the circuit in Fig. 2.37.

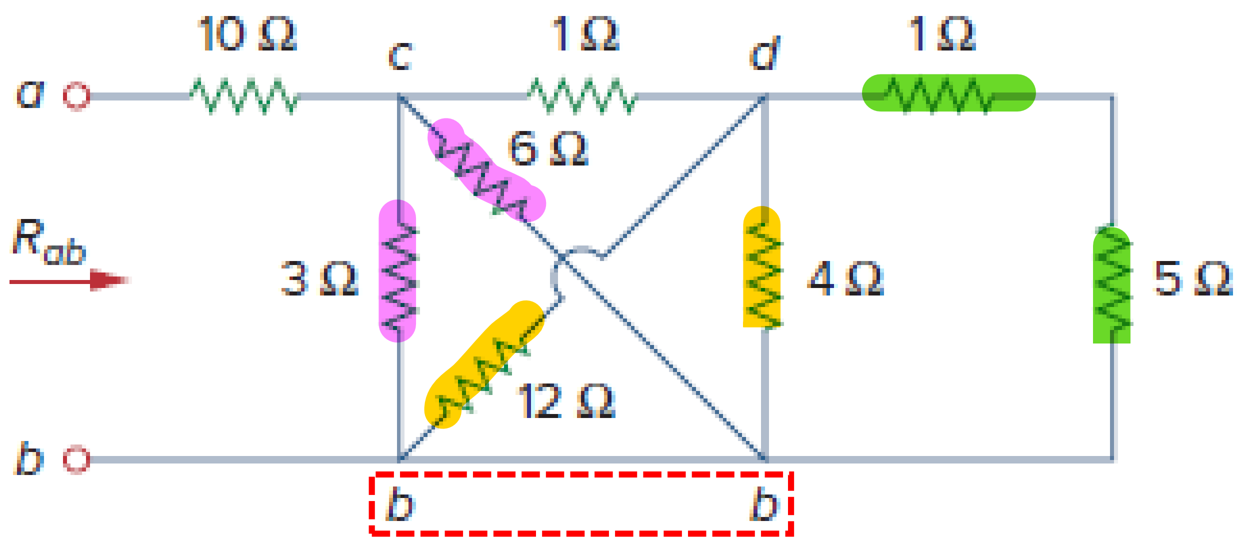
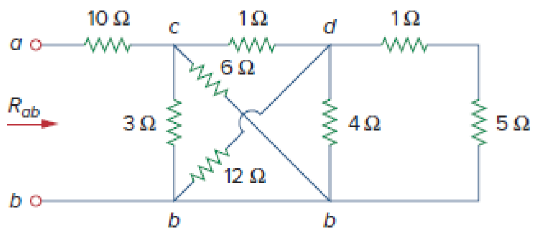


Figure 2.37
For Example 2.10.

اتصال سری و موازی مقاومتها
مثال: ادامه



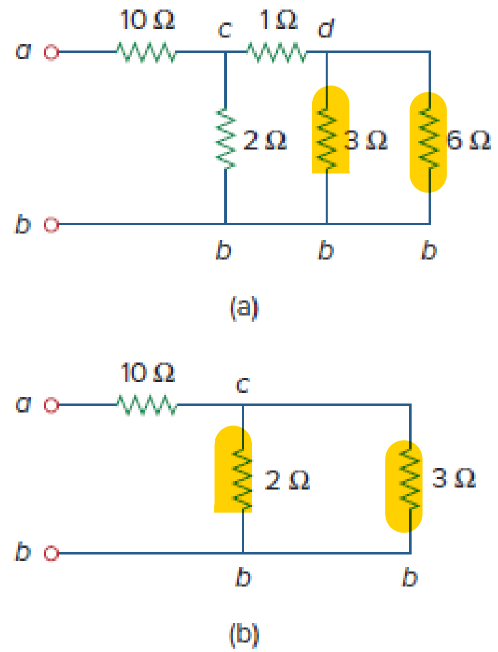


Figure 2.38
Equivalent circuits for Example 2.10.

Solution:
The 3-Ω and 6-Ω resistors are in parallel because they are connected to the same two nodes *c* and *b*. Their combined resistance is

$$3\ \Omega \parallel 6\ \Omega = \frac{3 \times 6}{3+6} = 2\ \Omega \qquad (2.10.1)$$

Similarly, the 12-Ω and 4-Ω resistors are in parallel since the y are con-nected to the same two nodes *d* and *b*. Hence

$$12\ \Omega \parallel 4\ \Omega = \frac{12 \times 4}{12+4} = 3\ \Omega \qquad (2.10.2)$$

Also the 1-Ω and 5-Ω resistors are in series; hence, their equivalent re-sistance is

$$1\ \Omega + 5\ \Omega = 6\ \Omega \qquad (2.10.3)$$

With these three combinations, we can replace the circuit in Fig. 2.37 with that in Fig. 2.38(a). In Fig. 2.38(a), 3-Ω in parallel with 6-Ω gives 2-Ω, as calculated in Eq. (2.10.1). This 2-Ω equivalent resistance is now in series with the 1-Ω resistance to give a combined resistance of $1\Omega + 2\ \Omega = 3\ \Omega$. Thus, we replace the circuit in Fig. 2.38(a) with that in Fig. 2.38(b). In Fig. 2.38(b), we combine the 2-Ω and 3-Ω resistors in parallel to get

$$2\ \Omega \parallel 3\ \Omega = \frac{2 \times 3}{2+3} = 1.2\ \Omega$$

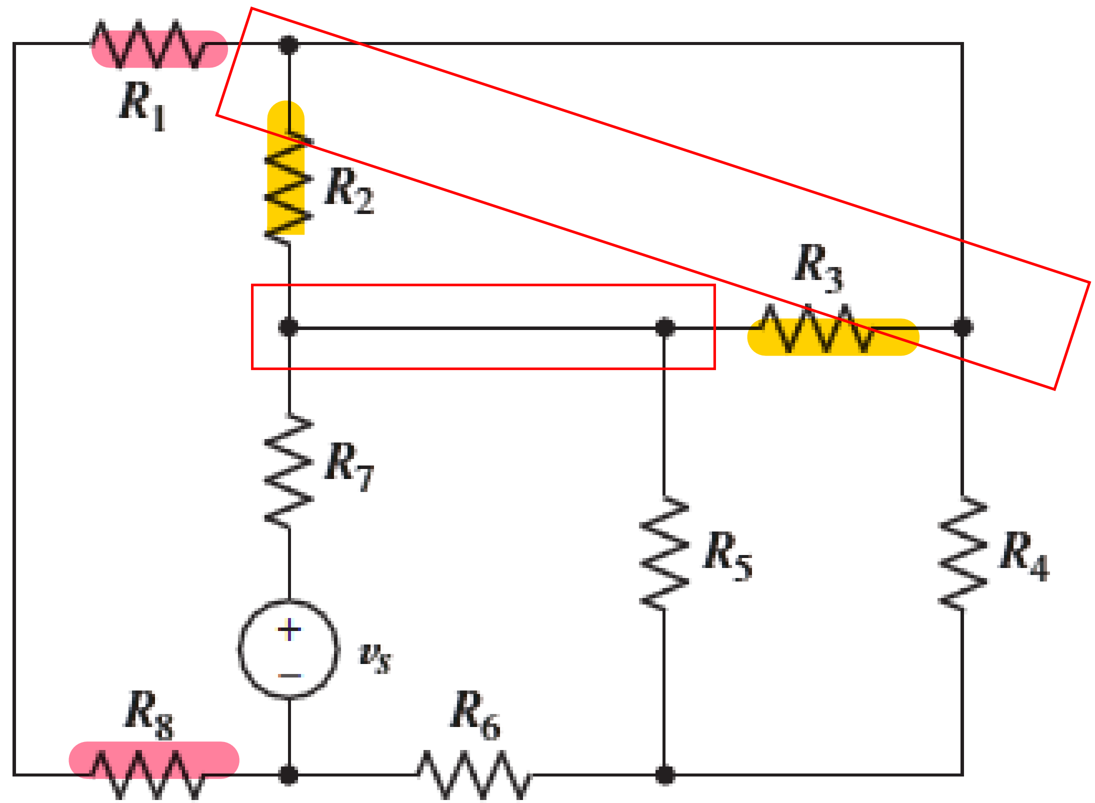
This 1.2-Ω resistor is in series with the 10-Ω resistor, so that

$$R_{ab} = 10 + 1.2 = 11.2\ \Omega$$

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده برق و کامپیوتر

اتصال سری و موازی مقاومتها

تجمیع گره های هم پتانسیل



دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل ستاره مثلث

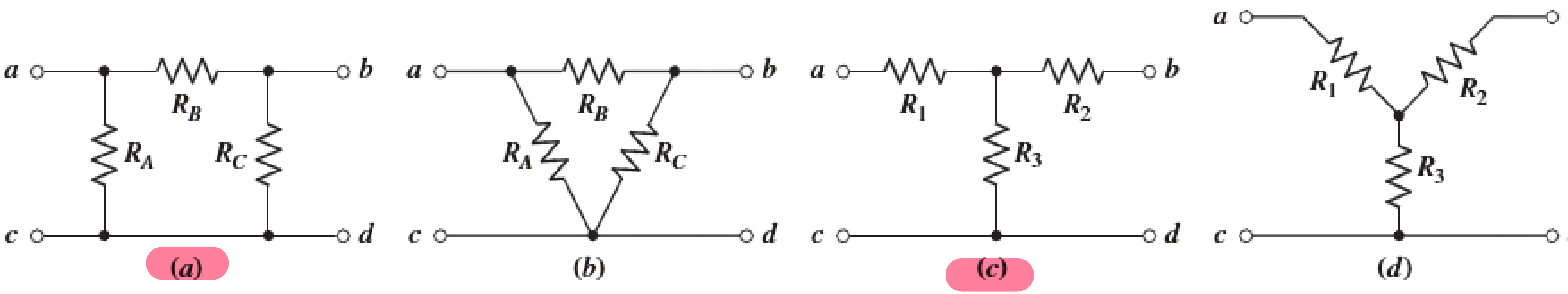


FIGURE 5.44 (*a*) Π network consisting of three resistors and three unique connections. (*b*) Same network drawn as a Δ network. (*c*) A T network consisting of three resistors. (*d*) Same network drawn as a Y network.

تبدیل ستاره به مثلث

$$R_A = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_2}$$

$$R_B = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_3}$$

$$R_C = \frac{R_1R_2 + R_2R_3 + R_3R_1}{R_1}$$

تبدیل مثلث به ستاره

$$R_1 = \frac{R_AR_B}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_2 = \frac{R_BR_C}{R_A + R_B + R_C}$$

$$R_3 = \frac{R_CR_A}{R_A + R_B + R_C}$$

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل ستاره مثلث
مثال

Use the technique of Δ-Y conversion to find the Thévenin equivalent resistance of the circuit in Fig. 5.46*a*.

We see that the network in Fig. 5.46*a* is composed of two Δ-connected networks that share the 3 Ω resistor. We must be careful at this point not to be too eager, attempting to convert both Δ-connected networks to two Y-connected networks. The reason for this may be more obvious after we convert the top network consisting of the 1 Ω, 4 Ω, and 3 Ω resistors into a Y-connected network (Fig. 5.46*b*).

Note that in converting the upper network to a Y-connected network, we have removed the 3 Ω resistor. As a result, there is no way to convert the original Δ-connected network consisting of the 2 Ω, 5 Ω, and 3 Ω resistors into a Y-connected network.

We proceed by combining the $\frac{3}{8}$ Ω and 2 Ω resistors and the $\frac{3}{2}$ Ω and 5 Ω resistors (Fig. 5.46*c*). We now have a $\frac{19}{8}$ Ω resistor in parallel with a $\frac{13}{2}$ Ω resistor, and this parallel combination is in series with the $\frac{1}{2}$ Ω resistor. Thus, we can replace the original network of Fig. 5.46*a* with a single $\frac{159}{71}$ Ω resistor (Fig. 5.46*d*).

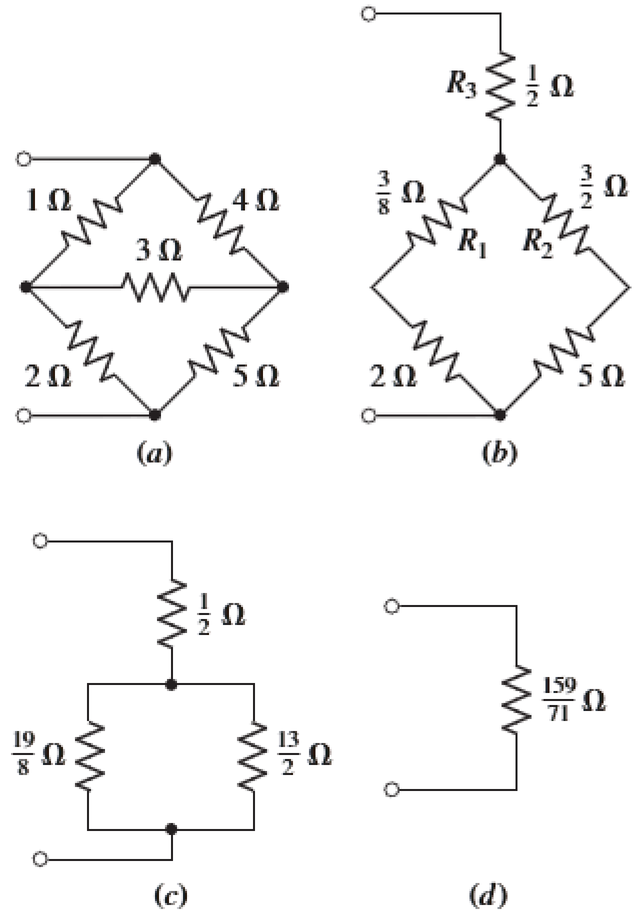


FIGURE 5.46 (*a*) A given resistive network whose input resistance is desired. (*b*) The upper Δ network is replaced by an equivalent Y network. (*c, d*) Series and parallel combinations result in a single resistance value.

تقسیم ولتاژ و جریان
اتصال سری

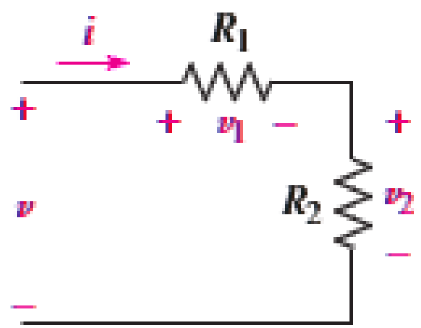


FIGURE 3.34 An illustration of voltage division.

voltage across the combination. In Fig. 3.34, the voltage across R_2 is found via KVL and Ohm's law:

$$v = v_1 + v_2 = iR_1 + iR_2 = i(R_1 + R_2)$$

so

$$i = \frac{v}{R_1 + R_2}$$

Thus,

$$v_2 = iR_2 = \left(\frac{v}{R_1 + R_2}\right) R_2$$

or

$$v_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} v$$

and the voltage across R_1 is, similarly,

$$v_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} v$$

If the network of Fig. 3.34 is generalized by removing R_2 and replacing it with the series combination of $R_2, R_3, \ldots, R_N$, then we have the general result for voltage division across a string of N series resistors

$$\boxed{v_k = \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \cdots + R_N} v} \qquad [11]$$

تقسیم ولتاژ و جریان
اتصال سری: مثال

Determine v_x in the circuit of Fig. 3.35*a*.

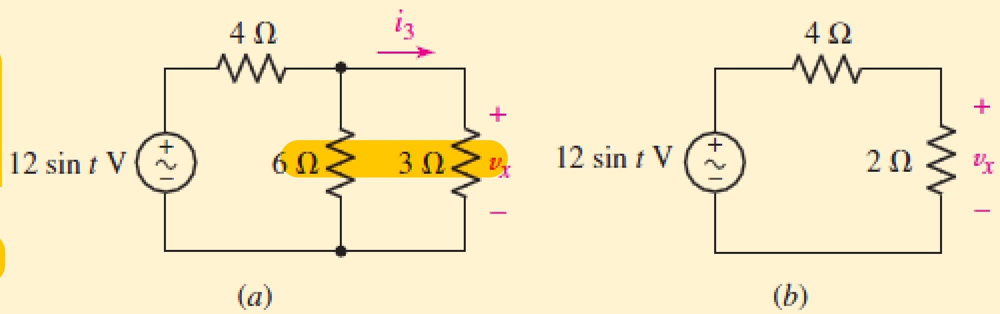


FIGURE 3.35 A numerical example illustrating resistance combination and voltage division. (*a*) Original circuit. (*b*) Simplified circuit.

We first combine the 6 Ω and 3 Ω resistors, replacing them with $(6)(3)/(6+3) = 2\ \Omega$.

Since v_x appears across the parallel combination, our simplification has not lost this quantity. However, further simplification of the circuit by replacing the series combination of the 4 Ω resistor with our new 2 Ω resistor would.

Thus, we proceed by simply applying voltage division to the circuit in Fig. 3.35*b*:

$$v_x = (12 \sin t)\frac{2}{4+2} = 4 \sin t \qquad \text{volts}$$

دانشکده برق و کامپیوتر

تقسیم ولتاژ و جریان
اتصال موازی

The dual[2] of voltage division is current division. We are now given a total current supplied to several parallel resistors, as shown in the circuit of Fig. 3.37.

The current flowing through R_2 is

$$i_2 = \frac{v}{R_2} = \frac{i(R_1 \| R_2)}{R_2} = \frac{i}{R_2}\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

or

$$\boxed{i_2 = i\frac{R_1}{R_1 + R_2}} \qquad [12]$$

and, similarly,

$$\boxed{i_1 = i\frac{R_2}{R_1 + R_2}} \qquad [13]$$

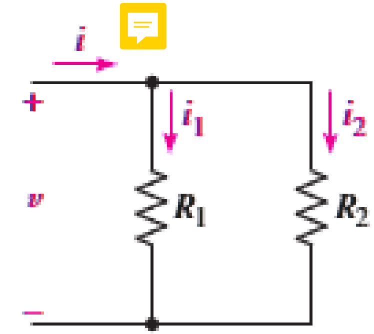


FIGURE 3.37 An illustration of current division.

Nature has not smiled on us here, for these last two equations have a factor which differs subtly from the factor used with voltage division, and some effort is going to be needed to avoid errors. Many students look on the expression for voltage division as "obvious" and that for current division as being "different." It helps to realize that the larger of two parallel resistors always carries the smaller current.

For a parallel combination of N resistors, the current through resistor R_k is

$$\boxed{i_k = i\frac{\frac{1}{R_k}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots + \frac{1}{R_N}}} \qquad [14]$$

دانشکده برق و کامپیوتر

تقسیم ولتاژ و جریان

اتصال موازی: مثال

3.16 In the circuit of Fig. 3.39, use resistance combination methods and current division to find i_1, i_2, and v_3.

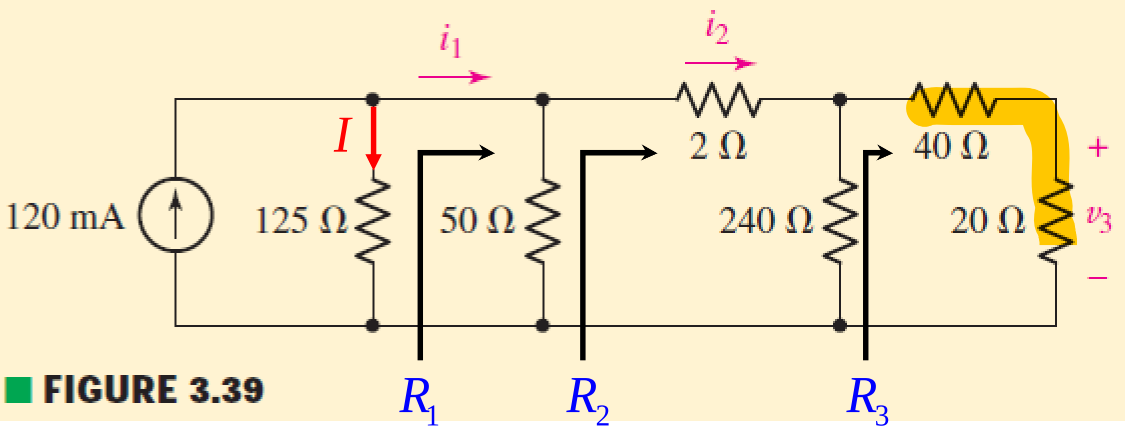


FIGURE 3.39

$$R_1 = \left(60 \| 240 + 2\right) \| 50 = 25\Omega, i_1 = 120 \times \frac{125}{125+25} = 100mA$$

$$R_2 = \left(60 \| 240 + 2\right) = 50\Omega, i_2 = i_1 \times \frac{50}{50+50} = 50mA$$

$$R_3 = 60\Omega, v_3 = 20\left(i_2 \times \frac{240}{240+60}\right) = 800mv = 0.8v$$

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز **گره** و **مش**

روش تحلیل **گره**

We begin our study of general methods for methodical circuit analysis by considering a powerful method based on KCL, namely ***nodal analysis***. In Chap. 3 we considered the analysis of a simple circuit containing only two nodes. We found that the major step of the analysis was obtaining a single equation in terms of a single unknown quantity—the voltage between the pair of nodes.

We will now let the number of nodes increase and correspondingly provide one additional unknown quantity and one additional equation for each added node. Thus, a three-node circuit should have two unknown voltages and two equations; a 10-node circuit will have nine unknown voltages and nine equations; an N-node circuit will need $(N - 1)$ voltages and $(N - 1)$ equations. Each equation is a simple KCL equation.

