

به نام خدا

# طراحی سیستم های دیجیتال ۱

## فصل سوم

ساده سازی با استفاده از جدول کارنو (K-Map)

## ✓ جدول کارنو (K-Map)

❖ یک نمایش گرافیکی از جدول صحت است.

❖ جدول کارنو تابع دو متغیره:

|   |   | A |   |       |
|---|---|---|---|-------|
|   |   | 0 | 1 |       |
| B | 0 | 0 | 2 | AB    |
|   | 1 | 1 | 3 |       |
|   |   |   |   | f(AB) |

|   |   | A     |       |
|---|---|-------|-------|
|   |   | 0     | 1     |
| B | 0 | $m_0$ | $m_2$ |
|   | 1 | $m_1$ | $m_3$ |

❖ جدول کارنوی تابع سه متغیره:

|   |   | AB |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|
|   |   | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C | 0 | 0  | 2  | 6  | 4  |
|   | 1 | 1  | 3  | 7  | 5  |

|   |   | A     |       |       |       |
|---|---|-------|-------|-------|-------|
|   |   | 00    | 01    | 11    | 10    |
| C | 0 | $m_0$ | $m_2$ | $m_6$ | $m_4$ |
|   | 1 | $m_1$ | $m_3$ | $m_7$ | $m_5$ |

## ✓ جدول کارنو (K-Map)

❖ جدول کارنو تابع چهار متغیره:

| AB \ CD |    | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---------|----|----|----|----|----|
| CD      | 00 | 0  | 4  | 2  | 8  |
|         | 01 | 1  | 5  | 3  | 9  |
|         | 11 | 6  | 7  | 5  | 11 |
|         | 10 | 3  | 6  | 4  | 0  |

| A |   |   |    |
|---|---|---|----|
| 0 | 4 | 2 | 8  |
| 1 | 5 | 3 | 9  |
| 6 | 7 | 5 | 11 |
| 3 | 6 | 4 | 0  |
| B |   |   |    |
| C |   | D |    |

❖ جدول کارنوی تابع پنج متغیره:

| ABC \ DE |    | 000 | 001 | 011 | 010 |
|----------|----|-----|-----|-----|-----|
| DE       | 00 | 0   | 4   | 12  | 8   |
|          | 01 | 1   | 5   | 13  | 9   |
|          | 11 | 6   | 7   | 15  | 11  |
|          | 10 | 3   | 6   | 14  | 10  |

| ABC \ DE |    | 100 | 101 | 111 | 110 |
|----------|----|-----|-----|-----|-----|
| DE       | 00 | 6   | 20  | 28  | 24  |
|          | 01 | 7   | 21  | 29  | 25  |
|          | 11 | 19  | 23  | 31  | 27  |
|          | 10 | 18  | 22  | 30  | 26  |

## ✓ جدول کارنو (K-Map)

❖ رسم جدول کارنوی یک تابع:

$$f(A, B, C) = m(0, 3, 5) = m_0 + m_3 + m_5$$

$$= \prod M(1, 2, 4, 6, 7) = M_1 M_2 M_4 M_6 M_7$$

| AB \ C |   | A   |     |     |     |
|--------|---|-----|-----|-----|-----|
|        |   | 00  | 01  | 11  | 10  |
| C      | 0 | 0 1 | 2 0 | 6 0 | 4 0 |
|        | 1 | 1 0 | 3 1 | 7 0 | 5 1 |

| AB \ C |   | A   |     |    |     |
|--------|---|-----|-----|----|-----|
|        |   | 00  | 01  | 11 | 10  |
| C      | 0 | 0 1 |     |    |     |
|        | 1 |     | 3 1 |    | 5 1 |

| AB \ C |   | A   |     |     |     |
|--------|---|-----|-----|-----|-----|
|        |   | 00  | 01  | 11  | 10  |
| C      | 0 |     | 2 0 | 6 0 | 4 0 |
|        | 1 | 1 0 |     | 7 0 |     |

## ✓ جدول کارنو (K-Map)

❖ رسم جدول کارنو یک تابع:

یافتن لیست جملات مینیم یا ماکزیمم یک تابع

$$f(A, B, C) = AB + B\bar{C}$$

|   |   | A  |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|
|   |   | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C | 0 | 0  | 1  | 1  | 0  |
|   | 1 | 0  | 0  | 1  | 0  |

Labels:  $AB$  (top-left),  $B\bar{C}$  (top),  $AB$  (bottom),  $B$  (bottom),  $C$  (left),  $C$  (left),  $C$  (left),  $C$  (left)

$$f(A, B, C) = \sum m(2, 6, 7)$$

|   |   | A  |    |    |    |
|---|---|----|----|----|----|
|   |   | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C | 0 | 0  | 0  | 0  | 0  |
|   | 1 | 0  | 0  | 0  | 0  |

Labels:  $AB$  (top-left),  $AB$  (bottom),  $B$  (bottom),  $C$  (left),  $C$  (left),  $C$  (left),  $C$  (left)

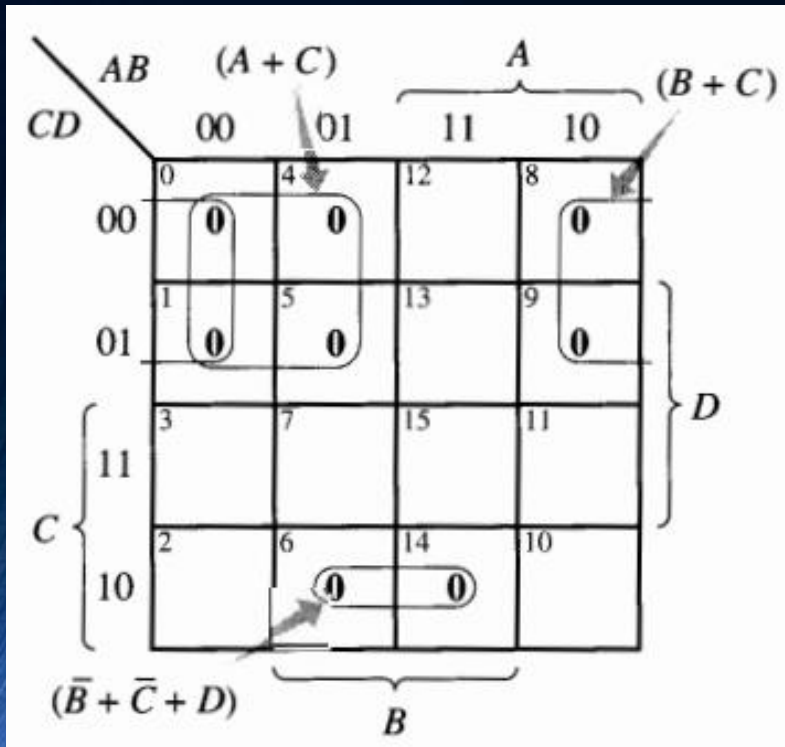
$$f(A, B, C) = \prod M(0, 1, 3, 4, 5)$$



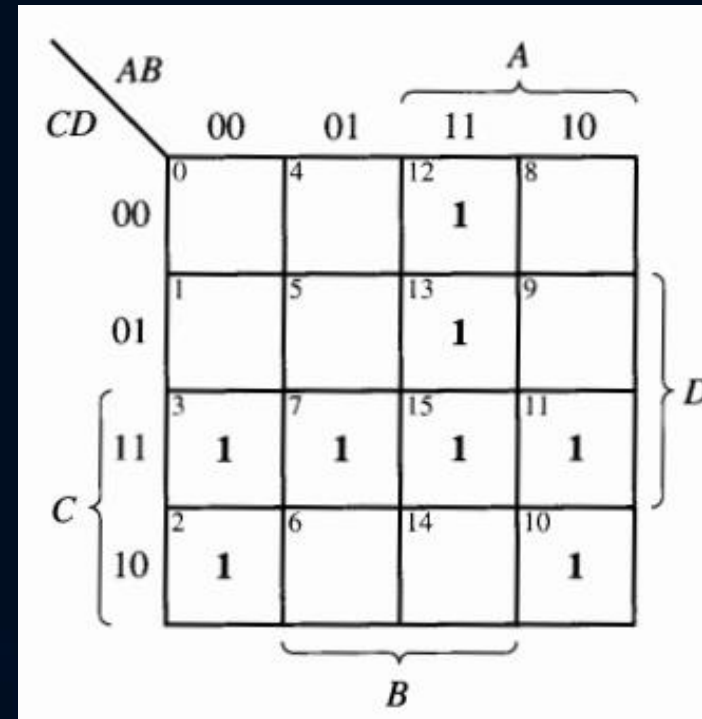
## ✓ جدول کارنو (K-Map)

❖ رسم جدول کارنوی یک تابع به فرم POS:

$$f(A, B, C, D) = (A + C)(B + C)(\bar{B} + \bar{C} + D)$$



$$f(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 4, 5, 6, 8, 9, 14)$$

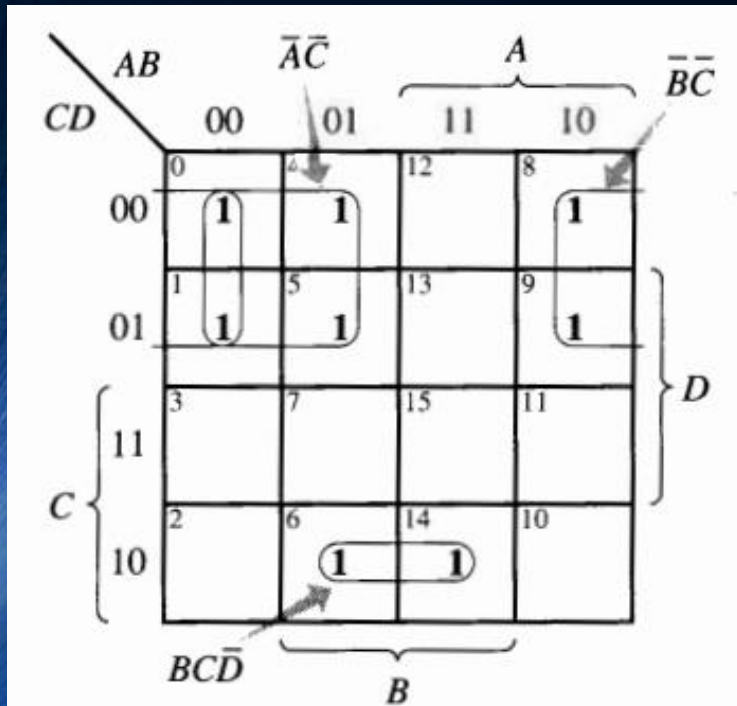


$$f(A, B, C, D) = \sum m(2, 3, 7, 10, 11, 12, 13, 15)$$

## ✓ جدول کارنو (K-Map)

$$f(A, B, C, D) = (A + C)(B + C)(\bar{B} + \bar{C} + D)$$

$$\begin{aligned}\bar{f}(A, B, C, D) &= \overline{(A + C)(B + C)(\bar{B} + \bar{C} + D)} \\ &= \overline{(A + C)} + \overline{(B + C)} + \overline{(\bar{B} + \bar{C} + D)} \\ &= \bar{A}\bar{C} + \bar{B}\bar{C} + BCD\end{aligned}$$



❖ رسم جدول کارنوی یک تابع به فرم POS:

روش دیگر برای نشان دادن توابع به فرم POS در جدول کارنو، گرفتن متمم و استفاده از قضیه دمورگان است.

❖ یک های تابع  $\bar{f}$  در جدول کارنو همان صفرهای تابع  $f$  می باشند که معادل با لیست جملات ماکزیمم تابع  $f$  هستند.

❖ صفر های تابع  $\bar{f}$  در جدول کارنو همان یک های تابع  $f$  می باشند که معادل با لیست جملات مینیمم تابع  $f$  هستند.

