

Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

Đề thi tuyển chọn hệ kỹ sư tài năng năm 2004

Môn thi : **Toán**

*Thời gian làm bài : 90 phút<sup>1</sup>*

**Bài 1:**

Tìm các số  $a, b, c$  sao cho :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{a(2x^3 - x^2) + b(x^3 + 5x^2 - 1) - c(3x^3 + x^2)}{a(5x^4 - x) - bx^4 + c(4x^4 + 1) + 2x^2 + 5x} = 1$$

**Bài 2:**

Chứng minh rằng với mọi tham số  $m$ , phương trình :

$$x^3 - 9x - m(x^2 - 1) = 0$$

luôn có 3 nghiệm.

**Bài 3:**

$f(x)$  là một hàm số xác định trên đoạn  $[0, 1]$ , lấy giá trị trên đoạn  $[0, 1]$ , thỏa mãn điều kiện :

$$|f(x_1) - f(x_2)| \leq |x_1 - x_2|, \forall x_1, x_2 \in [0, 1]$$

Chứng minh rằng tồn tại một điểm duy nhất  $x_0 \in [0, 1]$ , sao cho  $f(x_0) = x_0$ .

**Bài 4:**

1/ Chứng minh rằng nếu hàm số  $f(x)$  liên tục trên đoạn  $[a, b]$  thì :

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \int_a^b |f(x)| dx$$

2/ Chứng minh rằng nếu hàm số  $f(x)$  có đạo hàm liên tục trên đoạn  $[a, b]$  và thỏa mãn điều kiện  $f(a) = f(b) = 0$  thì :

$$\left| \int_a^b f(x) dx \right| \leq \frac{(b-a)^2}{4} M$$

trong đó

$$M = \max_{a \leq x \leq b} |f'(x)|$$

Khi nào xảy ra dấu đẳng thức ?

---

<sup>1</sup>Tài liệu được soạn thảo lại bằng L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> bởi **Phạm duy Hiệp**