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

روش تحلیل گره: مثال

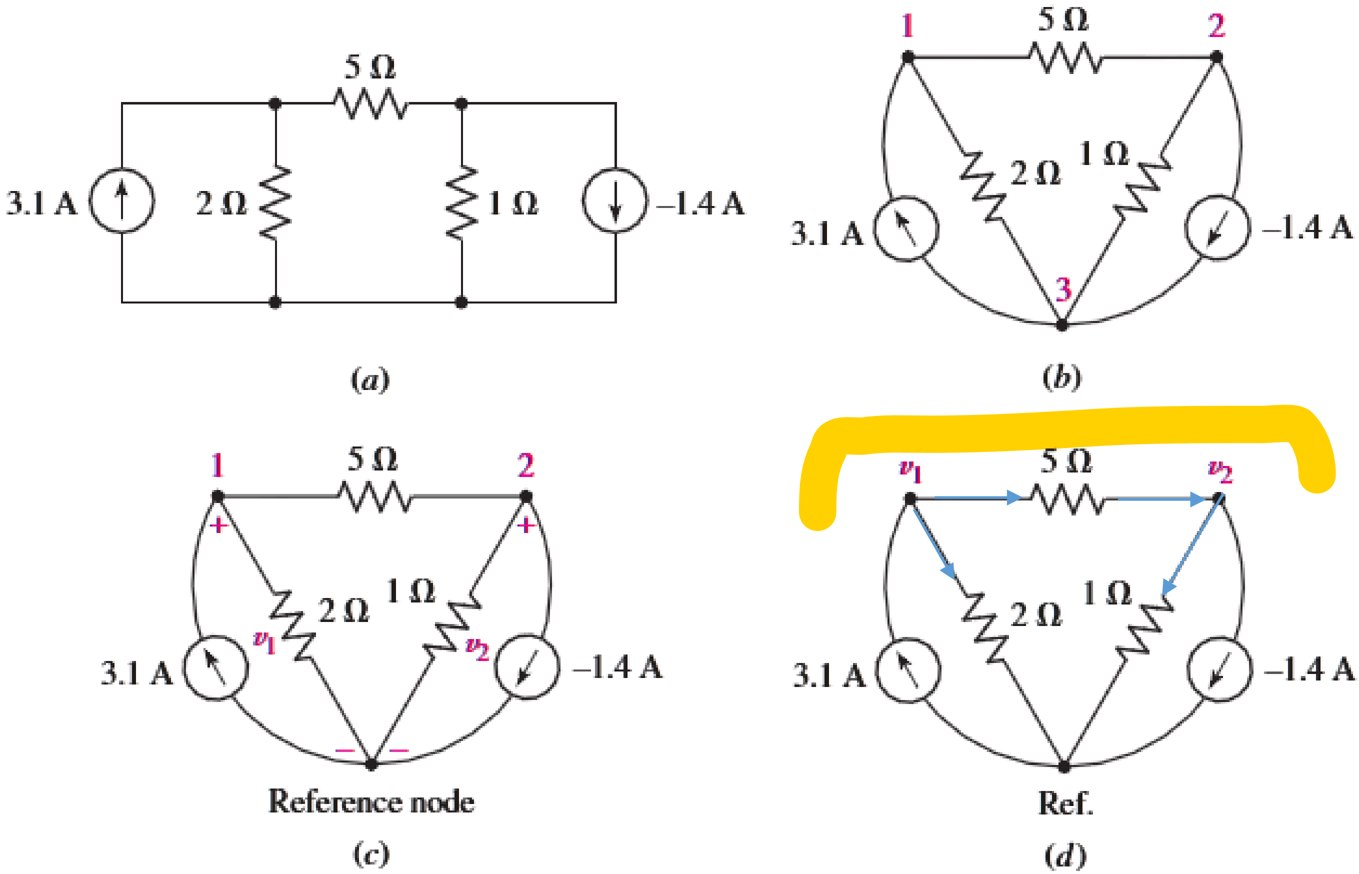


FIGURE 4.1 (*a*) A simple three-node circuit. (*b*) Circuit redrawn to emphasize nodes. (*c*) Reference node selected and voltages assigned. (*d*) Shorthand voltage references. If desired, an appropriate ground symbol may be substituted for "Ref."

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
روش تحلیل گره: ادامه مثال

We now apply KCL to nodes 1 and 2. We do this by equating the total current leaving the node through the several resistors to the total source current entering the node. Thus,

$$\frac{v_1}{2} + \frac{v_1 - v_2}{5} = 3.1 \qquad [1]$$

or

$$0.7v_1 - 0.2v_2 = 3.1 \qquad [2]$$

At node 2 we obtain

$$\frac{v_2}{1} + \frac{v_2 - v_1}{5} = -(-1.4) \qquad [3]$$

or

$$-0.2v_1 + 1.2v_2 = 1.4 \qquad [4]$$

Equations [2] and [4] are the desired two equations in two unknowns, and they may be solved easily. The results are $v_1 = 5$ V and $v_2 = 2$ V.

From this, it is straightforward to determine the voltage across the 5 Ω resistor: $v_{5\Omega} = v_1 - v_2 = 3$ V. The currents and absorbed powers may also be computed in one step.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

روش تحلیل گره: مثال

Determine the current flowing left to right through the 15 Ω resistor of Fig. 4.2*a*.

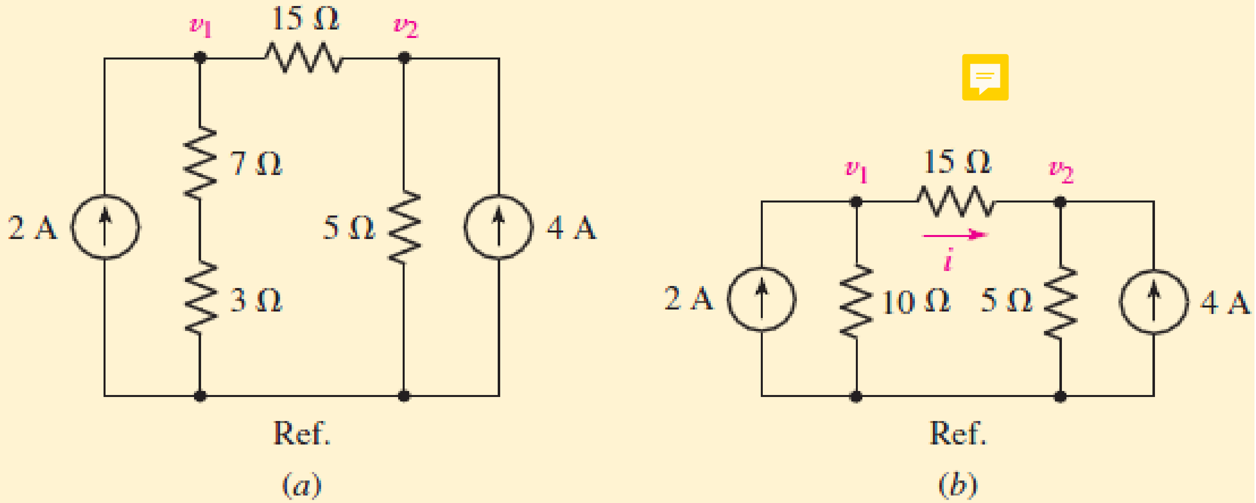
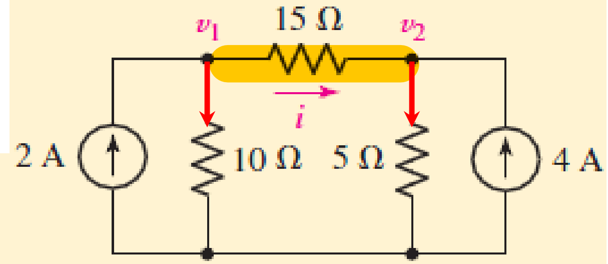


FIGURE 4.2 (*a*) A four-node circuit containing two independent current sources. (*b*) The two resistors in series are replaced with a single 10 Ω resistor, reducing the circuit to three nodes.

Nodal analysis will directly yield numerical values for the nodal voltages v_1 and v_2, and the desired current is given by $i = (v_1 - v_2)/15$.

Before launching into nodal analysis, however, we first note that no details regarding either the 7 Ω resistor or the 3 Ω resistor are of interest. Thus, we may replace their series combination with a 10 Ω resistor as in Fig. 4.2*b*. The result is a reduction in the number of equations to solve.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
روش تحلیل گره: ادامه مثال



Writing an appropriate KCL equation for node 1,

$$2 = \frac{v_1}{10} + \frac{v_1 - v_2}{15} \qquad [5]$$

and for node 2,

$$4 = \frac{v_2}{5} + \frac{v_2 - v_1}{15} \qquad [6]$$

Rearranging, we obtain

$$5v_1 - 2v_2 = 60$$

and

$$-v_1 + 4v_2 = 60$$

Solving, we find that $v_1 = 20$ V and $v_2 = 20$ V so that $v_1 - v_2 = 0$. In other words, ***zero current*** is flowing through the 15 Ω resistor in this circuit!

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

روش تحلیل گره: مثال

For the circuit in Fig. 3.70, find v_1 and v_2 using nodal analysis.

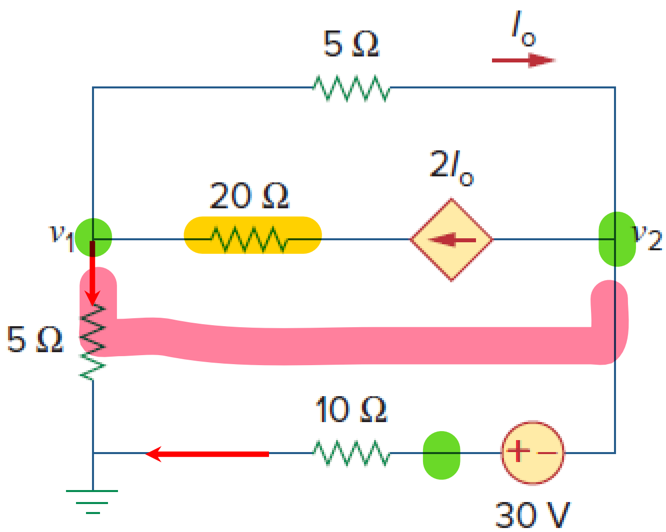


Figure 3.70

$$I_o = \frac{V_1 - V_2}{5}$$

$$KCL\ V_1 : 2I_o = I_o + \frac{V_1}{5} \to \frac{V_1 - V_2}{5} = \frac{V_1}{5}$$

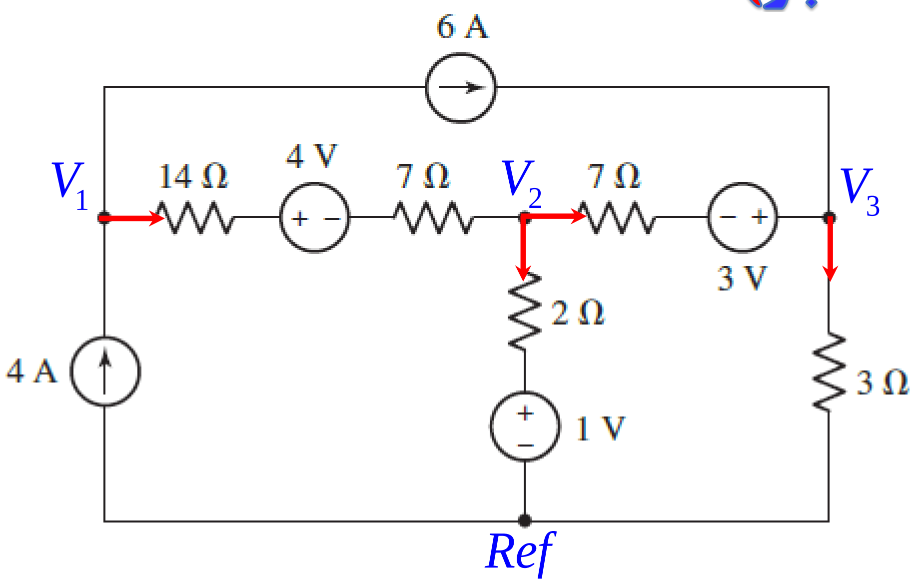
$$KCL\ V_2 : I_o = 2I_o + \frac{V_2 + 30}{10} \to \frac{V_2 - V_1}{5} = \frac{V_2 + 30}{10}$$

$$V_2 = 0v$$

$$-2V_1 = 30 \to V_1 = -15v$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

روش تحلیل گره: تمرین (به عهده دانشجو)



روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
روش تحلیل گره: مثال

Determine the nodal voltages for the circuit of Fig. 4.4*a*, as referenced to the bottom node.

Identify the goal of the problem.
There are four nodes in this circuit. With the bottom node as our reference, we label the other three nodes as shown in Fig. 4.4*b*. The circuit has been redrawn for clarity, taking care to identify the two relevant nodes for the 4 Ω resistor.

Collect the known information.
We have three unknown voltages, v_1, v_2, and v_3. All current sources and resistors have designated values, which are marked on the schematic.

Devise a plan.
This problem is well suited to nodal analysis, as three independent KCL equations may be written in terms of the current sources and the current through each resistor.

Construct an appropriate set of equations.
We begin by writing a KCL equation for node 1:

$$-8-3=\frac{v_1-v_2}{3}+\frac{v_1-v_3}{4}$$

or

$$0.5833v_1-0.3333v_2-0.25v_3=-11 \qquad [7]$$

At node 2:

$$-(-3)=\frac{v_2-v_1}{3}+\frac{v_2}{1}+\frac{v_2-v_3}{7}$$

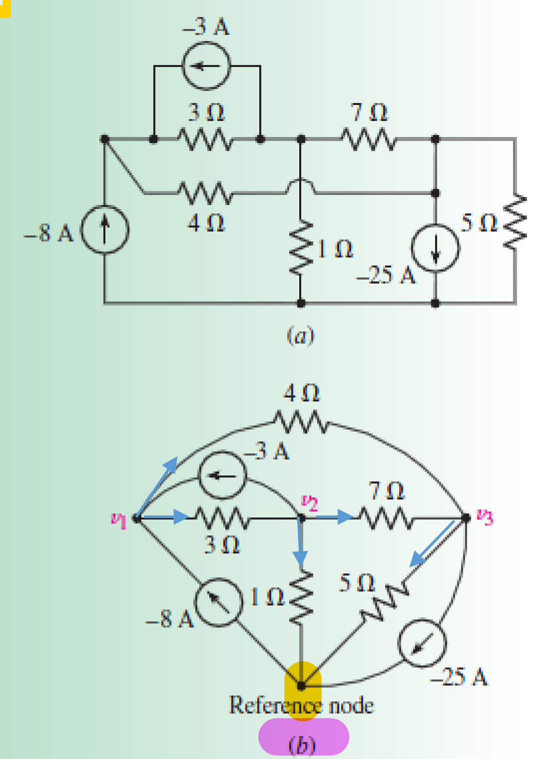


FIGURE 4.4 (*a*) A four-node circuit. (*b*) Redrawn circuit with reference node chosen and voltages labeled.

(*Continued on next page*)

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش
روش تحلیل گره: ادامه مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

or

$$-0.3333v_1 + 1.4762v_2 - 0.1429v_3 = 3 \qquad [8]$$

And, at node 3:

$$-(-25) = \frac{v_3}{5} + \frac{v_3 - v_2}{7} + \frac{v_3 - v_1}{4}$$

or, more simply,

$$-0.25v_1 - 0.1429v_2 + 0.5929v_3 = 25 \qquad [9]$$

Determine if additional information is required.

We have three equations in three unknowns. Provided that they are independent, this is sufficient to determine the three voltages.

Attempt a solution.

Equations [7] through [9] can be solved using a scientific calculator (Appendix 5), software packages such as MATLAB, or more traditional "plug-and-chug" techniques such as elimination of variables, matrix methods, or Cramer's rule. Using the latter method, described in Appendix 2, we have

$$v_1 = \frac{\begin{vmatrix} -11 & -0.3333 & -0.2500 \\ 3 & 1.4762 & -0.1429 \\ 25 & -0.1429 & 0.5929 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -0.2500 \\ -0.3333 & 1.4762 & -0.1429 \\ -0.2500 & -0.1429 & 0.5929 \end{vmatrix}} = \frac{1.714}{0.3167} = 5.412 \text{ V}$$

Similarly,

$$v_2 = \frac{\begin{vmatrix} 0.5833 & -11 & -0.2500 \\ -0.3333 & 3 & -0.1429 \\ -0.2500 & 25 & 0.5929 \end{vmatrix}}{0.3167} = \frac{2.450}{0.3167} = 7.736 \text{ V}$$

and

$$v_3 = \frac{\begin{vmatrix} 0.5833 & -0.3333 & -11 \\ -0.3333 & 1.4762 & 3 \\ -0.2500 & -0.1429 & 25 \end{vmatrix}}{0.3167} = \frac{14.67}{0.3167} = 46.32 \text{ V}$$

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
خلاصه تحلیل گره

Summary of Basic Nodal Analysis Procedure

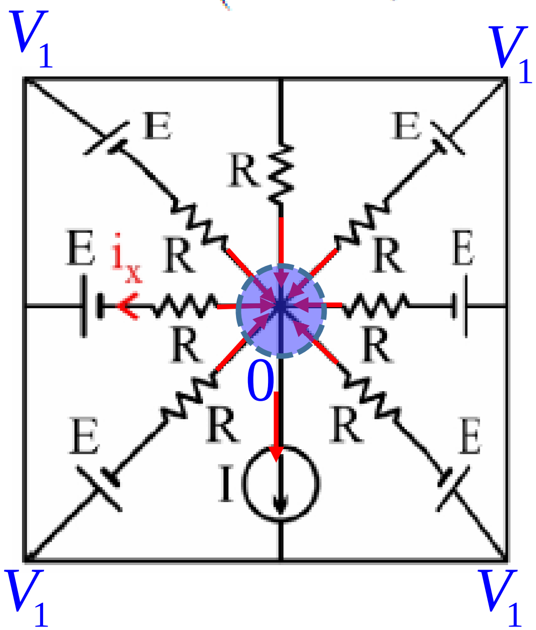
1. **Count the number of nodes (*N*).**
2. **Designate a reference node.** The number of terms in your nodal equations can be minimized by selecting the node with the greatest number of branches connected to it.
3. **Label the nodal voltages** (there are $N - 1$ of them).
4. **Write a KCL equation for each of the nonreference nodes.** Sum the currents flowing *into* a node from sources on one side of the equation. On the other side, sum the currents flowing *out of* the node through resistors. Pay close attention to "−" signs.
5. **Express any additional unknowns such as currents or voltages other than nodal voltages in terms of appropriate nodal voltages.** This situation can occur if voltage sources or dependent sources appear in our circuit.
6. **Organize the equations.** Group terms according to nodal voltages.
7. **Solve the system of equations for the nodal voltages** (there will be $N - 1$ of them).

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

روش تحلیل گره: تمرین (به عهده دانشجو)

مقدار جریان ix در مدار شکل زیر را بدست آورید؟

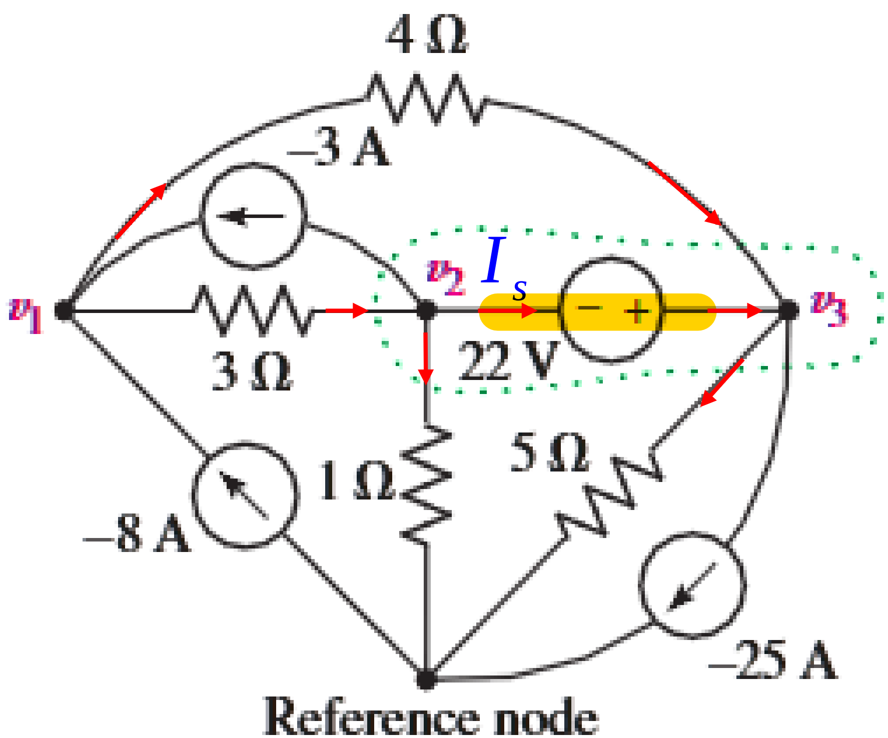
$$\left(I = 2\,A\ ,\ R = 7\,\Omega\ ,\ E = 14\,V\right)$$



روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

ابر گره: مثال

Determine the value of the unknown node voltage v_1 in the circuit of Fig. 4.9*a*.



(*a*)

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

ابر گره: ادامه مثال

The KCL equation at node 1 is unchanged from Example 4.2:

$$-8-3=\frac{v_1-v_2}{3}+\frac{v_1-v_3}{4}$$

or

$$0.5833v_1-0.3333v_2-0.2500v_3=-11 \qquad [17]$$

کات ست دربرگیرنده گره های ۲ و ۳

$$\begin{cases}\dfrac{v_1-v_2}{3}=-3+v_2+I_s\\[2ex] I_s+\dfrac{v_1-v_3}{4}=\dfrac{v_3}{5}-25\end{cases}\rightarrow \boxed{\frac{v_1-v_2}{3}=-3+v_2+\frac{v_3}{5}-25+\frac{v_3-v_1}{4}}$$

$$28=\frac{v_2-v_1}{3}+\frac{v_3-v_1}{4}+v_2+\frac{v_3}{5}$$

Since we have three unknowns, we need one additional equation, and it must utilize the fact that there is a 22 V voltage source between nodes 2 and 3:

$$v_2-v_3=-22 \qquad [19]$$

Solving Eqs. [17] to [19], the solution for v_1 is 1.071 V.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

خلاصه تحلیل ابر گره

دانشکده برق و کامپیوتر

1. **Count the number of nodes (N).**
2. **Designate a reference node.** The number of terms in your nodal equations can be minimized by selecting the node with the greatest number of branches connected to it.
3. **Label the nodal voltages** (there are $N - 1$ of them).
4. **If the circuit contains voltage sources, form a supernode about each one.** This is done by enclosing the source, its two terminals, and any other elements connected between the two terminals within a broken-line enclosure.

کات ست

5. **Write a KCL equation for each nonreference node and for each supernode *that does not contain the reference node*.** Sum the currents flowing *into* a node/supernode from current sources on one side of the equation. On the other side, sum the currents flowing *out* of the node/supernode through resistors. Pay close attention to "−" signs.
6. **Relate the voltage across each voltage source to nodal voltages.** This is accomplished by simple application of KVL; one such equation is needed for each supernode defined.
7. **Express any additional unknowns (i.e., currents or voltages other than nodal voltages) in terms of appropriate nodal voltages.** This situation can occur if dependent sources appear in our circuit.
8. **Organize the equations.** Group terms according to nodal voltages.
9. **Solve the system of equations for the nodal voltages** (there will be $N - 1$ of them).

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل گره: مثال

Determine the node-to-reference voltages in the circuit of Fig. 4.11.

