



## تمرین ششم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها

### تبدیل فوریه زمان گسسته

زمان تحویل: ۱۴۰۲/۳/۷ ساعت ۱۶

استاد: دکتر نقش

- ۱- الف) تبدیل فوریه توابع  $u(t-a)$  و  $\delta(t-a)$  را به صورت مستقیم بدست آورید.  
ب) خاصیت انتگرال تبدیل فوریه پیوسته زمان را اثبات کنید.  
ج) با استفاده از خاصیت انتگرال تبدیل فوریه، قسمت (الف) را حل کنید.

۲- تبدیل فوریه‌ی سیگنال‌های گسسته زمان زیر را به دست آورید.

الف)  $x[n] = \left( \frac{\sin(\frac{n\pi}{\delta})}{n\pi} \right) \cos\left(\frac{\gamma\pi}{\gamma} n\right)$

ب)  $x[n] = (n-3) * \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{|n|}$

ج)  $x[n] = \left(\frac{1}{\gamma}\right)^{|n|} u[-n-2]$

۳- عبارت‌های زیر تبدیل فوریه سیگنال‌های گسسته در زمان هستند، سیگنال متناظر با هر کدام را بدست آورید و تا حد امکان ساده نمایید.

الف)  $X(e^{j\omega}) = \frac{1-\frac{1}{\gamma}e^{-j\omega}}{1-\frac{1}{\gamma}e^{-j\omega}-\frac{1}{\delta}e^{-j2\omega}}$

ب)  $X(e^{j\omega}) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (-1)^k \delta\left(\omega - \frac{\gamma\pi}{\delta} k\right)$

ج)  $X(e^{j\omega}) = \frac{1-\left(\frac{1}{\gamma}\right)^n e^{-jn\omega}}{1-\frac{1}{\gamma}e^{-j\omega}}$

د)  $X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 2j & 0 \leq \omega \leq \pi \\ -2j & -\pi \leq \omega \leq 0 \end{cases}$

۴- سیگنال  $x[n]$  دارای تبدیل فوریه  $X(e^{j\omega})$  است. تبدیل فوریه سیگنال های زیر را بر حسب  $X(e^{j\omega})$  بیابید.

الف)  $x_1[n] = x[1-n] + x[-1-n]$

ب)  $x_2[n] = \frac{x[-n]^* + x[n]}{2}$

ج)  $x_3[n] = (n-1)^2 x[n]$

۵- به کمک خواص تبدیل فوریه، حقیقی یا موهومی بودن و زوج یا فرد بودن هریک از سیگنال های حوزه زمان

تبدیل فوریه های زیر را بدست آورید.

الف)  $X_1(e^{j\omega}) = e^{-j\omega} \sum_{k=1}^{\infty} \sin(k\omega)$

ب)  $X_2(e^{j\omega}) = j \sin(\omega) \sin(\Delta\omega)$

ج)  $X_3(e^{j\omega}) = A(\omega) + e^{jB(\omega)}$  که  $A(\omega) = \begin{cases} 1 & 0 \leq |\omega| \leq \frac{\pi}{\Delta} \\ 0 & \frac{\pi}{\Delta} \leq |\omega| \leq \pi \end{cases}, B(\omega) = -\frac{\omega}{\Delta} + \pi$

۶- سیستم گسسته در زمانی را در نظر بگیرید که تبدیل فوریه ورودی و خروجی آن به صورت زیر باهم مرتبط باشند:

$$Y(e^{j\omega}) = 2X(e^{j\omega}) + e^{-j\omega} X(e^{j\omega}) - \frac{dX(e^{j\omega})}{d\omega}$$

الف) خواص خطی بودن و تغییرناپذیری با زمان سیستم را بررسی کنید.

ب) پاسخ ضربه سیستم را بیابید.

ج) اگر رابطه تبدیل فوریه ورودی و خروجی سیستمی به صورت زیر باشد،  $y[n]$  را بر حسب  $x[n]$  بدست آورید.

$$Y(e^{j\omega}) = \int_{\omega-\pi/4}^{\omega+\pi/4} X(e^{j\omega}) d\omega$$

۷- سیستم LTI گسسته در زمان با ورودی و خروجی زیر را در نظر بگیرید:

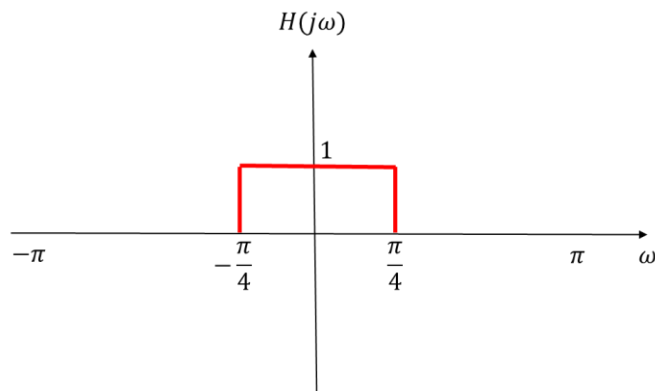
$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n] - \frac{1}{4} \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n-1]$$

$$y[n] = \left(\frac{1}{3}\right)^n u[n]$$

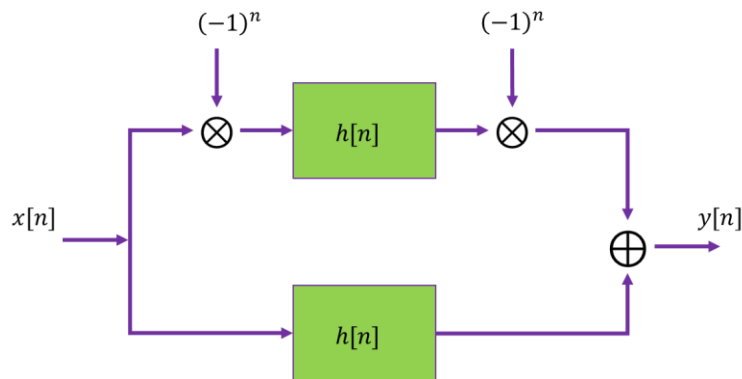
الف) پاسخ ضربه و پاسخ فرکانسی سیستم بالا را بدست آورید.

ب) معادله تفاضلی برای  $x[n]$  و  $y[n]$  این سیستم را بیابید.

۸- فرض کنید  $H(e^{j\omega})$  پاسخ فرکانسی یک فیلتر پایین گذر ایده آل با فرکانس قطع  $\frac{\pi}{4}$  و بهره یک است.



تعیین کنید سیستم زیر چه پاسخ فرکانسی دارد و چه نوع فیلتری است.



موفق باشید