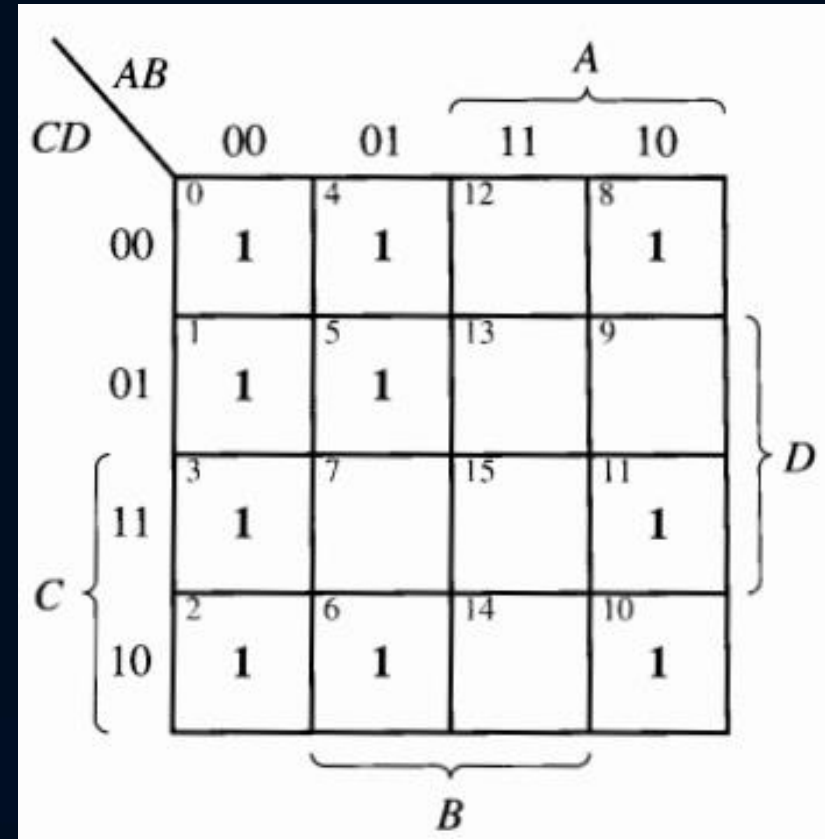
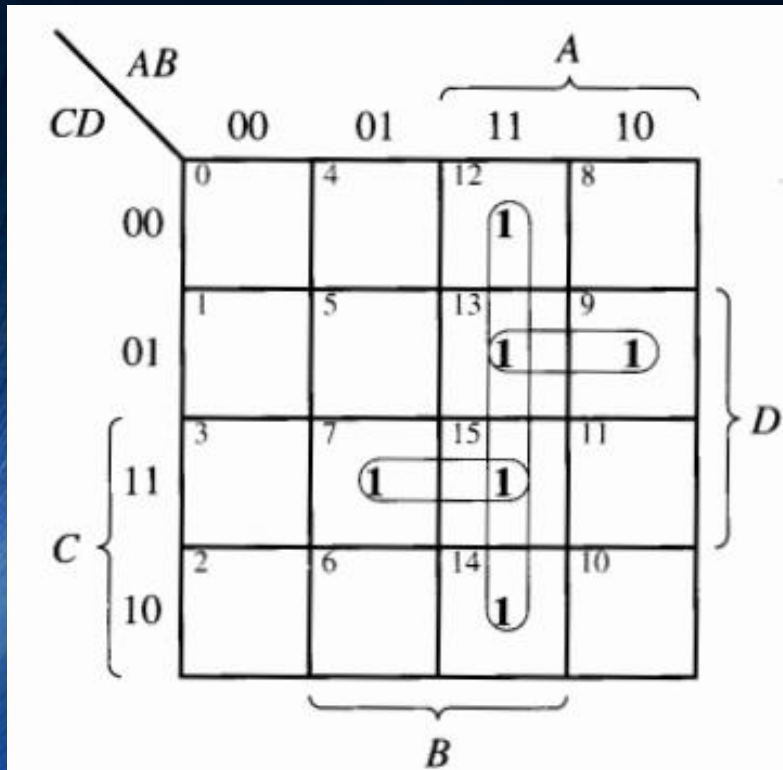
$$f(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 4, 5, 6, 8, 9, 14) = \sum m(2, 3, 7, 10, 11, 12, 13, 15)$$

## ✓ جدول کارنو (K-Map)

❖ مثال: لیست جملات مینیمم تابع را بیابید.

$$f(A, B, C, D) = (\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + C + \bar{D})(\bar{B} + \bar{C} + \bar{D})$$

$$\begin{aligned}\bar{f}(A, B, C, D) &= \overline{(\bar{A} + \bar{B})(\bar{A} + C + \bar{D})(\bar{B} + \bar{C} + \bar{D})} \\ &= \overline{(\bar{A} + \bar{B})} + \overline{(\bar{A} + C + \bar{D})} + \overline{(\bar{B} + \bar{C} + \bar{D})} \\ &= AB + A\bar{C}D + BCD\end{aligned}$$



$$f(A, B, C, D) = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 11)$$

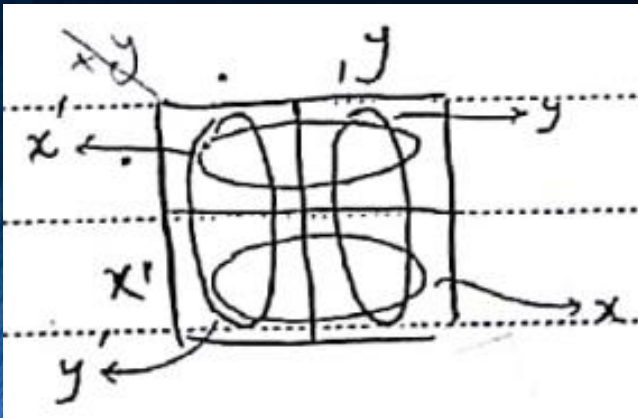


## ✓ همسایگی در جدول کارنو (K-Map)

❖ تعریف همسایگی: دو جمله مینیم  $m_i$  و  $m_j$  بصورت منطقی همسایه هستند (Logically Adjacent) اگر آنها تنها در یک متغیر باهم متفاوت باشند. مانند  $(m_{14}) ABC\bar{D}$  و  $(m_{12}) AB\bar{C}\bar{D}$ .

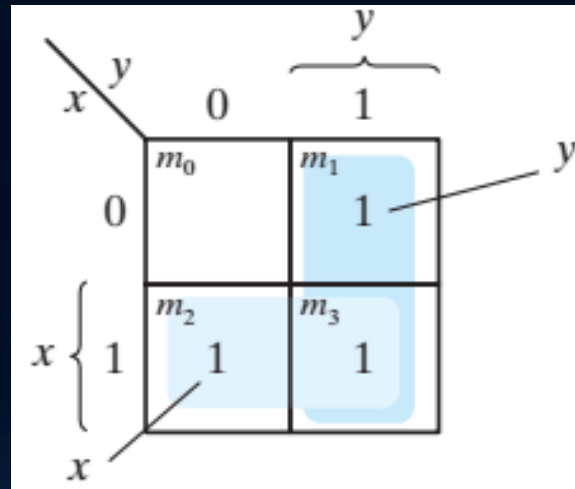
❖ در این حالت این دو می توانند باهم ترکیب شوند که نتیجه آن  $AB\bar{D}$  می شود.

❖ بطور کلی هر دو ترم همسایه می توانند ترکیب شده و یک متغیر را حذف کنند.



$$f(x, y) = \sum m(1, 2, 3)$$

❖ تعداد خانه های یک همسایگی توان هایی از ۲ هستند.

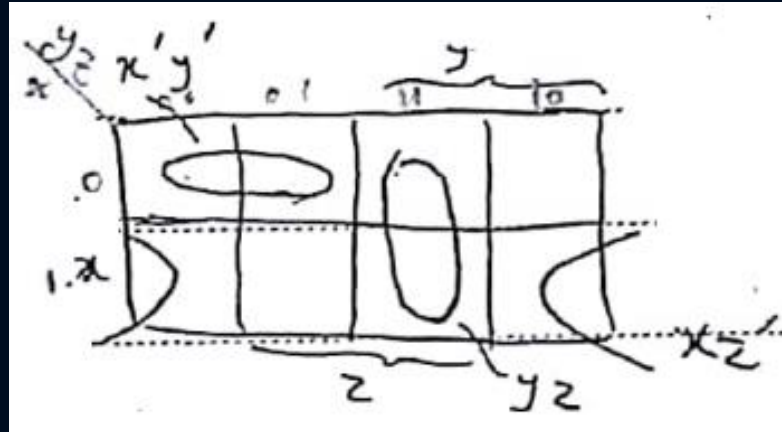
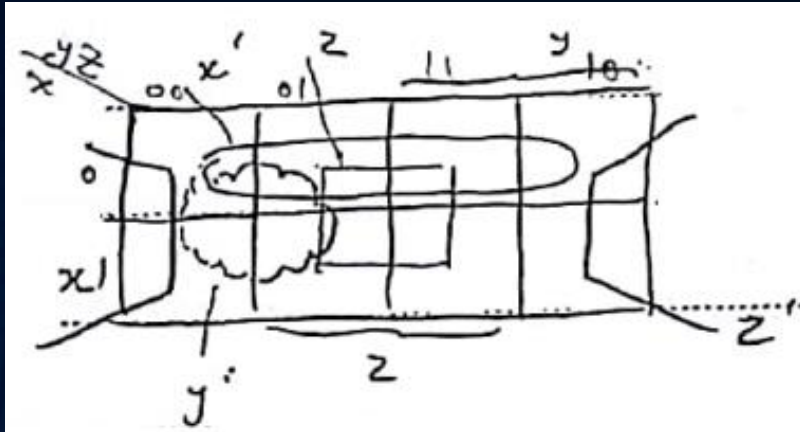


$$f(x, y) = \bar{x}y + x\bar{y} + xy = x + y$$

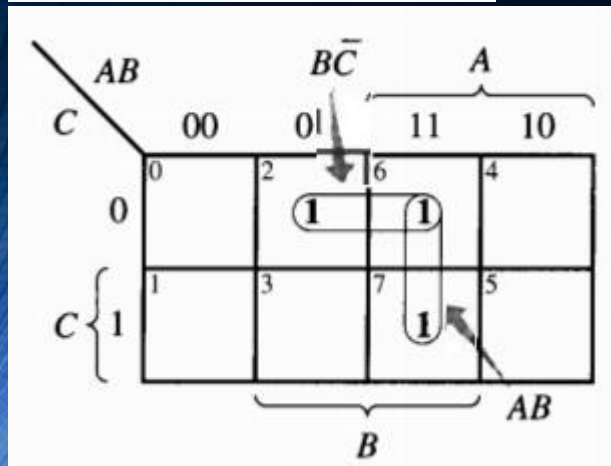
❖ عبارت معادل همسایگی ها می شود آن متغیرهایی که تغییر نکرده اند.

# ✓ همسایگی در جدول کارنو (K-Map)

❖ کارنوی ۳ متغیره:

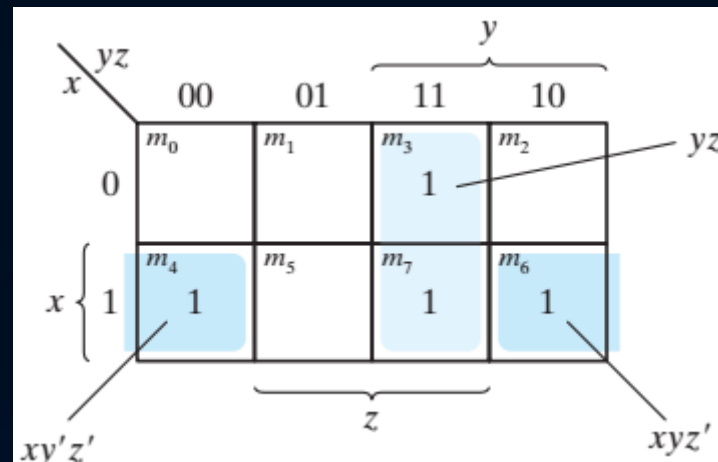


$$f(A, B, C) = AB + B\bar{C}$$



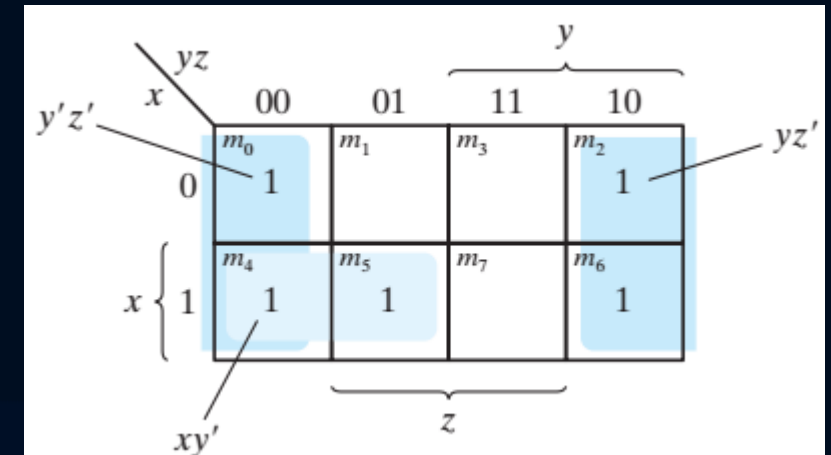
$$f(A, B, C) = B\bar{C} + AB$$

$$F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7)$$



$$f(x, y, z) = x\bar{z} + yz$$

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6)$$



$$f(x, y, z) = \bar{z} + x\bar{y}$$

## ✓ همسایگی در جدول کارنو (K-Map)

$$f(A, B, C) = AB + B\bar{C}$$

|   |   | A  |   |    |    |
|---|---|----|---|----|----|
|   |   | BC |   | 11 | 10 |
| C | 0 | 0  | 2 | 6  | 4  |
|   | 1 | 1  | 3 | 7  | 5  |

