

به نام خدا

نظریه زبان‌ها و ماشین‌ها - ماشین‌های تورینگ، سلسله‌مراتب زبان‌ها، محاسبه‌پذیری

۱. برای هر یک از زبان‌های زیر یک ماشین تورینگ طراحی کنید. برای یکی از موارد ماشین تورینگ را با جزئیات طراحی کنید و برای باقی موارد توصیف سطح بالا (به صورت الگوریتم به زبان فارسی) ارائه کنید.

$$L_1 = \{ww : w \in \{a, b\}^+\} \quad ۱.۱$$

$$L_2 = \{a^n : n \text{ عدد اول است}\} \quad ۲.۱$$

$$L_3 = \{a^p b^q c^r : p \bmod q = r\} \quad ۳.۱$$

$$L_4 = \{a^n b^{2n} : n \geq 1\} \quad ۴.۱$$

$$L_5 = \{w \in \{a, b\}^+ : n_a(w) = n_b(w)\} \quad ۵.۱$$

۲. آیا قدرت محاسباتی یک ماشین پشته‌ای با دو پشته به اندازه ماشین تورینگ است؟ در صورتی که پاسخ مثبت است، یک روش برای شبیه‌سازی ذکر کنید، و در صورتی که پاسخ منفی است، پاسخ خود را شرح دهید.

۳. یک گرامر بدون محدودیت برای زبان $L = \{wc^i d^j : w \in \{a, b\}^+, n_a(w) = j, n_b(w) = j\}$ طراحی کنید.

۴. برای هر یک از زبان‌های زیر یک گرامر حساس به متن طراحی کنید.

$$L_1 = \{a^n b^n c^{2n} : n \geq 1\} \quad ۱.۴$$

$$L_2 = \{a^n b^m c^n d^m : n, m \geq 1\} \quad ۲.۴$$

$$L_3 = \{ww : w \in \{a, b\}^+\} \quad ۳.۴$$

۵. تصمیم‌پذیری هر یک از زبان‌های زیر را تعیین و اثبات کنید.

$$L_1 = \{\langle N, w \rangle : N \text{ یک ماشین متناهی غیرقطعی است و رشته } w \text{ را می‌پذیرد}\} \quad ۱.۵$$

$$L_2 = \{\langle M_1, M_2 \rangle : L(M_1) \subseteq L(M_2) \text{ و } M_2 \text{ دو ماشین تورینگ هستند}\} \quad ۲.۵$$