به نام خدا

ساختمان‌های گسسته

شمارش

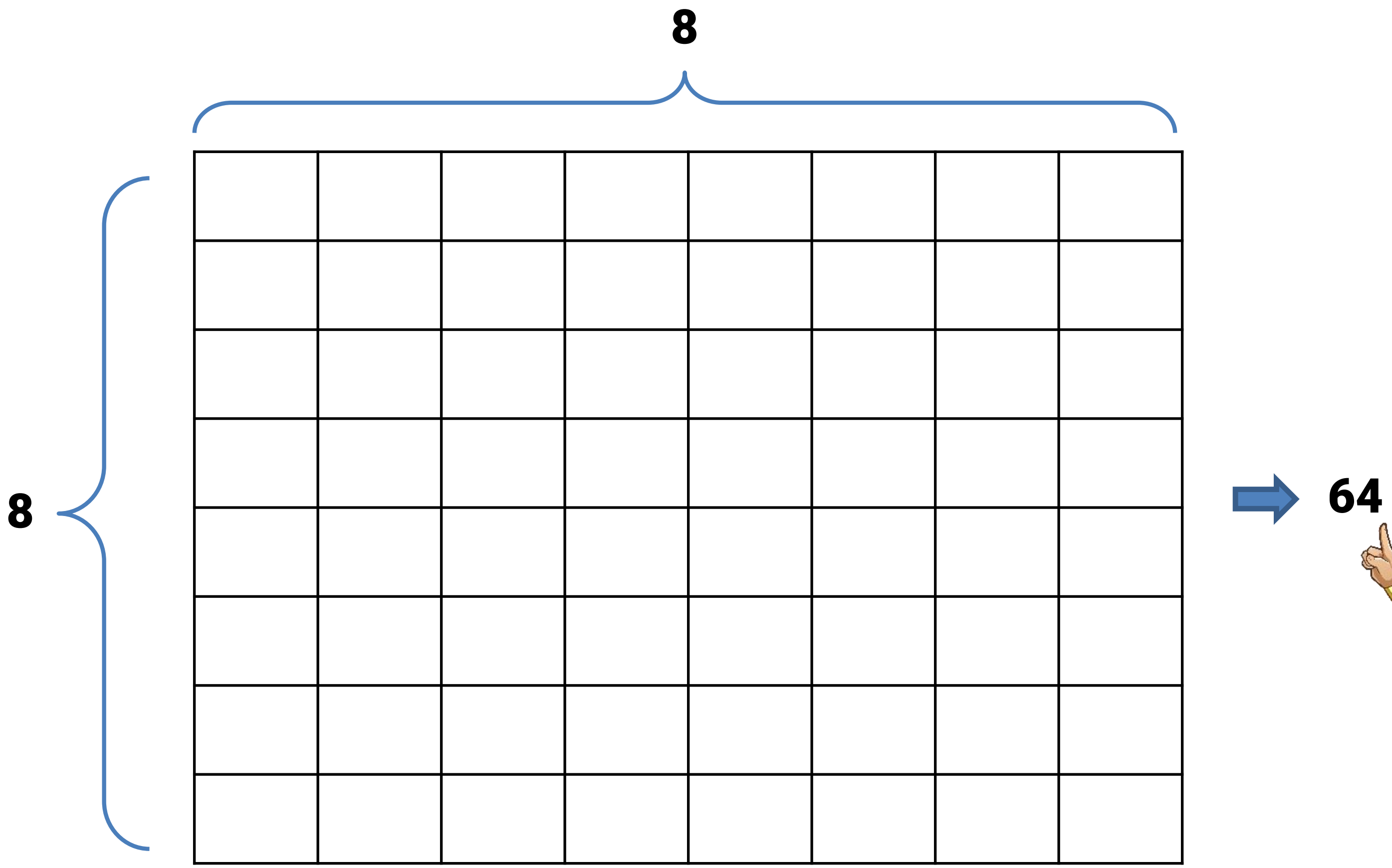
Dr. Aref Karimiafshar
A.karimiafshar@ec.iut.ac.ir

شمارش

- ترکیبیات ← علم شمارش

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	…					
						…	64

شمارش



اصول اساسی شمارش

- مسایل شمارش

مساله ← تجزیه ← ترکیب

↓

استفاده از قوانین جمع و ضرب

قانون جمع

- قانون جمع
  - هرگاه اولین کار به m طریق
  - دومین کار به n طریق قابل انجام باشد
  - هر دو کار همزمان قابل انجام نباشند
  - آنگاه انجام این یا آن کار به $m+n$ طریق قابل انجام است

قانون جمع (مثال)

- کتابخانه‌ای دارای
  - 30 کتاب رمان
  - 50 کتاب داستان کوتاه

برای انتخاب یک کتاب: 30+50 انتخاب

- برنامه ریزی برای سفر
  - شهرهای تاریخی (اصفهان، شیراز)
  - شهرهای ساحلی (بندرعباس، بندرانزلی، چابهار)

برای انتخاب یک مقصد سفر: 2+3 انتخاب

قانون جمع (تعمیم)

- تعمیم قانون جمع

اشیاء	شئ1	شئ 2	شئ 3	...	شئ k
روش‌های انتخاب	n_1	n_2	n_3	...	n_k
انتخاب یک شئ: $n_1+ n_2+ n_3+\dots+n_k$					

قانون ضرب (بیان ساده!)