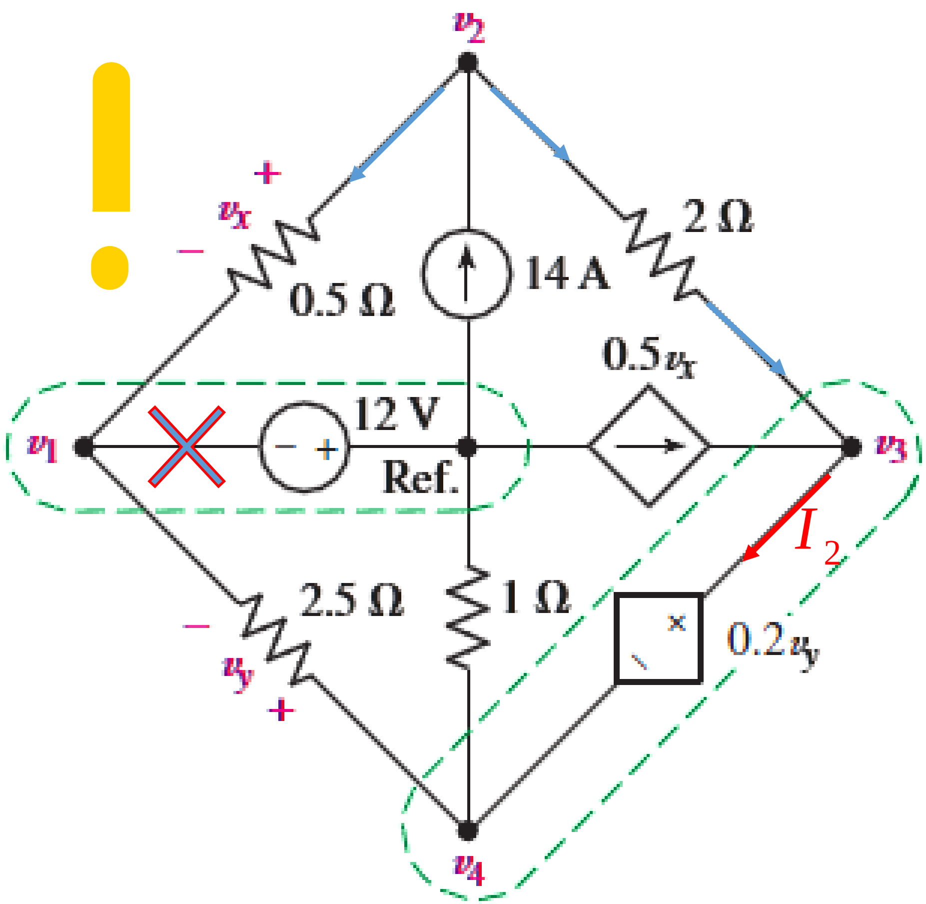


FIGURE 4.11 A five-node circuit with four different types of sources.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل گره: مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

After establishing a supernode about each *voltage* source, we see that we need to write KCL equations only at node 2 and at the supernode containing the dependent voltage source. By inspection, it is clear that $v_1 = -12$ V.

At node 2,

$$\frac{v_2 - v_1}{0.5} + \frac{v_2 - v_3}{2} = 14 \qquad [20]$$

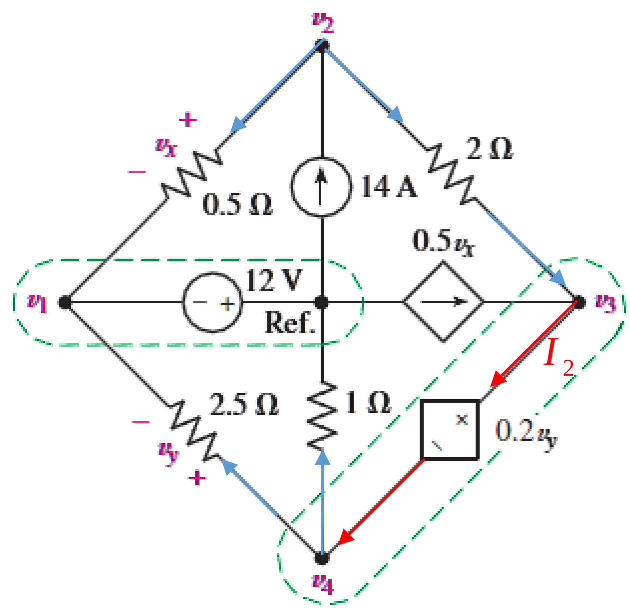


FIGURE 4.11 A five-node circuit with four different types of sources.

$$\frac{v_2 - v_3}{2} + 0.5v_x = I_2, I_2 = \frac{v_4}{1} + \frac{v_4 - v_1}{2.5}$$

$$\xrightarrow{v_x = v_2 - v_1} \boxed{\frac{v_2 - v_3}{2} + 0.5\left(v_2 - v_1\right) = \frac{v_4}{1} + \frac{v_4 - v_1}{2.5}}$$

کات ست دربرگیرنده گره های ۳ و ۴

$$v_3 - v_4 = 0.2v_y \xrightarrow{v_y = v_4 - v_1} v_3 - v_4 = 0.2\left(v_4 - v_1\right)$$

$$v_y = v_4 - v_1$$

$$v_x = v_2 - v_1$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
تحلیل گره: ادامه مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

Five nodes requires *four* KCL equations in general nodal analysis, but we have reduced this requirement to *only two*, as we formed two separate supernodes. Each supernode required a KVL equation (Eq. [22] and $v_1 = -12$, the latter written by inspection). Neither dependent source was controlled by a nodal voltage, so two additional equations were needed as a result.

With this done, we can now eliminate v_x and v_y to obtain a set of four equations in the four node voltages:

$$\begin{aligned}
-2v_1 + 2.5v_2 - 0.5v_3 \qquad\qquad &= \;\; 14 \\
0.1v_1 - \quad v_2 + 0.5v_3 + 1.4v_4 &= \;\;\; 0 \\
v_1 \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad &= -12 \\
0.2v_1 \qquad\quad + \quad v_3 - 1.2v_4 &= \;\;\; 0
\end{aligned}$$

Solving, $v_1 = -12$ V, $v_2 = -4$ V, $v_3 = 0$ V, and $v_4 = -2$ V.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل گره: تمرین (به عهده دانشجو)

PRACTICE

4.5 Determine the nodal voltages in the circuit of Fig. 4.12.

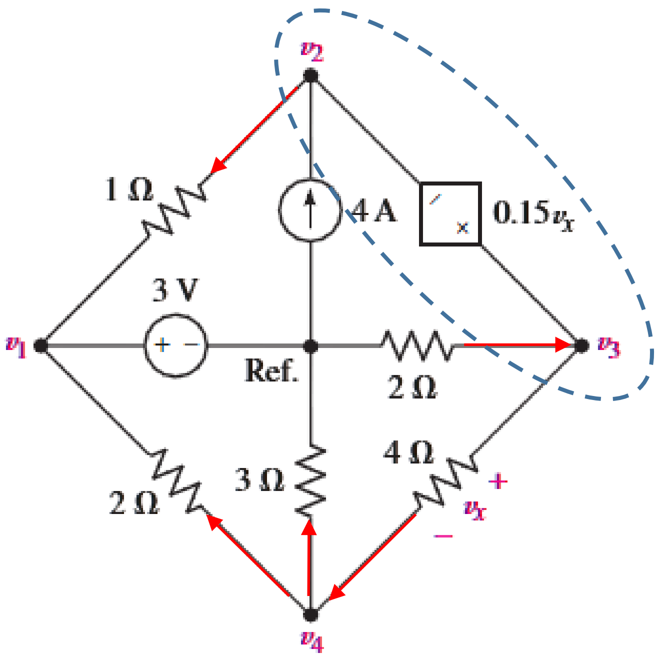


FIGURE 4.12

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش

تکنیک تحلیل گرهی مورد بحث در بخش قبل کاملاً کلی و به هر شبکه الکتریکی قابل اعمال است. روشی دیگر که گاهی اعمال آن به بعضی مدارها ساده‌تر است، تحلیل **مش یا تک‌حلقه‌ای** می‌باشد. حتی اگر این تکنیک به هر مداری قابل اعمال نباشد، اکثر مدارهای موردنظر ما با این روش حل می‌شوند. تحلیل مش تنها به آن دسته از مدارها که به‌صورت مسطح هستند قابل اعمال است، و لذا به تعریف این کلمه می‌پردازیم.

می‌توان نمودار یک مدار را در صفحه‌ای مسطح چنان رسم کرد که هیچ انشعابی از بالا و یا از زیر انشعابی دیگر نگذرد. آنگاه این مدار را مسطح یا صفحه‌ای می‌نامیم. بنابراین شکل ۴ـ۱۳ (الف) مدار مسطح، شکل ۴ـ۱۳ (ب) یک مدار غیرمسطح و شکل ۴ـ۱۳ (ج) هم یک مدار مسطح است، هرچند که این مدار در نگاه اول غیر مسطح به نظر می‌رسد.

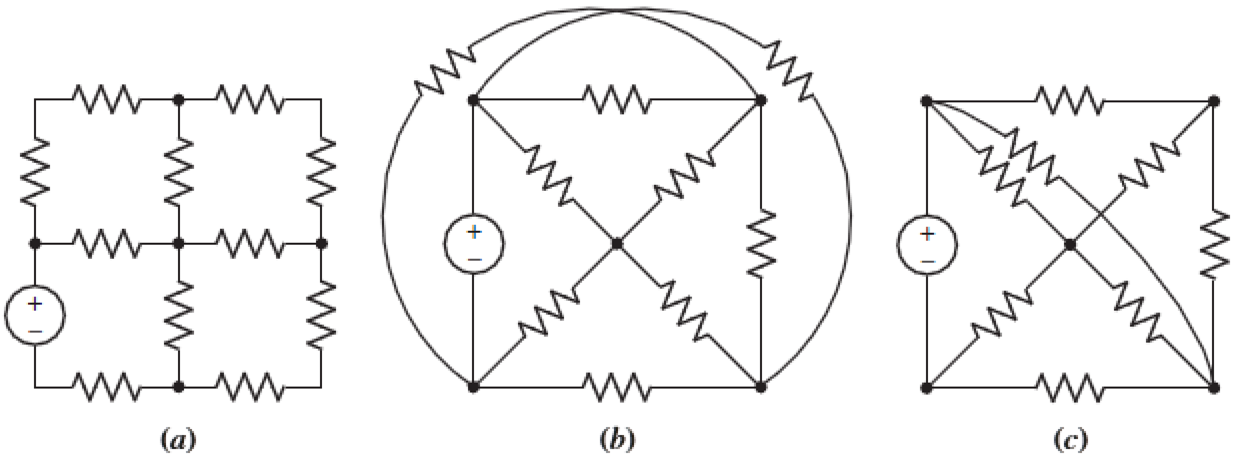


FIGURE 4.13 Examples of planar and nonplanar networks; crossed wires without a solid dot are not in physical contact with each other.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: تفاوت مش با حلقه

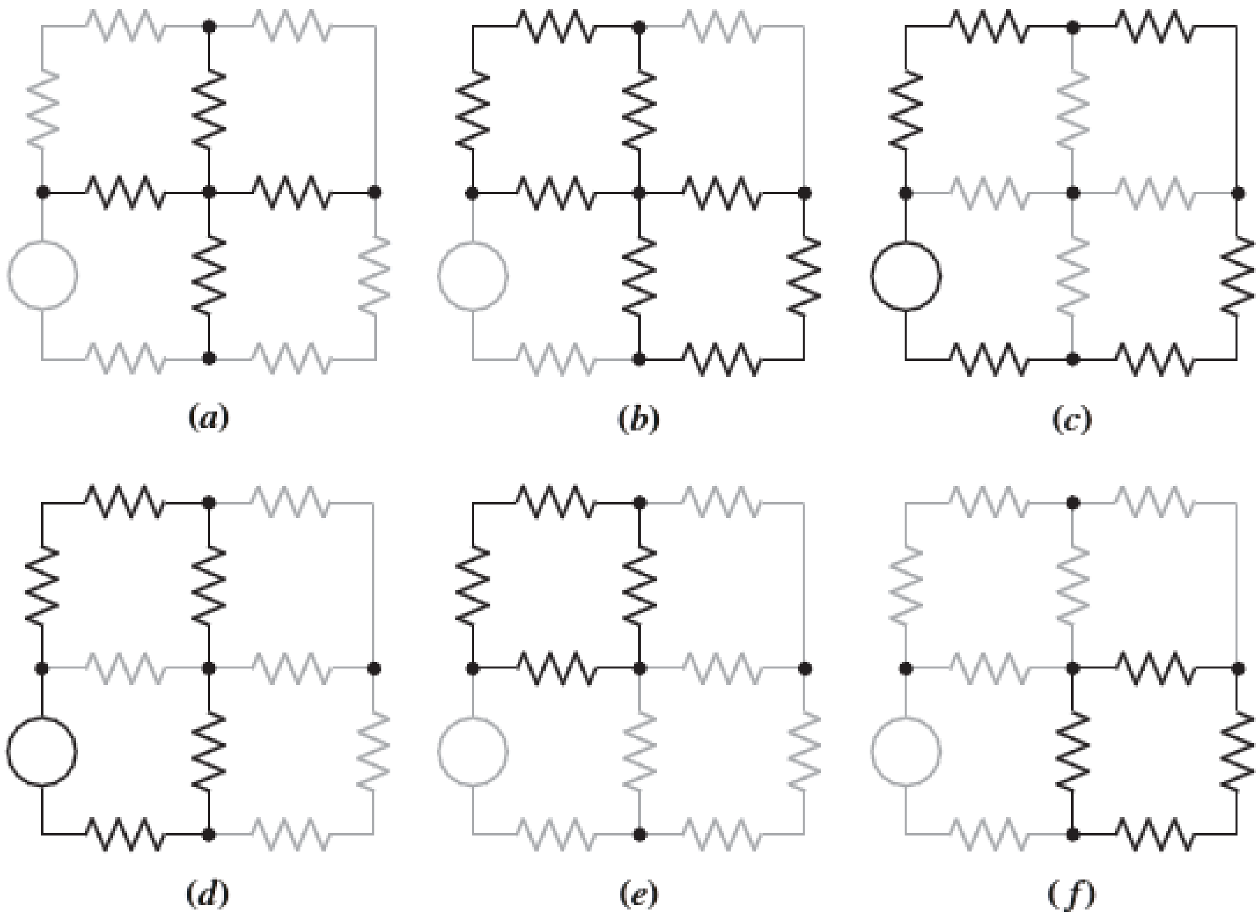


FIGURE 4.14 (*a*) The set of branches identified by the heavy lines is neither a path nor a loop. (*b*) The set of branches here is not a path, since it can be traversed only by passing through the central node twice. (*c*) This path is a loop but not a mesh, since it encloses other loops. (*d*) This path is also a loop but not a mesh. (*e*, *f*) Each of these paths is both a loop and a mesh.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: مثال

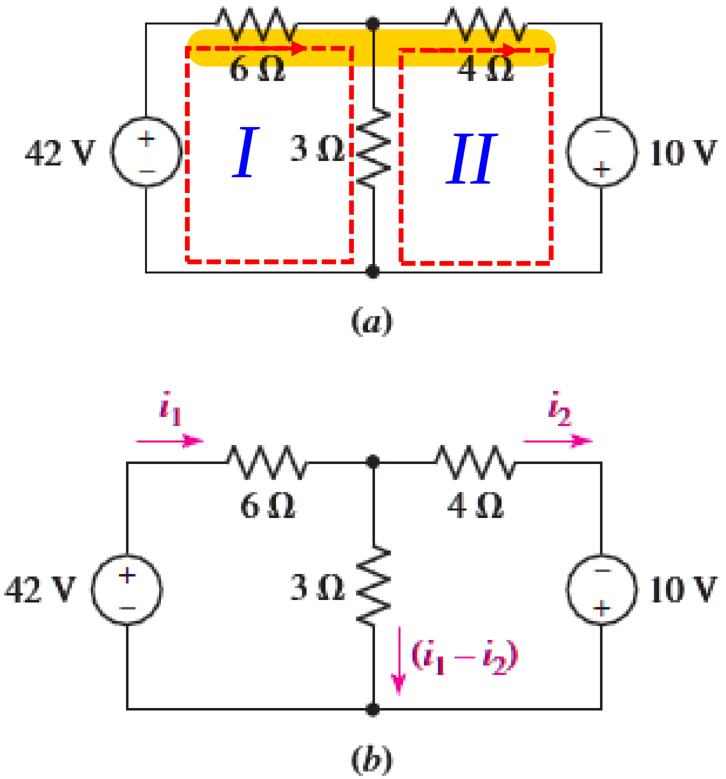


FIGURE 4.15 (*a*, *b*) A simple circuit for which currents are required.

Following the method of solution for the single-loop circuit, we now apply KVL to the left-hand mesh,

$$-42 + 6i_1 + 3(i_1 - i_2) = 0$$

or

$$9i_1 - 3i_2 = 42 \qquad [25]$$

Applying KVL to the right-hand mesh,

$$-3(i_1 - i_2) + 4i_2 - 10 = 0$$

or

$$-3i_1 + 7i_2 = 10 \qquad [26]$$

Equations [25] and [26] are independent equations; one cannot be derived from the other. With two equations and two unknowns, the solution is easily obtained:

$$i_1 = 6 \text{ A} \qquad i_2 = 4 \text{ A} \qquad \text{and} \qquad (i_1 - i_2) = 2 \text{ A}$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

EXAMPLE 4.8

Use mesh analysis to determine the three mesh currents in the circuit of Fig. 4.19.

The three required mesh currents are assigned as indicated in Fig. 4.19, and we methodically apply KVL about each mesh:

$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 6 + 2(i_1 - i_3) = 0$$

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

$$2(i_3 - i_1) - 6 + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0$$

Simplifying,

$$3i_1 - i_2 - 2i_3 = 1$$

$$-i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0$$

$$-2i_1 - 3i_2 + 6i_3 = 6$$

and solving, we obtain $i_1 = 3$ A, $i_2 = 2$ A, and $i_3 = 3$ A.

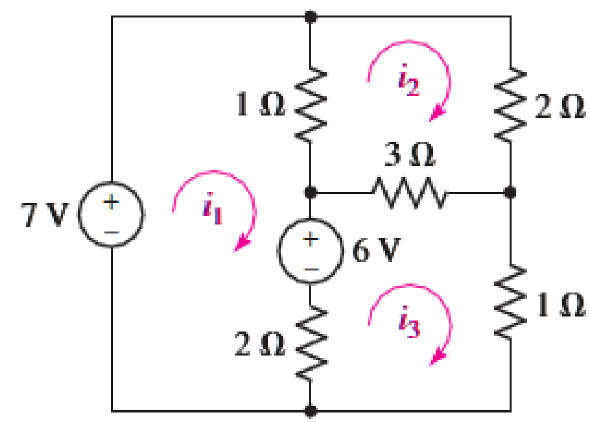


FIGURE 4.19 A five-node, seven-branch, three-mesh circuit.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: تمرین (به عهده دانشجو)

Employ mesh analysis to obtain values for i_x and v_a in the circuit of Fig. 4.66.

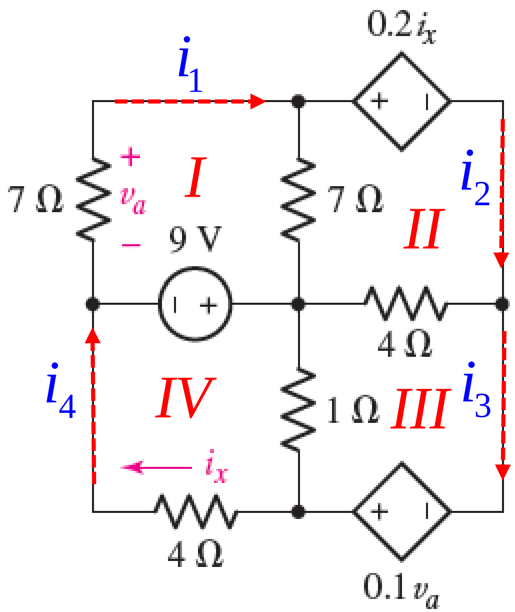


FIGURE 4.66

$$v_a = -7i_1, i_x = i_4$$

$$\begin{cases} KVL\ I: 7i_1 + 7(i_1 - i_2) + 9 = 0 \\ KVL\ II: 0.2i_4 + 4(i_2 - i_3) + 7(i_2 - i_1) = 0 \\ KVL\ III: 4(i_3 - i_2) - 0.1(-7i_1) + 1(i_3 - i_4) = 0 \\ KVL\ IV: -9 + 1(i_4 - i_3) + 4i_4 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 14i_1 - 7i_2 = -9 \\ -7i_1 + 11i_2 - 4i_3 + 0.2i_4 = 0 \\ 0.7i_1 - 4i_2 + 5i_3 - i_4 = 0 \\ -i_3 + 5i_4 = 9 \end{cases}$$

MATLAB (Command Window)

$$i_1 = -1.10A, i_2 = -0.91A$$

$$i_3 = -0.60A, i_4 = -0.12A$$

$$v_a = 7.70v, i_x = -0.12A$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
تحلیل مش: خلاصه

دانشکده برق و کامپیوتر

Summary of Basic Mesh Analysis Procedure

1. **Determine if the circuit is a planar circuit.** If not, perform nodal analysis instead.
2. **Count the number of meshes (M).** Redraw the circuit if necessary.
3. **Label each of the M mesh currents.** Generally, defining all mesh currents to flow clockwise results in a simpler analysis.
4. **Write a KVL equation around each mesh.** Begin with a convenient node and proceed in the direction of the mesh current. Pay close attention to "–" signs. If a current source lies on the periphery of a mesh, no KVL equation is needed and the mesh current is determined by inspection.
5. **Express any additional unknowns such as voltages or currents other than mesh currents in terms of appropriate mesh currents.** This situation can occur if current sources or dependent sources appear in our circuit.
6. **Organize the equations.** Group terms according to mesh currents.
7. **Solve the system of equations for the mesh currents** (there will be M of them).

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: ابر مش: مثال

Determine the three mesh currents in Fig. 4.24*a*.

We note that a 7 A independent current source is in the common boundary of two meshes, which leads us to create a supermesh whose interior

is that of meshes 1 and 3 as shown in Fig. 4.24*b*. Applying KVL about this loop,

$$-7 + 1(i_1 - i_2) + 3(i_3 - i_2) + 1i_3 = 0$$

or

$$i_1 - 4i_2 + 4i_3 = 7 \qquad [32]$$

and around mesh 2,

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

or

$$-i_1 + 6i_2 - 3i_3 = 0 \qquad [33]$$

Finally, the independent source current is related to the mesh currents,

$$i_1 - i_3 = 7 \qquad [34]$$

Solving Eqs. [32] through [34], we find $i_1 = 9$ A, $i_2 = 2.5$ A, and $i_3 = 2$ A.

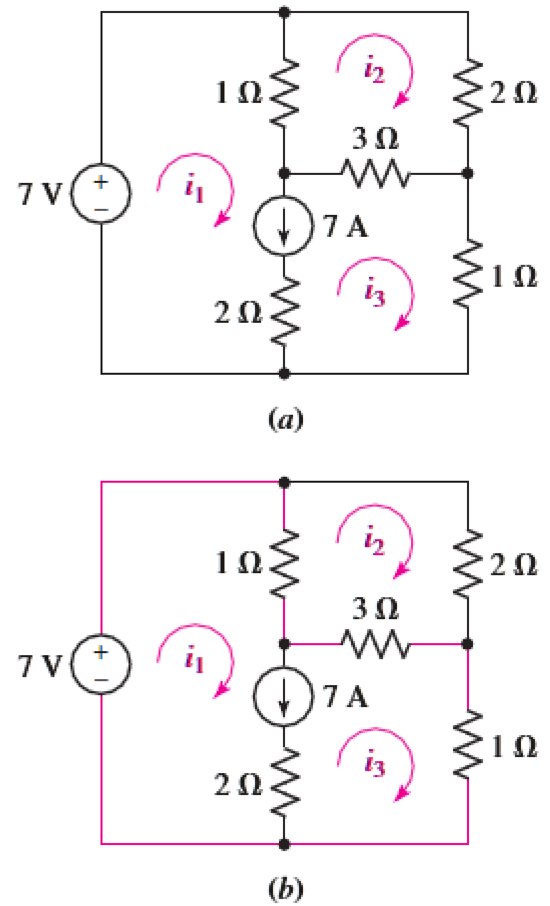


FIGURE 4.24 (*a*) A three-mesh circuit with an independent current source. (*b*) A supermesh is defined by the colored line.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

تحلیل مش: ابر مش: مثال

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده برق و کامپیوتر

Evaluate the three unknown currents in the circuit of Fig. 4.26.

