

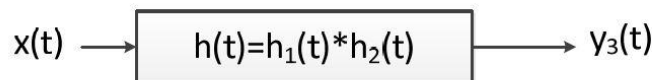
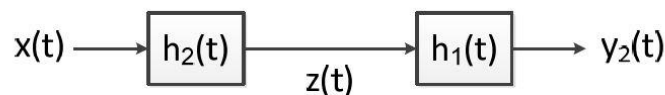
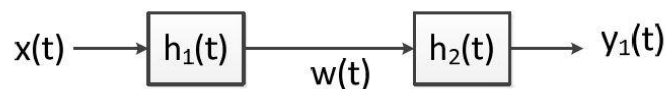


تمرین دوم درس تجزیه و تحلیل سیگنال ها و سیستم ها

استاد: دکتر نقش

زمان تحویل : ۱۴۰۲/۰۱/۲۰ ساعت ۱۶

۱- دو سیستم LTI با پاسخ ضربه های $h_1(t) = \delta(t) - e^{-t}u(-t)$ و $h_2(t) = \delta(t) - e^{-2t}u(-t)$ در اختیار داریم. این دو سیستم را به دو صورت مختلف با هم سری می کنیم و خروجی ها را $y_1(t)$ و $y_2(t)$ می نامیم (شکل زیر). همچنین یک سیستم LTI با پاسخ ضربه $h(t) = h_1(t) * h_2(t)$ در نظر گرفته و خروجی این سیستم را $y_3(t)$ می نامیم.



حال ورودی $x(t) = e^{-t}u(t)$ را به این سه سیستم اعمال می کنیم. مطلوب است محاسبه ی موارد زیر:

الف) $w(t) = x(t) * h_1(t)$

ب) $z(t) = x(t) * h_2(t)$

ج) $h(t) = h_1(t) * h_2(t)$

د) $y_1(t) = w(t) * h_2(t)$

ه) $y_2(t) = z(t) * h_1(t)$

و) $y_3(t) = x(t) * h(t)$

آیا تساوی های زیر برقرار است؟

$$(x(t) * h_1(t)) * h_2(t) = (x(t) * h_2(t)) * h_1(t) = x(t) * (h_1(t) * h_2(t))$$

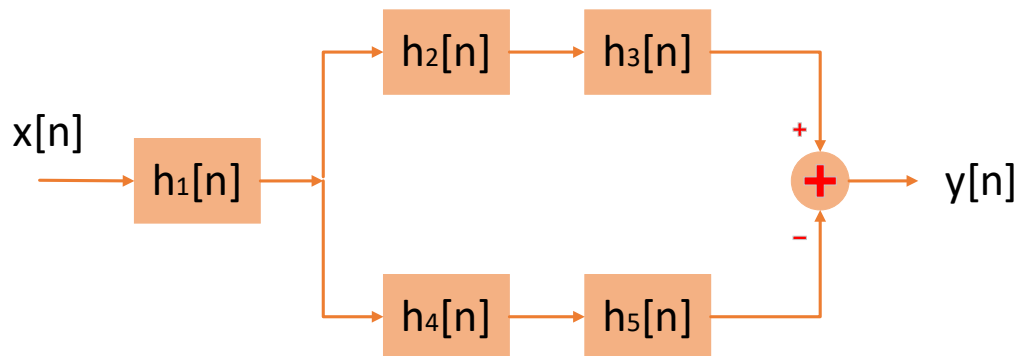
۲- یک سیستم خطی و تغییر ناپذیر با زمان دارای پاسخ ضربه ی $h[n] = \begin{cases} 1 & 0 \leq n \leq 3 \\ -2 & 4 \leq n \leq 6 \\ 0 & \text{سایر} \end{cases}$ است. پاسخ

سیستم به ورودی های زیر را محاسبه کنید.

الف) $x[n] = u[n - 3]$

ب) $x[n] = a^{-n}u[n]$, $a > 0$

۳- اتصال چند سیستم LTI را به صورت شکل زیر در نظر بگیرید که سیستم های اول تا پنجم معرفی شده اند.



$h_1[n] = \delta[n] - \delta[n - 1]$

$h_2[n] = nu[n]$

$h_3[n] = \delta[n - 1]$

$h_4[n] = a^n u[n]$, $0 < a < 1$

$h_5[n] = \delta[n + 1]$

الف) پاسخ ضربه ی کل سیستم را به دست آورید.

ب) حافظه دار بودن، علیت و پایداری سیستم را بررسی کنید.

۴- سیستم گسسته زمان S_1 با پاسخ ضربه $h[n] = \left(\frac{1}{\delta}\right)^n u[n]$ را در نظر بگیرید.

الف) A را به نحوی بیابید که داشته باشیم: $h[n] - A h[n - 1] = \delta[n]$

ب) با استفاده از نتیجه بند الف، پاسخ ضربه سیستم وارون سیستم S_1 را بیابید.

۵- کدام یک از پاسخ ضربه های زیر، پاسخ ضربه ی یک سیستم LTI پایدار است؟

الف) $h_1(t) = e^{-(1-j)t} u(t)$

ب) $h_2[n] = n \cos\left(\frac{n\pi}{4}\right) u[n]$

۶- رابطه ورودی- خروجی یک سیستم در زیر داده شده است:

$$y(t) = \int_{-\infty}^t e^{-\tau(t-\tau)} x(\tau - 1) d\tau$$

الف) نشان دهید سیستم LTI است.

ب) پاسخ ضربه سیستم را به دست آورید.

پ) آیا سیستم پایدار و علی است؟ چرا؟

ت) بند های الف تا پ را برای رابطه ورودی- خروجی زیر تکرار کنید:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\tau(t-\tau)} x(\tau - 1) d\tau$$

۷- رابطه $u(at)$, $a \neq 0$ را بر حسب $u(t)$ بنویسید و براساس آن نشان دهید:

$$\delta(at) = \frac{1}{|a|} \delta(t)$$

۸- یک سیستم LTI زمان گسسته با پاسخ ضربه $h[n] = (n + 1)a^n u[n]$ در نظر بگیرید که در آن $|a| < 1$. نشان دهید پاسخ پله سیستم به صورت زیر است:

$$s[n] = \left[\frac{1}{(a-1)^2} - \frac{a}{(a-1)^2} a^n + \frac{a}{(a-1)} (n + 1)a^n \right] u[n]$$

۹- نشان دهید وارون یک سیستم LTI وارون پذیر، یک سیستم LTI است.

۱۰- (اختیاری) یک سیستم زمان گسسته LTI با شرایط آرامش اولیه (سکون اولیه) با معادله ی تفاضلی زیر توصیف شود:

$$y[n] - ay[n - 1] = bx[n] - x[n - 1]$$

الف) پاسخ ضربه ی سیستم را به دست آورید.

ب) در مورد خواص بدون حافظه بودن، علیت و پایداری سیستم بحث کنید.

پاسخ های خود را در سامانه یکتا قرار دهید.

موفق باشید