- قانون ضرب
  - اگر A و B دو مجموعه متناهی باشند:

$$|A \times B| = |A|.|B|$$

- تعمیم قانون ضرب
  - اگر A_1، A_2، ...، A_n مجموعه‌های متناهی باشند:

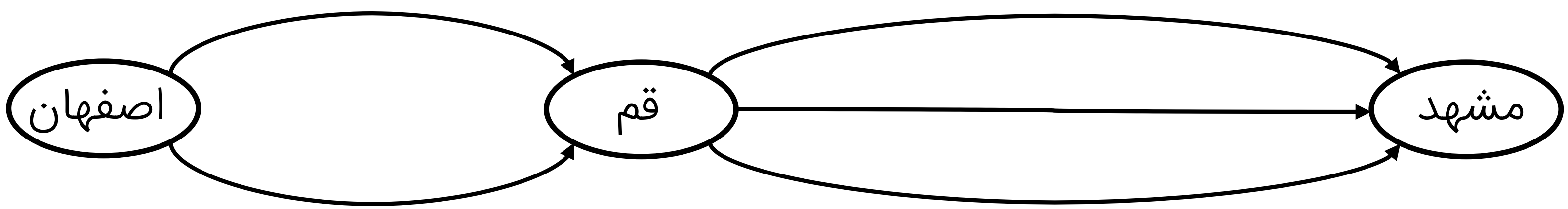
$$|A_1 \times A_2 \times \cdots \times A_n| = |A_1||A_2| \ldots |A_n|$$

قانون ضرب

- قانون ضرب
  - فرض کنیم فرایندی را می‌توانیم به صورت توالی دو کار انجام دهیم،
    - اگر کار اول به m طریق
    - کار دوم به n طریق قابل انجام باشد
    - انجام این دو کار از هم مستقل باشند
  - آنگاه انجام این فرایند به $m.n$ طریق قابل انجام است

قانون ضرب (مثال)

- برای رفتن از اصفهان به مشهد در صورتی که بخواهیم حتما از قم عبور کنیم، به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام دهیم؟



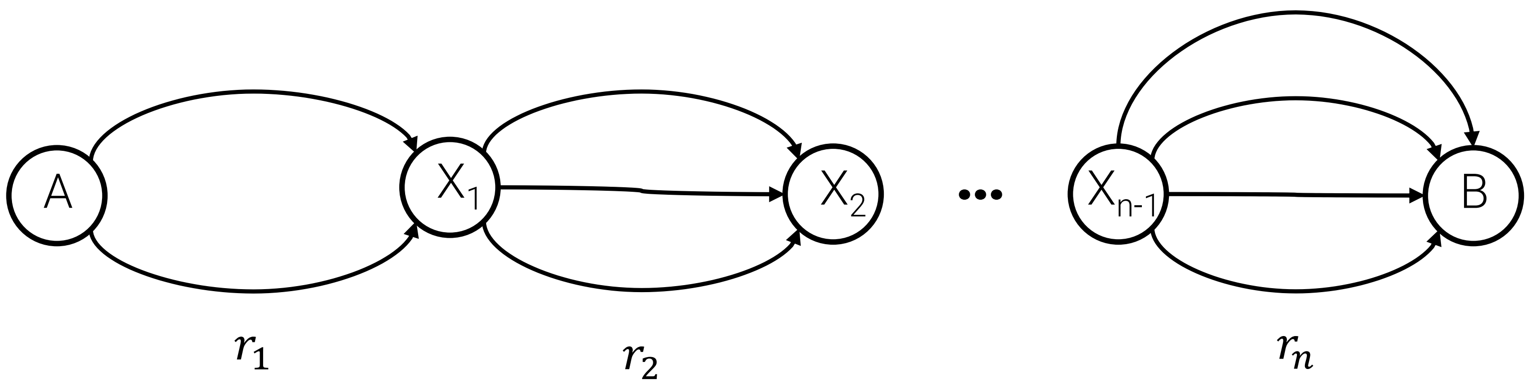
طرق مختلف انجام این سفر: 3×2 طریق

قانون ضرب (تعمیم)

- تعمیم قانون ضرب
  - اگر
    - کار w_1 به r_1 طریق،
    - کار w_2 به r_2 طریق،
    - ...
    - کار w_n به r_n طریق،
    - انجام هر کدام از این کارها از بقیه مستقل باشد
  - آنگاه همه این کارها را می‌توان به $r_1 r_2 \ldots r_n$ طریق انجام داد

قانون ضرب (مثال)

- به چند طریق می‌توان از نقطه A به نقطه B رسید؟



رفتن از نقطه A به نقطه B: $r_1 r_2 \dots r_n$ طریق

مثال

- چند تابع از یک مجموعه m عضوی به یک مجموعه n عضوی می‌توانیم داشته باشیم؟

n	**n**		**n**
1	2	...	m

تعداد توابع: n^m انتخاب

مثال

- اگر هر پلاک از توالی سه حرف(انگلیسی) و بعد از آن سه رقم تشکیل شود، چند پلاک متفاوت می‌توانیم داشته باشیم؟

