

## Tuyển tập các bài luyện toán lớp 10 CT trường THPT chuyên Lê Hồng Phong TP.HCM

**Ngày 5/9/05** .....

**Bài I :** Cho  $a, b, c, d$  là các số thực thay đổi thỏa :  $a^2 + b^2 + c^2 + d^2 \leq 1$  . Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức :  $F = (a+b)^4 + (a+c)^4 + (a+d)^4 + (b+c)^4 + (b+d)^4 + (c+d)^4$  .

**Bài II :** Cho tứ giác lồi ABCD có O là giao điểm hai đường chéo, đường thẳng d qua O và cắt các đường tròn (OAB), (OBC), (OCD), (ODA) theo thứ tự tại M, N, P, Q khác O . Chứng minh rằng luôn có  $MN = PQ$  .

**Bài III :** Một bảng 5x5 ô vuông bằng nhau, trong mỗi ô vuông người ta đặt một con bọ, ở mỗi thời điểm tất cả các con bọ đều bò sang ô bên cạnh (ô vuông có một cạnh chung) . Chứng minh rằng khi đó trong bảng có ít nhất một ô trống .

**Bài IV :** Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O) . Một đường thẳng song song với BC cắt cung nhỏ AB của (O) tại D và cắt cạnh AB tại E . Biết  $AB = 86$  và độ dài AE, DE là các số nguyên . Hãy tính độ dài đoạn DE ?

**Bài V :** Cho tam giác ABC có góc B không nhọn . Chứng minh rằng :

$$\frac{1}{BC} + \frac{2\sqrt{2}}{BA} \geq \frac{3\sqrt{3}}{CA}$$

**Ngày 20/10/05** .....

**Bài I :** Cho phương trình :  $x + 3(m - 3x^2)^2 = m$  . Hãy giải phương trình trong trường hợp  $m=1$  . Tìm điều kiện của m để phương trình có nghiệm .

**Bài II :** Tam giác ABC nhọn có hai đường cao BE, CF . Trên nửa đường tròn đường kính BC không chứa E, F lấy một điểm M bất kỳ . Gọi H, I, K là hình chiếu vuông góc của M xuống đường thẳng BC, CE, EB . Lấy P trên BC sao cho góc BMP = góc EMC .

a) Chứng minh rằng  $\frac{BP}{MH} = \frac{CE}{MI}$  .

b) Tìm vị trí của M để biểu thức  $S = \frac{BC}{MH} + \frac{CE}{MI} + \frac{EB}{MK}$  là nhỏ nhất .

**Bài III :** Cho  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$  là nghiệm của hệ : 
$$\begin{cases} x - 3y - 3 = 0 \\ x^2 + y^2 - 2x - 2y - 9 = 0 \end{cases}$$
  
Hãy tính giá trị của biểu thức :  $M = (x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2$

**Bài IV :** Tam giác ABC có đường tròn nội tiếp (O) tiếp xúc với các cạnh BC, CA, AB tại D, E, F, đường tròn bàng tiếp góc A (O') tiếp xúc cạnh BC và phần kéo dài cạnh AB, cạnh AC tại điểm P, M, N.

- I và K thuộc đoạn MN sao cho CK song song AB, BI song song với AC. Gọi H là trung điểm BC, chứng minh rằng các cặp điểm P, D; I, E; K, F đối xứng nhau qua H.
- Chứng minh rằng đường tròn qua ba điểm I, K, P tiếp xúc với các đường thẳng BC, BI, CK.

**Bài V :** Tìm m, n nguyên thỏa :  $2m^2n + m + n + 1 = n^2 + 2m^2 + mn$ .

**Ngày 27/10/05**.....

**Bài I :** Cho ba số thực dương x, y, z thỏa  $x+y+z=xyz$ . Hãy tính giá trị của biểu thức :

$$\sum \frac{\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} - \sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+y^2}}{xy}$$

**Bài II :** Cho dãy số không âm  $x_0, x_1, x_2, \dots, x_n, \dots$  thỏa  $x_1 = 1$ , và với mọi m, n nguyên không âm,  $m \geq n$  thì  $x_{m+n} + x_{m-n} = \frac{1}{2}(x_{2m} + x_{2n})$ . Hãy tính số hạng  $x_{2005}$ .

