

ب نام آنکِ جانِ را فکرت آموخت



تمرین سری دوم درس ساختمان داده‌ها

استاد درس: دکتر حسینی

موعد تحویل: 1400/09/15



1) صحیح یا غلط بودن گزینه های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید. (پاسخ دادن به 5 مورد از آنها کفایت میکند) ((هر مورد از بارم 10 نمره برخوردار است))

الف) هزینه اضافه کردن یک عنصر جدید به یک لینک لیست برابر $O(N)$ است.

ب) درج یک عنصر در موقعیت فعلی را میتوان به صورت کارا بر روی یک لیست پیوندی یک سویه انجام داد.

ج) هزینه حذف آخرین عنصر از یک لیست یک سویه با دو اشارهگر f و r که به ترتیب به عناصر اول و آخر لیست اشاره میکنند از $O(1)$ است.

د) با یک پشته و یک متغیر نمیتوان ساختمان داده‌ای طراحی کرد که هر بار بتواند اعمال pop و $push$ و $return min(stack)$ را پوشش دهد.

ه) دو آرایه‌ی دو بعدی از مراتب $m.n$ و $n.p$ داریم. آیا میتوان آرایه‌ی جدیدی که حاصل ضرب عناصر آنها (به صورت ماتریسی) است را در اردر کمتر از $O(mnp)$ باشد. (به منظور راحتی کار میتوانید آرایه‌ها را $n.n$ در نظر بگیرید.

ی) در یک لیست حلقوی از $O(1)$ میتوان به ابتدا و انتهای لیست عضو افزود.

(2) برای هر یک از چهار نوع لیست در جدول زیر، بدترین حالت مجانبی زمان اجرا برای هر عملیات فهرست شده چقدر است؟
(30 نمره)

	Unsorted, Singly Linked List	Sorted, Singly Linked List	Unsorted, Doubly linked	Sorted, Doubly linked
Search(L,K)				
Insert(L,K)				
Delete(L,K)				
Successor(L,K)				
Predecessor(L,K)				
Minimum(L)				
Maximum(L)				

(3) رویه‌ی روبرو بمنظور وارون کردن یک لیست L طراحی شده است. در مورد درستی روند آن توضیحی مختصر بنویسید. (10 نمره)

Reverse (L)

```

if L = null
    then return L
r ← Reverse ( next [L] )
next [ next [ L ] ] ← L
next [ L ] ← null
return r

```

(4) به سوالات زیر پاسخ دهید. (20 نمره)

الف) نشان دهید که چطور با دو صف می‌توان یک پشته ساخت. در مورد پیچیدگی زمانی عملیات‌های پشته توضیح دهید.
 ب) نشان دهید که چطور با دو پشته می‌توان یک صف ساخت. در مورد پیچیدگی زمانی عملیات‌های پشته توضیح دهید.
 5) در یک دنباله از اعداد نامرتب، «مقدار نظیر» یک زیردنباله عبارت است از حاصل ضرب طول زیردنباله در کوچک‌ترین عضو زیردنباله. برای یک دنباله ی دلخواه، زیر دنباله ی متوالی ای را بیابید که مقدار نظیر آن، از همه ی زیر دنباله های متوالی دیگر بیشتر باشد. (از مرتبه زمانی $O(N)$)

مثال: در دنباله ی {6, 1, 5, 4, 5, 2, 6} زیر دنباله ی متوالی {5, 4, 5} بیشترین مقدار نظیر را دارد. این مقدار برابر است با ۱۲. (20 نمره)

6) آرش و دانیال در یک اتفاقی گیر افتاده اند که درش قفل است. قفل در به یک کامپیوتر متصل است که در هر بازه ای از زمان یک لینک لیست طولانی را به صورت رندوم تولید میکند که آنها میتوانند الگوریتمی را بر روی آن لوود کنند که با اجرای آن الگوریتم ریورس لیست داده شده را برگرداند، اگر پاسخ سریعاً برگردانده شود قفل باز میشود و در غیر اینصورت بمبی در اتاق است که منفجر میشود؛ از این رو آنها میخواهند الگوریتمشان در بهترین زمان ممکن پاسخ را برای کامپیوتر برگرداند تا نجات پیدا کنند. آنها از محدودیت حافظه برخوردار نیستند. باید سریعاً الگوریتمشان را طراحی کنند قبل از اینکه از گرسنگی تلف شوند. به آنها کمک کنید تا به بهترین جواب ممکن بتوانند برسند. توضیح دهید اگر لیست n عضوی باشد زمان اجرای این الگوریتم از اردر چند است و چگونه کار میکند. (20 نمره)

توجه: لیست یاد شده یک لیست پیوندی یک طرفه است.