26	**26**	**26**	**10**	**10**	**10**
حرف اول	حرف دوم	حرف سوم	عدد اول	عدد دوم	عدد سوم

تعداد پلاک‌ها: $26 \times 26 \times 26 \times 10 \times 10 \times 10$ پلاک متفاوت

مثال

نکته:

– در اصل ضرب کافی است تعداد راه‌های انجام کار W_i از تعداد راه‌های انجام کارهای W_{i-1}, ..., W_1 مستقل باشد.

- فرض کنید 4 درس باید در 4 ترم گرفته شوند و گرفتن بیش از یک درس در هر ترم مجاز نباشد. به چند طریق می توان این کار را انجام داد؟(فرض کنید هم‌نیاز و پیش‌نیاز وجود ندارد و همه درس‌ها را پاس می‌شوید)

4	**3**	**2**	**1**
ترم 1	**ترم 2**	**ترم 3**	**ترم 4**

تعداد حالت‌های مختلف اخذ دروس: $1 \times 2 \times 3 \times 4$ حالت

مثال

- چند کلمه چهار حرفی با حروف A, B, C, D می‌توان ساخت؟
  - اگر تکرار حروف مجاز باشد.

4	**4**	**4**	**4**
جایگاه1	**جایگاه2**	**جایگاه3**	**جایگاه4**

تعداد کلمه‌های چهار حرفی: $\mathbf{4 \times 4 \times 4 \times 4}$ کلمه

  - اگر تکرار حروف مجاز نباشد.

4	**3**	**2**	**1**
جایگاه1	**جایگاه2**	**جایگاه3**	**جایگاه4**

تعداد کلمه‌های چهار حرفی: $\mathbf{4 \times 3 \times 2 \times 1}$ کلمه

مثال

- اگر پسوردهای مجاز برای یک سیستم کامپیوتری 6 تا 8 کاراکتری به صورت ترکیب حروف بزرگ انگلیسی و اعداد باشند. با فرض اینکه هر پسورد حداقل باید شامل یک عدد باشد، چند پسورد مختلف می‌توانیم داشته باشیم؟

P_6						
	کاراکتر اول	کاراکتر دوم	کاراکتر سوم	کاراکتر چهارم	کاراکتر پنجم	کاراکتر ششم

P_7							
	کاراکتر اول	کاراکتر دوم	کاراکتر سوم	کاراکتر چهارم	کاراکتر پنجم	کاراکتر ششم	کاراکتر هفتم

P_8								
	کاراکتر اول	کاراکتر دوم	کاراکتر سوم	کاراکتر چهارم	کاراکتر پنجم	کاراکتر ششم	کاراکتر هفتم	کاراکتر هشتم

مثال

- اگر پسوردهای مجاز برای یک سیستم کامپیوتری 6 تا 8 کاراکتری به صورت ترکیب حروف بزرگ انگلیسی و اعداد باشند. با فرض اینکه هر پسورد حداقل باید شامل یک عدد باشد، چند پسورد مختلف می‌توانیم داشته باشیم؟

$$P = P_6 + P_7 + P_8$$

P_6	=	تعداد کل پسوردهای شش کاراکتری شامل حروف و اعداد	-	تعداد کل پسوردهای شش کاراکتری فقط شامل حروف
P_6	=	36^6	-	26^6
P_7	=	36^7	-	26^7
P_8	=	36^8	-	26^8

مثال

- تعیین کنید که چه تعداد آدرس IPv4 برای کامپیوترها بر روی اینترنت وجود دارد؟ بافرض محدویت‌های زیر:
  - 32 بیت آدرس
  - در کلاس A قسمت Netid نمی‌تواند به صورت 1111111 باشد.
  - قسمت hostid نمی‌تواند تماما صفر یا یک باشد.

Bit Number	0	1	2	3	4	8	16	24	31
Class A	0	netid					hostid		
Class B	1	0	netid					hostid	
Class C	1	1	0	netid					hostid
Class D	1	1	1	0	Multicast Address				
Class E	1	1	1	1	0	Address			

مثال

- تعیین کنید که چه تعداد آدرس IPv4 برای کامپیوترها بر روی اینترنت وجود دارد؟ بافرض محدویت‌های زیر:
  - 32 بیت آدرس
  - در کلاس A قسمت Netid نمی‌تواند به صورت 1111111 باشد.
  - قسمت hostid نمی‌تواند تماما صفر یا یک باشد.