Diagram showing groupings for  $f(A, B, C) = AB + B\bar{C}$ . A group of 1s is circled in the top row (C=0) for  $B\bar{C}$ , and another group of 1s is circled in the bottom row (C=1) for  $AB$ .

$$f(A, B, C) = B\bar{C} + AB$$

$$F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7)$$

|   |   | y       |       |         |         |
|---|---|---------|-------|---------|---------|
|   |   | 00      | 01    | 11      | 10      |
| x | 0 | $m_0$   | $m_1$ | $m_3$ 1 | $m_2$   |
|   | 1 | $m_4$ 1 | $m_5$ | $m_7$ 1 | $m_6$ 1 |

Diagram showing groupings for  $F(x, y, z) = \Sigma(3, 4, 6, 7)$ . A group of 1s is circled in the top row (x=0) for  $yz$ , and another group of 1s is circled in the bottom row (x=1) for  $x\bar{z}$ .

$$f(x, y, z) = x\bar{z} + yz$$

$$F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6)$$

|   |   | y       |         |       |         |
|---|---|---------|---------|-------|---------|
|   |   | 00      | 01      | 11    | 10      |
| x | 0 | $m_0$ 1 | $m_1$   | $m_3$ | $m_2$ 1 |
|   | 1 | $m_4$ 1 | $m_5$ 1 | $m_7$ | $m_6$ 1 |

Diagram showing groupings for  $F(x, y, z) = \Sigma(0, 2, 4, 5, 6)$ . A group of 1s is circled in the top row (x=0) for  $y'z'$ , and another group of 1s is circled in the bottom row (x=1) for  $xy'$ .

$$f(x, y, z) = \bar{z} + x\bar{y}$$

❖ در کارنوی ۳ متغیره:

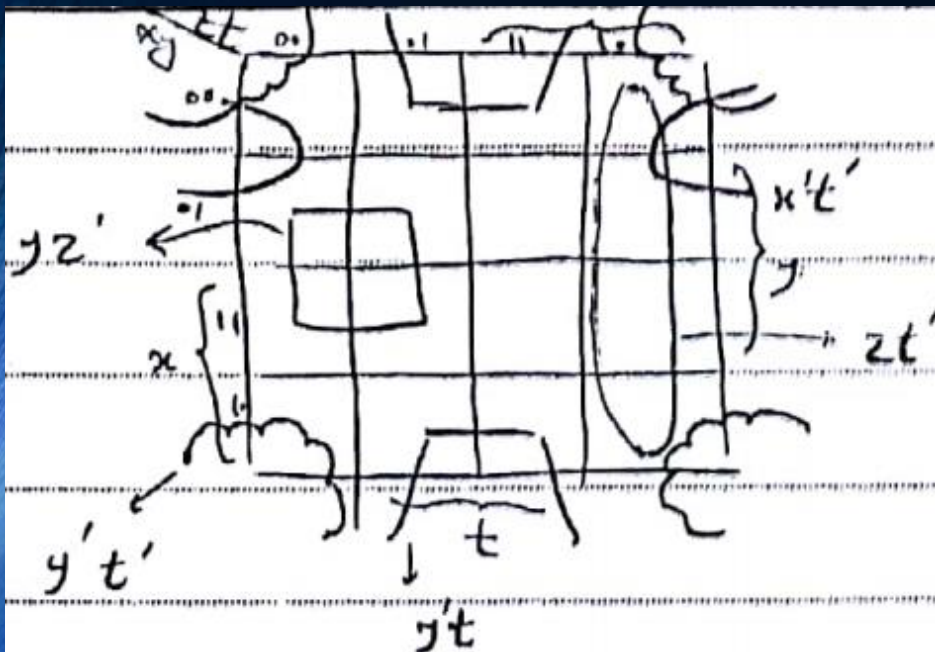
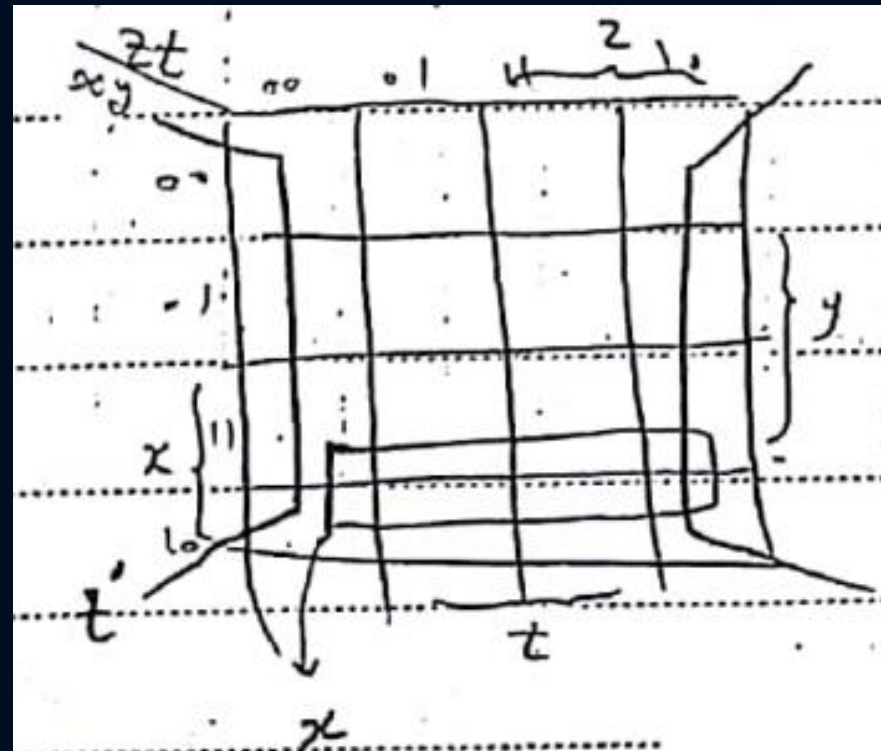
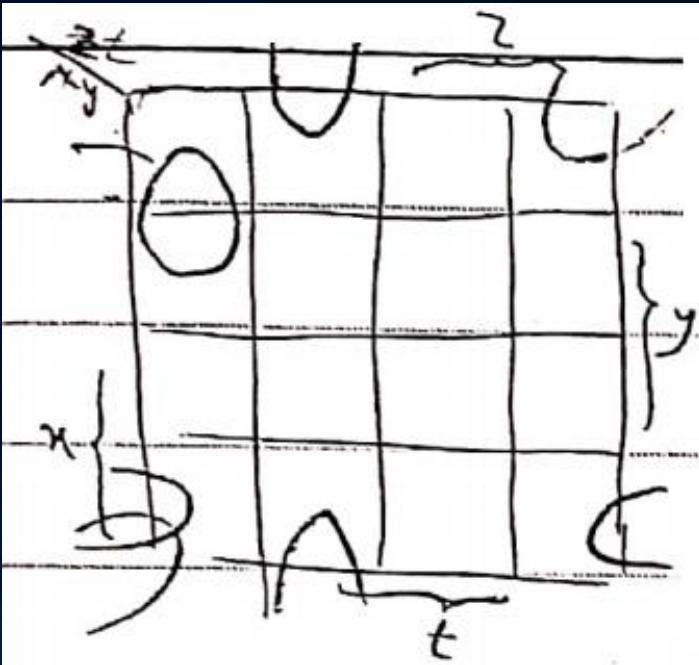
✓ هر ۲ خانه همسایه معادل می شود با ۲ متغیر (حذف یک متغیر)

✓ هر ۴ خانه همسایه معادل می شود با ۱ متغیر (حذف دو متغیر)

✓ ۸ خانه همسایه معادل است با تابعی که همیشه یک است

## ✓ همسایگی در جدول کارنو (K-Map)

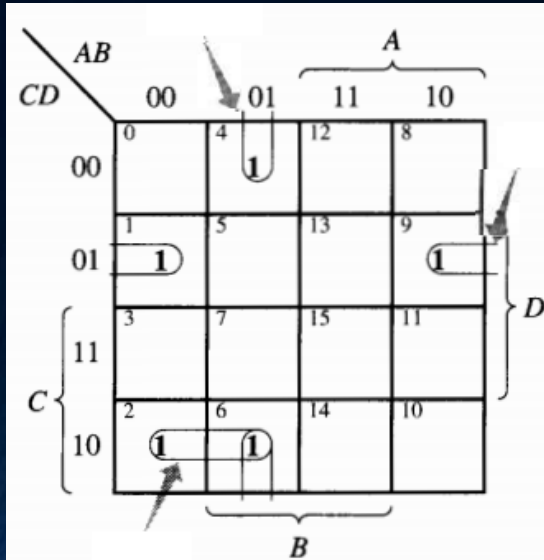
❖ کارنوی ۴ متغیره:





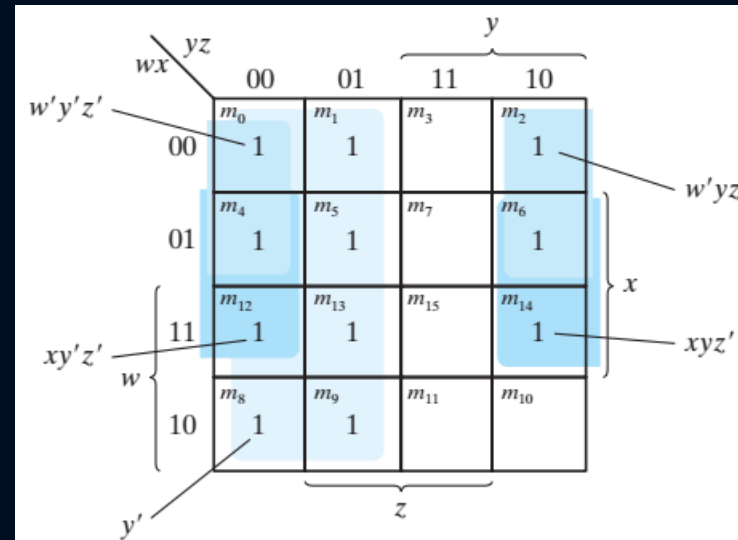
## ✓ همسایگی در جدول کارنو (K-Map)

$$f(A, B, C, D) = \sum m(1, 2, 4, 6, 9)$$



$$f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{B}\bar{C}D + \bar{A}B\bar{D}$$

$$F(w, x, y, z) = \sum(0, 1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 12, 13, 14)$$



$$F = y' + w'z' + xz'$$

❖ در کارنوی ۴ متغیره:

✓ هر ۲ خانه همسایه معادل می شود با ۳ متغیر (حذف یک متغیر)