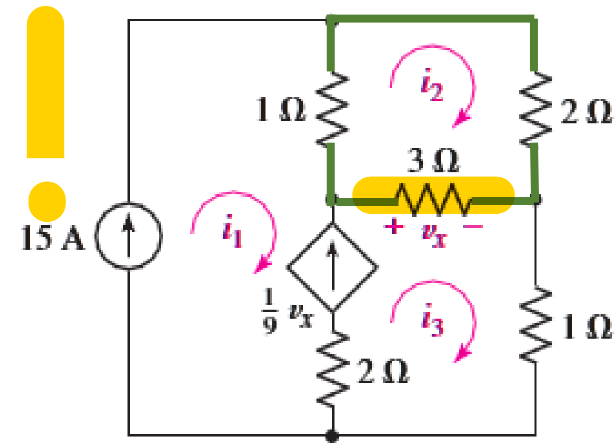


FIGURE 4.26 A three-mesh circuit with one dependent and one independent current source.

The current sources appear in meshes 1 and 3. Since the 15 A source is located on the perimeter of the circuit, we may eliminate mesh 1 from consideration—it is clear that $i_1 = 15$ A.

We find that because we now know one of the two mesh currents relevant to the dependent current source, there is no need to write a supermesh equation about meshes 1 and 3. Instead, we simply relate i_1 and i_3 to the current from the dependent source using KCL:

$$\frac{v_x}{9} = i_3 - i_1 = \frac{3(i_3 - i_2)}{9}$$

which can be written more compactly as

$$-i_1 + \frac{1}{3}i_2 + \frac{2}{3}i_3 = 0 \quad \text{or} \quad \frac{1}{3}i_2 + \frac{2}{3}i_3 = 15 \qquad [35]$$

With one equation in two unknowns, all that remains is to write a KVL equation about mesh 2:

$$1(i_2 - i_1) + 2i_2 + 3(i_2 - i_3) = 0$$

or

$$6i_2 - 3i_3 = 15 \qquad [36]$$

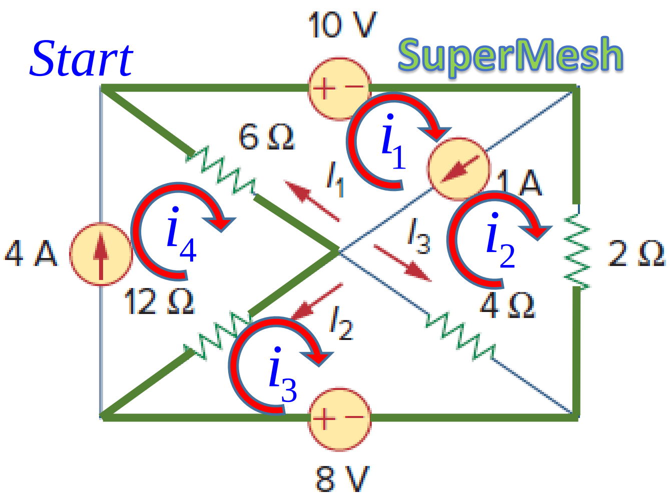
Solving Eqs. [35] and [36], we find that $i_2 = 11$ A and $i_3 = 17$ A; we already determined that $i_1 = 15$ A by inspection.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: ابرمش: مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

In the circuit of Fig. 3.100, solve for I_1, I_2, and I_3.



SuperMesh

$$\begin{cases} KVL\ i_3: 4(i_3-i_2)-8+12(i_3-i_4)=0 \\ KVL: 10+2i_2-8+12(i_3-i_4)+6(i_1-i_4)=0 \\ KCL: i_1-i_2=1A \\ i_4=4A \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4i_2+16i_3-12i_4=8 \\ 6i_1+2i_2+12i_3-18i_4=-2 \\ i_1-i_2=1A \\ i_4=4A \end{cases}$$

MATLAB

(Command Window)

$$i_1=3A, i_2=2A, i_3=4A, i_4=4A$$

$$I_1=i_1-i_4=-1A$$

$$I_2=i_4-i_3=0A$$

$$I_3=i_3-i_2=2A$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

تحلیل مش: ابرمش: تمرین (به عهده دانشجو)

PRACTICE

4.10 Determine v_3 in the circuit of Fig. 4.27.

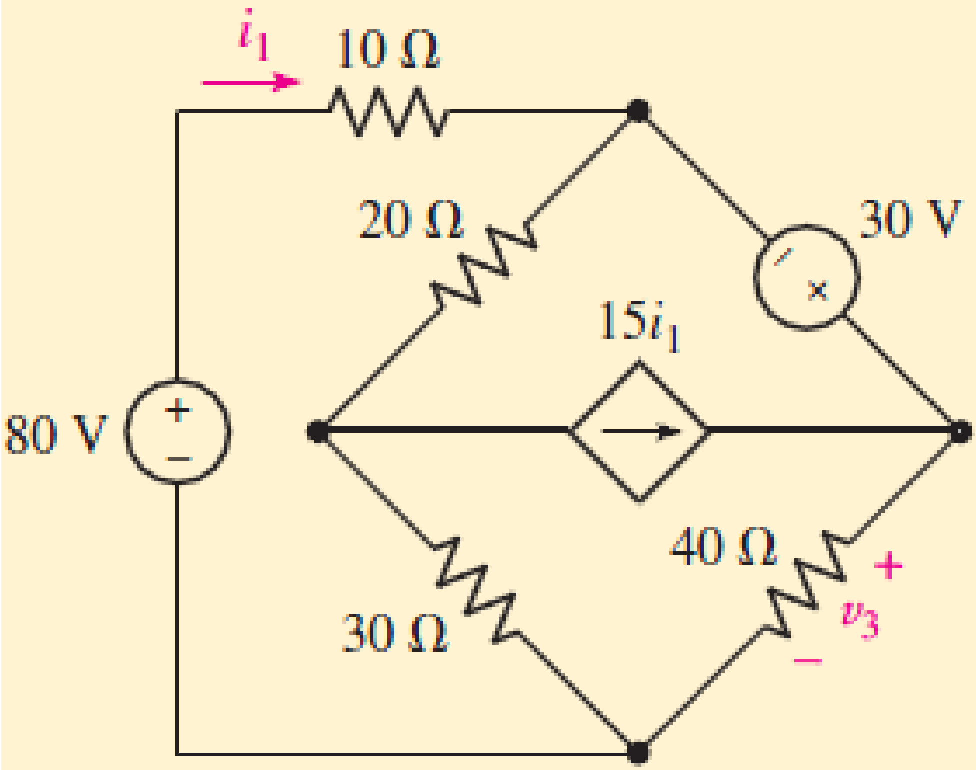


FIGURE 4.27

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

تحلیل مش: ابرمش: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: ابرمش: **ادامه تمرین (به عهده دانشجو)**

تحلیل گره

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

تحلیل مش: ابرمش: خلاصه

Summary of Supermesh Analysis Procedure

1. **Determine if the circuit is a planar circuit.** If not, perform nodal analysis instead.
2. **Count the number of meshes (M).** Redraw the circuit if necessary.
3. **Label each of the M mesh currents.** Generally, defining all mesh currents to flow clockwise results in a simpler analysis.
4. **If the circuit contains current sources shared by two meshes, form a supermesh to enclose both meshes.** A highlighted enclosure helps when writing KVL equations.
5. **Write a KVL equation around each mesh/supermesh.** Begin with a convenient node and proceed in the direction of the mesh current. Pay close attention to "−" signs. If a current source lies on the periphery of a mesh, no KVL equation is needed and the mesh current is determined by inspection.
6. **Relate the current flowing from each current source to mesh currents.** This is accomplished by simple application of KCL; one such equation is needed for each supermesh defined.
7. **Express any additional unknowns such as voltages or currents other than mesh currents in terms of appropriate mesh currents.** This situation can occur if dependent sources appear in our circuit.
8. **Organize the equations.** Group terms according to nodal voltages.
9. **Solve the system of equations for the mesh currents** (there will be M of them).

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟**

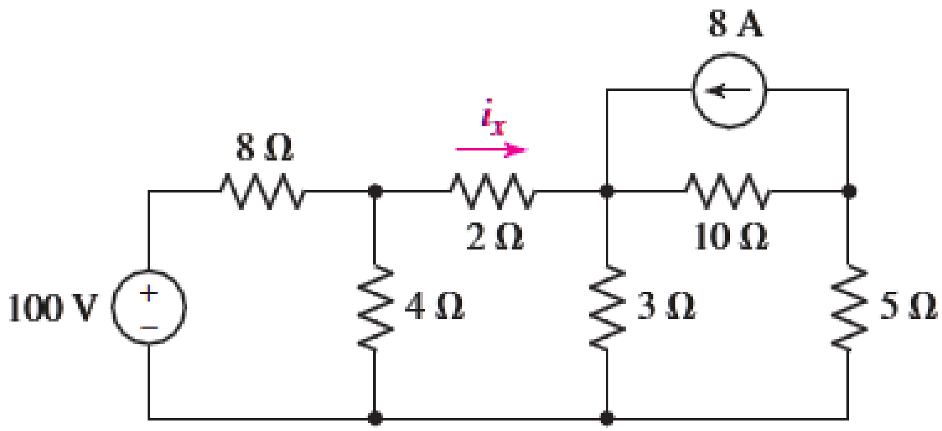


FIGURE 4.28 A planar circuit with five nodes and four meshes.

تحلیل **مش**

تحلیل **گره**

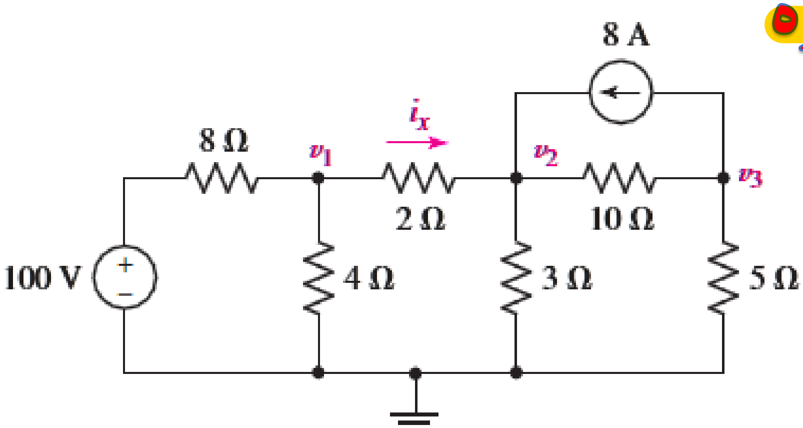


FIGURE 4.29 The circuit of Fig. 4.28 with node voltages labeled. Note that an earth ground symbol was chosen to designate the reference terminal.

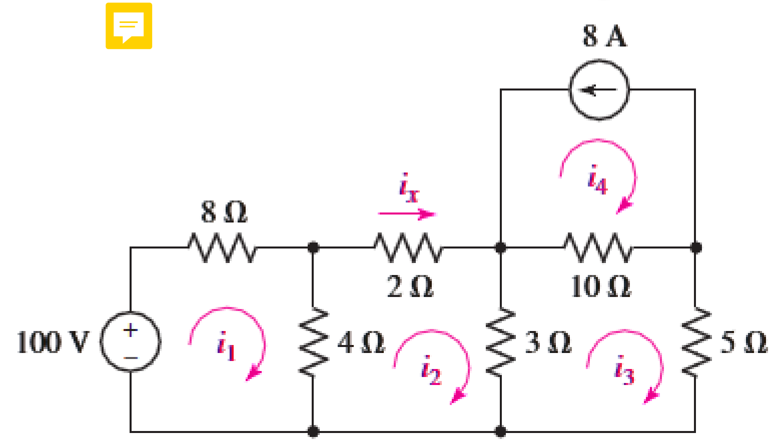
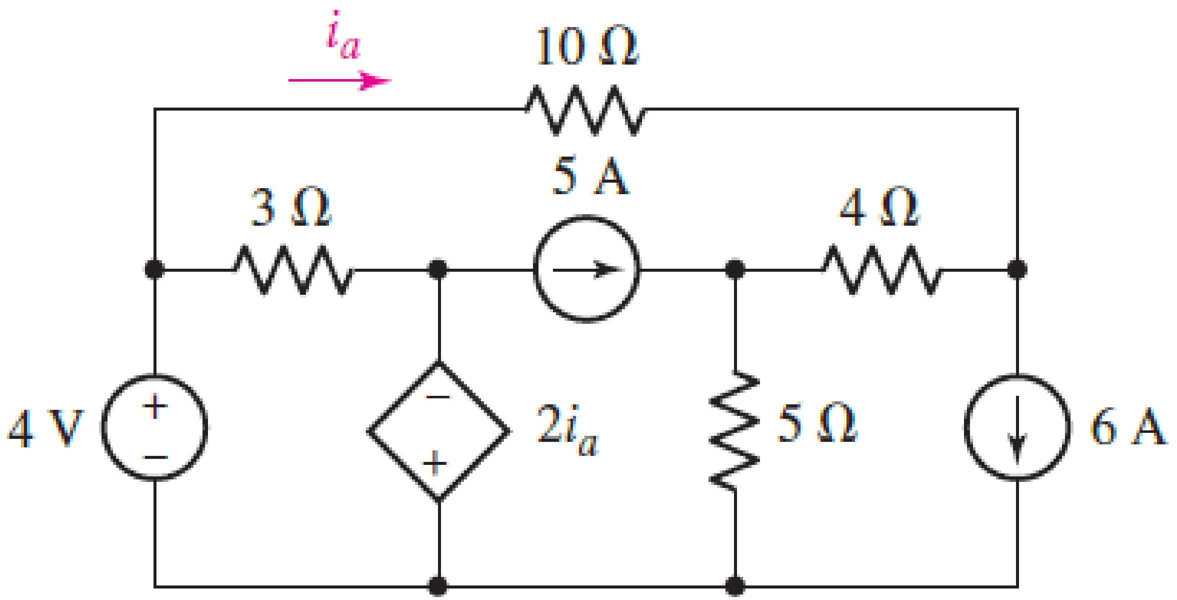


FIGURE 4.30 The circuit of Fig. 4.28 with mesh currents labeled.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

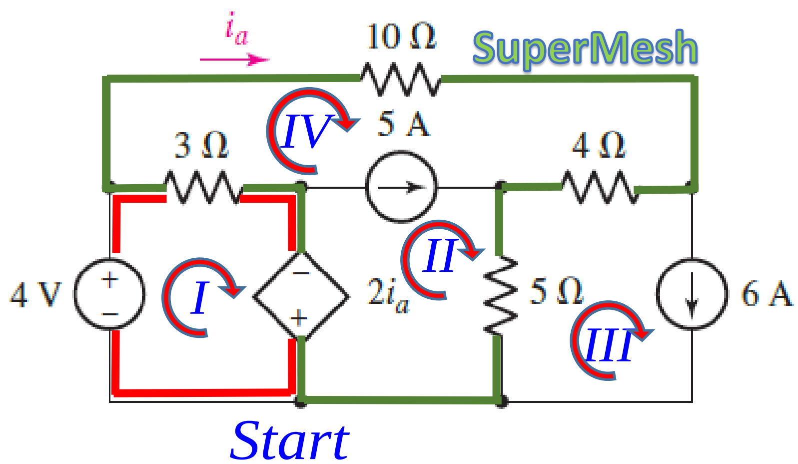
انتخاب نوع تحلیل مناسب: گره یا مش؟: مثال

Determine the power absorbed by the 10 Ω resistor



روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟: ادامه مثال**

دانشکده برق و کامپیوتر



آنالیز گره (تعداد ولتاژهای مجهول): **۳**

آنالیز مش (تعداد جریانهای مجهول): **۳**

تجزیه و تحلیل **مش**

$$i_a = I_4$$

$$KVL\ I: -4 + 3(I_1 - I_4) - 2I_4 = 0$$

SuperMesh $$KVL\ II, IV: 2I_4 + 3(I_4 - I_1) + 10I_4 + 4(I_4 - I_3) + 5(I_2 - I_3) = 0$$

$$I_3 = 6A$$

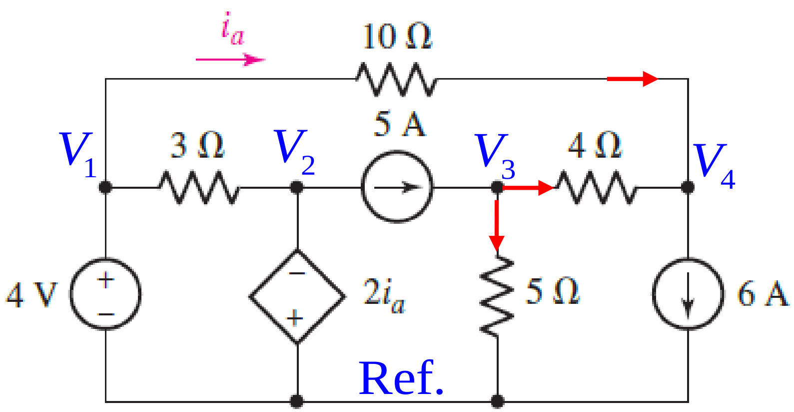
$$I_2 - I_4 = 5A \rightarrow I_2 = I_4 + 5$$

$$\begin{cases} 4 = 3I_1 - 5I_4 \\ 29 = -3I_1 + 24I_4 \end{cases} \rightarrow 33 = 19I_4 \rightarrow i_a = I_4 = 1.736A$$

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟: ادامه مثال**



آنالیز گره (تعداد ولتاژهای مجهول): ۳

آنالیز مش(تعداد جریانهای مجهول): ۳

تجزیه و تحلیل **گره**

$$V_1 = 4v, \boxed{V_2 = -2i_a = -2\left(\frac{V_1 - V_4}{10}\right)}$$

$$KCL\ \ V_3 : 5 = \frac{V_3}{5} + \frac{V_3 - V_4}{4}$$

$$KCL\ \ V_4 : \frac{V_3 - V_4}{4} + \frac{4 - V_4}{10} = 6$$

$$\begin{cases} 100 = 9V_3 - 5V_4 \\ 224 = 10V_3 - 14V_4 \end{cases} \rightarrow V_4 = -13.36v \rightarrow i_a = \frac{V_1 - V_4}{10} = 1.736A$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: گره یا مش؟: تمرین (به عهده دانشجو)

After studying the circuit of Fig. 4.80, determine the total number of simultaneous equations that must be solved to determine voltages v_1 and v_3 using (*a*) nodal analysis; (*b*) mesh analysis.

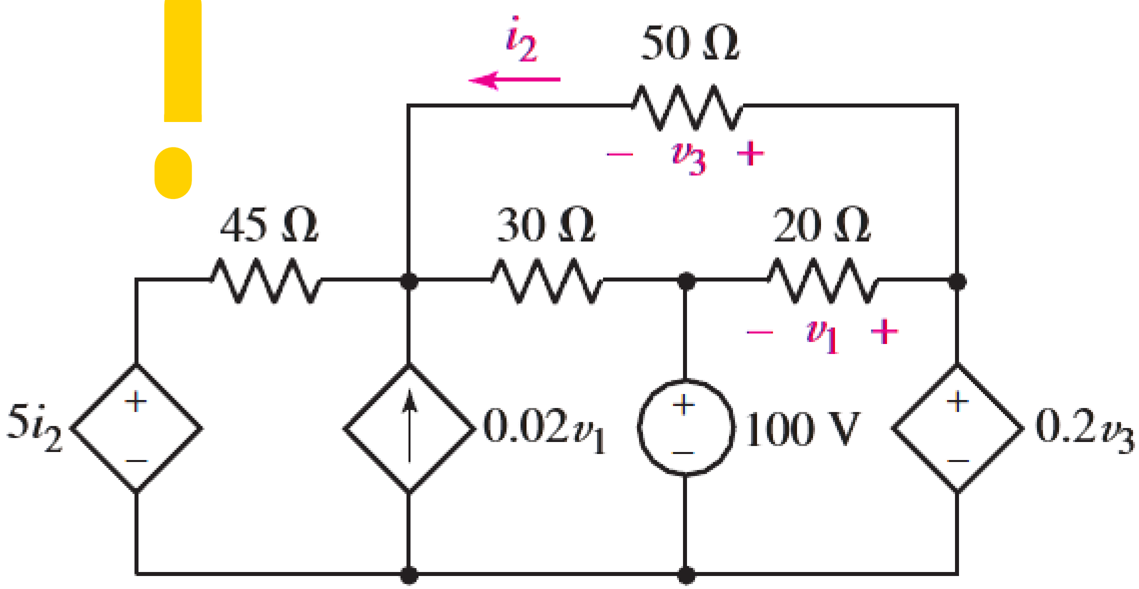


FIGURE 4.80

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)**

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: گره یا مش؟: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

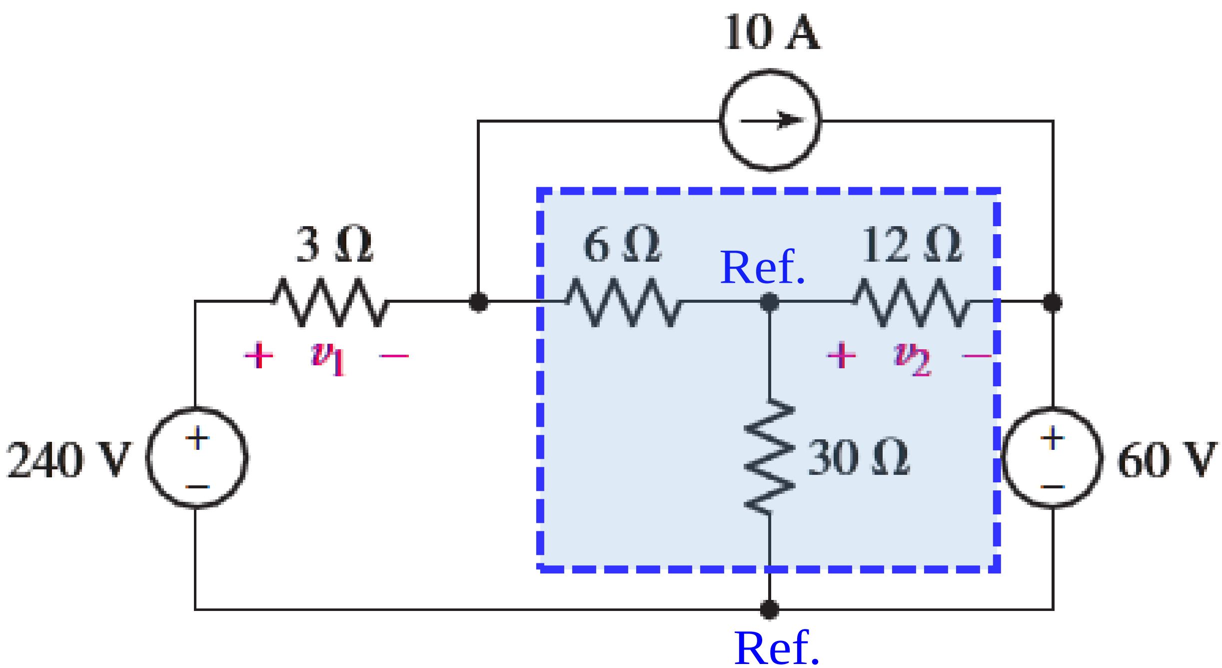
انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)**

