7. NHỮNG VINH QUANG SAU KHI ĐÃ QUA ĐỜI

Ở châu Âu đến thế kỉ XVI khoa học tự nhiên đã phát triển rất nhanh chóng. Truyền thuyết tôn giáo cho rằng, Thượng Đế sinh ra thế giới và Trái Đất có hình vuông. Những phát kiến về địa lí của Christophe Columb (1451 - 20.5.1506), Fernand de Magellan (1480 -1521) và những người khác đã chứng minh đầy đủ rằng, Trái Đất có hình cầu, đó là điều không thể chối cãi được. Phát minh về vật lí của G.Galilei đã đem lại cho nhân loại những nhận thức mới về vũ trụ. Toán học được suy tôn là "nữ hoàng" của khoa học tự nhiên. Từ thế kỉ XVI đến thế kỉ XVIII, đã xuất hiện hàng loạt nhà toán học kiệt xuất, họ đã đưa nền toán học lên một đỉnh cao mới. Sự xuất hiện phương pháp tọa độ, ứng dụng của số phức, sáng tạo ra vi - tích phân, ... đã kết hợp nghiên cứu thế giới khách quan trong trạng thái tĩnh và động. Vào thời gian đó, cả châu Âu gần như đã bỏ lại đàng sau sự trì trệ của thời Trung Cổ. Trong tiến trình phát triển đó, toán học luôn đi tiên phong.

Nhưng ở nhánh phương trình đại số thì tình hình lại không hoàn toàn như vậy. Như ở mục 6 đã nói, do cuộc thách đố chấn động cả giới toán học vào đầu thế kỉ XVI nên người ta đã tìm được cách giải phương trình bậc 3, bậc 4. Từ giữa thế kỉ XVI trở đi, người ta bắt đầu đi sâu nghiên cứu phương trình bậc 5. Các nhà toán học đã phân tích tỉ mỉ cách giải phương trình từ bậc 2 đến bậc 4. Nếu một phương trình có nghiệm viết được bằng công thức đại số của các hệ số thì được gọi là phương trình giải được bằng căn thức. Trước thời R.Bombelli và F. Viète người ta đã xác định được công thức tổng quát để tính nghiệm của phương trình từ bậc 1 đến bậc 4.

Không bao lâu, sau khi giải được phương trình bậc 3 thì phương trình bậc 4 tổng quát cũng có cách giải đại số. Việc giải phương trình bậc 4 tổng quát quy về việc giải một phương trình bậc 3 liên kết.

Năm 1540, Zuanne de Tonini da Coi người Italia đã đề nghị G. Cardano giải bài toán dẫn đến phương trình bậc 4 nhưng G. Cardano không giải được, mà học trò là L.Ferrari lại giải được và sau đó G. Cardano đã công bố cách giải này trong cuốn "Ars magna" của ông.

Cách giải của L.Ferrari viết gọn theo cách kí hiệu hiện nay như sau : Biến đổi đơn giản sẽ quy một phương trình bậc 4 chính tắc (đầy đủ) về dạng

$$x^4 + px^2 + qx + r = 0. \qquad (7-1)$$

Từ (7-1) biến đổi được :

$$x^4 + 2px^2 + p^2 = px^2 - qx - r + p^2, \qquad (7-2)$$

hoặc :

$$(x^2 + p)^2 = px^2 - qx + p^2 - r. \qquad (7-3)$$

Với y bất kì, từ (7-3) ta có :

$$(x^2 + p + y)^2 = px^2 - qx + p^2 - r + 2y(x^2 + p) + y^2$$
$$= (p + 2y)x^2 - qx + (p^2 - r + 2py + y^2). \qquad (7-4)$$

Bây giờ ta chọn y để vế phải của (7-4) là một bình phương. Đây là trường hợp khi

$$4(p + 2y)(p - r - 2py + y) - q = 0. \qquad (7-5)$$

Phương trình (7-5) là phương trình bậc 3 của y đã có các cách giải như đã nói ở mục 6. Một giá trị của y như vậy sẽ quy phương trình bậc 4 lúc đầu về việc chỉ phải lấy các căn bậc 2.