**Bài III :** Cho tam giác ABC. Hãy tìm quỹ tích những điểm M ở trong tam giác sao cho khoảng cách từ M đến một cạnh của tam giác bằng tổng khoảng cách từ M đến hai cạnh còn lại.

**Bài IV :** Hãy tìm một số có 10 chữ số  $\overline{a_0a_1a_2\dots a_9}$  biết rằng số này có đúng  $a_0$  chữ số 0, có đúng  $a_1$  chữ số 1, có đúng  $a_2$  chữ số 2, ..., có đúng  $a_9$  chữ số 9.

**Ngày 10/11/05**.....

**Bài I :** Giả sử x, y dương thỏa  $x^3 + y^3 = x - y$ . Chứng minh rằng :  $x^2 + y^2 < 1$ .

**Bài II :** Tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Phân giác góc BAH cắt BH tại E. Đường thẳng qua C song song với AE cắt đường thẳng AH tại F. Chứng minh rằng EF đi qua trung điểm M của đoạn AB.

**Bài III :** Một số nguyên dương N có đúng 12 ước  $d_1, d_2, \dots, d_{11}, d_{12}$  thỏa  $d_1 = 1 < d_2 < \dots < d_{11} < d_{12} = N$ , và với  $k = d_4 - 1$  thì  $d_k$  cũng là một ước của N và  $d_k = (d_1 + d_2 + d_3 + d_4).d_8$ . Hãy tìm số N?

**Bài IV :** Đề tuyển chọn học sinh tham dự kì thi Olympic 4 môn : Toán, Lý, Hóa và Tiếng Anh, lớp A1 cử 9 học sinh (hs), A2 cử 8 hs, A3 cử 7hs, ..., A8 cử 2 hs, A9 cử 1 hs và A10 không có hs nào. Ban tổ chức chọn phòng 1 là các hs dự thi cả bốn môn,

3 phòng hs phải thi toán và hai trong ba môn còn lại, 3 phòng hs thi toán và một trong ba môn còn lại, và ba phòng hs thi một trong 3 môn Lý, Hóa, Anh .

- Hãy giúp ban tổ chức xếp danh sách từng lớp vào phòng thi sao cho mỗi phòng một lớp, và số lượng hs thi mỗi môn là như nhau ( chỉ ra mà không cần giải thích ) .
- Gọi số hs tham gia th mỗi môn là k, hãy tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của k.

**Ngày 1/12/05**.....

**Bài I :** Ghi các số : 1, 2, 3, ..., 1000 theo thứ tự đó trên một đường tròn . Ta đánh dấu các số từ số 1 , theo quy luật : 1, 16, 31, 46, 61 ... Cách đánh dấu này tiến hành cho tới khi gặp một số đã được đánh dấu thì dừng lại . Hỏi có bao nhiêu số không được đánh dấu ?

**Bài II :** Cho tứ giác lồi ABCD . Chứng minh rằng :  $AB^2 + BC^2 + CD^2 > \frac{1}{3}DA^2$  . ☺

**Bài III :** Với mỗi số  $\alpha$  đều có số k thỏa hệ thức :  $\sin^2 \alpha + k \cos^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \alpha} - 2$  .  
Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của k ? ☺

**Bài IV :** Cho dãy số  $a_1, a_2, \dots, a_n, \dots$  liên hệ bởi  $a_{n+2} = \frac{a_{n+1} + 1}{a_n}$ , biết  $a_{20} = 20$ ,  $a_4 = 4$  . Hãy tính số hạng  $a_{2005}, a_{2006}$  ? ☺

**Ngày 8/12/05**.....

**Bài I :** Giả sử trên hệ trục tọa độ Descartes vuông góc có đồ thị hàm số  $y = \frac{1}{8x}$  . Trên các hệ trục không có ghi đơn vị . Chỉ dùng compa hãy nêu cách dựng điểm A có tọa độ (1, 1) và chứng minh cách dựng đó . ☺

**Bài II :** Cho hàm số  $f(x) = ax^2 + bx + c$  với a, b, c dương thỏa  $a+b+c=1$  .

- Chứng minh rằng với x, y dương thì  $f(x).f(y) \geq (f(\sqrt{xy}))^2$  . ☺
- Chứng minh rằng với  $x_1, x_2, \dots, x_n$  dương thỏa  $x_1 x_2 \dots x_n = 1$  thì  $f(x_1).f(x_2) \dots f(x_n) \geq 1$  . ☺