$$x = x_A + x_B + x_C$$

$$x_A = \text{Netid} * \text{hostid}$$

$$x_A = (2^7-1) * (2^{24}-2)$$

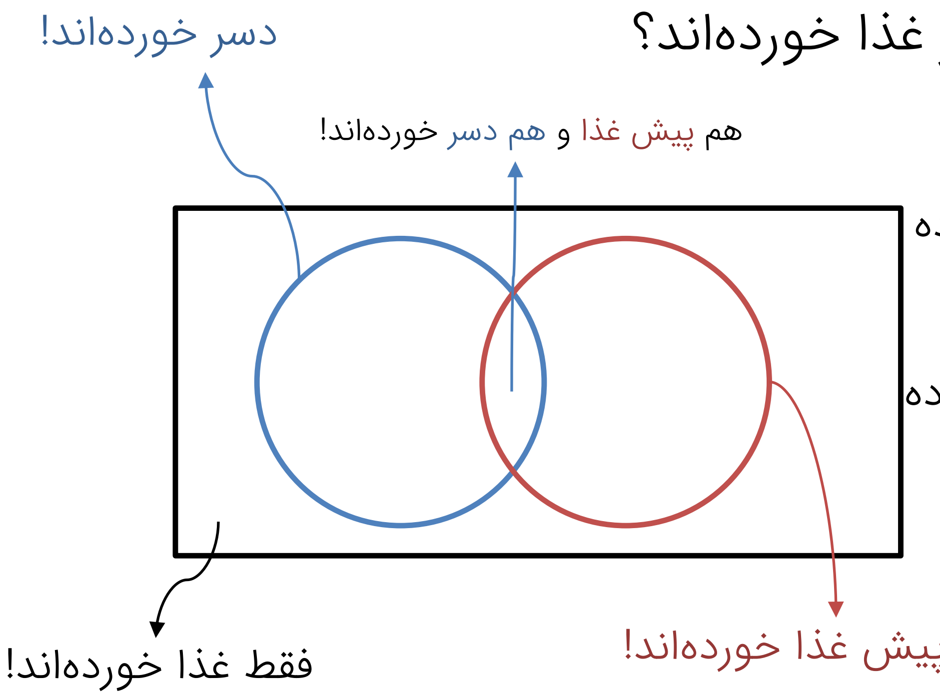
$$x_B = 2^{14} * (2^{16}-2)$$

$$x_C = 2^{21} * (2^8-2)$$

مثال

- در آمار روزانه یک رستوران:
  - 17 نفر همراه با غذا، پیش غذا خورده‌اند!
  - 25 نفر همراه با غذا، دسر خورده‌اند!
  - 11 نفر همراه با غذا، هم پیش غذا و هم دسر خورده‌اند!
  - 8 نفر هم فقط غذا خورده‌اند!

تعیین کنید چند نفر در این رستوران امروز غذا خورده‌اند؟



دسر و پیش غذا + دسر و نه پیش غذا = دسر خورده

11 + x = 25

دسر و پیش غذا + پیش غذا و نه دسر = پ.غ. خورده

11 + y = 17

مثال

- در آمار روزانه یک رستوران:
  - 17 نفر همراه با غذا، پیش غذا خورده‌اند!
  - 25 نفر همراه با غذا، دسر خورده‌اند!
  - 11 نفر همراه با غذا، هم پیش غذا و هم دسر خورده‌اند!
  - 8 نفر هم فقط غذا خورده‌اند!

تعیین کنید چند نفر در این رستوران امروز غذا خورده‌اند؟

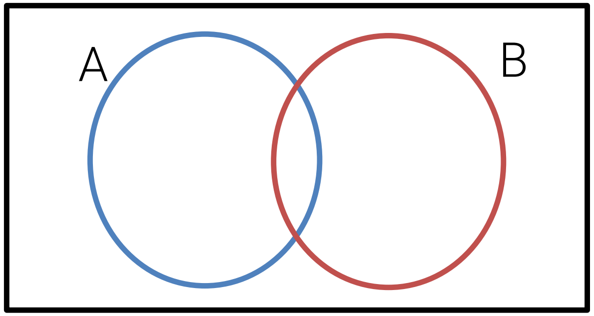
فقط غذا + پیش غذا و نه دسر + دسر و پیش غذا + دسر و نه پیش غذا = تعداد کل افراد

8 + 6 + 11 + 14 = تعداد کل افراد

39 = تعداد کل افراد

تحلیل

- اگرمجموعه A دارای m عضو و مجموعه B دارای n عضو باشد، در مورد تعداد اعضای اشتراک و اجتماع این دو مجموعه چه می‌توان گفت؟



$$|A \cup B| \leq |A| + |B|$$

$$|A \cap B| \leq \min(|A|, |B|)$$

$$A \cup B = (A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A)$$

$$|A \cup B| = |A - B| + |A \cap B| + |B - A|$$

$$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$$

مثال

- تعداد اعدادی که با ارقام 0، 1، 2، 3 و 4 می‌توان ساخت که
  - 6 رقمی باشند.

4	**5**	**5**	**5**	**5**	**5**
جایگاه1	**جایگاه2**	**جایگاه3**	**جایگاه4**	**جایگاه5**	**جایگاه6**

تعداد اعداد شش رقمی: $\mathbf{4 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}$

  - 5 رقمی بدون رقم تکراری

4	**4**	**3**	**2**	**1**
جایگاه1	**جایگاه2**	**جایگاه3**	**جایگاه4**	**جایگاه5**

تعداد اعداد پنج رقمی: $\mathbf{4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}$

مثال

- تعداد اعدادی که با ارقام 0، 1، 2، 3 و 4 می‌توان ساخت که
  - 6 رقمی بدون رقم تکراری باشند.