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
انتخاب نوع تحلیل مناسب: گره یا مش؟: مثال بدون تحلیل

آنالیز **مش** (تعداد جریانهای مجهول): **۲**

آنالیز **گره** (تعداد ولتاژهای مجهول): **۲** و **۴**

محاسبه ولتاژهای v_1, v_2

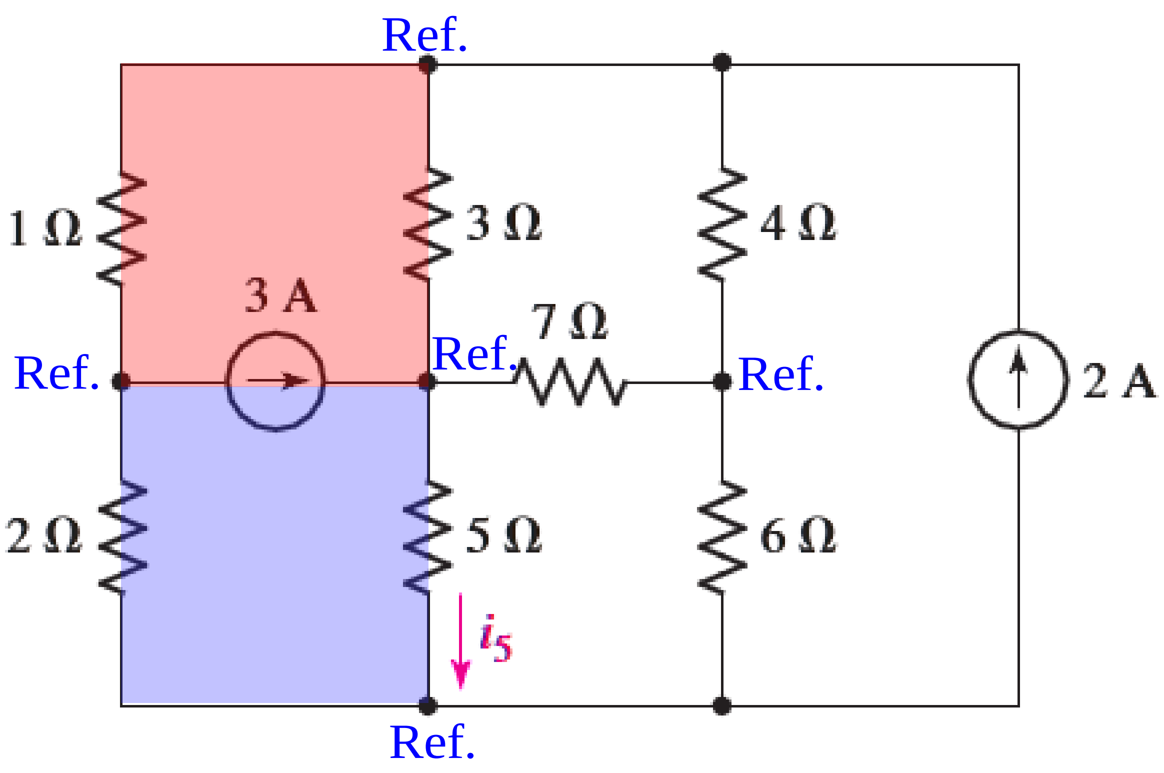


روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش
انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟: مثال بدون تحلیل**

آنالیز **مش** (تعداد جریانهای مجهول): **۴**

آنالیز **گره** (تعداد ولتاژهای مجهول): **۴**

محاسبه جریان i_5

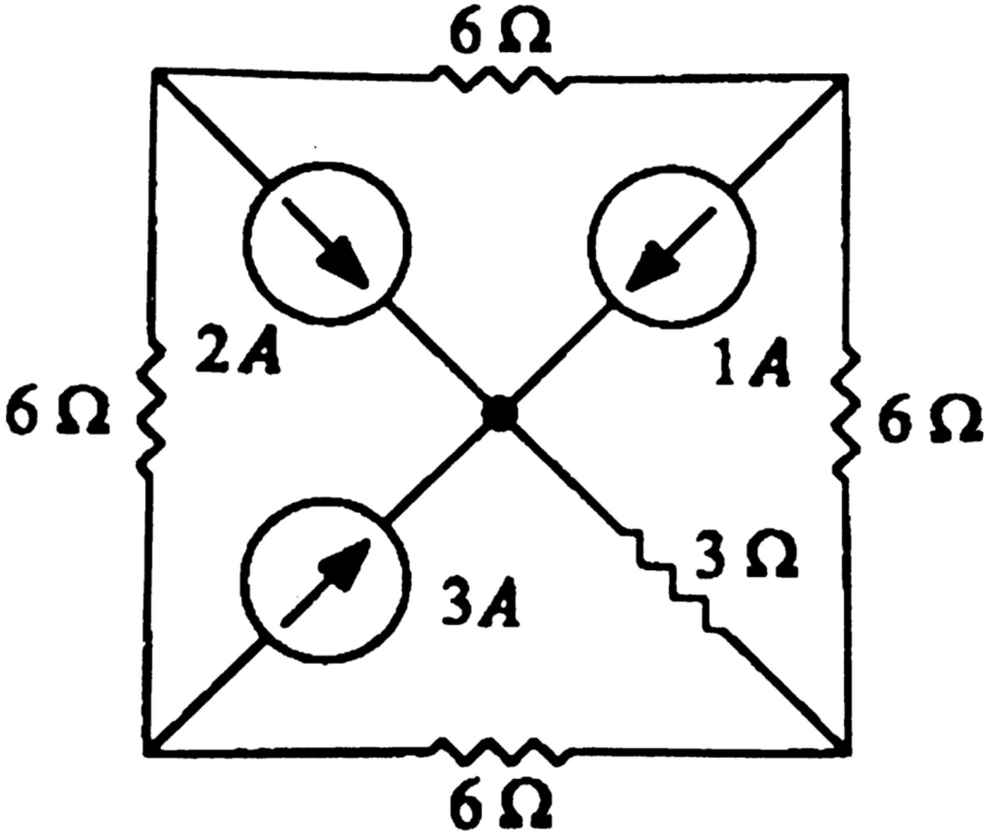


روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: گره یا مش؟: تمرین (به عهده دانشجو)

دانشکده برق و کامپیوتر

در مدار شکل زیر جریان تمام مقاومتهای ۶ اهمی را محاسبه کنید؟



روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟**: **ادامه تمرین (به عهده دانشجو)**

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)**

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: گره یا مش؟: تمرین (به عهده دانشجو)

Consider the five-source circuit of Fig. 4.79. Determine the total number of simultaneous equations that must be solved in order to determine v_1 using (*a*) nodal analysis; (*b*) mesh analysis. (*c*) Which method is preferred, and does it depend on which side of the 40 Ω resistor is chosen as the reference node? *Explain your answer.*

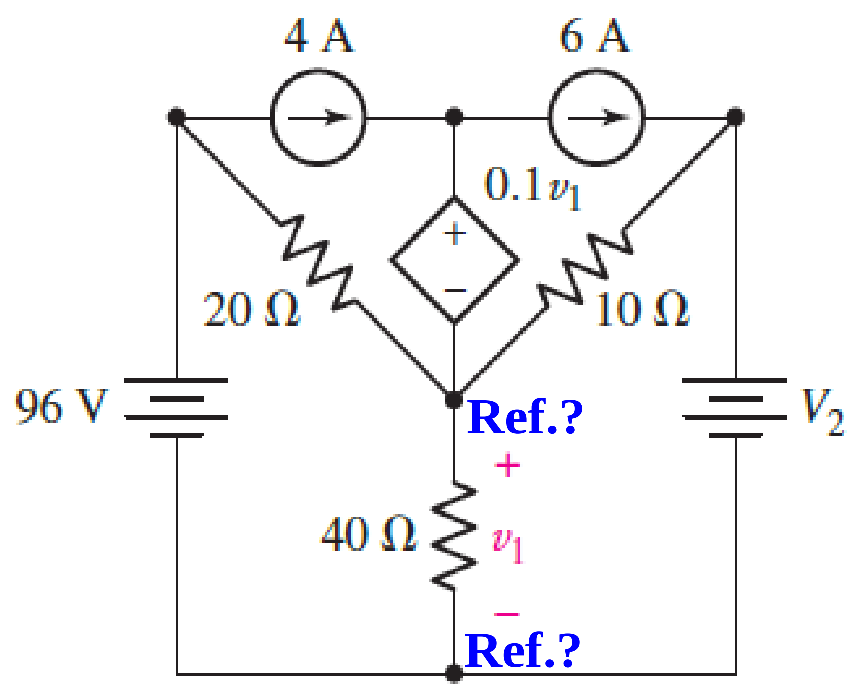


FIGURE 4.79

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟**: **تمرین (به عهده دانشجو)** تحلیل: **گره**

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیز گره و مش

دانشکده برق و کامپیوتر

انتخاب نوع تحلیل مناسب: **گره یا مش؟: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)**

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: آنالیزگره و مش

انتخاب نوع تحلیل مناسب: گره یا مش؟: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)

دانشکده برق و کامپیوتر

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار

همه مدارهایی که قصد تحلیل آن‌ها را داریم از نوع خطی‌اند. بنابراین اکنون لحظه مناسبی برای تعریف دقیق‌تر آن‌چه می‌گوییم است. پس از آن می‌توانیم نتایج مهم‌تر خطی‌بودن یعنی **اصل تجمیع** (برهم‌نهی یا ترکیب) را بررسی نماییم. این اصل بسیار ساده‌بوده و کراراً در تحلیل مدارهای خطی به‌کارخواهد رفت. در واقع مشکل تحلیل مدارهای غیرخطی به‌دلیل عدم امکان اصل تجمیع است!

اصل تجمیع چنین می‌گوید که پاسخ (جریان ولتاژ) در یک مدار خطی با بیش از یک منبع مستقل می‌تواند از جمع پاسخ‌های جداگانه حاصل از منابع مستقل به‌دست آید.

عناصر خطی و مدارهای خطی

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار

اثر حذف منابع

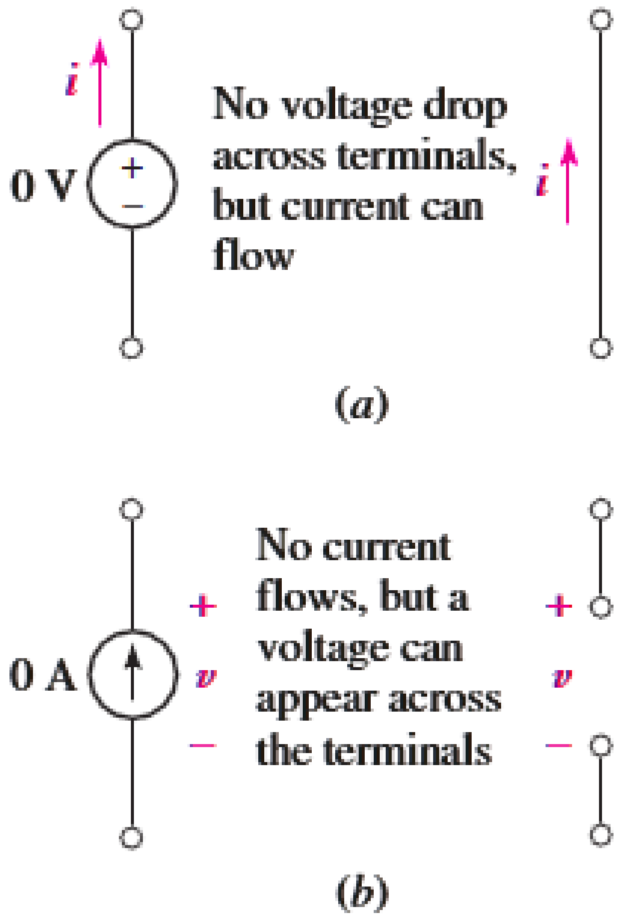


FIGURE 5.2 (*a*) A voltage source set to zero acts like a short circuit. (*b*) A current source set to zero acts like an open circuit.

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار

مثال

For the circuit of Fig. 5.3*a*, use superposition to determine the unknown branch current i_x.

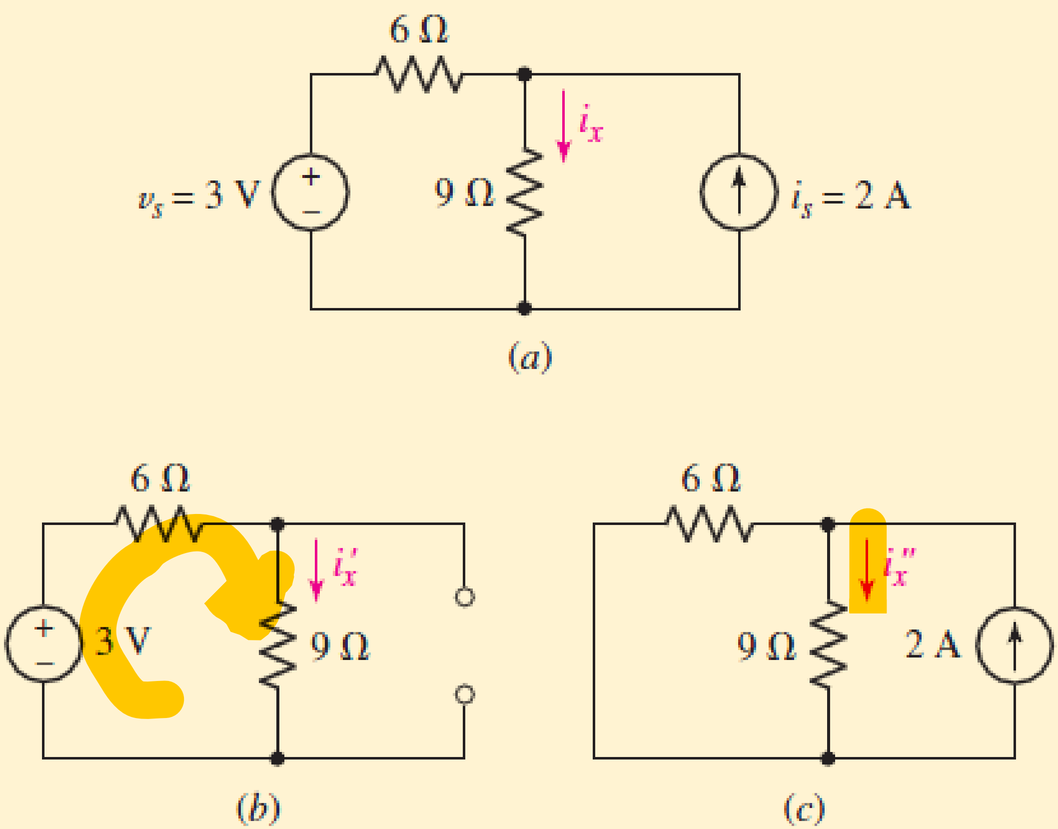
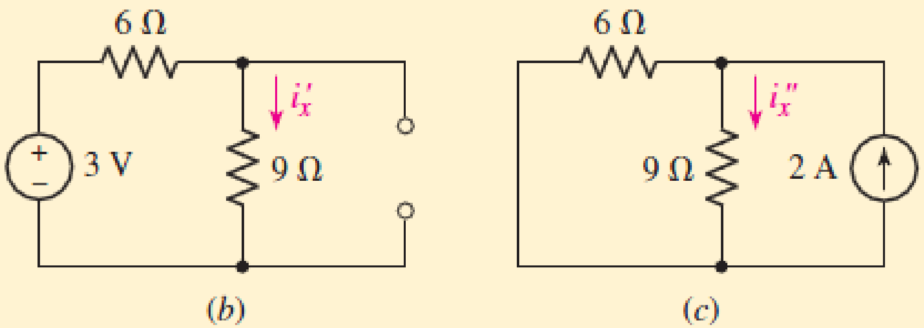


FIGURE 5.3 (*a*) An example circuit with two independent sources for which the branch current i_x is desired; (*b*) same circuit with current source open-circuited; (*c*) original circuit with voltage source short-circuited.

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار
ادامه مثال



First set the current source equal to zero and redraw the circuit as shown in Fig. 5.3*b*. The portion of i_x due to the voltage source has been designated i_x' to avoid confusion and is easily found to be 0.2 A.

Next set the voltage source in Fig. 5.3*a* to zero and again redraw the circuit, as shown in Fig. 5.3*c*. Current division lets us determine that i_x'' (the portion of i_x due to the 2 A current source) is 0.8 A.

Now compute the total current i_x by adding the two individual components:

$$i_x = i_{x|_{3\,\mathrm{V}}} + i_{x|_{2\,\mathrm{A}}} = i_x' + i_x''$$

or

$$i_x = \frac{3}{6+9} + 2\left(\frac{6}{6+9}\right) = 0.2 + 0.8 = 1.0\ \mathrm{A}$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار
مثال

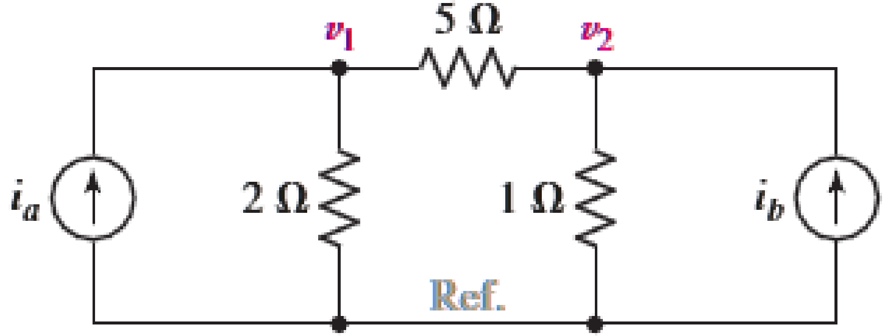


FIGURE 5.1 A circuit with two independent current sources.

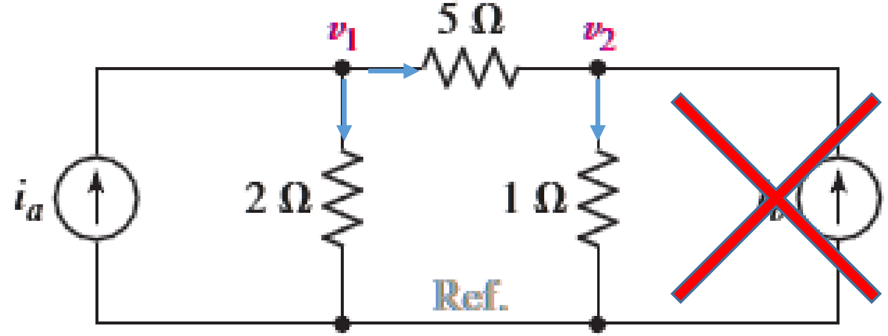


FIGURE 5.1 A circuit with two independent current sources.

$$KCL\ v_1 : i_a = 0.5v_1 + \frac{v_1 - v_2}{5} \rightarrow i_a = 0.7v_1 - 0.2v_2$$

$$KCL\ v_2 : \frac{v_1 - v_2}{5} = v_2 \rightarrow 0.2v_1 = 1.2v_2 \rightarrow v_1 = 6v_2$$

$$i_a = 0.7 \times 6v_2 - 0.2v_2 \rightarrow v_2 = \frac{i_a}{4}, v_1 = 1.5i_a$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار
ادامه مثال

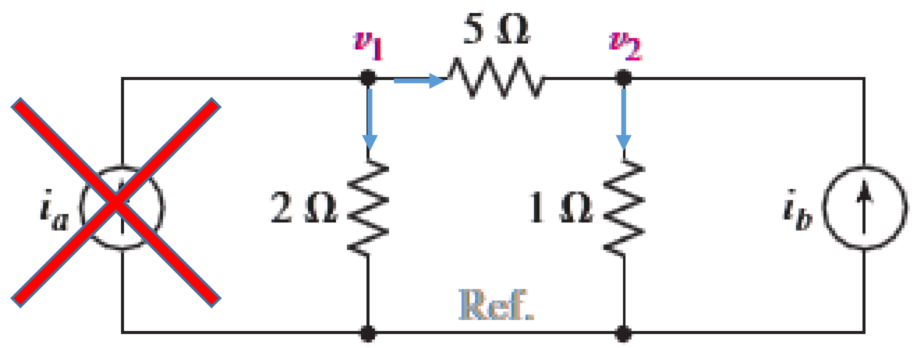


FIGURE 5.1 A circuit with two independent current sources.

$$KCL\ v_1: 0.5v_1 + \frac{v_1 - v_2}{5} = 0 \rightarrow 0.7v_1 = 0.2v_2 \rightarrow v_2 = 3.5v_1$$

$$KCL\ v_2: i_b + \frac{v_1 - v_2}{5} = v_2 \rightarrow i_b + 0.2v_1 - 1.2v_2 = 0$$

$$i_b = -0.2v_1 + 1.2 \times 3.5v_1 \rightarrow v_1 = \frac{i_b}{4}, v_2 = 0.875i_b$$

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار
ادامه مثال

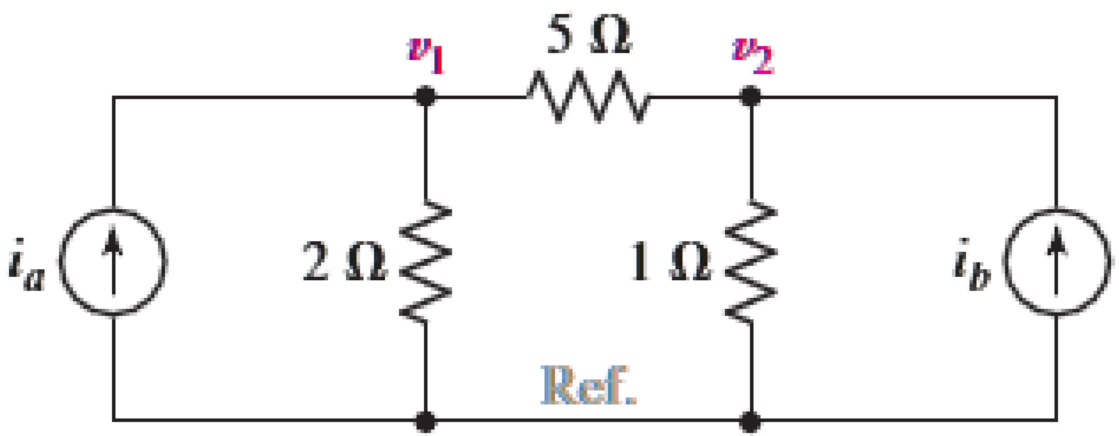


FIGURE 5.1 A circuit with two independent current sources.

$$\begin{cases} v_2 = \dfrac{i_a}{4}, v_1 = 1.5 i_a \\ v_1 = \dfrac{i_b}{4}, v_2 = 0.875 i_b \end{cases} \rightarrow v_1 = 1.5 i_a + 0.25 i_b \quad , \quad v_2 = 0.25 i_a + 0.875 i_b$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار
خلاصه

Summary of Basic Superposition Procedure

1. **Select one of the independent sources. Set all other independent sources to zero.** This means voltage sources are replaced with short circuits and current sources are replaced with open circuits. Leave dependent sources in the circuit.
2. **Relabel voltages and currents using suitable notation** (e.g., v', i_2''). Be sure to relabel controlling variables of dependent sources to avoid confusion.
3. **Analyze the simplified circuit to find the desired currents and/or voltages.**
4. **Repeat steps 1 through 3 until each independent source has been considered.**
5. **Add the partial currents and/or voltages obtained from the separate analyses.** Pay careful attention to voltage signs and current directions when summing.
6. **Do not add power quantities.** If power quantities are required, calculate only after partial voltages and/or currents have been summed.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار

تمرین (به عهده دانشجو)

دانشکده برق و کامپیوتر

(*a*) Employ superposition to determine the individual contribution from each independent source to the voltage *v* as labeled in the circuit shown in Fig. 5.57. (*b*) Compute the power absorbed by the 2 Ω resistor.