**Bài III :** Trên một bảng kích thước n x n ô vuông, điền các số thực sao cho tổng các số ở tất cả các ô là một số dương, còn tổng các số ở tất cả các ô của một hình vuông kích thước k x k ô bất kì là một số âm, với  $k < n$  . Hãy tìm tất cả các số k để có thể điền các số vào bảng thỏa yêu cầu trên . ☺

**Bài IV :** Trên một hòn đảo có 13 quí tóc bạc, 15 quí tóc xám và 17 quí tóc đỏ . Cứ 2 quí khác màu tóc gặp nhau lập tức tóc biến thành màu thứ ba . Hỏi có một lúc nào đó tất cả quí trên đảo có cùng một màu tóc không ? Giải thích tại sao ? ☺

**Ngày 12/1/06**.....

**Bài I :** Tìm tất cả các số nguyên tố  $x, y$  thỏa :  $[\sqrt{1}]+[\sqrt{2}]+[\sqrt{3}]+\dots+[\sqrt{n^2-1}]=y$  , trong đó  $[\alpha]$  là số nguyên lớn nhất không vượt quá  $\alpha$  . ☺

**Bài II :** Tứ giác nội tiếp ABCD có giao điểm hai đường chéo AC, BD là O . Giả sử giao điểm thứ hai của hai đường tròn ngoại tiếp tam giác ABO và CDO là K . Lấy điểm L sao cho tam giác BLC đồng dạng với tam giác AKD . Chứng minh rằng nếu tứ giác BLCK là tứ giác lồi thì nó là tứ giác ngoại tiếp một đường tròn . ☺

**Bài III :** Chứng minh rằng  $\sqrt{3}\cos A+2\cos B+2\sqrt{3}\cos C\leq 4$  với A, B, C là ba góc của một tam giác . Đẳng thức xảy ra khi nào ? ☺

**Ngày 21/1/06**.....

**Bài I :** Giả sử mỗi phương trình sau đều có đúng 4 nghiệm phân biệt trong khoảng  $(0, 2\pi)$  :

$$\cos 2x + a \cos x + 2 = 0$$

$$\cos 2x + b \cos x + 2 = 0$$

Chứng minh rằng phương trình :  $\cos 2x + (a+b)\cos x + 5 = 0$  vô nghiệm . ☺

**Bài II :** Giả sử  $\tan A, \tan B, \tan C$  là những số nguyên dương , với A, B, C là ba góc của một tam giác . Hãy tính  $\tan A, \tan B, \tan C$  . ☺

**Bài III :** Từ một điểm P ở ngoài đường tròn (O) , kẻ hai tiếp tuyến PB, PC sao cho BPC tù . Trên cung nhỏ BC lấy một điểm A, tiếp tuyến tại A với (O) cắt PB tại K, PC tại L . Chứng minh rằng diện tích tam giác PKL nhỏ hơn diện tích tam giác ABC . ☺

**Ngày 16/2/06**.....

**Bài I :** Giải hệ phương trình :

$$\begin{cases} x^2(y+z)^2 = (3x^2+x+1)y^2z^2 \\ y^2(z+x)^2 = (4y^2+y+1)z^2x^2 \\ z^2(x+y)^2 = (5z^2+z+1)x^2y^2 \end{cases}$$

**Bài II :** Cho hai đường tròn (O, R) và (O, r) với  $R > r$  . Cho tam giác ABC nội tiếp trong (O, r) . Tia BC, CA, AB kéo dài cắt (O, R) tại A', B', C' tương ứng . Chứng minh rằng tỉ số giữa diện tích tam giác A'B'C' và diện tích tam giác ABC lớn hơn hoặc bằng bình phương tỉ số giữa R và r . ☺

Bài III : Cho dãy số nguyên  $1, 2, 3, 4, \dots, n$  . Mỗi một số được tô bởi một trong hai màu xanh hoặc đỏ . Hãy tìm  $n$  nhỏ nhất để với mọi cách tô màu đều tồn tại ba số cùng màu và lập thành một cấp số cộng ( một cấp số cộng là một dãy số mà mọi số đứng giữa đều bằng trung bình cộng của hai số đứng kề bên nó) . ☺

☺ ☺ ☺

(To be updated... )

-----  
Typed by *marsu*  
*diendantoanhoc.net*  
Ngày 22 tháng 2 năm 2006