باسمه تعالی

دانشکده برق و کامپیوتر

تمرین هفتم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها
نمونه برداری و تبدیل Z

استاد: دکتر نقش

زمان تحویل : ۱۴۰۲/۰۳/۳۱ ساعت ۱۶:۳۰

۱- از سیگنال زمان پیوسته‌ی $x(t)$ با تبدیل فوریه‌ی $X(\omega)$، با $T_s = ۱۰^{-۴}$ نمونه برداری می‌شود. برای هر یک از موارد زیر، با توجه به قیدی که روی $x(t)$ یا $X(\omega)$ گذاشته شده است، مشخص کنید که طبق قضیه‌ی نمونه‌برداری می توان تضمین نمود که سیگنال $x(t)$ قابل بازیابی است یا خیر (با بیان استدلال).

الف) $X(\omega) = ۰\,,\ for\ |\omega| > ۵۰۰۰\pi$

ب) $X(\omega) = ۰\,,\ for\ |\omega| > ۱۵۰۰۰\pi$

ج $Re\{X(\omega)\} = ۰\,,\ for\ |\omega| > ۵۰۰۰\pi$

د) $X(\omega) = ۰\,,\ for\ \omega > ۵۰۰۰\pi$ و $x(t)$ حقیقی

و) $X(\omega) = ۰\,,\ for\ \omega < -۱۵۰۰۰\pi$ و $x(t)$ حقیقی

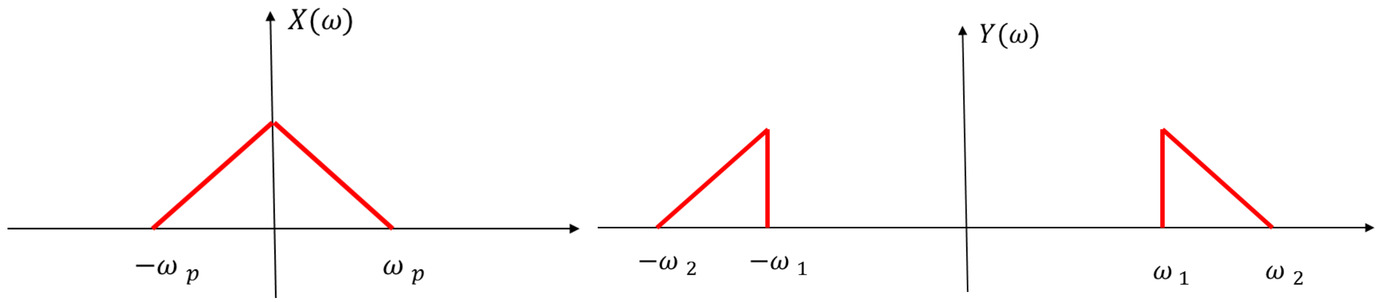
ه) $X(\omega) * X(\omega) = ۰\,,\ for\ |\omega| > ۱۵۰۰۰\pi$

ی) $|X(\omega)| = ۰\,,\ for\ \omega > ۵۰۰۰\pi$

۲- اگر نرخ نایکوییست سیگنال $x(t)$ برابر ω_s باشد، نرخ نایکوییست برای سیگنال های زیر چقدر است؟

۱) $x^۲(t)$ ۲) $\frac{dx(t)}{dt}$ ۳) $x(t) * x(t)$ ۴) $x(t)\cos(\omega_s t)$ ۵) $x(t) + x(t-۱)$

۳- فرض کنید سیگنال $y(t)$ با استفاده از سیگنال $x(t)$ ساخته شده باشد. طیف دو سیگنال در زیر نشان داده شده است. از سیگنال $y(t)$ با نرخ T نمونه‌برداری می کنیم و سیگنال بدست آمده را از یک فیلتر پایین گذر با فرکانس قطع ω_c عبور می‌دهیم. مقادیر T و ω_c چقدر باشد تا بتوان سیگنال $x(t)$ را بازیابی کرد؟ $(\omega_p = \omega_۲ - \omega_۱)$



۴- $x_c(t)$ سیگنال زمان پیوسته است که تبدیل فوریه‌ی آن $X_c(\omega)$ برای $|\omega| \geq ۲۰۰۰\pi$ برابر با صفر است. سیگنال گسسته زمان $x_d[n] = x_c(۰.۵ \times ۱۰^{-۳}n)$ را در نظر بگیرید. به ازای هر یک از خواص بیان شده برای $X_d(e^{j\Omega})$، $X_c(\omega)$ چه خاصیت متناظری دارد؟

الف) حقیقی است.