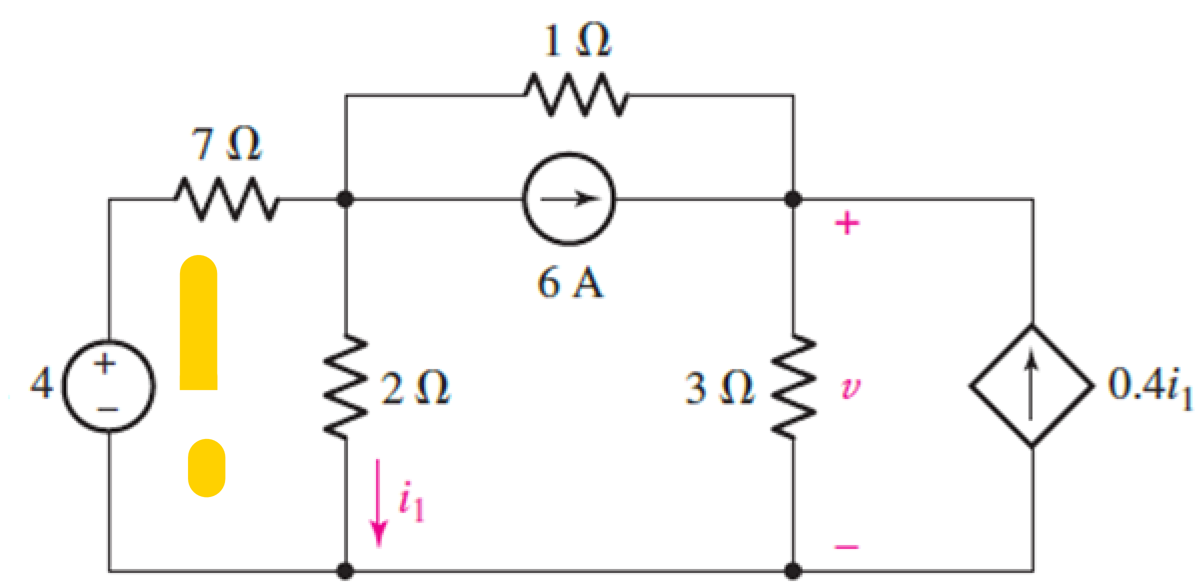


FIGURE 5.57

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار

ادامه **تمرین** **(به عهده دانشجو)**

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: اصل جمع آثار

ادامه تمرین (به عهده دانشجو)

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

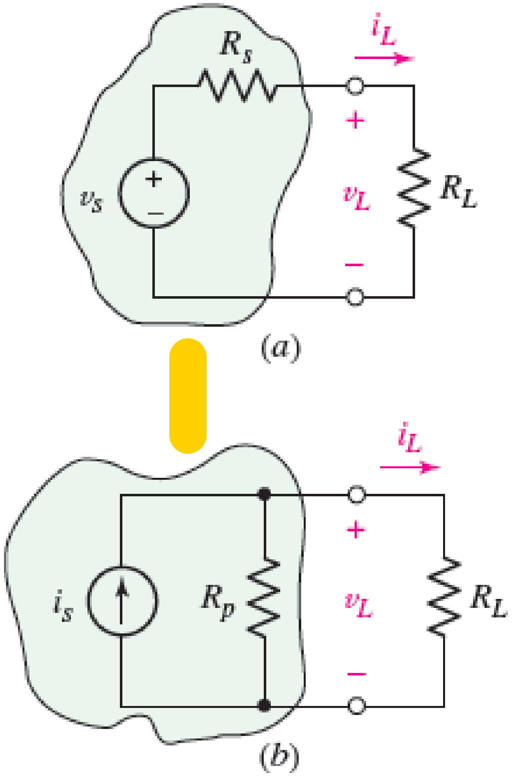


FIGURE 5.15 (*a*) A given practical voltage source connected to a load R_L. (*b*) The equivalent practical current source connected to the same load.

Consider the practical voltage source and resistor R_L shown in Fig. 5.15*a*, and the circuit composed of a practical current source and resistor R_L shown in Fig. 5.15*b*. A simple calculation shows that the voltage across the load R_L of Fig. 5.15*a* is

$$v_L = v_s \frac{R_L}{R_s + R_L} \qquad [15]$$

A similar calculation shows that the voltage across the load R_L in Fig. 5.15*b* is

$$v_L = \left(i_s \frac{R_p}{R_p + R_L}\right) \cdot R_L$$

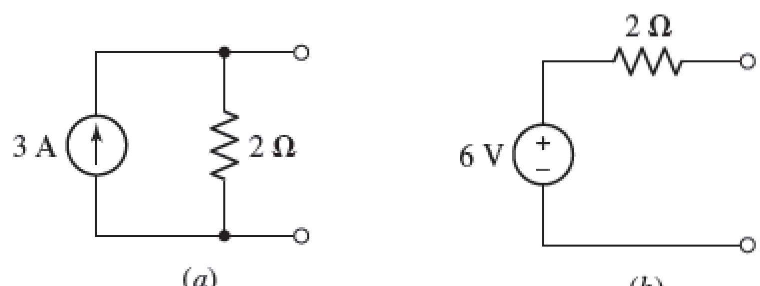
The two practical sources are electrically equivalent, then, if

$$R_s = R_p \qquad [16]$$

and

$$v_s = R_p i_s = R_s i_s \qquad [17]$$

مثال:



روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

مثال:

Compute the current through the 4.7 kΩ resistor in Fig. 5.17*a* after transforming the 9 mA source into an equivalent voltage source.

It's not just the 9 mA source at issue, but also the resistance in parallel with it (5 kΩ). We remove these components, leaving two terminals "dangling." We then replace them with a voltage source in series with a 5 kΩ resistor. The value of the voltage source must be (0.09)(5000) = 45 V.

Redrawing the circuit as in Fig. 5.17*b*, we can write a simple KVL equation

$$-45 + 5000I + 4700I + 3000I + 3 = 0$$

which is easily solved to yield $I = 3.307$ mA.

We can check our answer of course by analyzing the circuit of Fig. 5.17*a* using either nodal or mesh techniques.

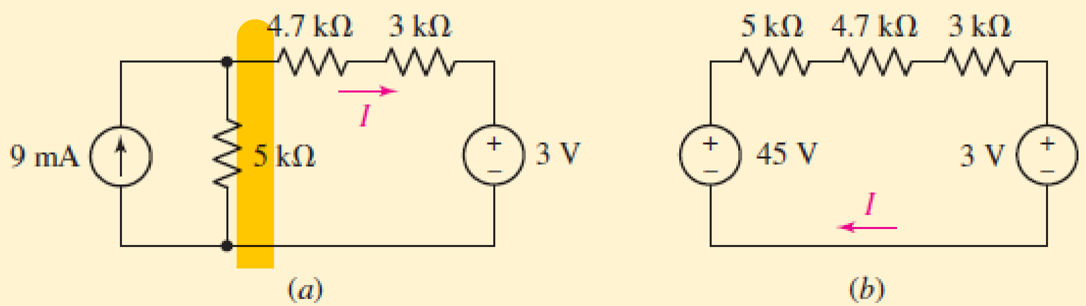


FIGURE 5.17 (*a*) A circuit with both a voltage source and a current source. (*b*) The circuit after the 9 mA source is transformed into an equivalent voltage source.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

مثال:

Example 4.7

Find v_x in Fig. 4.20 using source transformation.

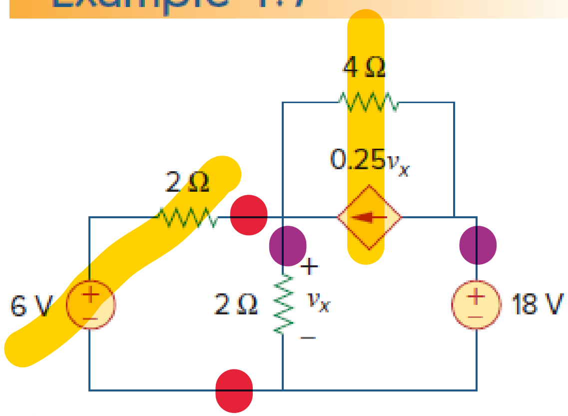


Figure 4.20
For Example 4.7.

Solution:
The circuit in Fig. 4.20 involves a voltage-controlled dependent current source. We transform this dependent current source as well as the 6-V independent voltage source as shown in Fig. 4.21(a). The 18-V voltage source is not transformed because it is not connected in series with any resistor. The two 2-Ω resistors in parallel combine to give a 1-Ω resistor, which is in parallel with the 3-A current source. The current source is transformed to a voltage source as shown in Fig. 4.21(b). Notice that the terminals for v_x are intact. Applying KVL around the loop in Fig. 4.21(b) gives

$$-3 + 5i + v_x + 18 = 0 \qquad (4.7.1)$$

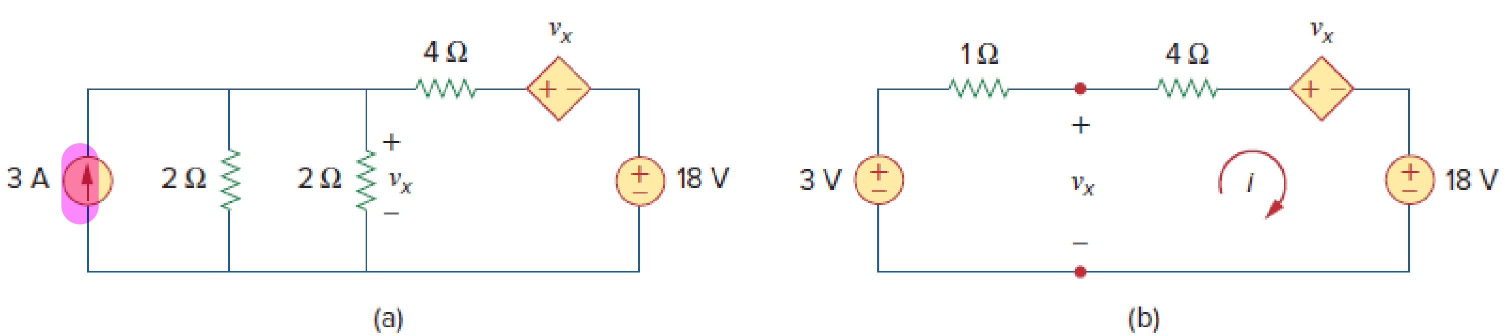
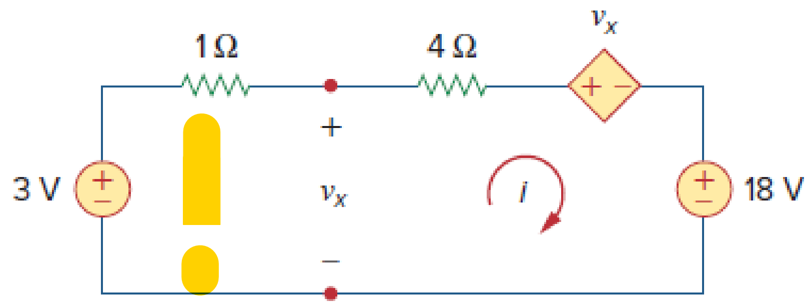


Figure 4.21
For Example 4.7: Applying source transformation to the circuit in Fig. 4.20.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

ادامه مثال:



(b)

Applying KVL to the loop containing only the 3-V v oltage source, the 1-Ω resistor, and v_x yields

$$-3 + 1i + v_x = 0 \qquad \Rightarrow \qquad v_x = 3 - i \qquad\qquad (4.7.2)$$

Substituting this into Eq. (4.7.1), we obtain

$$15 + 5i + 3 - i = 0 \qquad \Rightarrow \qquad i = -4.5 \text{ A}$$

Alternatively, we may apply KVL to the loop containing v_x, the 4-Ω resistor, the v oltage-controlled dependent v oltage source, and the 18-V voltage source in Fig. 4.21(b). We obtain

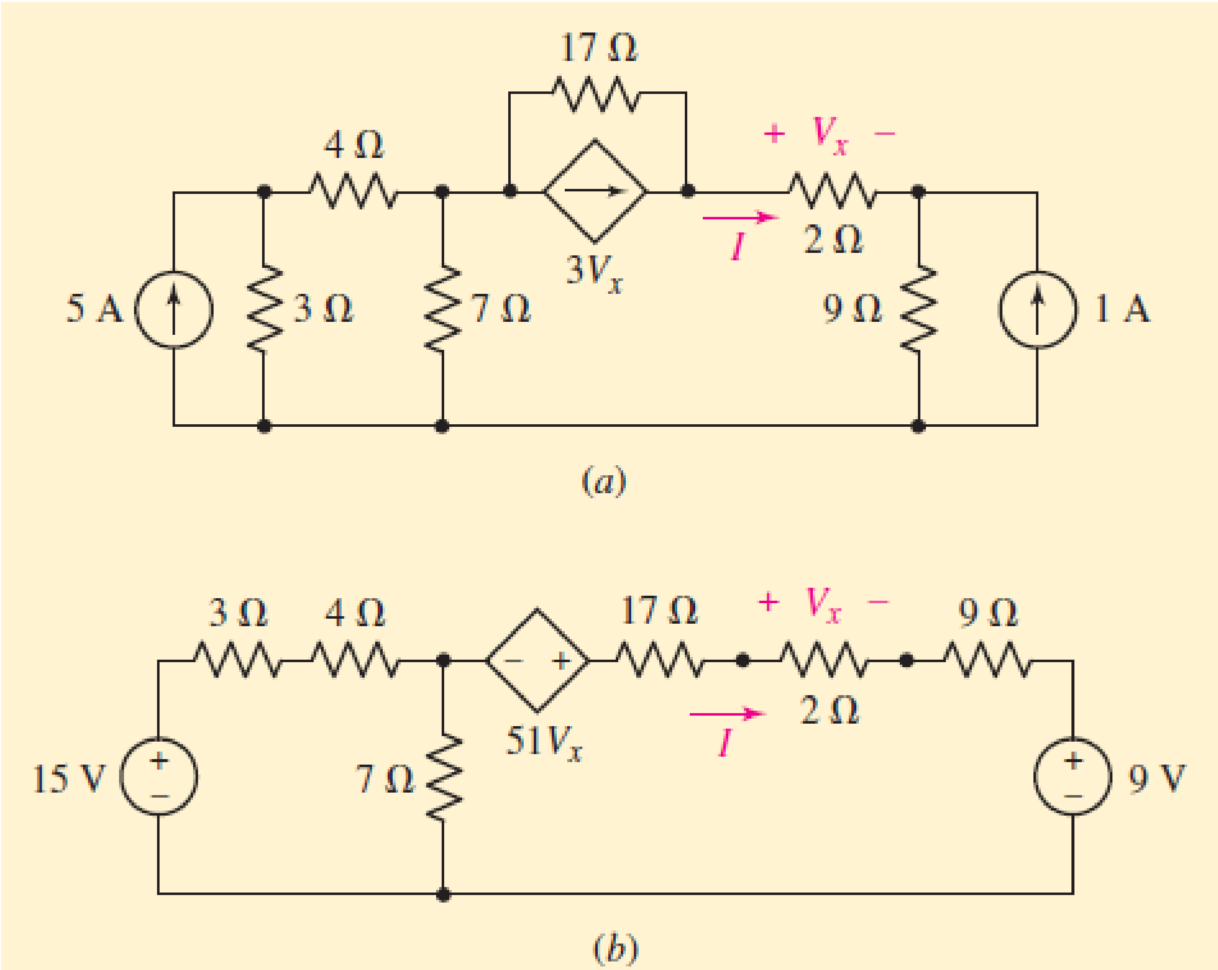
$$-v_x + 4i + v_x + 18 = 0 \qquad \Rightarrow \qquad i = -4.5 \text{ A}$$

Thus, $v_x = 3 - i = 7.5$ V.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

مثال:

Calculate the current through the 2 Ω resistor in Fig. 5.19*a* by making use of source transformations to first simplify the circuit.



We begin by transforming each current source into a voltage source (Fig. 5.19*b*), the strategy being to convert the circuit into a simple loop.

We must be careful to retain the 2 Ω resistor for two reasons: first, the dependent source controlling variable appears across it, and second, we desire the current flowing through it. However, we can combine the 17 Ω and 9 Ω resistors, since they appear in series. We also see that the 3 Ω and 4 Ω resistors may be combined into a single 7 Ω resistor, which can then be used to transform the 15 V source into a 15/7 A source as in Fig. 5.19*c*.

Finally, we note that the two 7 Ω resistors can be combined into a single 3.5 Ω resistor, which may be used to transform the 15/7 A current source into a 7.5 V voltage source. The result is a simple loop circuit, shown in Fig. 5.19*d*.

The current I can now be found using KVL:

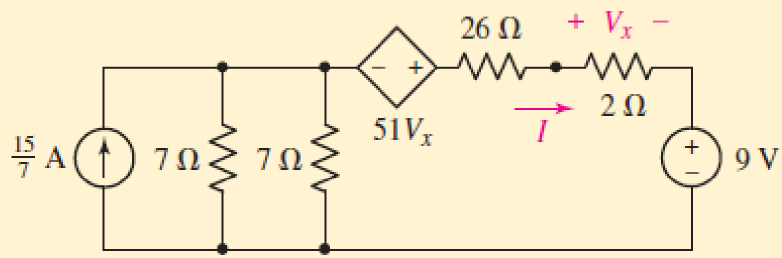
$$-7.5 + 3.5I - 51V_x + 28I + 9 = 0$$

where

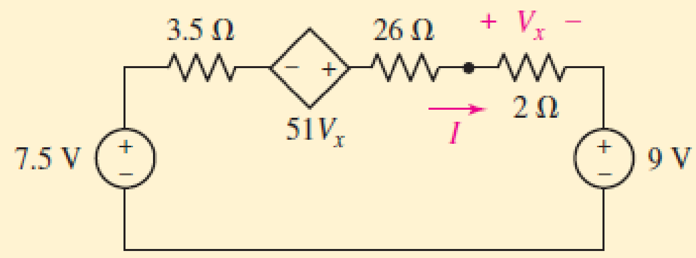
$$V_x = 2I$$

Thus,

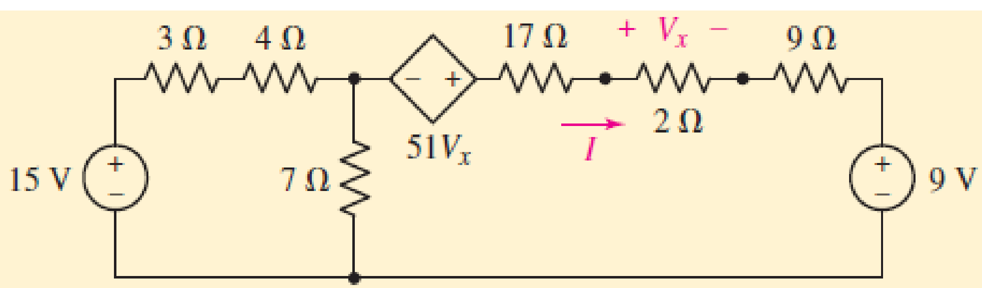
$$I = 21.28 \text{ mA}$$



(*c*)



(*d*)



(*b*)

FIGURE 5.19 (*a*) A circuit with two independent current sources and one dependent source. (*b*) The circuit after each source is transformed into a voltage source. (*c*) The circuit after further combinations. (*d*) The final circuit.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

خلاصه و نکات کلیدی در تبدیل منابع:

Summary of Source Transformation

1. **A common goal in source transformation is to end up with either all current sources or all voltage sources in the circuit.** This is especially true if it makes nodal or mesh analysis easier.
2. **Repeated source transformations can be used to simplify a circuit by allowing resistors and sources to eventually be combined.**
3. **The resistor value does not change during a source transformation, but it is not the same resistor.** This means that currents or voltages associated with the original resistor are irretrievably lost when we perform a source transformation.
4. **If the voltage or current associated with a particular resistor is used as a controlling variable for a dependent source, it should not be included in any source transformation.** The original resistor must be retained in the final circuit, untouched.
5. **If the voltage or current associated with a particular element is of interest, that element should not be included in any source transformation.** The original element must be retained in the final circuit, untouched.
6. **In a source transformation, the head of the current source arrow corresponds to the "+" terminal of the voltage source.**
7. **A source transformation on a current source and resistor requires that the two elements be in parallel.**
8. **A source transformation on a voltage source and resistor requires that the two elements be in series.**

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

تمرین (به عهده دانشجو) :

(a) Making use of repeated source transformations, reduce the circuit of Fig. 5.64 such that it contains a single voltage source, the 17 Ω resistor, and one other resistor. (b) Calculate the power dissipated by the 17 Ω resistor.

