

به نام یکتا سازنده هستی



تمرین سری چهارم

ساختمان داده

نیم سال اول ۱۴۰۰ - ۱۴۰۱

دانشکده‌ی برق و کامپیوتر
دانشگاه صنعتی اصفهان

دی ماه ۱۴۰۰

استاد درس:

دکتر سمانه حسینی

مسئول تمرین:

محمد مهدی برقی - مرصاد حسنجانی - نوید نصیری - ارسلان یآوری



۱ سوال اول

درستی و نادرستی جملات زیر را مشخص کنید و توضیح دهید
الف) اگر یک آرایه از اعداد ۱ تا n^8 داشته باشیم الگوریتم quicksort می تواند در زمان خطی آرایه را مرتب کند.

ب) اگر n عدد برای سورت کردن داشته باشیم و هر عدد d رقم داشته باشد و هر رقم در مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, k\}$ باشد radix sort در اردر زمانی $O((n+k) \log d)$ قابل اجرا است.

ج) تابع درهم ساز (hash function) با تابع $h(x) = (k-1)x \bmod k$ با اندازه جدول درهم ساز k یکنوا است.

د) تابع درهم ساز (hash function) با تابع $h(x) = x \bmod k - 1$ با اندازه جدول درهم ساز k یکنوا است.

۲ سوال دوم

شقایق مدتی است که در حال تمرین برای محاسبات سریع است حالا خواهرش می خواهد او را امتحان کند ابتدا تعداد زیادی عدد برای شقایق روی کاغذ می نویسد سپس از او می خواهد مجموعه های سه تایی از اعداد را در بین ورودی بیابد که مجموع دوتای آنان سومی را حاصل می شود (هر سه این اعداد در بین اعداد ورودی هستند) به کمک کنید تا این مسئله را در کمترین زمان حل کند و الگوریتم خود را کامل توضیح دهید و اردر زمانی آن را مشخص کنید.



۳ سوال سوم

شب یلدا شده و شقایق بیکار هست حال می خواهد بار دیگر توانایی خود را در محاسبات سریع به همه حضار اثبات کند. ابتدا به او دنباله ای از اعداد که n عضو دارد داده می شود. سپس یک عدد x داده می شود. حال به شقایق کمک کنید تا در کمترین زمان، بزرگترین زیر دنباله پیوسته را بیابد که مجموع آنان برابر x شود.

۴ سوال چهارم

محدثه یک شیرینی پزی دارد و می خواهد شیرینی ها را در بسته بندی های چهارتایی قرار دهد. شیرینی ها هر کدام وزن های متفاوتی دارند که در ابتدا در یک دنباله ای از اعداد به ما داده می شود. اما نکته بسیار مهم در مورد بسته بندی شیرینی ها هست که باید حتما وزن بسته های چهارتایی شیرینی دقیقا باید برابر x باشد که در ورودی داده می شود. حال محدثه از شما الگوریتمی می خواهد که در کمترین زمان مشخص کند که آیا ما با تمامی شیرینی ها با وزن های داده شده می توانیم بسته های چهارتایی شیرینی با وزن های دقیقا x به وجود بیاوریم؟ (خروجی الگوریتم بله یا خیر هست)

۵ سوال پنجم

اگر T یک درخت پوشای کمینه برای گراف است $G=(V,E)$ اگر وزن یک یال (e) را در گراف کاهش دهیم با چه مرتبه ای می توانیم درخت پوشای کمینه گراف جدید را بیابیم.

**۶ سوال ششم**

سعید نوع جدیدی از الگوریتم برای سورت کردن ابداع کرده است و نام آن را مرتب سازی Fast & insert گذاشته است این الگوریتم به این صورت است که : ابتدا تعداد عضو $2n+1$ از ابتدای آرایه انتخاب می کند و با روش درجی آن را مرتب می کند سپس میانه این قسمت که مرتب شده است را به عنوان محور انتخاب کرده و الگوریتم quick sort را بر روی آن اجرا می کند:

- الف) رابطه بازگشتی الگوریتم جدید را بدست آورید
ب) مرتبه زمانی الگوریتم را از رابطه قسمت (الف) محاسبه کنید

۷ سوال هفتم

آقای چنگ استاندار شده و طبق یک سیل عظیم تمام راه های بین شهر ها خراب شده و آقای چنگ باید شهرها را دوباره به هم متصل کند. درست کردن هر راه بین دو شهر هزینه مشخصی دارد. کمترین هزینه ای که باید صورت بگیرد تا تمام شهرها به هم متصل شوند را قرار است برای آقای چنگ مشخص کنیم. الگوریتمی برای این کار ارائه دهید. (قبل از خرابی جاده ها، تمامی شهرها به هم متصل بوده اند)

۸ سوال هشتم

اثبات کنید که گراف جهت دار G دور اویلر دارد، اگر و تنها اگر درجه ورودی برابر با درجه خروجی به ازای تمامی رئوس گراف باشد.

**۹ سوال نهم**

یک راه برای انجام سورت topological روی dag ها این است که به شکل تکراری راسی که درجه ورودی صفر دارد را بیابیم، راس و تمامی یال های خروجی آن را از گراف حذف کنیم و در خروجی نشان دهیم. نشان دهید که چطور این الگوریتم را پیاده سازی کنیم که در زمان $O(V+E)$ اجرا شود و چه اتفاقی می افتد اگر گراف دارای دور باشد؟

۱۰ سوالات عملی

هم اکنون می توانید در صفحه کوثرای درس تمرین مربوط به این جلسه ”پایان راه” را ملاحظه کنید.

موفق باشید