4	**4**	**3**	**2**	**1**	**0**
جایگاه1	جایگاه2	جایگاه3	جایگاه4	جایگاه5	جایگاه6

تعداد اعداد شش رقمی: $\mathbf{4 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 \times 0}$

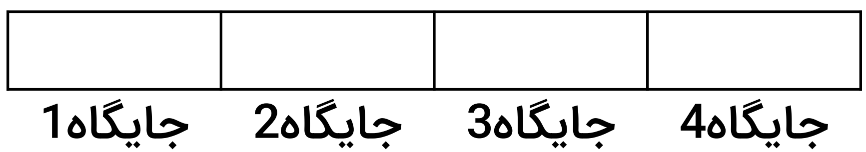
  - 3 رقمی با ارقام متمایز

4	**4**	**3**
جایگاه1	جایگاه2	جایگاه3

تعداد اعداد سه رقمی: $\mathbf{4 \times 4 \times 3}$

مثال

- تعداد اعدادی که با ارقام 0، 1، 2، 3 و 4 می‌توان ساخت که
  - 4 رقمی زوج بدون رقم تکراری باشند.



مثال

- تعداد اعدادی که با ارقام 0، 1، 2، 3 و 4 می‌توان ساخت که
  - 4 رقمی زوج بدون رقم تکراری باشند.

رقم سمت راست صفر باشد + رقم سمت راست 2 یا 4 باشد =تعداد اعداد زوج 4 رقمی

رقم سمت راست صفر باشد

جایگاه1	جایگاه2	جایگاه3	جایگاه4
4	3	2	1

رقم سمت راست صفر باشد: $4 \times 3 \times 2 \times 1$

رقم سمت راست 2 یا 4 باشد

جایگاه1	جایگاه2	جایگاه3	جایگاه4
3	3	2	2

رقم سمت راست 2 یا 4 باشد: $3 \times 3 \times 2 \times 2$

مثال

- تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه m عضوی چند است؟

2	**2**		**2**
1	2	...	m

تعداد زیرمجموعه‌ها: 2^m

مقایسه بدون شمارش!

- مقایسه تعداد اعضای دو مجموعه:
  - فرض کنید A و B دو مجموعه متناهی باشند و $f: A \to B$:
  - اگر **f** یک به یک باشد:

$$|A| \leq |B|$$

  - اگر **f** پوشا باشد:

$$|B| \leq |A|$$

  - اگر **f** یک به یک و پوشا (دوسویی) باشد:

$$|A| = |B|$$

مثال

- تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی یک مجموعه n عضوی بیشتر است یا تعداد زیر مجموعه‌های n-r عضوی آن؟

$|A| = n$

$A_k =$ زیر مجموعه‌های k عضوی A

$\mathbf{f}: A_r \rightarrow A_{n-r}$

$\mathbf{f}(B) = A - B$

$\xrightarrow{\text{دوسویی}}$ $|A_r| = |A_{n-r}|$

جایگشت

- به یک چینش از اشیاء موجود در یک مجموعه یک جایگشت (Permutations) گویند.

ترتیب در قرارگیری آنها مهم است!

- به یک چینش r-تایی از اشیاء موجود در یک مجموعه یک r-جایگشت گویند.

- مثال: اگر S={1,2,3} آنگاه:
  - جایگشت 2-تایی

3,2 2,1

3,2,1

3,1,2

مثال

- در یک مسابقه که 100 شرکت کننده دارد، به چند طریق نفرات اول تا سوم می‌توانند انتخاب شوند؟

100	**99**	**98**
نفر اول	نفر دوم	نفر سوم

تعداد حالت مختلف: $100 \times 99 \times 98$

مثال

- به چند طریق یک بازاریاب که باید 8 شهر مختلف را ویزیت کند، می‌تواند این عمل را انجام دهد؟

8	**7**	**6**	**5**	**4**	**3**	**2**	**1**
شهر اول	شهر دوم	شهر سوم	شهر چهارم	شهر پنجم	شهر ششم	شهر هفتم	شهر هشتم

تعداد حالت مختلف: !8

تعداد جایگشت‌ها

- محاسبه تعداد جایگشت‌ها
  - تعداد جایگشت‌های r-تایی از یک مجموعه n عضوی برابر است با:

n	n-1		n-r+1
1	2	...	r

$$P(n,r) = n(n-1)(n-2)\dots(n-r+1) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

اگر n=r تعداد جایگشت‌ها برابر است با $P(n,r_{=n})=n!$

مثال

- تعداد جایگشت‌های ممکن با حروف کلمه COMPUTER را محاسبه کنید؟

8	7	6	5	4	3	2	1
حرف اول	حرف دوم	حرف سوم	حرف چهارم	حرف پنجم	حرف ششم	حرف هفتم	حرف هشتم