ب) ماکزیمم $X_d(e^{j\Omega})$ برابر با ۱ است.

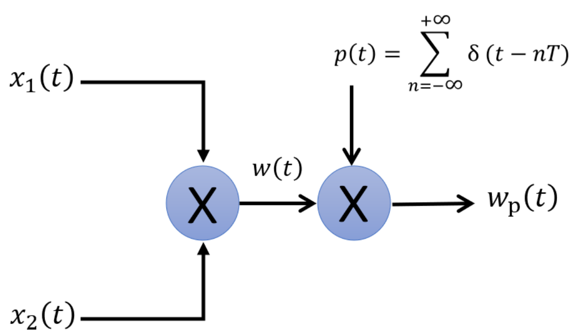
ج) $\frac{۳\pi}{۴} \leq |\Omega| \leq \pi$ ، $X_d(e^{j\Omega}) = ۰$

د) $X_d(e^{j\Omega}) = X_d(e^{j(\Omega-\pi)})$

۵- در سیستم شکل زیر، دو سیگنال $x_۲(t)$ و $x_۱(t)$ در هم ضرب می‌شوند و حاصلضرب آن‌ها یعنی سیگنال $w(t)$ با یک قطار ضربه نمونه‌برداری می‌شود. سیگنال $x_۲(t)$ و $x_۱(t)$ دارای حدود زیر در حوزه فرکانس هستند:

$$X_۱(j\omega) = ۰ \,, |\omega| > \omega_۱$$
$$X_۲(j\omega) = ۰ \,, |\omega| > \omega_۲$$

بزرگترین دوره تناوب نمونه‌برداری T را به گونه‌ای بیابید که $w(t)$ از $w_p(t)$ با استفاده از یک فیلتر پایین گذر ایده‌آل قابل بازیابی باشد.



۶- الف) تابع تبدیل سیستم LTI علی توصیف شده با معادله تفاضلی زیر را بیابید.

$$y[n] - \frac{۱}{۲}y[n-۱] + \frac{۱}{۴}y[n-۲] = x[n]$$

ب) اگر $x[n] = \left(\frac{۱}{۲}\right)^n u[n]$ ، $y[n]$ را با استفاده از تبدیل z بیابید.

۷- با دانستن موارد زیر در مورد سیگنال گسسته در زمان $x[n]$ با تبدیل $X(z)$ ، $X(z)$ را بیابید.

۱) $x[n]$ حقیقی و دست راستی است.

۲) $X(z)$ دقیقا دو قطب دارد.

۳) $X(z)$ دو صفر در مبدا دارد.

۴) در $z = \frac{۱}{۲} e^{\frac{j\pi}{۳}}$ یک قطب دارد.

۵) $X(۱) = \frac{۸}{۳}$

۸- یک سیستم LTI با ورودی $s[n]$ و خروجی $x[n]$ ، با معادله تفاضلی زیر توصیف می‌شود:

$$x[n] = s[n] - e^{۷a} s[n-۸] \quad , ۰ < a < ۱$$

الف) تابع تبدیل سیستم را بیابید. (قطب‌ها و صفرهای آن را روی صفحه z رسم کرده و ناحیه همگرایی آن را مشخص کنید.)

ب) می‌خواهیم با یک سیستم LTI، $x[n]$ را از $s[n]$ بازیابی کنیم. تابع تبدیل $H_۲(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}$ را برای داشتن $y[n] = s[n]$ رسم کنید. تمام نواحی همگرایی ممکن $H_۲(z)$ را تعیین کرده، در هر مورد علی بودن و پایداری سیستم را بررسی کنید.

موفق باشید