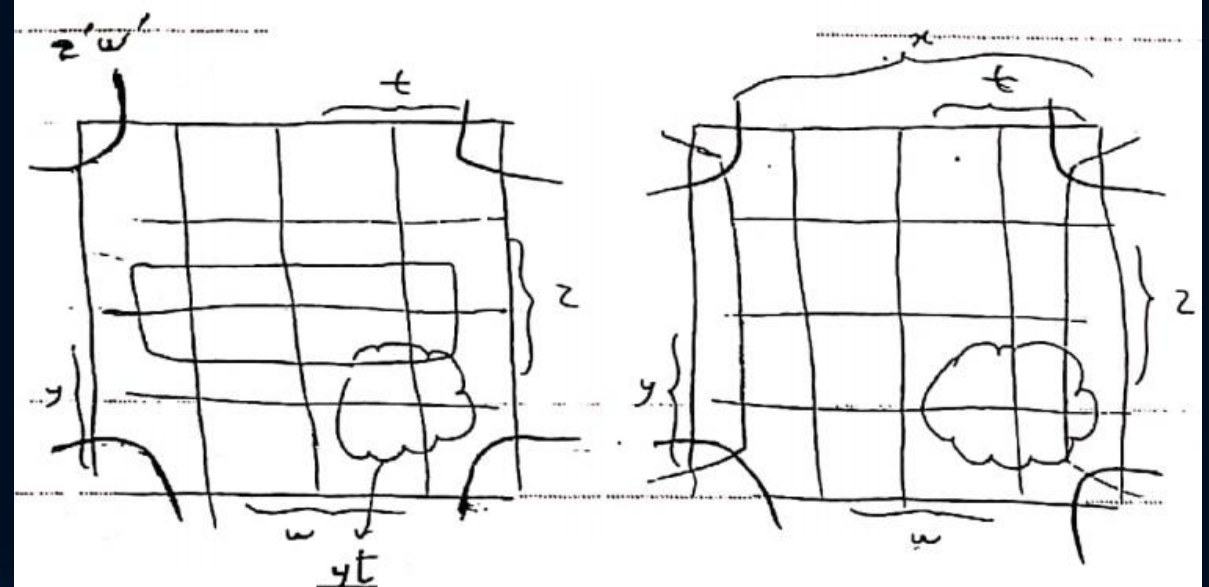
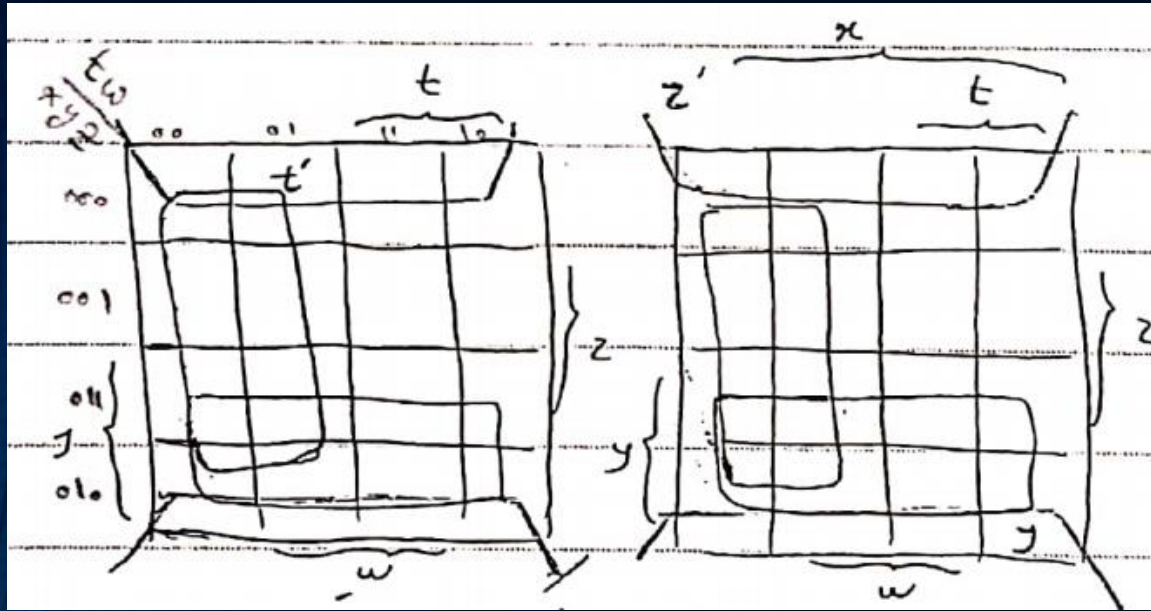
✓ هر ۴ خانه همسایه معادل می شود با ۲ متغیر (حذف دو متغیر)

✓ هر ۸ خانه همسایه معادل می شود با ۱ متغیر (حذف سه متغیر)



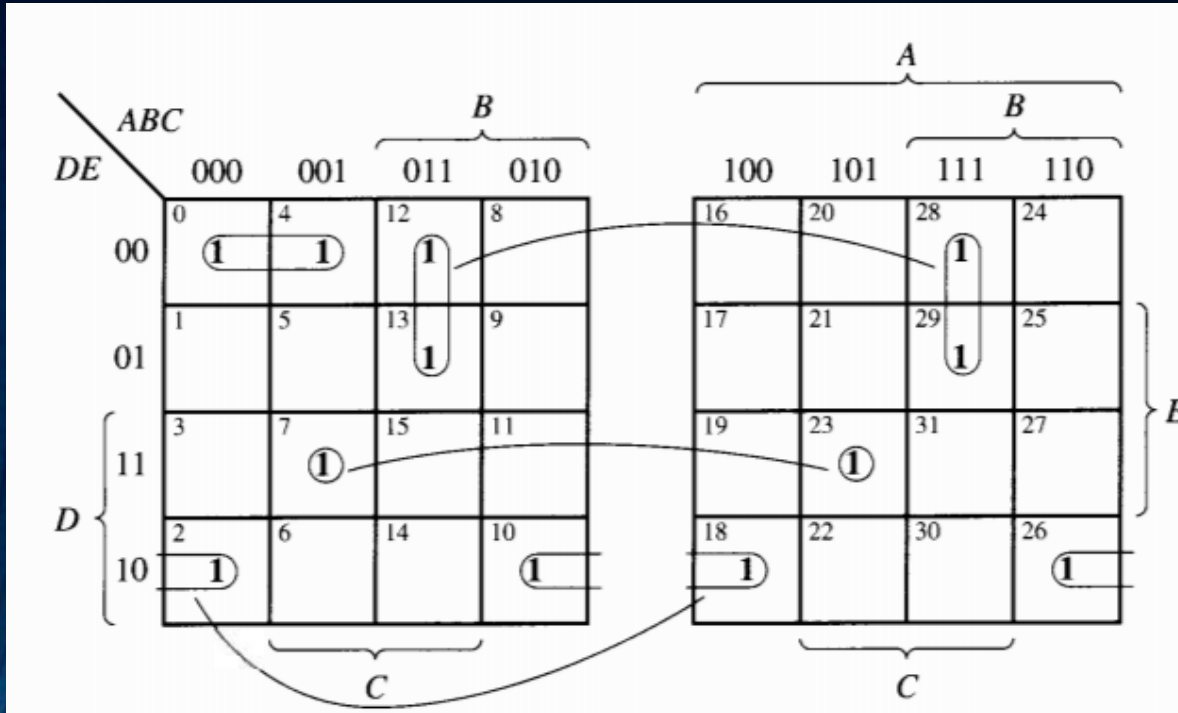
## ✓ همسایگی در جدول کارنو (K-Map)

❖ کارنوی ۵ متغیره:



## ✓ همسایگی در جدول کارنو (K-Map)

❖ کارنوی ۵ متغیره:



- ✓ هر ۲ خانه همسایه معادل می شود با ۴ متغیر (حذف یک متغیر)
- ✓ هر ۴ خانه همسایه معادل می شود با ۳ متغیر (حذف دو متغیر)
- ✓ هر ۸ خانه همسایه معادل می شود با ۲ متغیر (حذف سه متغیر)
- ✓ هر ۱۶ خانه همسایه معادل می شود با ۱ متغیر (حذف چهار متغیر)

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

| AB \ C |   | A  |    |    |    |
|--------|---|----|----|----|----|
|        |   | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C      | 0 | 0  | 1  | 1  | 0  |
|        | 1 | 1  | 1  | 1  | 0  |

5 Minterms:  $\{\bar{A}\bar{B}C, \bar{A}B\bar{C}, \bar{A}BC, AB\bar{C}, ABC\}$   
 5 Groups of two minterms:  $\{\bar{A}B, AB, \bar{A}C, B\bar{C}, BC\}$

❖ چند تعریف مهم:

✓ Implicant: یک جمله حاصلضربی است که می تواند برای پوشش دادن

جملات مینیمم یک تابع استفاده شود.

✓ Prime Implicant: بزرگترین دسته بندی که برای implicant ها می توان در نظر گرفت.

$B, \bar{A}C$

✓ Essential Prime Implicant: یک Prime Implicant است که حداقل یک minterm ی که

با هیچ Prime Implicant دیگری پوشش داده نشده را پوشش دهد.

$B, \bar{A}C$

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

### ❖ چند نکته مهم:

- ✓ بطور کلی هر خانه در یک جدول کارنو  $n$  متغیره، با  $n$  خانه بصورت منطقی همسایه است.
- ✓ همسایگی ها توان هایی از ۲ هستند. همچنین همسایگی  $2^n$  خانه،  $n$  متغیر را حذف می کند.
- ✓ در ساده سازی بزرگترین همسایگی ممکن را در نظر می گیریم که باعث کاهش تعداد متغیرها می شود.
- ✓ به منظور پوشش دادن تمامی جملات مینیمم تا حد امکان کمترین دسته بندی ایجاد شود که باعث کاهش تعداد جملات حاصلضربی می شود.
- ✓ در ترکیب کردن خانه های یک جدول، همیشه با آن خانه هایی شروع می کنیم که برای آن ها تعداد کمتری همسایه وجود دارد (تنها ترین خانه در جدول).

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

❖ الگوریتم برای استخراج فرم ساده شده SOP از جدول کارنو:

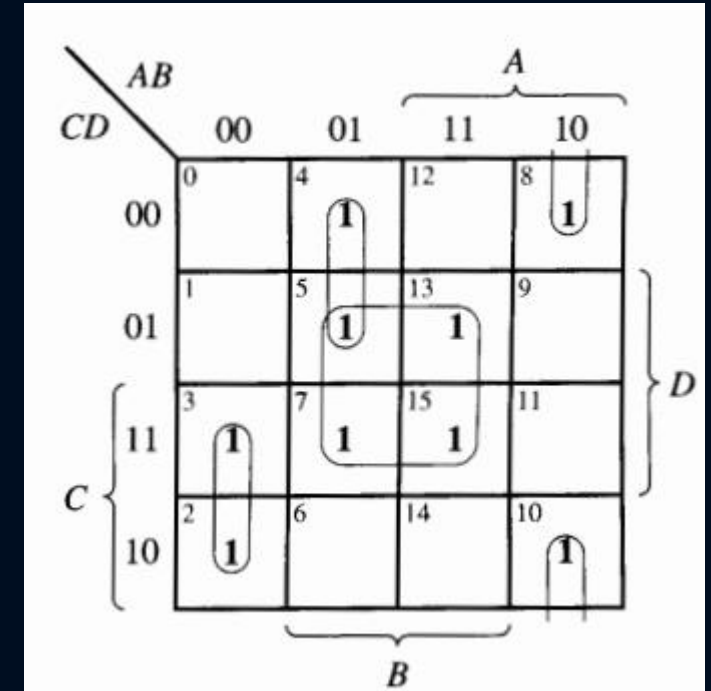
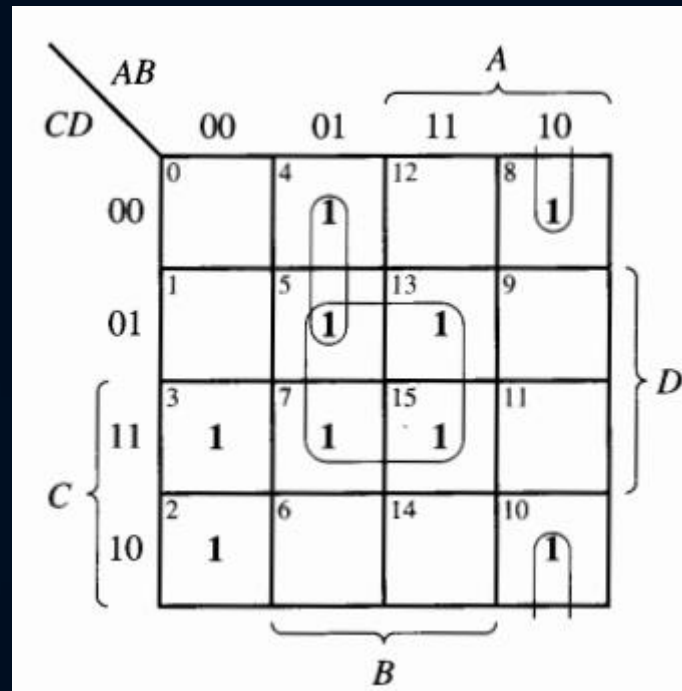
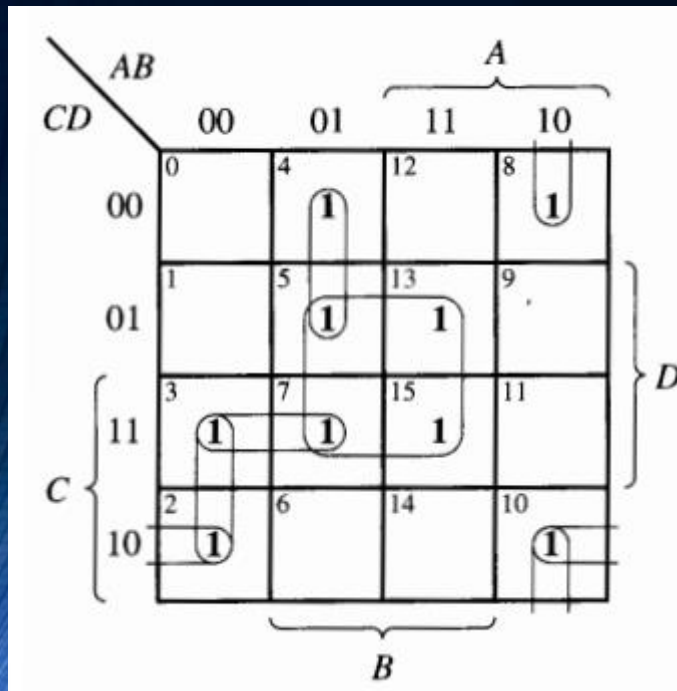
- (۱) تمامی PI ها را مشخص کرده و دورش دایره می کشیم.
- (۲) همه Essential PI ها را مشخص می کنیم.
- (۳) برای پوشش دادن minterm هایی که با essential پوشش داده نشده اند، کوچکترین PI های باقیمانده را انتخاب می کنیم.



## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

$$f(A, B, C, D) = \sum m(2, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 13, 15)$$

❖ مثال: تابع روبرو را با جدول کارنو ساده کنید.

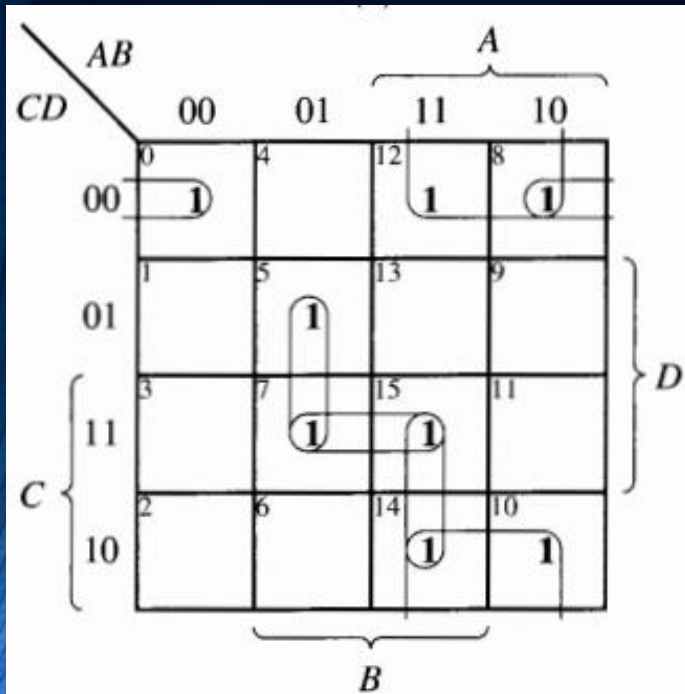


$$f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}B\bar{C} + BD + A\bar{B}\bar{D}$$

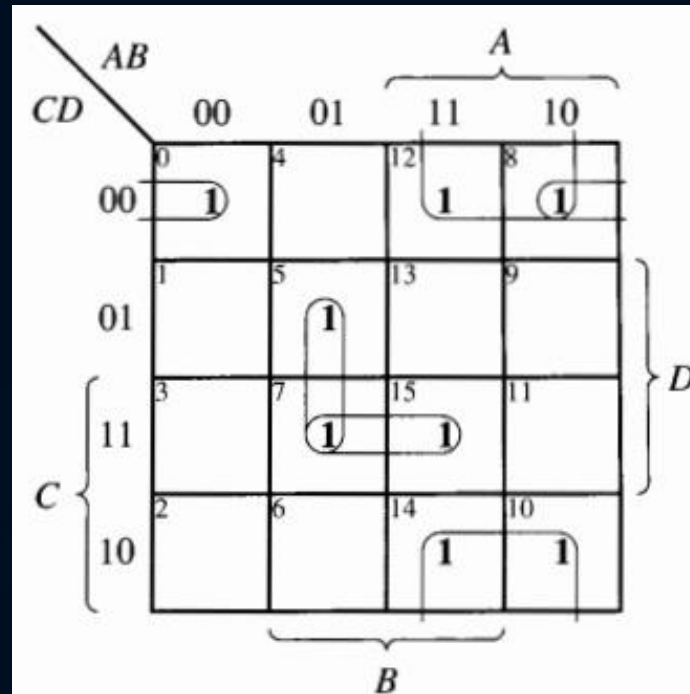
## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

$$f(A, B, C, D) = \sum m(0, 5, 7, 8, 10, 12, 14, 15)$$

❖ مثال: تابع روبرو را با جدول کارنو ساده کنید.



$$f(A, B, C, D) = \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BD + A\bar{D} + BCD$$

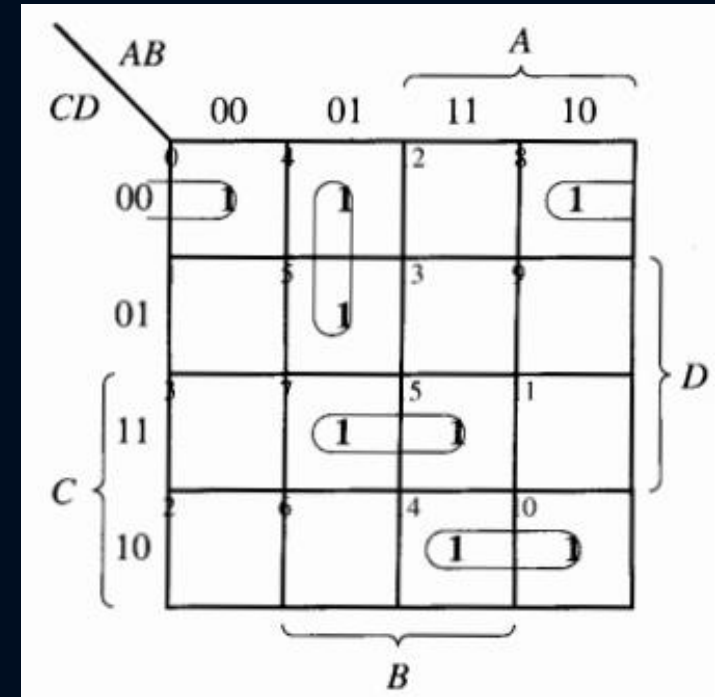
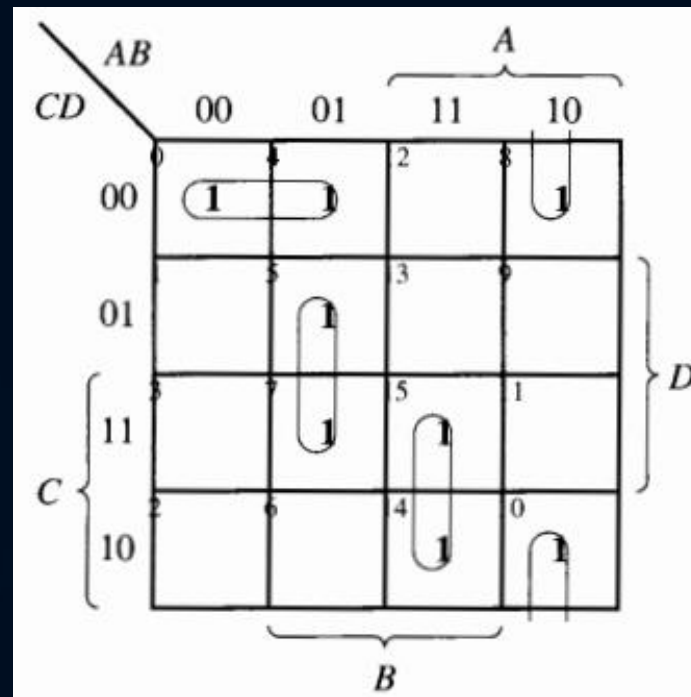
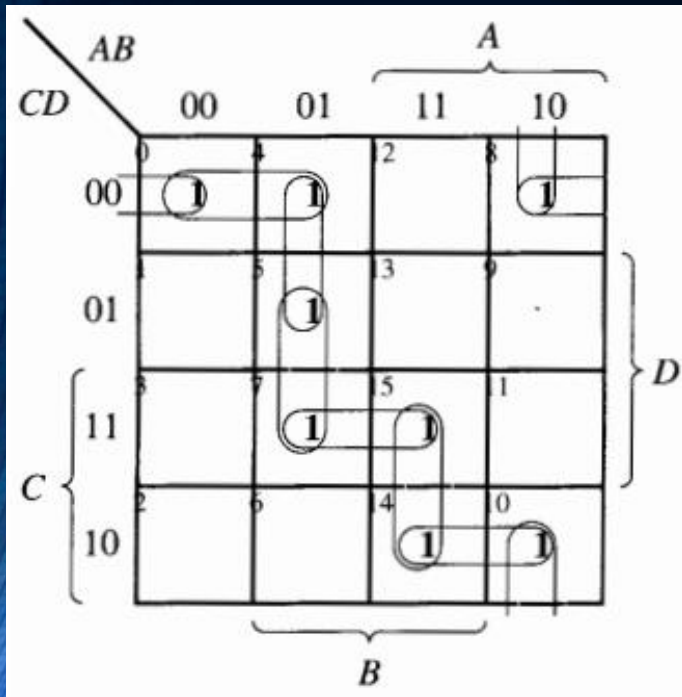


$$f(A, B, C, D) = \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BD + A\bar{D} + ABC$$

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

$$f(A, B, C, D) = \sum m(0, 4, 5, 7, 8, 10, 14, 15)$$

❖ مثال: تابع روبرو را با جدول کارنو ساده کنید.



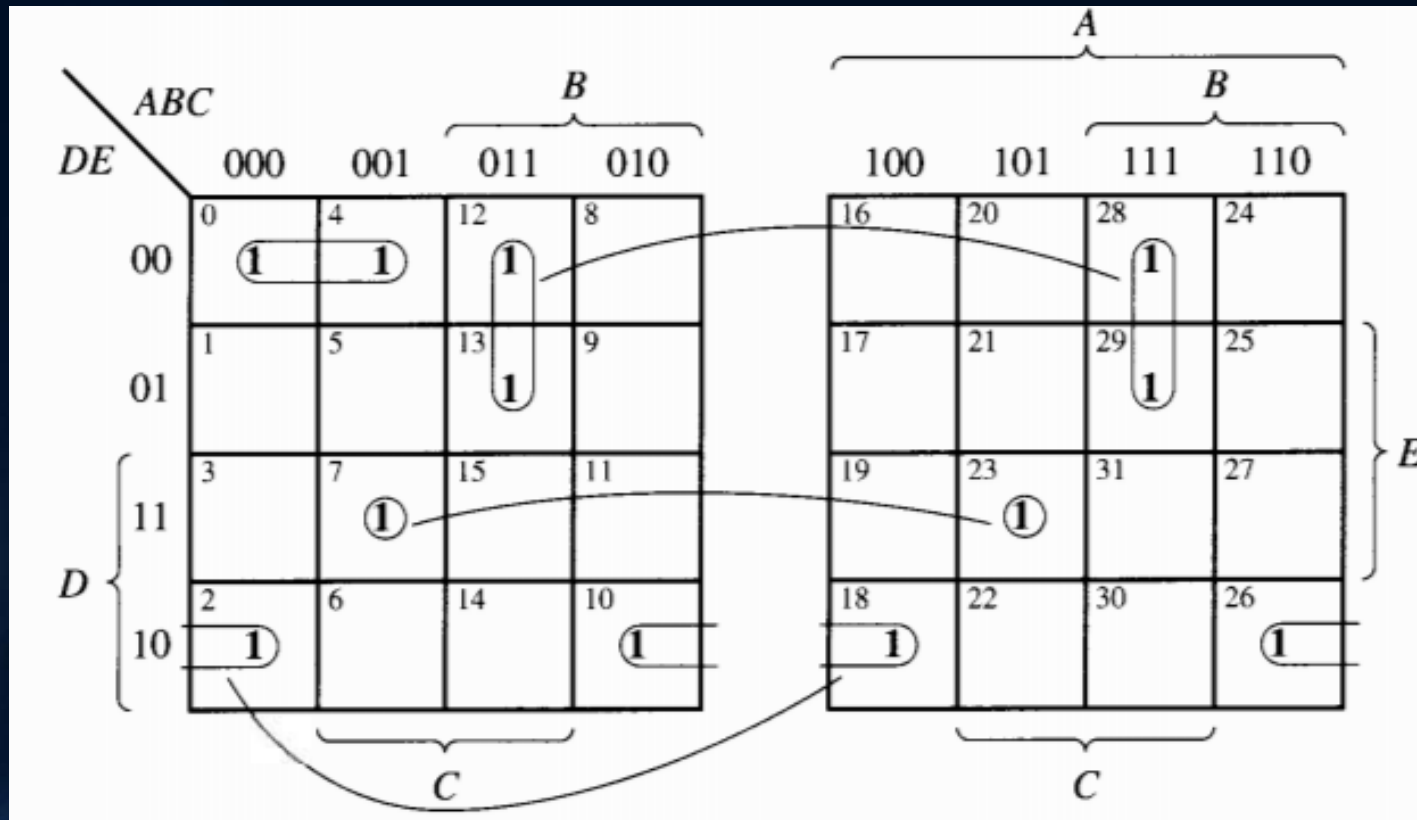
$$f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}BD + ABC + A\bar{B}\bar{D}$$

$$f(A, B, C, D) = \bar{B}\bar{C}\bar{D} + \bar{A}\bar{B}\bar{C} + BCD + AC\bar{D}$$

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

$$f(A, B, C, D, E) = \sum m(0, 2, 4, 7, 10, 12, 13, 18, 23, 26, 28, 29)$$

❖ مثال: تابع روبرو را با جدول کارنو ساده کنید.