تعداد حالت مختلف: !8

$$P(8,8) = \frac{8!}{(8-8)!} = 8!$$

- تعداد جایگشت‌های 4-تایی

$$P(8,4) = \frac{8!}{(8-4)!} = \frac{8!}{4!}$$

مثال

- تعداد جایگشت‌های ممکن با حروف کلمه BALL را محاسبه کنید؟
  - اگر داشته باشیم L_1 و L_2

$$P(4,4) = \frac{4!}{(4-4)!} = 4!$$

A	B	L	L	A	B	L_1	L_2	A	B	L_2	L_1
A	L	B	L	A	L_1	B	L_2	A	L_2	B	L_1
A	L	L	B	A	L_1	L_2	B	A	L_2	L_1	B
B	A	L	L	B	A	L_1	L_2	B	A	L_2	L_1
B	L	A	L	B	L_1	A	L_2	B	L_2	A	L_1
B	L	L	A	B	L_1	L_2	A	B	L_2	L_1	A
L	A	B	L	L_1	A	B	L_2	L_2	A	B	L_1
L	A	L	B	L_1	A	L_2	B	L_2	A	L_1	B
L	B	A	L	L_1	B	A	L_2	L_2	B	A	L_1
L	B	L	A	L_1	B	L_2	A	L_2	B	L_1	A
L	L	A	B	L_1	L_2	A	B	L_2	L_1	A	B
L	L	B	A	L_1	L_2	B	A	L_2	L_1	B	A

  - عدم تمایز بین دو L

$$\frac{4!}{2}$$

مثال

- تعداد جایگشت‌های ممکن با حروف کلمه PEPPER را محاسبه کنید؟

$$\frac{6!}{3!\times 2!}$$

- به صورت کلی:
  - اگر n شئ حاوی n_1 تا از نوع اول، n_2 تا از نوع دوم، ... و حاوی n_r تا از نوع rام وجود داشته باشد که در آن $n_1+n_2+\ldots+n_r=n$، آنگاه $\frac{n!}{n_1!n_2!\ldots n_r!}$ جایگشت برای n شئ مفروض است.

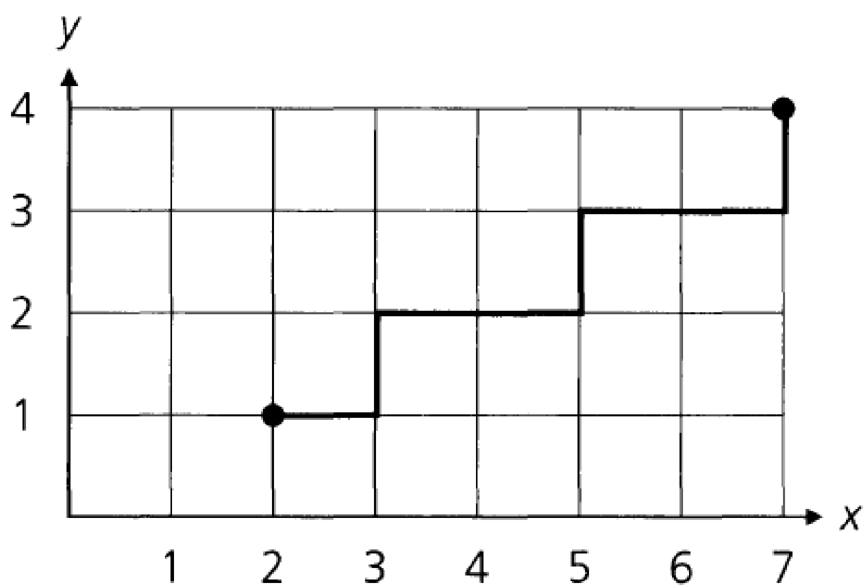
مثال

- با حروف کلمه Mississippi چند کلمه 11 حرفی متفاوت می‌توان ساخت؟

$$\frac{11!}{4!\times4!\times2!\times1!}$$

مثال

- تعداد مسیرهای پلکانی واقع در صفحه xy از (2,1) به (7,4) را تعیین کنید. هر مسیر از پله‌هایی تشکیل شده است که یک واحد به راست (R) یا یک واحد به بالا (U) می‌روند.



R,U,R,R,U,R,R,U

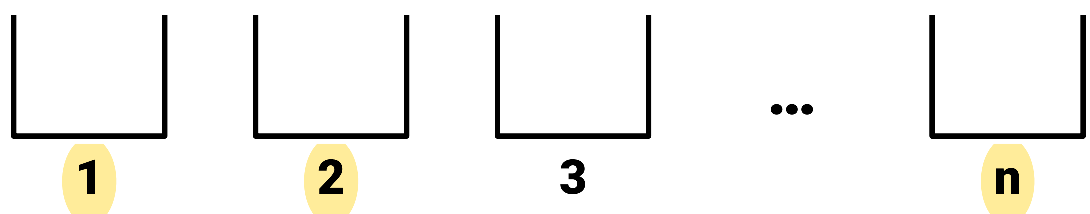
7-2=5 حرکت به سمت راست

4-1=3 حرکت به سمت بالا

$$\frac{8!}{3!\times 5!}$$

جایگشت (بیان دیگر)

