Subject:

Year: Month: Day: Page:( )

حوری دهش ۹۸۲۱۴۱۳

س ← ؟

Sayeh Roshan

س۲ ←

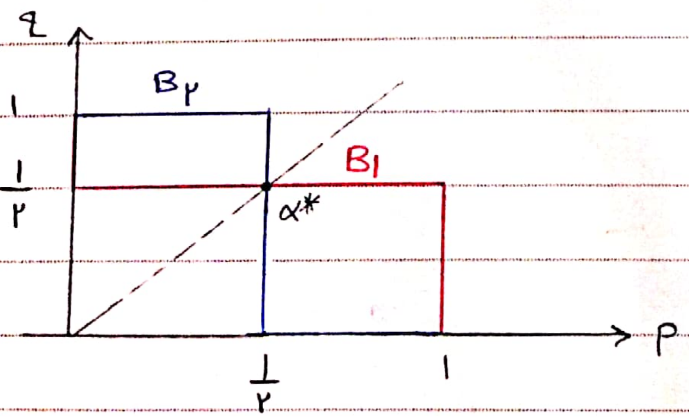
		q	$1-q$
		x	y
p	x	۱,۱	۰,۲
$1-p$	y	۲,۰	-۱,-۱

$$u_1(p,q) = pq + 2q(1-p) - (1-p)(1-q) = p(-2q+1)$$

→

$$p = B_1(q) = \begin{cases} 0 & q > \frac{1}{2} \\ [0,1] & q = \frac{1}{2} \\ 1 & q < \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$q = B_2(p) = \begin{cases} 0 & p > \frac{1}{2} \\ [0,1] & p = \frac{1}{2} \\ 1 & p < \frac{1}{2} \end{cases}$$



α^* تنها تعادل نش متقارن آمیخته است ← $\alpha^* = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ را بررسی می‌کنیم برای

شرط‌های: ۱_ α^* N.E.

که باید $\forall \beta \quad \beta \in BR(\alpha^*) : \beta \neq \alpha^* , \quad u(\beta,\beta) < u(\alpha^*,\beta)$

بررسی شود ← ابتدا $BR(\alpha^*)$ را پیدا می‌کنیم

$U_1(p,\frac{1}{2}) = \frac{p}{2} + 1 - p - \frac{1-p}{2} = \frac{1}{2}$ BR به p بستگی ندارد

← p می‌تواند هر مقداری $[0,1]$ باشد

	q	$1-q$
p	$1,1$	$0,2$
$1-p$	$2,0$	$-1,-1$

به ازای هر p آیا $U(\beta,\beta) < U(\alpha^*,\beta)$ است یا نه؟

$U_1(\beta,\beta) = U_1(p,p) = p^2 + 2p(1-p) - (1-p)(1-p) =$

$-2p^2 + 4p - 1$

$\Rightarrow ☆$

$U_1(\alpha^*,\beta) = U_1(\frac{1}{2},p) = \frac{p}{2} + p - \frac{1-p}{2} = 2p - \frac{1}{2}$

$☆ \rightarrow -2p^2 + 4p - 1 < 2p - \frac{1}{2} \Rightarrow 2p^2 - 2p - \frac{1}{2} > 0 \Rightarrow$

$2(p - \frac{1}{2})^2 \rightarrow$ همواره مثبت است و در $p = \frac{1}{2}$ صفر می‌شود که الزام $p = \frac{1}{2}$

باشد آن گاه $\alpha^* = \beta$ می‌شود اما ما $\beta \neq \alpha^*$ $\forall \beta$ بررسی کردیم ← شرط برقرار است

پس استراتژی $\alpha^* = \left(\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right), \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)\right) \longrightarrow$ ESS است

س۳ ←

		q	$1-q$
		A	P
p	A	$\frac{v-c}{2}, \frac{v-c}{2}$	$\frac{2v}{3}, \frac{v}{3}$
$1-p$	P	$\frac{v}{3}, \frac{2v}{3}$	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$

$$U_1(p,q) = pq\left(\frac{v-c}{2}\right) + p(1-q)\frac{2v}{3} + q(1-p)\frac{v}{3} +$$

$$(1-p)(1-q)\frac{v}{2} = \ldots\ldots = p\left[-q\frac{c}{2} + \frac{v}{6}\right]$$

$$-q\frac{c}{2} + \frac{v}{6} > 0 \longrightarrow q < \frac{v}{3c}$$

$$p = B_1(q) = \begin{cases} 0 & q > \frac{v}{3c} \\ [0,1] & q = \frac{v}{3c} \\ 1 & q < \frac{v}{3c} \end{cases}$$

به طور مشابه $B_2(p)$ هم بدست می‌آید.