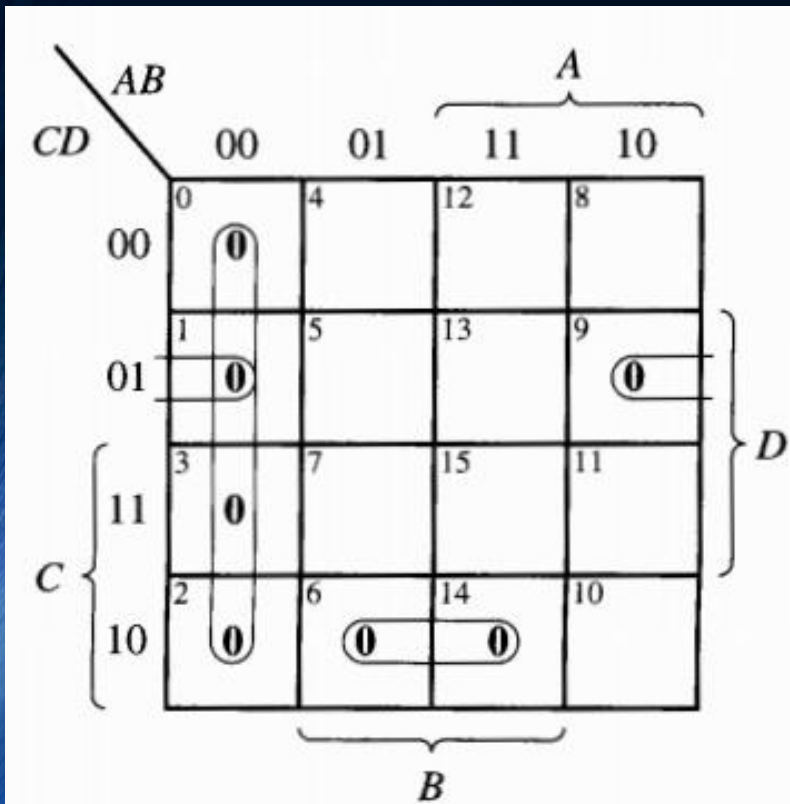
$$f(A, B, C, D, E) = \bar{A}\bar{B}\bar{D}\bar{E} + BC\bar{D} + \bar{B}CDE + \bar{C}DE$$

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

### ❖ ساده سازی توابع به فرم POS:

$$f(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 2, 3, 6, 9, 14)$$

✓ یک روش استفاده از همان الگوریتم قبلی است با این تفاوت که بجای یک ها، صفر می گذاریم.



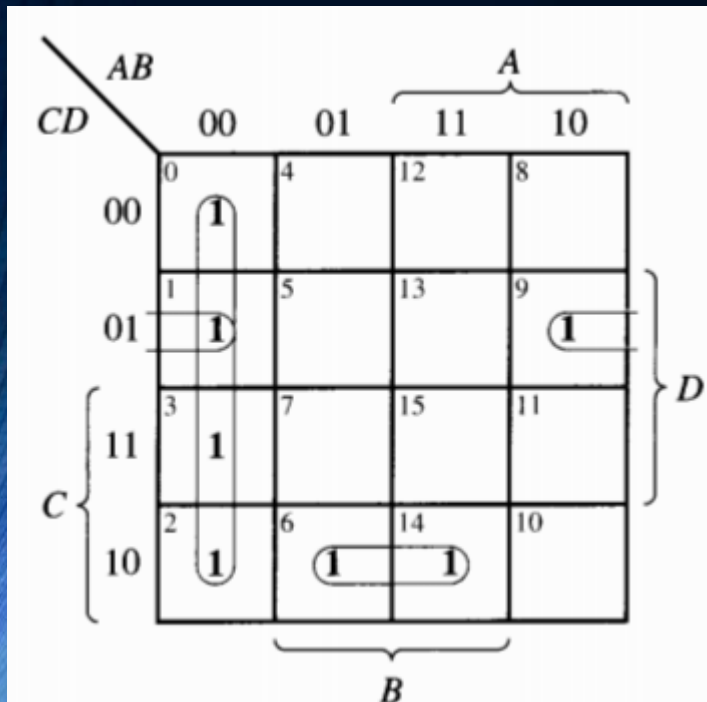
$$f(A, B, C, D) = (A + B)(B + C + \bar{D})(\bar{B} + \bar{C} + D)$$



## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

### ❖ ساده سازی توابع به فرم POS:

$$f(A, B, C, D) = \prod M(0, 1, 2, 3, 6, 9, 14)$$



✓ روش دیگر استفاده از متمم تابع است.

- رسم تابع  $\bar{f}$  در جدول کارنو
- استفاده از الگوریتم قبلی جهت ساده سازی
- متمم گیری از رابطه بدست آمده

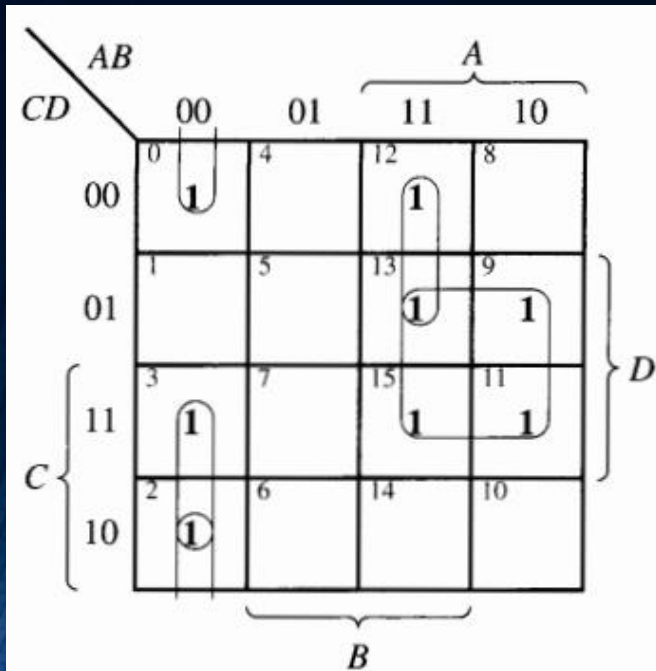
$$\bar{f}(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C}D + BC\bar{D}$$

$$\begin{aligned} f(A, B, C, D) &= \overline{\bar{A}\bar{B} + \bar{B}\bar{C}D + BC\bar{D}} \\ &= (\bar{A}\bar{B})(\bar{B}\bar{C}D)(BC\bar{D}) \\ &= (A + B)(B + C + \bar{D})(\bar{B} + \bar{C} + D) \end{aligned}$$

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

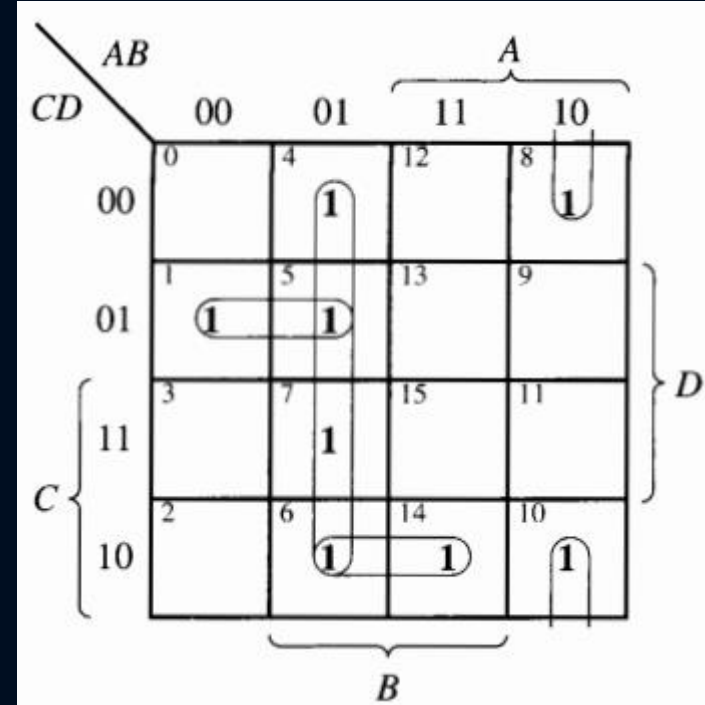
$$f(A, B, C, D) = \prod M(0, 2, 3, 9, 11, 12, 13, 15)$$

❖ مثال: تابع زیر را به فرم SOP و POS ساده کنید.



$$\bar{f}(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + ABC\bar{C} + AD + \bar{A}\bar{B}C$$

$$\begin{aligned} f(A, B, C, D) &= \overline{\bar{A}\bar{B}\bar{D} + ABC\bar{C} + AD + \bar{A}\bar{B}C} \\ &= (\bar{A}\bar{B}\bar{D})(ABC\bar{C})(\overline{AD})(\overline{\bar{A}\bar{B}C}) \\ &= (A + B + D)(\bar{A} + \bar{B} + C)(\bar{A} + \bar{D})(A + B + \bar{C}) \end{aligned}$$



$$f(A, B, C, D) = \bar{A}\bar{C}D + A\bar{B}\bar{D} + \bar{A}B + BC\bar{D}$$

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

### ❖ توابع با تعیین ناکامل (Incompletely Specified Functions):

- ✓ توابعی که برای برخی ترکیب های متغیرها تعریف نشده اند. مانند کد BCD برای اعداد بیشتر از ۹.
- ✓ به minterm های نامشخص اینگونه توابع، don't care گویند که در جدول کارنو با X یا d نشان می دهند.
- ✓ این X یا d می تواند صفر یا یک باشد. انتخاب آن ها براساس ساده سازی بهتر صورت می گیرد.