- بیان دیگر جایگشت:
  - می‌خواهیم r شئ متمایز را در n جعبه متمایز جای دهیم به طوری که در هیچ جعبه‌ای بیش از یک شئ نباشد. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟



$$P(n,r)$$

مثال

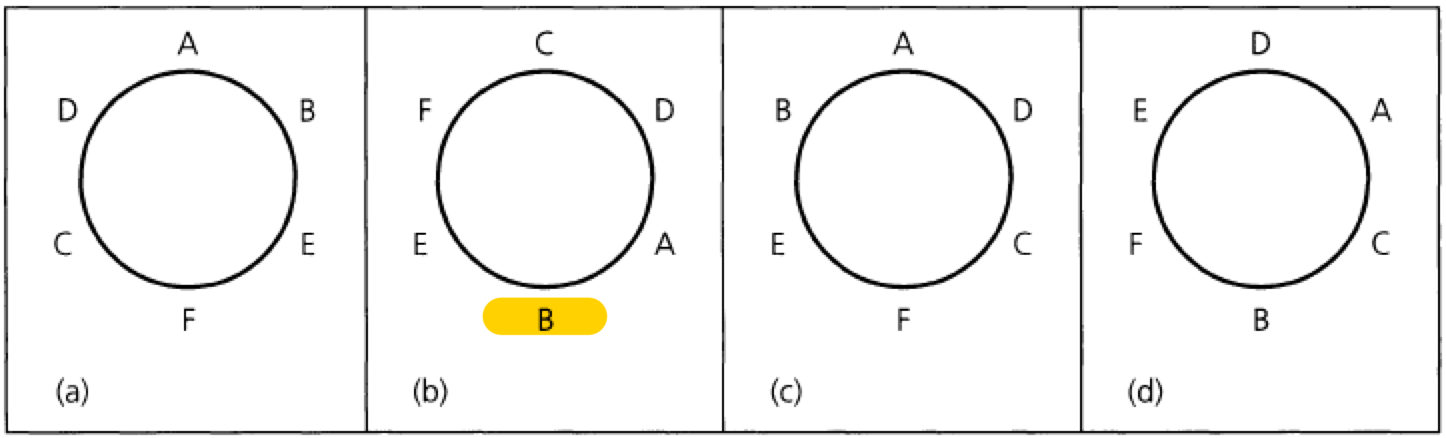
- فرض کنید از بین 9 حاضر در یک جلسه می‌خواهیم یک دبیر، یک منشی و یک رئیس جلسه انتخاب کنیم. به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

9	8	7
منشی	دبیر	رئیس

$$\frac{9!}{6!}$$

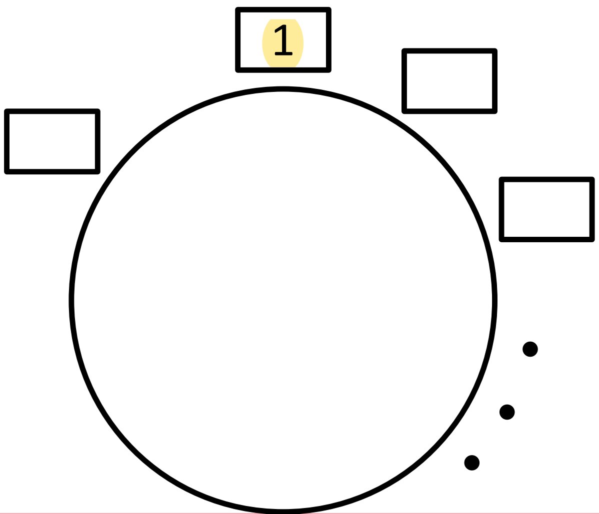
مثال

- به چند طریق می‌توان n نفر را دور یک میز گرد چید؟(دو چینش را متفاوت گویند اگر یکی از دوران دیگر بدست نیامده باشد!)



مثال

- به چند طریق می‌توان n نفر را دور یک میز گرد چید؟(دو چینش را متفاوت گویند اگر یکی از دوران دیگر بدست نیامده باشد!)



$(n-1) \times (n-2) \times \ldots \times 1$

$(n-1)!$

  - به چند طریق می‌توان r نفر از این n نفر را دور یک میز گرد چید؟(r صندلی وجود داشته باشد!)

$P(n,r)/r$

ترکیب

- انتخاب r عنصر از یک مجموعه در حالی که ترتیب مهم نیست.
  - هر ترکیب r-تایی یک زیر مجموعه با r عضو از یک مجموعه اصلی است.

- مثال
  - اگر S={1,2,3,4}، آنگاه {1,3,4} یک ترکیب 3-تایی از مجموعه S است.