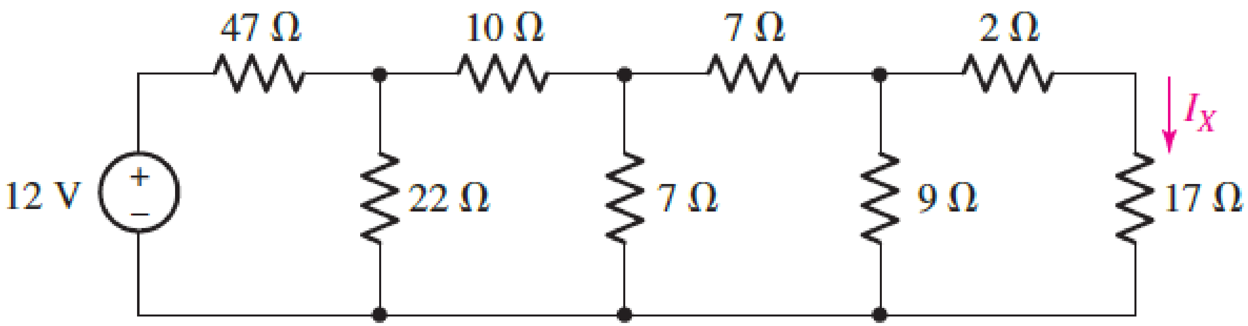


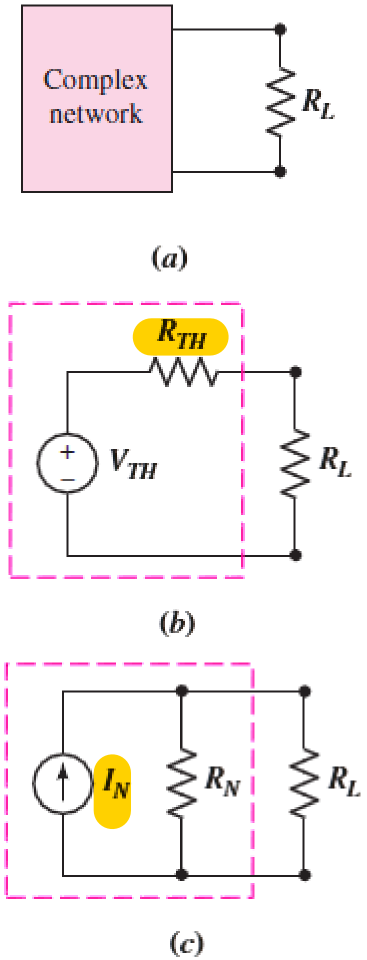
FIGURE 5.64

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: تبدیل منابع

تمرین (به عهده دانشجو) :

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: مدارهای معادل تونن و نورتن



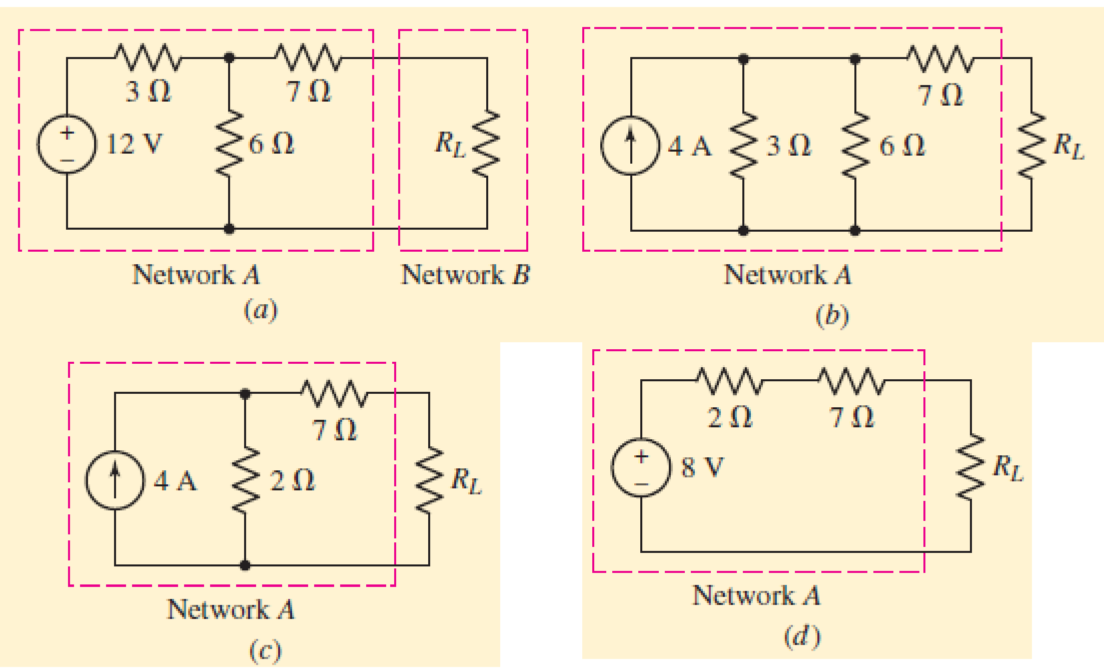
اکنون فرض کنید فقط به تحلیل بخشی از مدار علاقمندیم. مثلاً، بخواهیم جریان، ولتاژ و توان انتقالی به یک بار مقاومتی را توسط بقیه مدار معین کنیم. بقیه مدار می‌تواند از مقاومت‌ها و منابع تشکیل شده باشد (شکل ۲۴ـ۵ (الف)). یا شاید بخواهیم پاسخ را برای مقادیر متفاوت مقاومت به‌دست آوریم. قضیه تونن می‌گوید که می‌توان همه چیز، به‌جز مقاومت بار را، با یک منبع ولتاژ مستقل سری‌شده با یک مقاومت جایگزین کرد (شکل ۲۴ـ۵(ب)).
در این تبدیل پاسخ اندازه‌گیری‌شده در مقاومت بدون تغییر باقی می‌ماند. با استفاده از قضیه نورتن، مدار معادلی متشکل از یک منبع جریان مستقل موازی با یک مقاومت، حاصل می‌گردد (شکل ۲۴ـ۵(ج)).
بنابراین واضح است که یکی از کاربردهای قضایای نورتن و تونن جایگزینی بخش عمده‌ای از مدار، یعنی بخش پیچیده و نامطلوب با معادل بسیار ساده آن است. مدار جدید و ساده اجازه می‌دهد تا محاسبات ولتاژ، جریان و توان انتقالی به بار از مدار اصلی به سادگی محاسبه گردد. همچنین این مدار معادل، ما را در انتخاب مناسب‌ترین مقاومت کمک می‌کند. مثلاً در یک مدار ترانزیستوری، معادل تونن و نورتن ما را قادر می‌سازد تا حداکثر توان دریافتی از تقویت‌کننده و انتقالی به بلندگو تعیین شود.

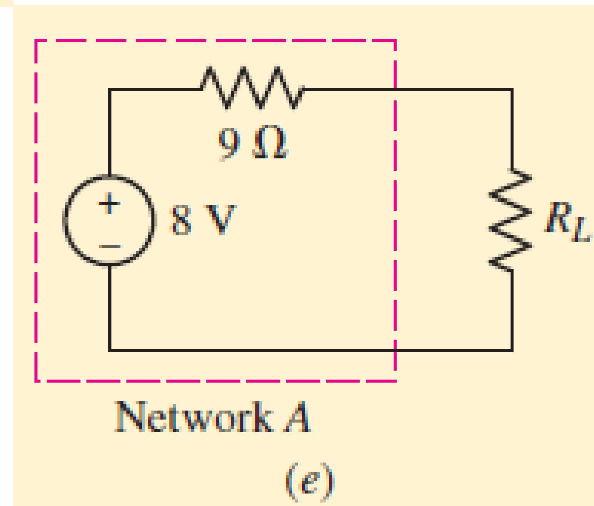
FIGURE 5.24 (*a*) A complex network including a load resistor R_L. (*b*) A Thévenin equivalent network connected to the load resistor R_L. (*c*) A Norton equivalent network connected to the load resistor R_L.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن: مثال

Consider the circuit shown in Fig. 5.25*a*. Determine the Thévenin equivalent of network *A*, and compute the power delivered to the load resistor R_L.

The dashed regions separate the circuit into networks *A* and *B*; our main interest is in network *B*, which consists only of the load resistor R_L. Network *A* may be simplified by making repeated source transformations.





$$P_L = \left(\frac{8}{9 + R_L}\right)^2 R_L$$

FIGURE 5.25 (*a*) A circuit separated into two networks. (*b*)–(*d*) Intermediate steps to simplifying network *A*. (*e*) The Thévenin equivalent circuit.

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن

استفاده از تبدیل منبع برای یافتن شبکه معادل تونن یا نورتن به خوبی در مثال ۶ـ۵ کار کرد، ولی به سرعت می‌تواند در مواردی که منابع وابسته وجود دارند یا مدار مرکب از تعداد زیادی عنصر باشد، غیر عملی گردد. روشی دیگر استفاده از تئوری یا قضیه تونن (یا نورتن) است. ما قضیه را به نحوی به صورت رویه‌ای اسلوب‌دار بیان می‌کنیم تا روش طبق وضعیتی که با آن مواجه می‌شود عملی‌تر گردد.

قضیه تونن*

۱. **با داشتن هر مدار خطی، آن را دوباره مرتب کنید تا به فرم دو شبکه A و B درآمده و به وسیله دو سیم مرتب گردد.** A شبکه‌ای است که باید ساده شود و B دست‌نخورده می‌ماند.

۲. **شبکه B را جدا کنید.** ولتاژ v_{oc} را به عنوان ولتاژی که اکنون در دو سر پایانه‌های شبکه A ظاهر می‌گردد تعریف نمایید.

۳. **هر منبع مستقل را در شبکه A خاموش (حذف) نمایید تا یک شبکه غیرفعال حاصل شود.** منابع وابسته را به همان شکل رها کنید.

۴. **یک منبع ولتاژ مستقل با مقدار v_{oc} را با شبکه غیرفعال سری کنید.** مدار را کامل نبندید. دو پایانه را غیرمتصل رها کنید.

۵. **شبکه B را به پایانه‌های شبکه A جدید وصل نمایید.** همه جریان‌ها و ولتاژها در B دست‌نخورده می‌مانند.

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن: مثال

Use Thévenin's theorem to determine the Thévenin equivalent for that part of the circuit in Fig. 5.25*a* to the left of R_L.

We begin by disconnecting R_L, and note that no current flows through the 7 Ω resistor in the resulting partial circuit shown in Fig. 5.27*a*. Thus, V_{oc} appears across the 6 Ω resistor (with no current through the 7 Ω resistor there is no voltage drop across it), and voltage division enables us to determine that

$$V_{oc} = 12\left(\frac{6}{3+6}\right) = 8 \text{ V}$$

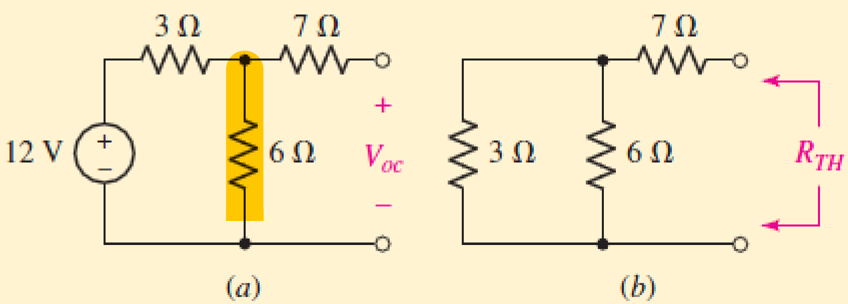


FIGURE 5.27 (*a*) The circuit of Fig. 5.25*a* with network *B* (the resistor R_L) disconnected and the voltage across the connecting terminals labeled as V_{oc}. (*b*) The independent source in Fig. 5.25*a* has been killed, and we look into the terminals where network *B* was connected to determine the effective resistance of network *A*.

Turning off network *A* (i.e., replacing the 12 V source with a short circuit) and looking back into the dead network, we see a 7 Ω resistor connected in series with the parallel combination of 6 Ω and 3 Ω (Fig. 5.27*b*).

Thus, the inactive network can be represented here by a 9 Ω resistor, referred to as the ***Thévenin equivalent resistance*** of network *A*. The Thévenin equivalent then is V_{oc} in series with a 9 Ω resistor, which agrees with our previous result.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه نورتون

نورتن

۱. هر مدار خطی مفروض را دوباره به صورت دو شبکه A و B مرتب کنید که با دو سیم به هم وصل شده باشند. A شبکه‌ای است که قرار است ساده شود؛ B دست‌نخورده می‌ماند. مثل قبل، اگر هر یک از دو شبکه حاوی منبع وابسته باشد، متغیر کنترل‌کننده آن باید در همان شبکه باشد.

۲. شبکه B را قطع کنید و پایانه‌های A را اتصال کوتاه نمایید. یک جریان i_{sc} را به عنوان جریانی که اکنون از پایانه‌های اتصال کوتاه‌شده A می‌گذرد، تعریف نمایید.

۳. منابع مستقل را در شبکه خاموش (صفر یا حذف) نمایید تا یک شبکه غیرفعال حاصل شود. منابع وابسته را دست‌نخورده بگذارید.

۴. منبع جریان مستقل با مقدار i_{sc} را موازی با شبکه غیرفعال وصل کنید. مدار را کامل نکنید. دو پایانه آزاد رها شود.

۵. شبکه B را به پایانه‌های جدید شبکه A وصل کنید.

$$\boxed{v_{oc} = R_{TH}\, i_{sc}}$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه نورتون: مثال

Find the Thévenin and Norton equivalent circuits for the network faced by the 1 kΩ resistor in Fig. 5.29*a*.

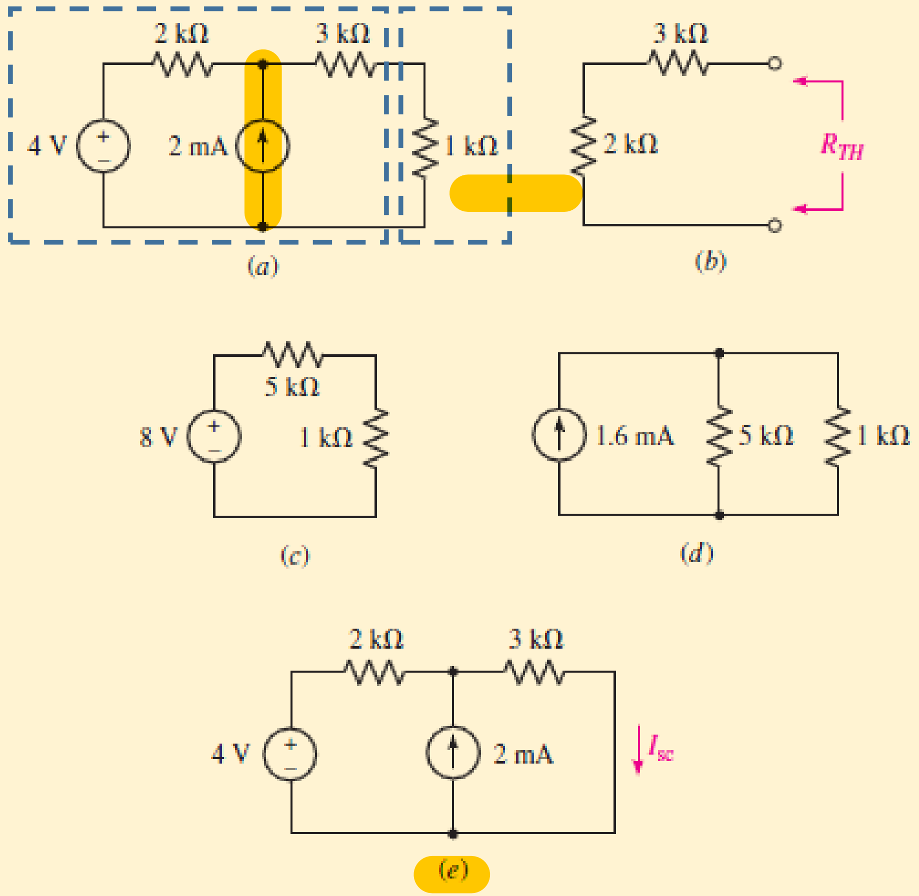


FIGURE 5.29 (*a*) A given circuit in which the 1 kΩ resistor is identified as network *B*. (*b*) Network *A* with all independent sources killed. (*c*) The Thévenin equivalent is shown for network *A*. (*d*) The Norton equivalent is shown for network *A*. (*e*) Circuit for determining I_{sc}.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه نورتون: ادامه مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

From the wording of the problem statement, network B is the 1 kΩ resistor, so network A is everything else.

Choosing to find the Thévenin equivalent of network A first, we apply superposition, noting that no current flows through the 3 kΩ resistor once network B is disconnected. With the current source set to zero, $V_{oc|4\,V} = 4$ V. With the voltage source set to zero,

$$V_{oc|2\,mA} = (0.002)(2000) = 4 \text{ V. Thus, } V_{oc} = 4 + 4 = 8 \text{ V.}$$

To find R_{TH}, set both sources to zero as in Fig. 5.29*b*. By inspection, $R_{TH} = 2\text{ k}\Omega + 3\text{ k}\Omega = 5\text{ k}\Omega$. The complete Thévenin equivalent, with network B reconnected, is shown in Fig. 5.29*c*.

The Norton equivalent is found by a simple source transformation of the Thévenin equivalent, resulting in a current source of 8/5000 = 1.6 mA in parallel with a 5 kΩ resistor (Fig. 5.29*d*).

Check: Find the Norton equivalent directly from Fig. 5.29*a*. Removing the 1 kΩ resistor and shorting the terminals of network A, we find I_{sc} as shown in Fig. 5.29*e* by superposition and current division:

$$I_{sc} = I_{sc|4\,V} + I_{sc|2\,mA} = \frac{4}{2+3} + (2)\frac{2}{2+3}$$
$$= 0.8 + 0.8 = 1.6 \text{ mA}$$

which completes the check.

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون:

تمرین (به عهده دانشجو)

(*a*) Employ Thévenin's theorem to obtain a simple two-component equivalent of the circuit shown in Fig. 5.72. (*b*) Use your equivalent circuit to determine the power delivered to a 100 Ω resistor connected to the open terminals.

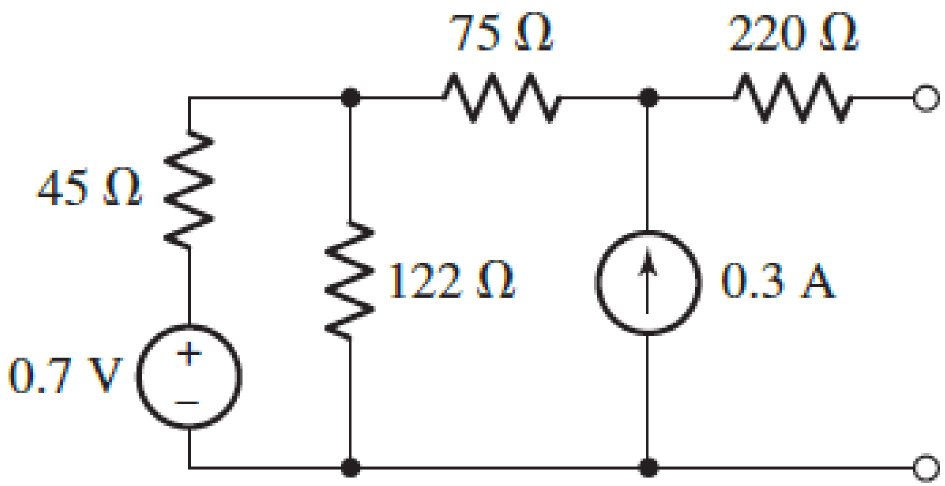


FIGURE 5.72

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون:
ادامه تمرین (به عهده دانشجو)

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان

اگر شبکه A حاوی منبع وابسته باشد، آن‌گاه دوباره ما باید مطمئن شویم که متغیر کنترل‌کننده و عنصر یا عناصر مربوط به آن نمی‌توانند در شبکه B باشند. تا این‌جا، ما فقط مدارهایی را ملاحظه کردیم که مقاومت‌ها و منابع مستقل داشتند. هر چند تکنیکی بگوییم رهاکردن یک منبع به صورت "مرده" یا "غیر فعال" هنگام ایجاد یک معادل تونن یا نورتن صحیح است، در عمل هیچ ساده‌سازی صورت نمی‌گیرد. چیزی که ما می‌خواهیم منبع ولتاژ مستقلی است که با یک مقاومت سری باشد، و یا منبع جریان مستقلی که با یک مقاومت تنها موازی شود ـ به بیان دیگر، یک معادل دو قطعه‌ای را نیاز داریم. در مثال‌های زیر ما معانی کاهش شبکه‌ها را با منابع وابسته و مقاومت‌ها به صورت یک مقاومت تنها ملاحظه می‌کنیم.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون
وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

Determine the Thévenin equivalent of the circuit in Fig. 5.31*a*.

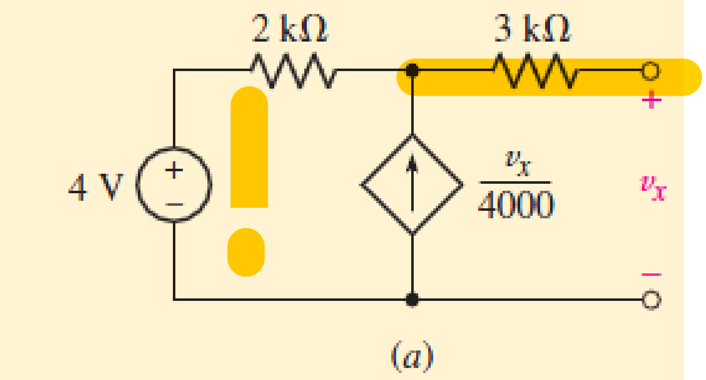


FIGURE 5.31 (*a*) A given network whose Thévenin equivalent is desired. (*b*) A possible, but rather useless, form of the Thévenin equivalent. (*c*) The best form of the Thévenin equivalent for this linear resistive network.

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون
وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: ادامه مثال

To find V_{oc} we note that $v_x = V_{oc}$ and that the dependent source current must pass through the 2 kΩ resistor, since no current can flow through the 3 kΩ resistor. Using KVL around the outer loop:

$$-4 + 2 \times 10^3 \left(-\frac{v_x}{4000}\right) + 3 \times 10^3(0) + v_x = 0$$

and

$$v_x = 8\text{ V} = V_{oc}$$

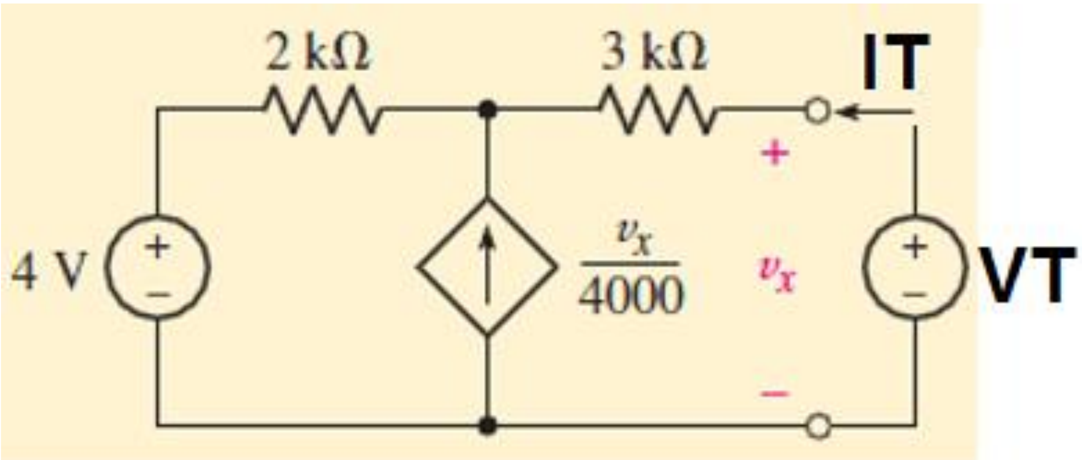
By Thévenin's theorem, then, the equivalent circuit could be formed with the inactive *A* network in series with an 8 V source, as shown in Fig. 5.31*b*. This is correct, but not very simple and not very helpful; in the case of linear resistive networks, we really want a simpler equivalent for the inactive *A* network, namely, R_{TH}.

