



دانشکده برق و کامپیوتر

## تمرین چهارم درس تجزیه و تحلیل سیگنال‌ها و سیستم‌ها سری فوریه (بخش دوم)

زمان تحویل: ۱۴۰۲/۲/۱۰ ساعت ۱۶

استاد: دکتر نقش

۱- سیگنال زمان گسسته‌ی حقیقی  $x[n]$ ، با دوره‌ی تناوب اصلی ۵، متناوب است. اطلاعات زیر از ضرایب سری فوریه‌ی غیر صفر این سیگنال در دست می‌باشد.

$$a_0 = 1, \quad a_2 = a_{-2}^* = e^{j\frac{\pi}{4}}, \quad a_4 = a_{-4}^* = 2e^{j\frac{\pi}{3}}$$

سیگنال متناوب مربوطه را به صورت زیر بیان نمایید:

$$x[n] = A_0 + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \sin(\omega_k n + \theta_k)$$

۲-  $x[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 8 \\ 0 & n = 9 \end{cases}$  یک سیگنال زمان گسسته‌ی متناوب با دوره‌ی تناوب ۱۰ دارای ضرایب

سری فوریه‌ی  $a_k$  می‌باشد. اگر  $g[n] = x[n] - x[n-1]$  باشد به موارد زیر پاسخ دهید:

(الف) دوره تناوب  $g[n]$  را به دست آورید.

(ب) ضرایب سری فوریه  $g[n]$  را به دست آورید.

(ج) با استفاده از ضرایب سری فوریه  $g[n]$  و خاصیت تفاضلی  $a_k$  را برای  $k \neq 0$  حساب کنید.

۳- ضرایب سری فوریه سیگنال‌های زیر را بدست آورید (می‌توان از خواص سری فوریه استفاده کرد):

(الف)  $x[n] = \sin\left(\frac{2\pi n}{3}\right) \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right)$

(ب) متناوب با دوره تناوب ۱۲ در  $0 \leq n \leq 3$   $x[n] = 1 - \sin\left(\frac{\pi n}{4}\right)$

(ج)  $x[n] = \begin{cases} 3 & -2 \leq n \leq 0 \\ -3 & 1 \leq n \leq 3 \end{cases}$  با دوره تناوب اصلی ۶

(د)  $x[n] = \begin{cases} -2 & n = 0 \\ 2 & n = \pm 1 \\ 1 & n = \pm 2 \end{cases}$  با دوره تناوب اصلی ۵

۴- سیگنال‌های گسسته زمان  $x[n]$  و  $y[n]$  به صورت زیر می‌باشند:

$$x[n] = \sin\left(\frac{2\pi}{6}n + \frac{\pi}{6}\right), \quad y[n] = 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{6}n\right)$$

الف) ضرایب سری فوریه‌ی  $x[n]$  و  $y[n]$  را به دست آورید.

ب) با استفاده از خواص سری فوریه، ضرایب سری فوریه‌ی سیگنال  $z[n] = x[n]y[n]$  را به دست آورید.

ج) ضرایب سری فوریه‌ی سیگنال  $z[n]$  را به صورت مستقیم محاسبه کرده و با قسمت ب مقایسه کنید.

---

۵- اطلاعات زیر در مورد سیگنال  $x[n]$  داده شده است:

الف)  $x[n]$  یک سیگنال حقیقی و زوج می‌باشد.

ب) دوره تناوب  $x[n]$ ،  $N=10$  و ضرایب سری فوریه آن  $a_k$  است.

ج)  $a_{11} = 5$ .

د)  $\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |x[n]|^2 = 50$

نشان دهید  $x[n] = A \cos(Bn + C)$  و مقادیر  $A$ ،  $B$  و  $C$  را بدست آورید.

---

۶- یک فیلتر پیوسته در زمان پایین گذر ایده آل با پاسخ فرکانسی زیر در نظر بگیرید:

$$H(j\omega) = \begin{cases} 1 & |\omega| < 2000\pi \\ 0 & 2000\pi < |\omega| \end{cases}$$

در صورتی که ورودی این فیلتر، یک سیگنال پیوسته در زمان با دوره‌ی تناوب اصلی ۱.۵ میلی ثانیه و ضرایب سری فوریه‌ی زیر باشد، مطلوب است محاسبه‌ی ضرایب سری فوریه‌ی خروجی فیلتر و سیگنال خروجی.

$$a_k = \begin{cases} 2 & k = 0 \\ j\left(\frac{1}{2}\right)^{|k|} & \text{other} \end{cases}$$

---

۷- یک سیستم گسسته زمان LTI با پاسخ ضربه‌ی زیر را در نظر بگیرید:

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{|n|}$$

به ازای ورودی  $x[n]$  به این سیستم، نمایش سری فوریه‌ی خروجی را مشخص کنید.

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n - 4k]$$