به ازای مقادیر مختلف v رابطه را بررسی می‌کنیم:

Subject:

Page:(   )   Year: Month: Day:

حالت ۱ ← اگر $\frac{v}{3c} > 1$ ← $q < \frac{v}{3c}$ ← $p=1$ و به طور مشابه $q=1$

$\alpha_1^* = ((1,0),(1,0))$

	1	0
p	$\frac{v-c}{2}, \frac{v-c}{2}$	$\frac{2v}{3}, \frac{v}{3}$
$1-p$	$\frac{v}{3}, \frac{2v}{3}$	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$

$$U_1(p,1) = p\left(\frac{v-c}{2}\right) + \frac{v}{3}(1-p) = p\underbrace{\left(\frac{v}{6} - \frac{c}{2}\right)} + \frac{v}{3}$$

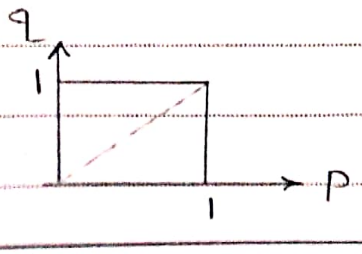
$$\frac{v}{6} - \frac{c}{2} > 0 \iff \frac{v}{3c} > 1$$

$$\Rightarrow p=1 \Rightarrow \beta_1 = \alpha_1^* \longrightarrow \forall \beta_1 \in BR(\alpha_1^*) \quad \beta_1 \neq \alpha_1^*$$

تهی است ← شرط نهایی هم برقرار است ← این حالت یک ESS است

حالت ۲ ←

$$\frac{v}{3c} = 1 \longrightarrow q < \frac{v}{3c} \text{ یا } q = \frac{v}{3c} \longrightarrow p = B_1(q) = \begin{cases} [0,1] & q=1 \\ 1 & q<1 \end{cases}$$



به طور مشابه $q = B_2(p)$ هم داریم

در تمام نقاط تقاطع دارند اما تنها به ازای $p = q = 1$ استراتژی آمیخته متقارن داریم

چون α_2^* همان α_1^* است $U_1(p,1)$ برای بدست آوردن هر β که عضو $BR(\alpha_2^*)$

$$\alpha_2^* = ((1,0),(1,0))$$

$\beta = \alpha_2^*$ باشد $\leftarrow$ $U_1(p,1) = \dots + p\underbrace{\left(\frac{v}{4} - \frac{c}{2}\right)}_{0} \rightarrow p = [0,1]$

پس p می‌تواند هر مقداری از $[0,1]$ باشد

آیا $\beta \in BR(\alpha_2^*)$, $\beta \neq \alpha_2^*$: $\forall \beta$ داریم $U(\beta,\beta) < U(\alpha_2^*,\beta)$?

	p	$1-p$
p	$\frac{v-c}{2}, \frac{v-c}{2}$	$\frac{2v}{3}, \frac{v}{3}$
$1-p$	$\frac{v}{3}, \frac{2v}{3}$	$\frac{v}{2}, \frac{v}{2}$

$$U(\beta,\beta) = U_1(p,p) = p^2\left(\frac{v-c}{2}\right) + p(1-p)\frac{2v}{3} + p(1-p)\frac{v}{3} + (1-p)^2\frac{v}{2} = p^2\left(\frac{v-c}{2}\right) + p(1-p)v + \frac{v}{2}(1-p)^2$$

$$U(1,p) = p\left(\frac{v-c}{2}\right) + (1-p)\frac{2v}{3}$$

$$p^2\left(\frac{v-c}{2}\right) + pv(1-p) + (1-p)^2\frac{v}{2} < p\left(\frac{v-c}{2}\right) + (1-p)\frac{2v}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{-p^2c}{2} + \frac{v}{2} < \frac{-pv}{4} - \frac{pc}{2} + \frac{2v}{3} \xrightarrow{v=3c}$$

$$\frac{-p^2c}{2} + \frac{3c}{2} < \frac{-p3c}{4} - \frac{pc}{2} + \frac{4c}{3} \Rightarrow$$

$$0 < \frac{p^2c}{2} - pc + \frac{c}{2} \Rightarrow \frac{c}{2}(p-1)^2 > 0$$

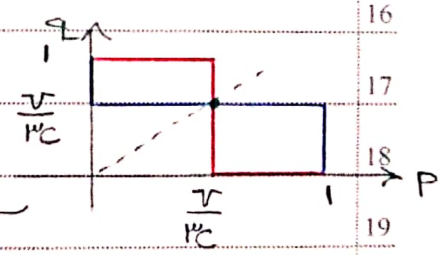
← با فرض $c>0$ تناقض دارد $p=1 \leftarrow U(\beta,\beta) \not< U(\alpha_2^*,\beta)$ نیست اما اگر $p=1$