## ✓ ساده سازی با جدول کارنو (K-Map)

❖ مثال: تابع زیر را به فرم SOP و POS ساده کنید.

$$f(A, B, C, D) = \sum m(1, 3, 4, 7, 11) + d(5, 12, 13, 14, 15)$$

$$= \prod M(0, 2, 6, 8, 9, 10) \cdot D(5, 12, 13, 14, 15)$$

| AB \ CD |    | A  |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|
|         |    | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C       | 00 | 0  | 1  | d  |    |
|         | 01 | 1  | d  | d  |    |
|         | 11 | 1  | 1  | d  | 1  |
|         | 10 | 2  | 6  | 14 | d  |

Groupings for SOP:

- Group 1:  $B\bar{C}$  (cells 1, 3, 4, 7)
- Group 2:  $\bar{A}D$  (cells 1, 5, 9, 13)
- Group 3:  $CD$  (cells 3, 7, 11, 15)

$$f(A, B, C, D) = B\bar{C} + \bar{A}D + CD$$

| AB \ CD |    | A  |    |    |    |
|---------|----|----|----|----|----|
|         |    | 00 | 01 | 11 | 10 |
| C       | 00 | 0  |    | d  | 0  |
|         | 01 | 1  | d  | d  | 0  |
|         | 11 | 3  | 7  | 15 | 11 |
|         | 10 | 2  | 6  | 14 | 10 |

Groupings for POS:

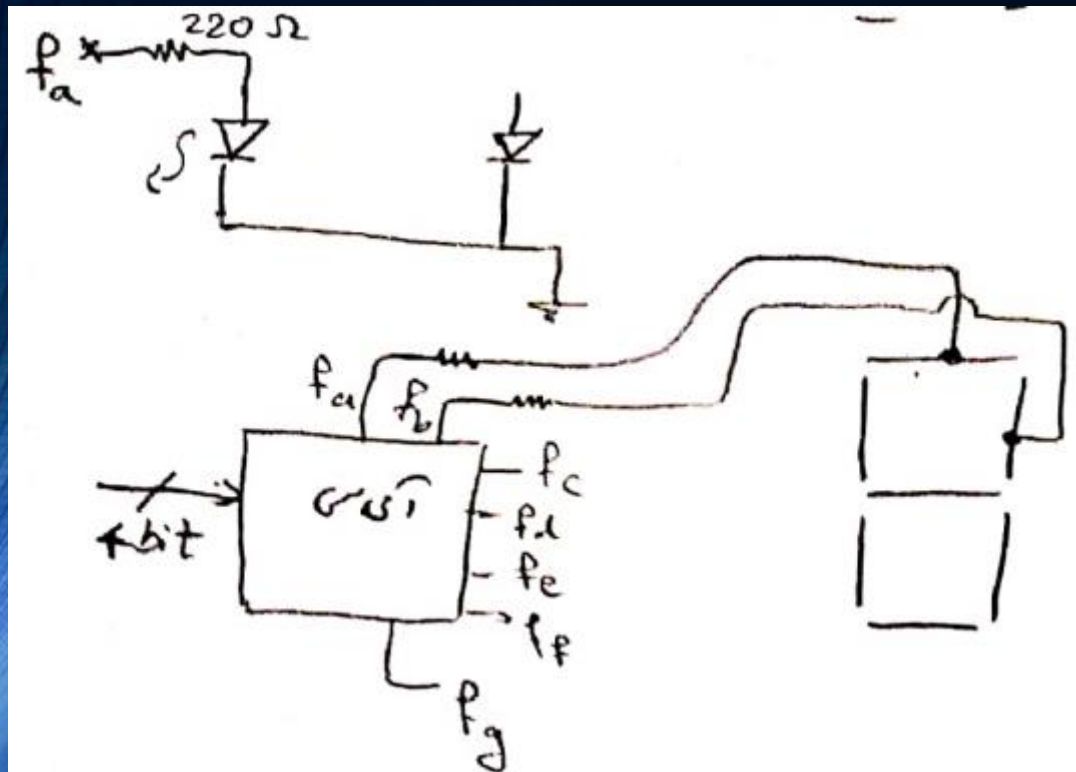
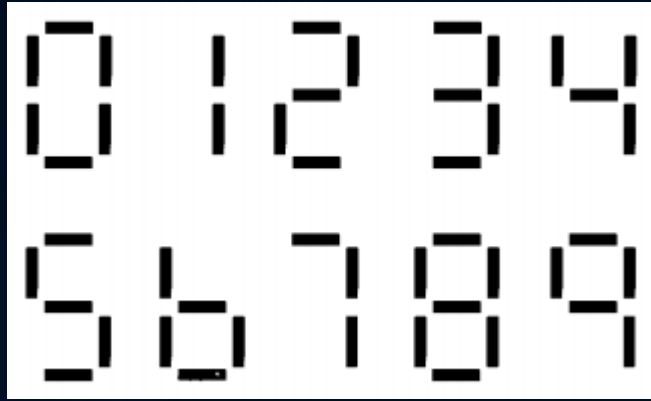
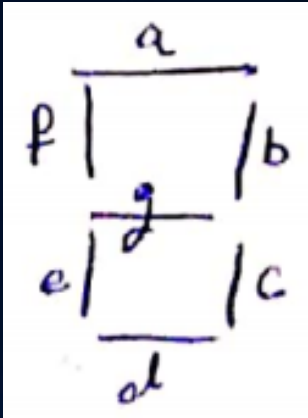
- Group 1:  $B + D$  (cells 0, 4, 8, 12)
- Group 2:  $\bar{C} + D$  (cells 0, 1, 4, 5, 8, 9, 12, 13)
- Group 3:  $\bar{A} + C$  (cells 0, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 15)

$$f(A, B, C, D) = (B + D)(\bar{C} + D)(\bar{A} + C)$$

## 7-Segment ✓

❖ هر کدام از segment ها یک دیود نوری هستند.

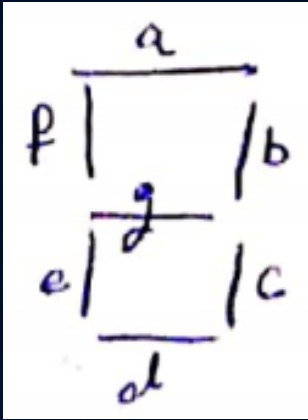
❖ دو نوع آند مشترک (Common Anode) و کاتد مشترک (Common Cathode) دارند.



| Decimal Digit | Display Segments |   |   |   |   |   |   |
|---------------|------------------|---|---|---|---|---|---|
|               | a                | b | c | d | e | f | g |
| 0             | 1                | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1             | 0                | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2             | 1                | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3             | 1                | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 4             | 0                | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5             | 1                | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6             | 0                | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7             | 1                | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8             | 1                | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9             | 1                | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

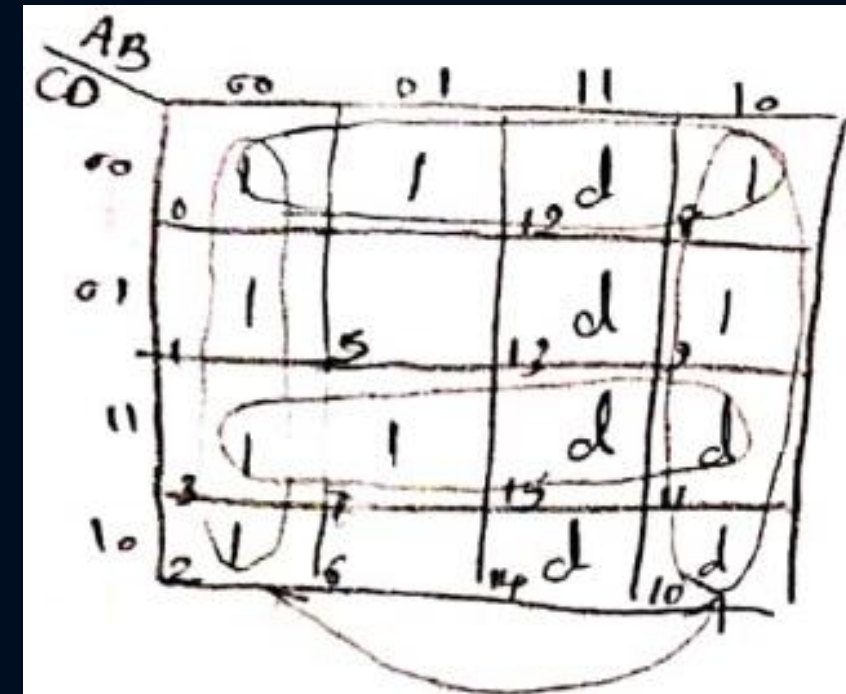


## 7-Segment ✓



| Decimal Digit | Display Segments |   |   |   |   |   |   |
|---------------|------------------|---|---|---|---|---|---|
|               | a                | b | c | d | e | f | g |
| 0             | 1                | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 1             | 0                | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 2             | 1                | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 3             | 1                | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 4             | 0                | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 5             | 1                | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 6             | 0                | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 7             | 1                | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8             | 1                | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 9             | 1                | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |

$$f_b = \sum m(0, 1, 2, 3, 4, 7, 8, 9) + d(10, 11, 12, 13, 14, 15)$$



$$f_b = \bar{B} + \bar{C}\bar{D} + CD$$

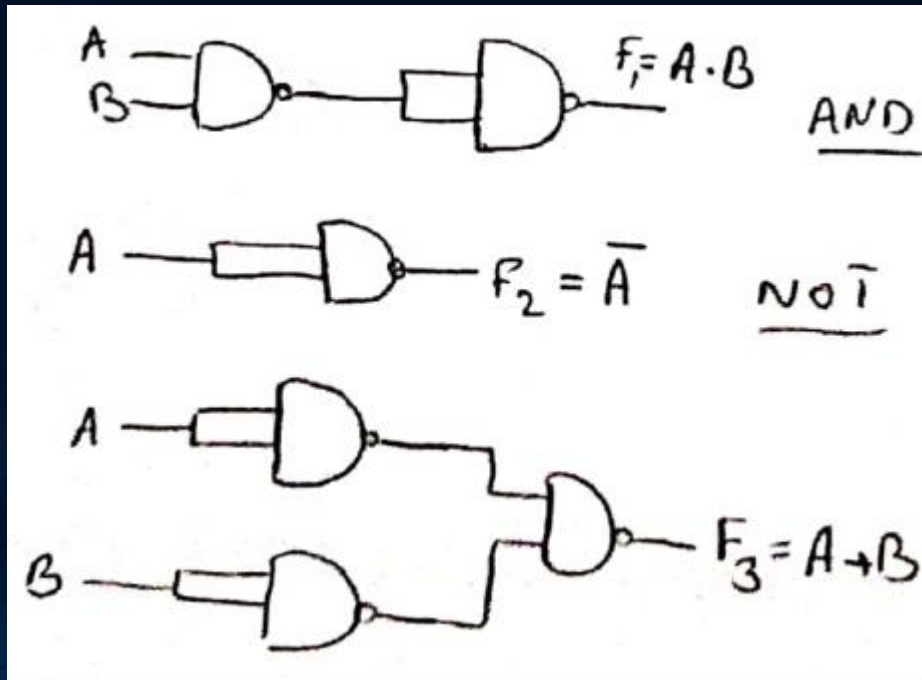
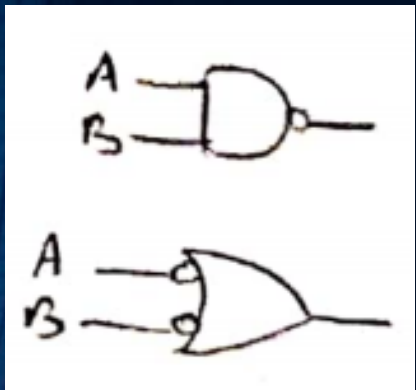
## ✓ گیت های کامل (Universal Gates)

❖ گیتی است که بتوان با آن گیت های AND، OR و NOT را ساخت.

✓ **NAND**: برای پیاده سازی توابع به فرم SOP استفاده می شود.

• دارای دو نماد AND-NOT و NOT-OR است.

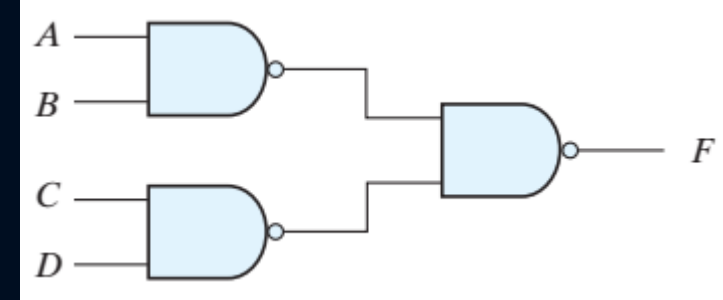
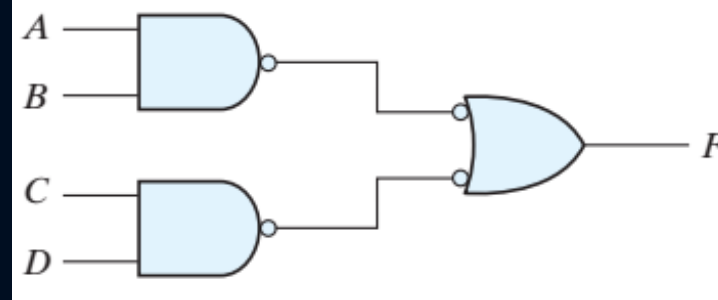
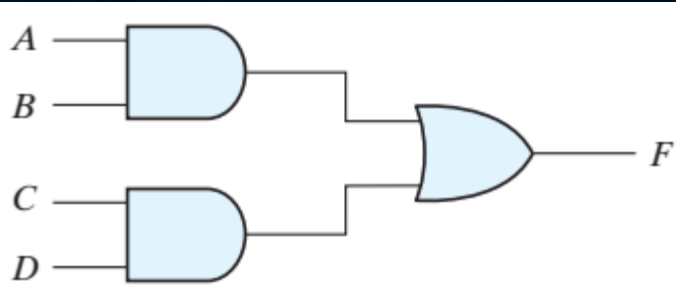
• mixed-notation: اگر از هر دو نماد برای پیاده سازی استفاده شود.



