



تمرین پنجم درس تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها

تبدیل فوریه

زمان تحویل: ۱۴۰۲/۰۲/۲۴ ساعت ۱۶

استاد: دکتر نقش

۱- سیگنال $x(t)$ با تبدیل فوریه $X(j\omega)$ را در نظر بگیرید. اطلاعات زیر داده شده است:

۱. $x(t)$ حقیقی است.

۲. در $t \leq 0$, $x(t) = 0$.

$$\frac{1}{j\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \Re\{X(j\omega)\} e^{j\omega t} d\omega = |t| e^{-|t|}$$

سیگنال $x(t)$ را بیابید.

۲- اگر $y(t) = x(t) * h(t)$ و $g(t) = x(3t) * h(3t)$ باشد و تبدیل فوریه $x(t)$ و $h(t)$ به ترتیب

$X(j\omega)$ و $H(j\omega)$ باشد، به کمک خواص تبدیل فوریه نشان دهید که تبدیل فوریه $g(t)$ به شکل زیر است:

$$g(t) = Ay(Bt)$$

مقادیر A و B را تعیین کنید.

۳- تبدیل فوریه ی سیگنال های زیر را به دست آورید.

الف) $e^{-3|t|} \sin 2t$

ب) $\sum_{k=-\infty}^{\infty} a^k \delta(t - kT), \quad |a| < 1$

ج) $\left(\frac{\sin \pi t}{\pi t}\right) \left(\frac{\sin 2\pi(t-1)}{\pi(t-1)}\right)$

۴- فرض کنید $g(t) = x(t) \cos t$ و $g(t)$ دارای تبدیل فوریه زیر است:

$$G(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| \leq 2 \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

الف) $x(t)$ را بیابید.

ب) تبدیل فوریه $X_1(j\omega)$ سیگنال $x_1(t)$ را به نحوی بیابید که داشته باشیم:

$$g(t) = x_1(t) \cos\left(\frac{2}{3}t\right)$$

۵- سیگنال پیوسته در زمان مربوط به هر یک از تبدیل های زیر را بیابید.

الف) $X(j\omega) = \frac{2 \sin[3(\omega - 2\pi)]}{(\omega - 2\pi)}$

ب) $X(j\omega) = \cos(4\omega + \frac{\pi}{3})$

ج) $X(j\omega) = 2[\delta(\omega - 1) - \delta(\omega + 1)] + 3[\delta(\omega - 2\pi) + \delta(\omega + 2\pi)]$

۶- سیستم LTI با رابطه پاسخ ضربه زیر را در نظر بگیرید:

$$h(t) = \frac{\sin 4(t - 1)}{\pi(t - 1)}$$

خروجی سیستم را به ازای ورودی های زیر به دست آورید.

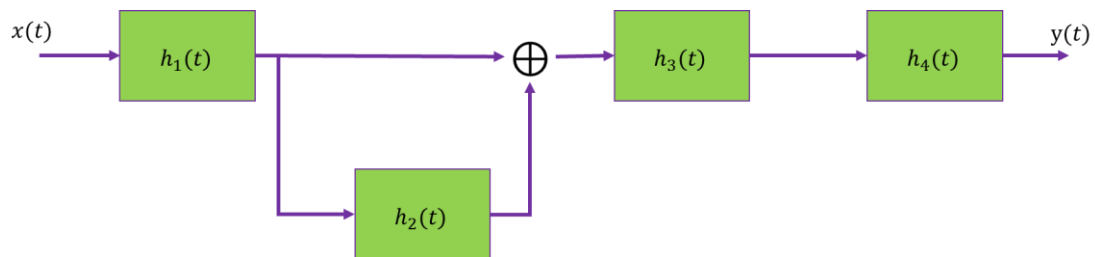
الف) $x_1(t) = \cos(6t + \frac{\pi}{4})$

ب) $x_2(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} (\frac{1}{4})^k \sin(3kt)$

۷- اتصال چند سیستم LTI به صورت زیر را در نظر بگیرید:

$$h_1(t) = \frac{d}{dt} \left[\frac{\sin(\omega_c t)}{2\pi t} \right], \quad H_2(j\omega) = e^{\frac{-j2\pi\omega}{\omega_c}}, \quad h_3(t) = \left[\frac{\sin(3\omega_c t)}{\pi t} \right], \quad h_4(t) = u(t)$$

در صورتی که ورودی سیستم $x(t) = \sin(2\omega_c t) + \cos(\frac{1}{2}\omega_c t)$ باشد خروجی $y(t)$ را به دست آورید.



۸- ورودی و خروجی یک سیستم پیوسته زمان LTI علی با معادله دیفرانسیل زیر به هم مربوط اند:

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 6 \frac{dy(t)}{dt} + 8y(t) = 2x(t)$$

الف) پاسخ ضربه این سیستم را بیابید.

ب) پاسخ این سیستم به ورودی $x(t) = te^{-2t}u(t)$ را بیابید.

موفق باشید