The dependent source prevents us from determining R_{TH} directly for the inactive network through resistance combination; we therefore seek I_{sc}. Upon short-circuiting the output terminals in Fig. 5.31*a*, it is apparent that $V_x = 0$ and the dependent current source is not active. Hence, $I_{sc} = 4/(5 \times 10^3) = 0.8$ mA. Thus,

$$R_{TH} = \frac{V_{oc}}{I_{sc}} = \frac{8}{0.8 \times 10^{-3}} = 10\text{ k}\Omega$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون

وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: ادامه مثال: **روش دوم محاسبه مدل تونن**



$$v_x = V_T$$

$$KVL: -V_T + 3000 I_T + 2000\left(I_T + \frac{V_T}{4000}\right) + 4 = 0$$

$$V_T(1 - 0.5) = 5000 I_T + 4 \rightarrow V_T = 10000 I_T + 8 \rightarrow R_{th} = 10K\Omega, v_{oc} = 8v$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون
وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: تمرین (به عهده دانشجو) :

PRACTICE

5.8 Find the Thévenin equivalent for the network of Fig. 5.32. (*Hint:* a quick source transformation on the dependent source might help.)

Ans: −502.5 mV, −100.5 Ω.

Note: a negative resistance might seem strange—and it is! Such a thing is physically possible only if, for example, we do a bit of clever electronic circuit design to create something that behaves like the dependent current source we represented in Fig. 5.32.

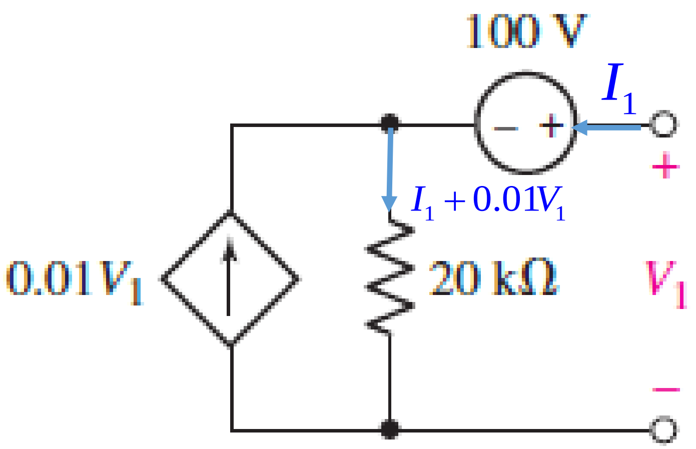
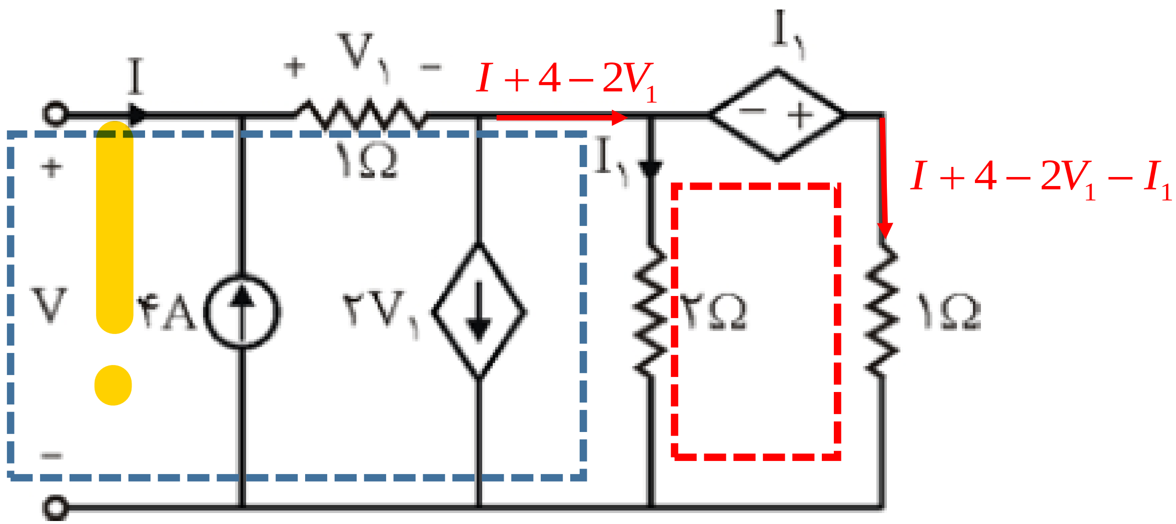


FIGURE 5.32

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون
وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: مثال

مدار معادل تونن از دو سر ولتاژ V مدار شکل زیر را بدست آورید؟



$$KVL: V = V_1 + 2I_1, V_1 = I + 4 \rightarrow V = I + 4 + 2I_1 \qquad (*)$$

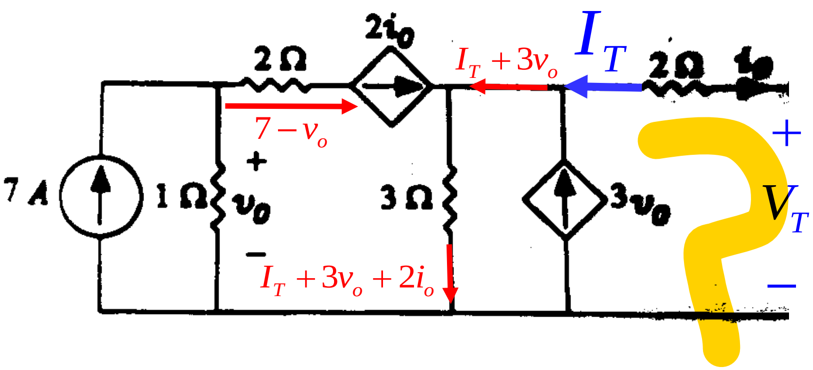
$$KVL: -2I_1 - I_1 + 1(I + 4 - 2V_1 - I_1) = 0 \rightarrow -4I_1 + I + 4 - 2(I + 4) = 0 \rightarrow I_1 = -\frac{I+4}{4}$$

$$\xrightarrow{(*)} V = I + 4 + 2\left(-\frac{I+4}{4}\right) \Rightarrow V = 2 + 0.5I \begin{cases} R_{th} = 0.5\Omega \\ v_{th} = 2v \end{cases}$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون
وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: مثال

دانشکده برق و کامپیوتر

روش دوم



$$7-v_o=2i_o,\ I_T=-i_o$$

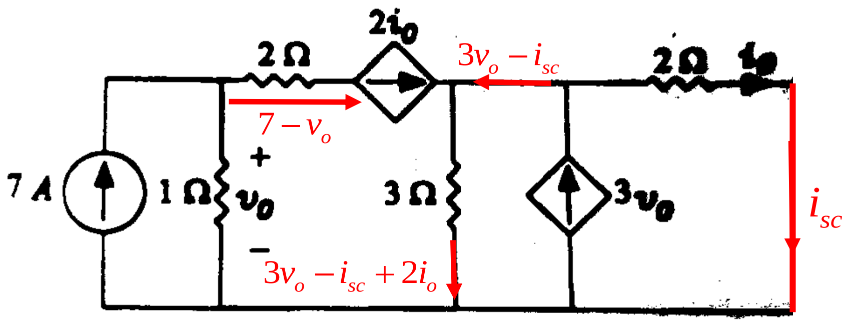
$$KVL: V_T=2I_T+3\left(I_T+3v_o+2i_o\right),\ 7-v_o=2i_o\rightarrow v_o=7-2i_o$$

$$V_T=2I_T+3\left(I_T+21-6i_o+2i_o\right)=5I_T-12i_o+63=17I_T+63$$

دانشکده برق و کامپیوتر

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون
وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: مثال

روش اول

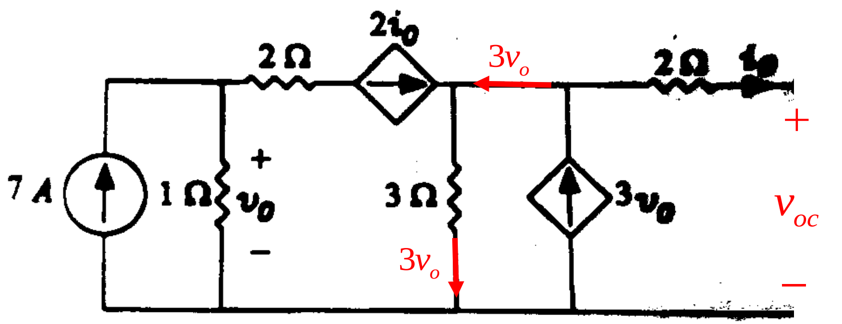


$$i_o=i_{sc},\, 2i_o=7-v_o$$

$$KVL: 3\left(i_{sc}-2i_o-3v_o\right)+2i_o=0$$

$$3i_o-6i_o-9\left(7-2i_o\right)+2i_o=0\rightarrow 17i_o=63$$

$$i_o=\frac{63}{17}A=i_{sc}$$



$$i_o=0, v_o=7v$$

$$KVL: v_{oc}=9v_o=63v$$

$$R_{th}=\frac{v_{oc}}{i_{sc}}=\frac{63}{\frac{63}{17}}=17$$

$$KVL: v_{oc}=9v_o=63v$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون

وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: تمرین (به عهده دانشجو)

Determine the Thévenin and Norton equivalents of the circuit shown in Fig. 5.83, as seen by an unspecified element connected between terminals a and b.

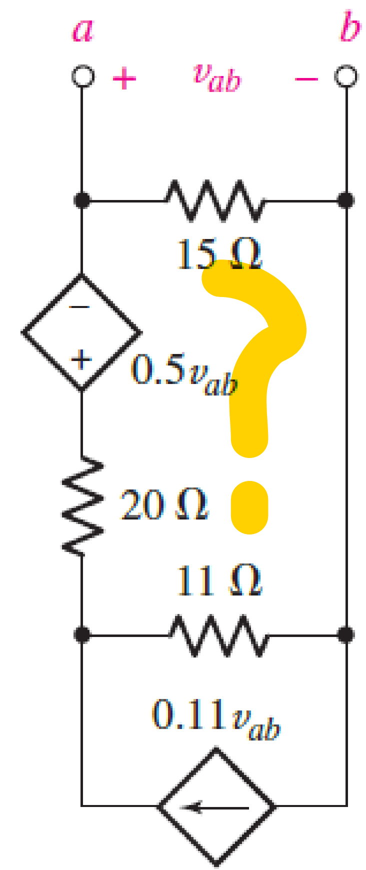


FIGURE 5.83

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه تونن و نورتون
وجود منابع وابسته ولتاژ و جریان: ادامه تمرین (به عهده دانشجو)

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه انتقال حداکثر توان

A very useful power theorem may be developed with reference to a practical voltage or current source. For the practical voltage source (Fig. 5.40), the power delivered to the load R_L is

$$p_L = i_L^2 R_L = \frac{v_s^2 R_L}{(R_s + R_L)^2} \qquad [19]$$

To find the value of R_L that absorbs maximum power from the given practical source, we differentiate with respect to R_L:

$$\frac{dp_L}{dR_L} = \frac{(R_s + R_L)^2 v_s^2 - v_s^2 R_L (2)(R_s + R_L)}{(R_s + R_L)^4}$$

and equate the derivative to zero, obtaining

$$2R_L(R_s + R_L) = (R_s + R_L)^2$$

or

$$\boxed{R_s = R_L}$$

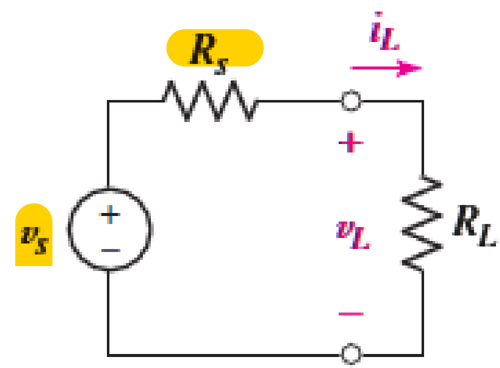


FIGURE 5.40 A practical voltage source connected to a load resistor R_L.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه انتقال حداکثر توان

دانشکده برق و کامپیوتر

با اعمال عملیات جبری کمی به معادله (۱۹) که با حداکثر توان انتقالی برای $R_L = R_S = R_{TH}$ مرتبط است داریم:

$$p_{\max}\Big|_{\text{delivered to load}} = \frac{v_s^2}{4R_s} = \frac{v_{TH}^2}{4R_{TH}}$$

که v_{TH} و R_{TH} نشان می‌دهند که منبع ولتاژ عملی شکل ۴۰-۵ هم به عنوان منبع معادل بعضی از منابع خاص می‌تواند شناخته شود.

همچنین غیرعادی نیست که قضیه حداکثر توان به غلط تفسیر شود. این قضیه برای کمک به ما برای یک بار بهینه جهت جذب حداکثر توان ارائه شده است. اگر مقاومت بار قبلاً مشخص شده باشد قضیه حداکثر توان کمکی نمی‌نماید. اگر به دلایلی ما بتوانیم مقاومت معادله معادل تونن شبکه را که به بار وصل است عوض کنیم، با تنظیم آن با بار تضمین‌کننده انتقال حداکثر توان نیست. یک بررسی سریع اتلاف توان در مقاومت تونن این مطلب را روشن می‌کند.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه انتقال حداکثر توان
مثال

The circuit shown in Fig. 5.41 is a model for the common-emitter bipolar junction transistor amplifier. Choose a load resistance so that maximum power is transferred to it from the amplifier, and calculate the actual power absorbed.

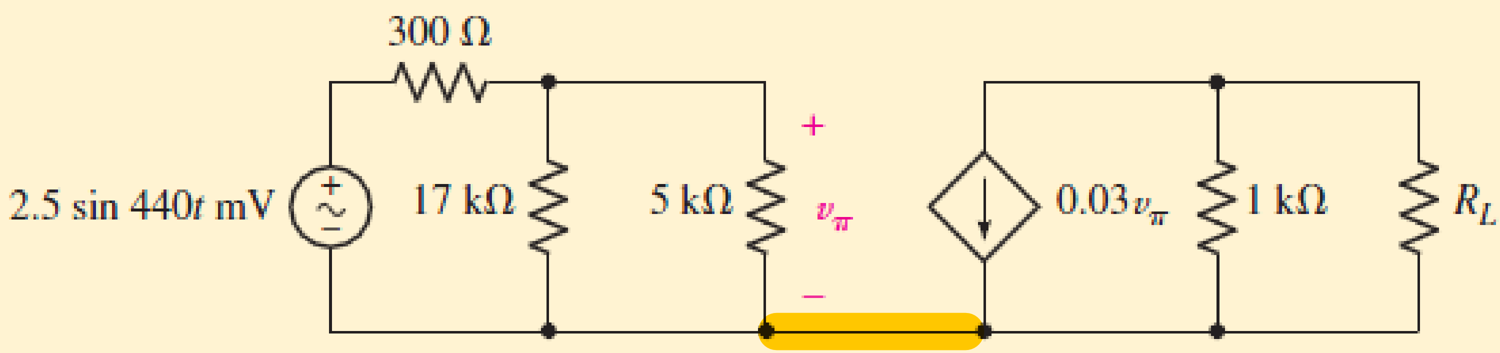


FIGURE 5.41 A small-signal model of the common-emitter amplifier, with the load resistance unspecified.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه انتقال حداکثر توان

ادامه مثال

Since it is the load resistance we are asked to determine, the maximum power theorem applies. The first step is to find the Thévenin equivalent of the rest of the circuit.

We first determine the Thévenin equivalent resistance, which requires that we remove R_L and short-circuit the independent source as in Fig. 5.42*a*.

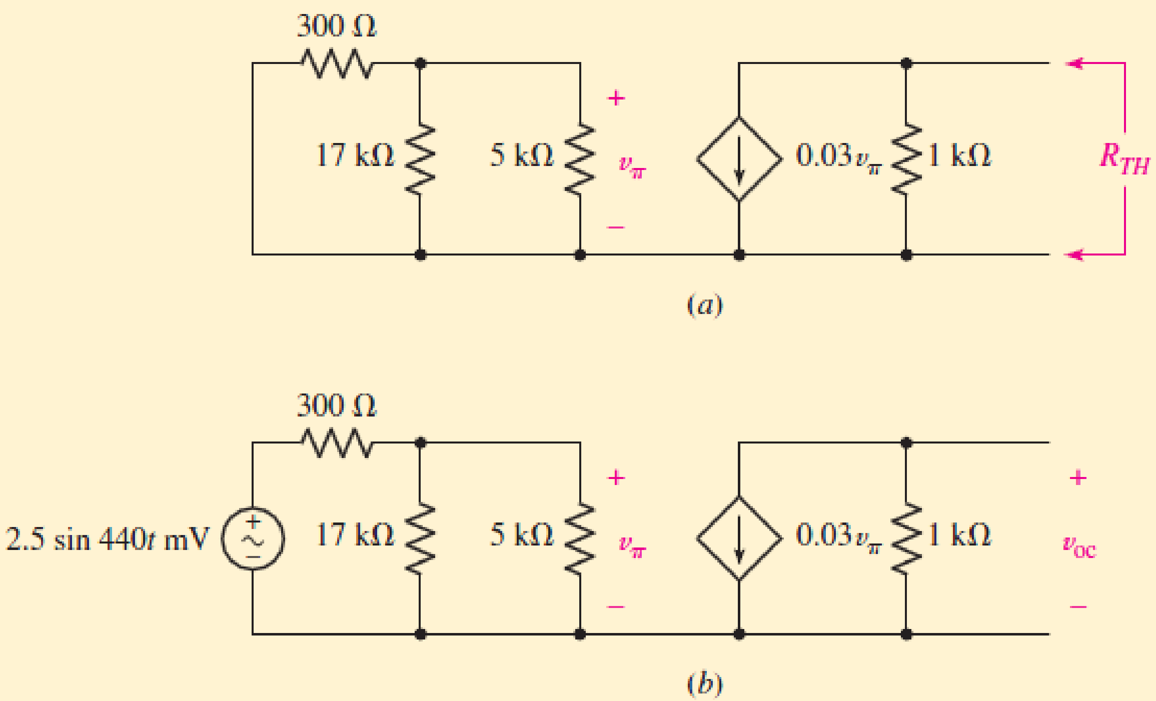


FIGURE 5.42 (*a*) Circuit with R_L removed and independent source short-circuited. (*b*) Circuit for determining v_{TH}.

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه انتقال حداکثر توان
ادامه مثال

Since $v_\pi = 0$, the dependent current source is an open circuit, and $R_{TH} = 1\ \text{k}\Omega$. This can be verified by connecting an independent 1 A current source across the 1 kΩ resistor; v_π will still be zero, so the dependent source remains inactive and hence contributes nothing to R_{TH}.

In order to obtain maximum power delivered into the load, R_L should be set to $R_{TH} = 1\ \text{k}\Omega$.

To find v_{TH} we consider the circuit shown in Fig. 5.42*b*, which is Fig. 5.41 with R_L removed. We may write

$$v_{oc} = -0.03 v_\pi (1000) = -30 v_\pi$$

where the voltage v_π may be found from simple voltage division:

$$v_\pi = (2.5 \times 10^{-3} \sin 440t)\left(\frac{3864}{300 + 3864}\right)$$

so that our Thévenin equivalent is a voltage $-69.6 \sin 440t$ mV in series with 1 kΩ.

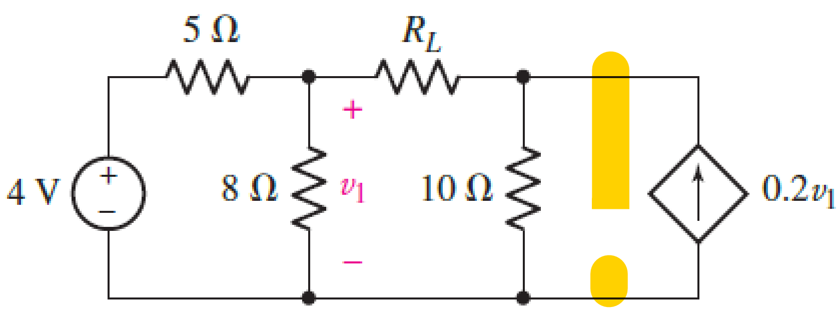
The maximum power is given by

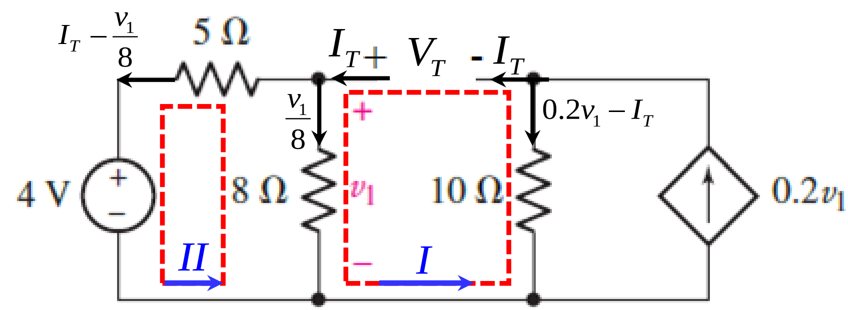
$$p_{max} = \frac{v_{TH}^2}{4R_{TH}} = \boxed{1.211 \sin^2 440t\ \mu\text{W}}$$

روشهای تحلیل مدارهای مقاومتی: قضیه انتقال حداکثر توان

مثال

در مدار شکل زیر مقدار مقاومت RL را طوری محاسبه کنید که بیشترین توان به آن انتقال پیدا کند؟





$$KVL\ I: V_T = v_1 + 10\left(I_T - 0.2v_1\right) \rightarrow V_T = 10I_T - v_1$$

$$KVL\ II: -v_1 + 5\left(I_T - \frac{v_1}{8}\right) + 4 = 0 \rightarrow \frac{13}{8}v_1 = 5I_T + 4 \rightarrow v_1 = \frac{8}{13}\left(5I_T + 4\right)$$

$$V_T = 10I_T - \frac{8}{13}\left(5I_T + 4\right) = \frac{90}{13}I_T - \frac{32}{13} \rightarrow R_L = R_{th} = \frac{90}{13}\Omega, P_{\max} = \frac{V_{th}^{\ 2}}{4R_L} = 0.218W$$