# ✓ گیت های کامل (Universal Gates)

❖ NAND

$$F = AB + CD$$

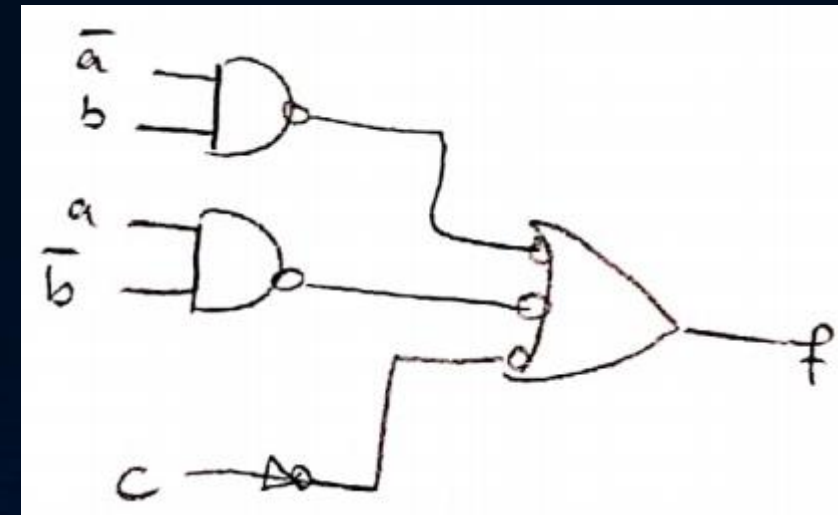
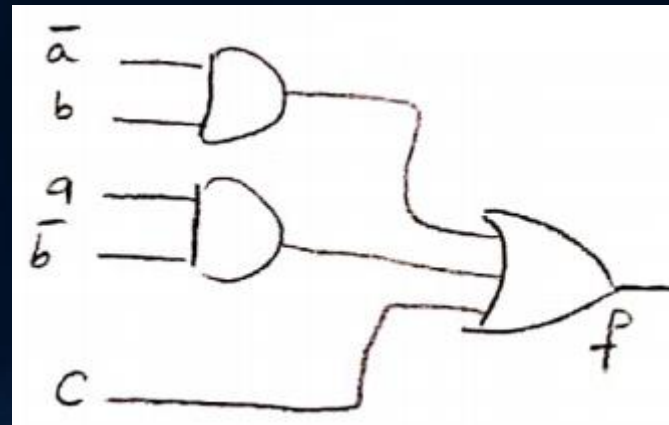


$$f(a,b,c) = \sum m(1, 2, 3, 4, 5, 7)$$

❖ مثال: تابع روبرو را با گیت NAND پیاده سازی کنید.

| ab \ c | 00 | 01 | 11 | 10 |
|--------|----|----|----|----|
| 0      | 0  | 1  | 0  | 1  |
| 1      | 1  | 1  | 1  | 1  |

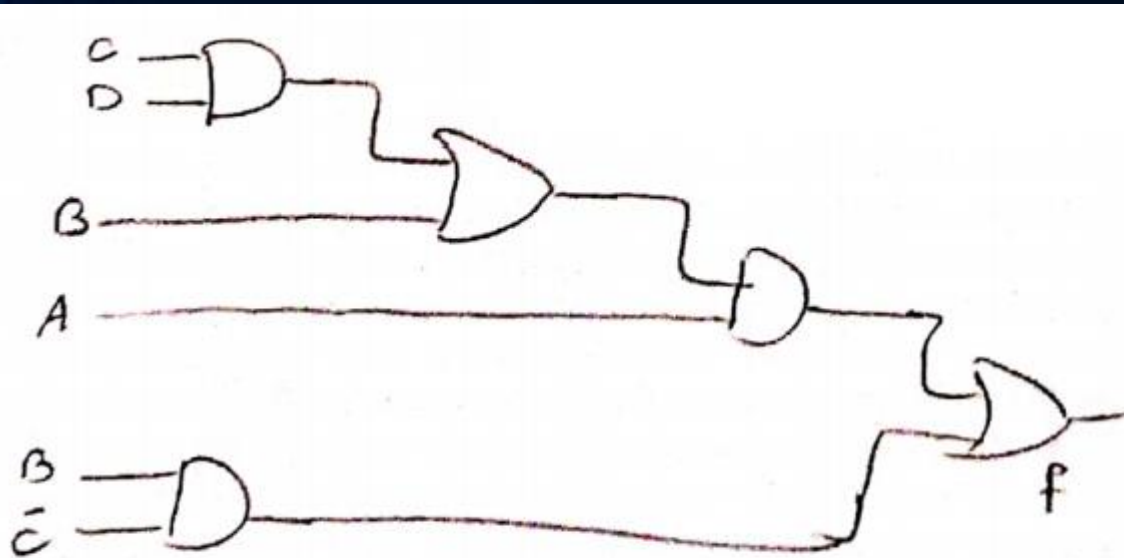
$$f(a,b,c) = c + \bar{a}b + a\bar{b}$$



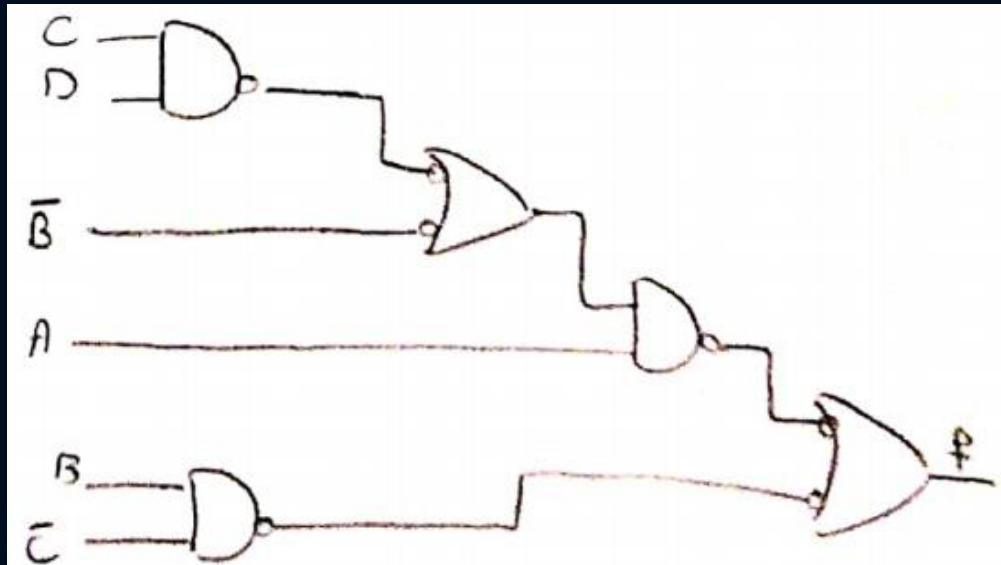
## ✓ گیت های کامل (Universal Gates)

❖ NAND چند سطحی:

$$f = A(CD + B) + B\bar{C}$$



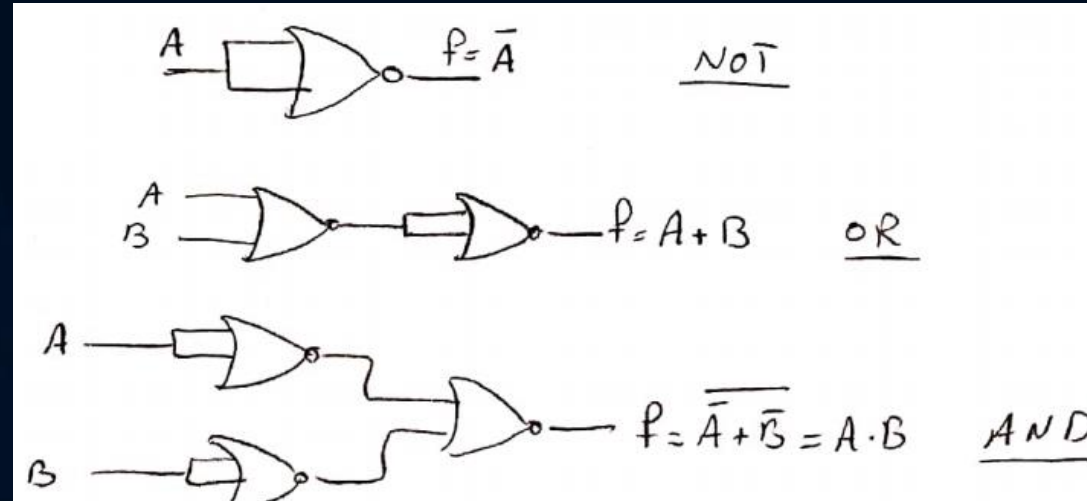
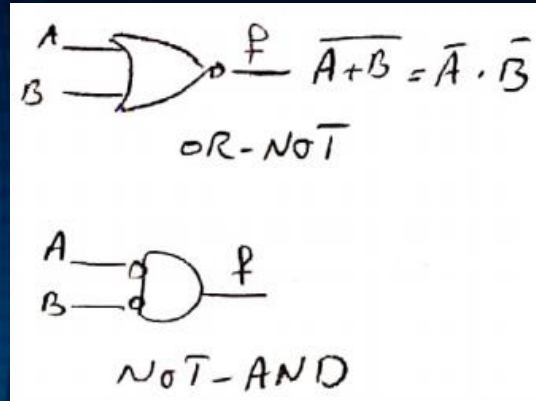
four-level  
AND-OR



mixed notation  
NAND

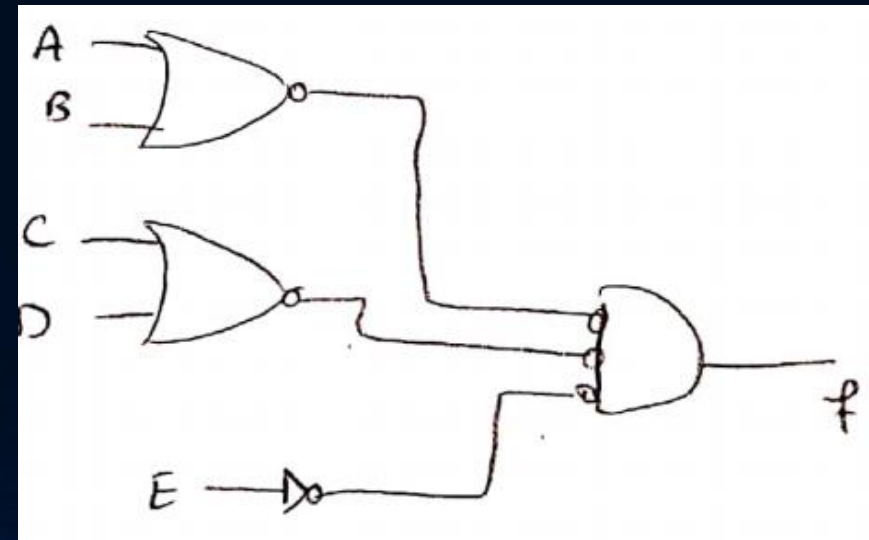
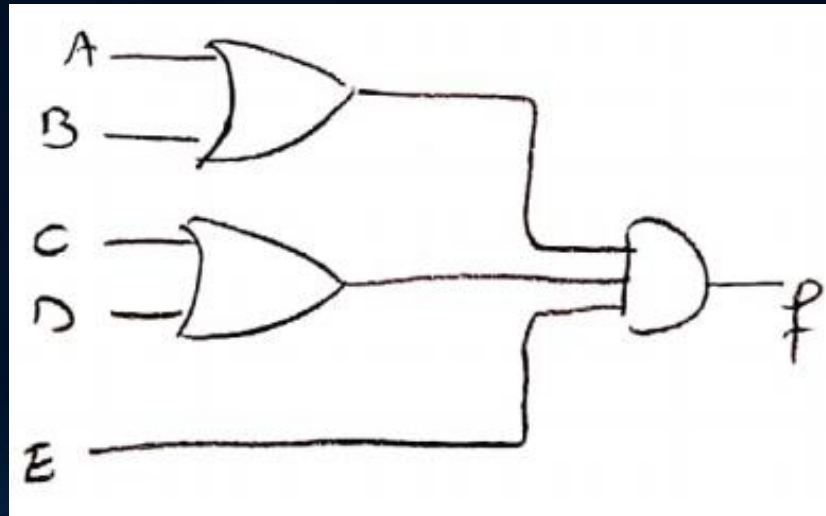


# ✓ گیت های کامل (Universal Gates)



✓ **NOR**: برای پیاده سازی توابع به فرم POS استفاده می شود.

$$F = (A+B)(C+D)E$$



## ✓ گیت های کامل (Universal Gates)

❖ مثال: تابع روبرو را بصورت تمام NAND و تمام NOR پیاده سازی کنید.

$$f = (A \cdot \bar{B} + \bar{A} B) (C + \bar{D})$$

