

۱- تمامی تعاریف (Definitions) و قضایای (Propositions) موجود در فصل چهارم (بازی‌های با استراتژی‌های آمیخته) را اولاً به صورت ریاضی دقیق بنویسید (توجه کنید که در کتاب خیلی از این موارد غیردقیق و غیر ریاضی نوشته شده است؛ لطفاً اصلاح کنید)؛ و ثانیاً یک تعبیر شهودی مناسب (و بدون استفاده از نماد ریاضی) برای آنها ذکر کنید.

۲- برای بازی داده شده در جدول مقابل، کلیه تعادل‌های نش

آمیخته را با ذکر دلیل دقیق بیابید.

	A	B	C	D
X	0,12	2,4	3,1	1,0
Y	2,0	2,0	3,0	0,4
Z	-1,4	1,6	5,2	0,0
W	-1,-2	1,0	1,5	0,2

۳- برای بازی داده شده در جدول مقابل، کلیه تعادل‌های نش آمیخته را با

ذکر دلیل بیابید.

1,5	1,0	0,2	-1,-2
3,1	2,4	1,0	0,10
3,0	2,0	0,4	2,0
5,2	1,6	0,0	-1,4

۴- بازی نظارت بین یک کارگر و یک سرکارگر (ناظر) با جدول سود زیر قابل مدل کردن است

سرکارگر

	نظارت	استراحت
سختکوشی	$2,3 - c$	2,3
کم کاری	$1,6 - c$	3,2

که در آن، $0 < c < 4$ هزینه نظارت کردن برای سرکارگر است.

الف) نشان دهید که اگر $0 < c < 4$ باشد آنگاه بازی تعادل خالص ندارد.

ب) تعادل‌های نش آمیخته را بر حسب پارامتر c به دست آورید.

ج) توجیه مهندسی شما از تغییرات تعادل‌های آمیخته بر حسب c چیست؟

۵- فرد الف می خواهد گنجی به ارزش a را پنهان کند و برای این کار دو مکان در اختیار دارد. برای مکان دورتر، هزینه مخفی

کردن برابر c_H است و برای مکان نزدیکتر، هزینه برابر c_L است. پس از مخفی کردن گنج، فرد ب باید یکی از دو مکان

دور یا نزدیک را برای جستجو انتخاب کند (فقط یکی از دو مکان)؛ و هزینه جستجو هم برابر همان مقادیر c_H و c_L است.

بنابراین جدول سود/زیان دو بازیکن به صورت زیر است:

جستجوی محل دور جستجوی محل نزدیک

مخفی کردن در محل نزدیک

$-c_L, a - c_L$

$a - c_L, -c_H$

مخفی کردن در محل دور

$a - c_H, -c_L$

$-c_H, a - c_H$

با فرض $0 < c_L < c_H < a$ ، به سوالات زیر پاسخ دهید:

- الف) اگر بازی به صورت استراتژی خالص انجام شود، نقاط تعادل نش را معلوم کنید. (البته بازی استراتژی خالص برای مدل کردن این مساله مناسب به نظر نمی رسد؛ اما شما به صورت انتزاعی و فقط بر اساس جدول فوق مساله را در نظر بگیرید!)
- ب) اگر بازی به صورت استراتژی آمیخته (Mixed Strategy) انجام شود، نقاط تعادل نش آمیخته را معلوم کنید.

(با توجه به اشکالاتی که در حل ریاضی داشتید، سوال زیر را مجدداً و با روش ریاضی خود، اما با جزئیات کامل حل کنید)

۶- در این مثال می خواهیم تعامل احتیاط/بی احتیاطی بین خودرو و عابران پیاده را بررسی کنیم و در مورد مقدار بهینه جریمه و پرداخت خسارت به عابر بحث کنیم. مساله را بسیار ساده کرده ایم تا راحت حل شود. فرض کنید در یک خیابان فرعی عابرین و ماشین ها با سرعت اندک در حال عبور هستند. هر کدام اگر احتیاط کنند تصادفی رخ نمی دهد اما با تاخیر به مقصد می رسند که منجر به هزینه 1- برای فرد می شود؛ اما اگر هر دو بی احتیاطی کنند تصادف کوچکی خواهند داشت که منجر به خسارت 5- به عابر می شود اما خسارتی به خودرو نمی زند. پلیس برای حمایت از عابرین، در صورت تصادف خسارت c را از خودرو گرفته و به عابر پرداخت می کند. به طور خلاصه، جدول زیر را داریم:

		عابر	
		احتیاط	محتاط
خودرو	احتیاط	$-1, 0$	$-1, -1$
	محتاط	$-c, c - 5$	$0, -1$

- دقت کنید که فقط در خانه ی پایین-راست تصادف رخ داده است. برای سادگی در حل، $1 < c < 4$ فرض شود.
- الف- فرض کنید تعامل فوق را به صورت یک بازی **خالص** مدل کرده ایم. در مورد تعادل های نش بحث کنید.
- ب- حال می خواهیم از مدل بازی همزمان با استراتژی **آمیخته** استفاده کنیم. تعادل های نش آمیخته را بیابید.
- ج- آیا افزایش c همواره به کاهش تصادف منجر می شود؟ برای حفاظت بهتر از عابرین مقدار بهینه ی c چند است؟

۷- مثال گزارش یک جنایت (reporting a crime) در مرجع درس را در نظر بگیرید (فصل بازی های با استراتژی آمیخته). می دانیم که چون این بازی، متقارن است حتماً یک تعادل نش آمیخته متقارن دارد و آن را محاسبه کردیم. حال برای حالت ۲ نفره، تعادل های نش آمیخته **غیر متقارن** را، در صورت وجود، بیابید.

آیا می توانید بند الف را برای بیش از دو بازیکن حل نمایید؟