ترکیب

- یک ترکیب r-تایی از یک مجموعه n عضوی به صورت:

$$\boldsymbol{C(n,r)}$$

یا به صورت:

$$\boldsymbol{\binom{n}{r}}$$

بنابراین:

$$\boldsymbol{C(n,r)=\binom{n}{r}}$$

ترکیب

- مثال
  - به صورت نمونه $C(4,2)=6$، بنابراین ترکیب‌های 2-تایی مجموعه $\{a,b,c,d\}$ شش زیر مجموعه:

{a,b}

{a,c}

{a,d}

{b,c}

{b,d}

{c,d}

محاسبه تعداد ترکیب‌ها

- تعداد ترکیب‌های r-تایی از یک مجموعه n عضوی برابر است با:

$$\boldsymbol{C(n,r)} = \frac{\boldsymbol{P(n,r)}}{\boldsymbol{r}!} = \frac{\boldsymbol{n}!}{\boldsymbol{r}!\,(\boldsymbol{n}-\boldsymbol{r})!}$$

- r! تعداد ترتیب‌های r شئ

محاسبه تعداد ترکیب‌ها

- نکته
  - به ازای r و n صحیح نامنفی به صورتی که $r \le n$ داریم:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$C(n,n-r) = \frac{n!}{(n-r)!\,\big(n-(n-r)\big)!} = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$C(n,r) = C(n,n-r)$$

مثال

- تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی یک مجموعه n عضوی را محاسبه کنید.

تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی $\quad C(n,r)$

- تعداد زیر مجموعه‌های n-r عضوی یک مجموعه n عضوی را محاسبه کنید.

تعداد زیر مجموعه‌های n-r عضوی $\quad C(n,n-r)$

$$C(n,r) = C(n,n-r)$$

تعداد زیر مجموعه‌های n-r عضوی = تعداد زیر مجموعه‌های r عضوی

مثال

- به چند طریق می‌توان پنج بازیکن از بین اعضای یک تیم 10 نفره برای یک مسابقه انتخاب کرد؟

$$C(10,5) = \frac{10!}{5!\,5!} = 252$$

- چند رشته بیتی به طول n داریم که دقیقا شامل r تا 1 است؟

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

مثال

- به چند طریق می‌توان یک کمیته بررسی، شامل 3 عضو دانشکده ریاضی و 4 عضو دانشکده کامپیوتر تشکیل داد، اگر دانشکده ریاضی 9 عضو هیئت علمی و دانشکده کامپیوتر 11 عضو هیئت عملی داشته باشد؟

$$\boldsymbol{C(9,3) = \frac{9!}{3!\,6!} = 84}$$

$$\boldsymbol{C(11,4) = \frac{11!}{4!\,7!} = 330}$$

$$\boldsymbol{C(9,3) \times C(11,4) = 84 \times 330 = 27720}$$

مثال

- از دانشجویی که در یک امتحان شرکت کرده، خواسته شده است تا به 7 سوال از 10 سوال پاسخ دهد. دانشجو به چند طریق می‌تواند این کار را انجام دهد؟

$$\boldsymbol{C(10,7) = \frac{10!}{7!\,3!} = 120}$$

- اگر دانشجو ملزم باشد به 3 سوال از پنج تای نخست و 4 سوال از پنج تای دیگر پاسخ دهد؟

$$\boldsymbol{\binom{5}{3}\binom{5}{4} = 10 \times 5 = 50}$$

مثال

- اگر دانشجو ملزم باشد حداقل به 3 سوال از پنج تای نخست پاسخ دهد؟

$$x = x_3 + x_4 + x_5$$

$$\binom{5}{3}\binom{5}{4} = 10 \times 5 = 50$$

$$\binom{5}{4}\binom{5}{3} = 5 \times 10 = 50$$

$$\binom{5}{5}\binom{5}{2} = 1 \times 10 = 10$$

مثال

- به چند طریق می‌توانیم از بین 36 داوطلب، چهار تیم امداد 9 نفره انتخاب کرد؟ تیم‌ها را A، B، C و D می‌نامیم.

$$\binom{36}{9}\binom{27}{9}\binom{18}{9}\binom{9}{9} =$$

$$\frac{36!}{9!\,27!} \times \frac{27!}{9!\,18!} \times \frac{18!}{9!\,9!} \times \frac{9!}{9!\,0!}$$

$$\frac{36!}{9!\,9!\,9!\,9!}$$

مثال (راه حل دیگر)

- به چند طریق می‌توانیم از بین 36 داوطلب، چهار تیم امداد 9 نفره انتخاب کرد؟ تیم‌ها را A، B، C و D می‌نامیم.

داوطلب اول	داوطلب دوم	...	داوطلب 36 ام

9 ←A،

9 ←B،

9 ←C،

9 ←D

$$\frac{\mathbf{36!}}{\mathbf{9!\,9!\,9!\,9!}}$$

مثال

- به چند طریق می‌توان حروف کلمه TALLAHASSEE را کنار همدیگر قرار داد، به نحوی که فاقد Aهای متوالی باشد؟

$$\frac{\mathbf{8!}}{\mathbf{2!\,2!\,2!\,1!\,1!}} = \mathbf{5040}$$

جایگشت‌های همه حروف به جزء A

E E S T L L S H

↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑ ↑

$$\binom{\mathbf{9}}{\mathbf{3}} = \mathbf{84}$$

$$\mathbf{5040 \times 84 = 423360}$$

پایان

موفق و پیروز باشید