

**ĐỀ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN DỰ THI QUỐC GIA NĂM 2010 - 2011**  
**MÔN: TOÁN**

**Câu 1.** Cho  $a, b, c, d$  là các số nguyên dương đôi một khác nhau và  $p$  là một số nguyên tố thỏa mãn:  $a^p + b^p = c^p + d^p$ . Chứng minh rằng  $|a - c| + |b - d| \geq p$ .

**Câu 2.** Giải phương trình

$$2x^2 \sin x + x \cos x + \sqrt[3]{2x+1} = x^3 - x^5 + x + 1$$

**Câu 3.** Cho phương trình

$$\frac{1}{x+1} + \frac{1}{2(x+2)} + \dots + \frac{1}{n(x+n)} = \frac{3}{4} \quad (1)$$

a) Chứng minh rằng phương trình trên luôn có nghiệm dương duy nhất.

b) Ứng với mỗi  $n$  phương trình (1) có nghiệm dương  $x_n$ . Tìm  $\lim x_n$ .

**Câu 4.** Trên đường tròn tâm  $O$  lấy cung  $AM$  khác đường kính. Điểm  $I$  nằm trên đoạn  $OA$  ( $I$  không trùng với  $O, A$ ). Đường tròn  $(I, IA)$  và đường tròn  $(\mathcal{C})$  có đường kính  $IM$  cắt nhau tại hai điểm  $B, C$ . Các tia  $MB, MI, MC$  cắt đường tròn  $(O)$  lần lượt tại  $D, E, F$ . Đường thẳng  $DF$  cắt  $ME, MA, AE$  tương ứng tại  $T, S, Q$ . Chứng minh rằng

a)  $SD \cdot SF = ST \cdot SQ$

b)  $B, C, Q$  thẳng hàng.

**Câu 5.** Cho các số thực  $x, y, z$  thỏa mãn điều kiện

$$x^2 + 4xy + 6y^2 = 2 \text{ và } 6y^2 + 8yz + 3z^2 = 1$$

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức  $P = xy + yz + zx$ .

**Câu 6.** Cho dãy  $(u_n)$  với  $u_n = \frac{1}{2^n}$ . Chứng minh rằng

$$\frac{(u_1-1)(u_2-1)\dots(u_{2010}-1)(u_1+u_2+\dots+u_{2010})}{[1-(u_1+u_2+\dots+u_{2010})]u_1u_2\dots u_{2010}} > 2010^{2011}$$

Hết

Họ và tên thí sinh.....Số báo danh.....