

ب نام آنکه جان را فکرت آموخت



تمرین سری سوم درس ساختمان داده‌ها

استاد درس: دکتر حسینی

موعِد تحویل: 1400/10/4



۱ - درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. (برای تمام گزینه ها دلیل خود را بیان کنید) (۵۰ نمره)

الف (حدافل و حداکثر ارتفاع یک درخت دودویی برابر $\log(n)$ است.

ب (به درختی، درخت دودویی کامل میگویند که هر گره آن حداکثر دو فرزند داشته باشد.

ج (در یک درخت دودویی با x برگ، تعداد گره های درخت برابر با $(x + 1)^2$ است.

د (با داشتن پیمایش میان ترتیب یک درخت دودویی و ارتفاع هر عنصر، میتوان آن درخت را به صورت یکتا

بدست آورد.

ه (ارتفاع یک هرم با n عنصر برابر با $\lceil \log n \rceil$ است.

۲- با ۲۵ عنصر چند درخت دودویی با ارتفاع کمینه میتوان ساخت؟ (۳۰ نمره)

۳- در زیر دو پیمایش پیشوندی و پسوندی یک درخت دودویی داده شده است. (۴۰ نمره)

الف) پیمایش میانوندی آن را بیابید و درخت آن را رسم کنید. مراحل بدست آوردن پیمایش میانوندی را توضیح دهید.

ب) آیا این درخت یکتا است؟ توضیح دهید.

Preorder : a b d f g e c h j i

Postorder: f g d e b j h i c a

۴- با استفاده از کلید های زیر از چپ به راست، درخت های خواسته شده را مرحله به مرحله رسم کنید. و سپس نود های C , D , J را به ترتیب حذف کنید. (۶۰ نمره)

A B E D C G F J H I

الف) AVL Tree

ب) Red-Black Tree

ج) B-tree & degree = 3

۵- یک درخت دودویی: (۳۰ نمره)

الف) با چه ویژگی هایی میتواند کمترین و بیشترین تعداد برگ را داشته باشد؟

ب) با ۱۰۰۰ نود، کمترین و بیشترین تعداد برگی که میتواند داشته باشد چقدر است؟

ج) قسمت ب را برای حالتی که دارای N نود هست، بدست آورید.

۶- الگوریتم مشخص کردن مجموع مقادیر روی طولانی ترین مسیر در درخت باینری را با ذکر مثال بیان کنید

و اردر این الگوریتم را بیابید. عضو میانی این مسیر چه ویژگی ای دارد؟ (۳۰ نمره)

۷ - یک درخت مورب راست با 7 نود موجود است. با استفاده از ترتیبی از دوران های چپ، این درخت را به درخت کامل تبدیل کنید. (۳۰ نمره)

۸ - فصل پاییز است و درخت کهنسالی در حال از دست دادن برگ هایش و تنها در هر یک از شاخه های انتهایی اش، یک برگ سبز باقی مانده است. هر لحظه امکان دارد آن هم زرد شود به زمین بیفتد. یک کرم بزرگترین برگ را که در بالا ترین شاخه است میخواد بخورد. از آنجایی که زمان برای او حیاتی است، به او کمک کنید تا در کمترین زمان راه رسیدن به بالاترین شاخه را پیدا کند. این زمان چقدر است؟ (۳۰ نمره)

9- ساختمان داده ای را ارائه دهید که به صورت غیر بازگشتی و با اوردر $O(n)$ بتواند داده های درخت دودویی را پیمایش کرد. (۲۰ نمره)

توجه 0: تعداد خانه های حافظه محدود است پس باید از پیچیدگی مکانی $O(1)$ تبعیت کند.

10- (اختیاری) در سوال 7 اگر یک درخت شامل n نود داشته باشیم، رابطه ای برای بدست آوردن تعداد دوران ها بدست آورید. (20 نمره)

11- (اختیاری) در سوال 2 برای حالت کلی با n عنصر و ارتفاع کمینه h ، چند درخت دودویی میتوان ساخت؟ (20 نمره)

12- (اختیاری) یک درخت دودویی در اختیار ما قرار گرفته است و می‌خواهیم بفهمیم که می‌تواند در عین حال یک red black tree هم باشد یا نه. الگوریتمی در زمان خطی برای اینکار ارائه دهید. (20 نمره)

13- (اختیاری) آقای چنگ ورزش‌های رزمی کار می‌کند و قدرت‌ش این‌هاست که یک درخت جستجوی دودویی رو با یک ضربه به دو تا درخت تبدیل می‌کند فقط لازمه بهش بگین که بر اساس چه عددی این دو تا درخت رو تقسیم کنه و بقیه کارها رو خودش انجام میده. بنظرتون چطوری آقای چنگ این کار رو انجام میده؟ (30 نمره)