7) یک پشته در اختیار داریم که اعداد 1 تا n به ترتیب در صف ورود به آن پشته هستند. (عدد 1 پیش قدم شده است) هر بار با انجام عمل PUSH یک عنصر از صف به داخل استک اضافه میشود و هر بار با عمل POP یک عنصر از استک وارد صف خروج میشود. با ترکیب این دو عمل میتوانیم جایگشت های مختلفی از اعداد را در خروجی داشته باشیم. با توجه به این مطالب به سوالات زیر پاسخ دهید: (ورودی صف خروجی را سمت چپ آرایه در نظر بگیرید) (15 نمره)

الف) به ازای $n=10$ چگونه میتوانیم جایگشت $[4, 3, 2, 8, 7, 6, 9, 10, 5, 1]$ را داشته باشیم؟ توضیح دهید.

ب) به ازای $n=10$ چگونه میتوانیم جایگشت $[4, 3, 8, 7, 9, 5, 10, 6, 2, 1]$ را داشته باشیم؟ توضیح دهید.

ج) توضیح دهید برای هر n ، همه جایگشت های خروجی دارای چه ویژگی ای هستند؟

8) در کتابخانه ای به 12 کتاب در سه قفسه وجود دارد که اندازه این کتاب ها را هر کدام با یک عدد مشخص کرده ایم.

12 : کتاب با بزرگترین اندازه

1: کتاب با کوچک ترین اندازه

مسئول کتابخانه می خواد تا کتاب ها را از چپ به راست در یک قفسه بچیند اما فضای زیادی برای پخش کردن کتاب ها ندارد و فقط می تواند کتاب ها را به صورت یک ستون از کتاب ها روی زمین و یا بین سه قفسه جا به جا کند.

نکته دیگر اینکه شما با کتاب های عتیقه سروکار دارید و یک کتاب با سایز بزرگتر نمی تواند به کتاب کوچک تر تکیه دهد (در قفسه ها کتاب بزرگتر نمی تواند در سمت راست کتاب کوچک تر قرار گیرد). حال الگوریتمی ارائه دهید تا بتواند این کار را انجام دهد. دقت کنید امکان برداشتن چند کتاب وجود ندارد و در هر حرکت فقط راست ترین کتاب را به راست ترین موقعیت یک قفسه دیگر

ببرید (20 نمره)

[1]: 12 7 6 4 2 1

[2]: 9 5 3

[3]: 11 10 8

9) به کمک دو ساختمان داده صف و پشته الگوریتمی طراحی کنید که رشته ای از کاراکتر ها را دریافت و مشخص کند که این رشته متقارن است یا خیر. (15 نمره)

(رشته متقارن رشته ای است که از ابتدا به انتها خوانده شود یا از انتها به ابتدا یکسان باشد مثل MADAM)

10) لینک لیستی در اختیار داریم که ممکن است دوتا از عناصر آن به یکی از عناصر لینک لیست اشاره کنند اکنون با توجه به اینکه محدودیت حافظه داریم (در حد 5 خانه از حافظه در اختیارمون گذاشتن) و همچنین از ساینز لیست هم اطلاعی نداریم بهترین الگوریتم ممکن برای اطلاع از این موضوع از چه اردری تبعیت میکند؟ روند کار الگوریتم مورد نظر را شرح دهید. (امتیازی) 20

(نمره)

نکته ۰: هر خانه از لیست نام برده شده دارای یک فیلد است که به خانه‌ی دیگری اشاره میکند و فیلد دیگری که متناظرا به هر خانه یک عدد یونیک انتساب شده است.

نکته ۱: تنها آدرس اولین خانه در دسترس ما قرار گرفته و برای دسترسی به دیگر خانه ها باید بر روی لیست پیمایش کنیم.

نکته ۲: از ترتیب خانه‌ها اطلاعی نداریم.

نکته ۳: از تعداد خانه‌ها نیز اطلاعی نداریم.

پاینده و سربلند باشید :