باشد ← $\alpha_2^* = \beta$ می‌شود و $p \neq 1$ ← به ازای تمام β رابطه برقرار است ←

α_2^* هم یک ESS است

← حالت ۳ $q < \frac{v}{3c}$ یا $q = \frac{v}{3c}$ یا $q > \frac{v}{3c}$ ← if: $\frac{v}{3c} < 1$

← مقابله $B_1(q)$ و $B_2(p)$ معتبر است ←



آمیخته

← تنها استراتژی متقارن $\alpha^* = \left(\left(\frac{v}{3c}, 1-\frac{v}{3c}\right), \left(\frac{v}{3c}, 1-\frac{v}{3c}\right)\right)$

$\forall \beta: \beta \neq \alpha^*, \; U(\beta,\beta) < U(\alpha^*,\beta)$?

	$\frac{v}{3c}$	$1-\frac{v}{3c}$
p	...	...
1-p	...	...

$$U\left(p,\frac{v}{3c}\right)=p\,\frac{v}{3c}\left(\frac{v-c}{2}\right)+p\left(1-\frac{v}{3c}\right)\frac{2v}{3}+$$

$$(1-p)\,\frac{v}{3}\times\frac{v}{3c}+(1-p)\,\frac{v}{2}\left(1-\frac{v}{3c}\right)=\text{______}=$$

$$\text{.......}+\underbrace{p\left(\frac{v^2}{6c}+\frac{2v}{3}-\frac{v}{6}-\frac{2v^2}{9c}-\frac{v^2}{9c}+\frac{v^2}{6c}-\frac{v}{2}\right)}_{0}$$

p می‌تواند هر مقداری از $[0,1]$ باشد

$$\forall\beta\ :\ U(\beta,\beta)\overset{?}{<}U(\alpha^*,\beta)\quad,\ \beta\neq\alpha^*$$

	p	$1-p$
p	---	---
$1-p$	---	---

$$U(\beta,\beta)=U(p,p)=p^2\left(\frac{v-c}{2}\right)+p(1-p)\,\frac{2v}{3}+$$

$$p(1-p)\,\frac{v}{3}+(1-p)^2\,\frac{v}{2}=\text{......}=\frac{-p^2c}{2}+\frac{v}{2}$$

	p	$1-p$
$\frac{v}{3c}$	---	---
$1-\frac{v}{3c}$	---	---

$$U(\alpha^*,\beta)=U\left(\frac{v}{3c},p\right)=p\,\frac{v}{3c}\left(\frac{v-c}{2}\right)+(1-p)\,\frac{v}{3c}\times\frac{2v}{3}+$$

$$p\left(1-\frac{v}{3c}\right)\frac{v}{3}+(1-p)\left(1-\frac{v}{3c}\right)\frac{v}{2}=\text{......}=\frac{v^2}{18c}-\frac{pv}{3}+\frac{v}{2}$$

if: $U(\beta,\beta) < U(\alpha^*,\beta) \Rightarrow \frac{-p^2c}{2}+\frac{v}{2} < \frac{v^2}{18c} - \frac{pv}{3}+\frac{v}{2}$

$\Rightarrow \frac{p^2c}{2}+\frac{v^2}{18c}-\frac{pv}{3}>0 \Rightarrow \frac{1}{2c}\left(pc-\frac{v}{3}\right)^2>0$

که همواره مثبت است

در $pc=\frac{v}{3}$ عبارت برابر صفر است اما $p=\frac{v}{3c}$ همان α^* است و می دانیم

$\beta\neq\alpha^*$ پس به ازای تمام $\beta\in BR(\alpha^*)$ به طوری که $\beta\neq\alpha^*$ باشد رابطه برقرار است

↳ $\alpha^* = \left(\left(\frac{v}{3c}, 1-\frac{v}{3c}\right),\left(\frac{v}{3c}, 1-\frac{v}{3c}\right)\right)$

پس ESS است