Một cách khác bằng đại số giải phương trình bậc 4 được F. Viète đề xuất và một cách nữa được R.Descartes đưa ra năm 1637, nhưng trong nhiều sách giáo khoa đại học đã có thì cách giải của F. Viète cũng giống như cách giải của L.Ferrari.

Nhà toán học Vanmec người Tây Ban Nha cũng đã giải được phương trình bậc 4 nhưng tên bạo chúa Tuocmacvada đã thiêu chết ông, vì theo hắn, ông đã làm trái ý Trời : phương trình bậc 4 không hợp với khả năng của người trần tục – đó là ý muốn của Trời !

Vì việc giải phương trình bậc 4 tổng quát được thực hiện tùy thuộc vào việc giải một phương trình bậc 3 liên kết, nên năm 1750 L.Euler đã cố gắng làm điều tương tự là quy việc giải phương trình bậc 5 tổng quát về phép giải phương trình bậc 4 liên kết nhưng đã thất bại.

Rất nhiều nhà toán học cũng đã vắt óc tìm kiếm cách giải phương trình bậc 5 nhưng không đi đến kết quả. Trước tình hình đó, người ta bắt đầu hoài nghi là liệu có tồn tại hay không một công thức tính nghiệm của phương trình bậc 5 tổng quát !

Năm 1778, nhà toán học J. L.Lagrange đã mở được một đầu mối quan trọng. Ông đã tập trung tìm kiếm công thức chung để giải các phương trình từ bậc 2 đến bậc 4, vì ông cho rằng, nếu tìm được công thức chung đó thì sẽ suy luận để tìm được cách giải phương trình bậc 5. Nhưng cuối cùng ông đã phát hiện thấy nghiệm của một phương trình đã biết có thể được biểu thị bằng một hàm số đối xứng của một phương trình hỗ trợ khác. Phương trình hỗ trợ này được ông gọi là cách giải dự kiến. Dùng cách giải dự kiến này, ông đã sử dụng để giải được phương trình bậc 3, bậc 4 nhưng khi đến phương trình bậc 5 thì ông đành chịu. Một tia sáng lại lóe trong đầu ông : công thức như vậy là không thể tồn tại được, nhưng ông lại không thể chứng minh được điều này.

Phương pháp tổng quát biến đổi một phương trình đa thức bậc n đối với x thành một phương trình bậc n đối với y, trong đó các hệ số của y^{n-1}, y^{n-2} đều bằng 0 được E.W. von Tschirnhausan (1651 – 1708) đưa ra. Về sau phép biến đổi phương trình bậc 5 như vậy, trong đó các hệ số của y^4, y^3, y^2 đều bằng 0 đã được E.S. Brings (1736 – 1798) đưa ra năm 1786. Điều này đóng vai trò quan trọng trong việc giải phương trình bậc 5 bằng các hàm eliptic. Năm 1834, G.B. Jerrard (mất 1863) lại chứng minh được hệ số của y^{n-3} cũng bằng 0.

Trong các năm 1803, 1805, 1813, nhà vật lí Paolo Ruffini (1765 – 1822) người Italia đã đưa ra một cách chứng minh về một điều mà lúc bấy giờ được coi là một sự kiện, đó là nghiệm của phương trình tổng quát bậc 5 hoặc bậc cao hơn đều không thể biểu thị được bằng các căn thức theo các hệ số của phương trình đó.

N.H.Abel

Loài người đứng trước sự thách thức về trí tuệ hết đời này đến đời khác, cho đến khi xuất hiện nhà toán học trẻ tuổi Niels Henrik Abel (5.8.1802 – 6.4.1829) người Na Uy. Ông là người rất can đảm. Ngay từ thuở nhỏ, ông đã bắt đầu tìm lời giải cho phương trình bậc 5. Nhờ quyết tâm chiến thắng đến cùng, cho nên vào năm 1824 (lúc ông 22 tuổi), ông đã chứng minh được một cách tổng quát rằng, phương trình bậc từ 5 trở lên là không thể có cách giải kiểu căn thức. Với trí tuệ của tuổi trẻ, ông đã tuyên bố với thế giới một chân lí : trí tuệ của con người là bất khả chiến thắng.

Nhưng con đường thành công của N.H.Abel hết sức gập gềnh, khúc khuỷu. Tuy có những thành công trong thời gian ngắn ngủi, nhưng những gì là đau khổ còn nặng nề hơn. Những vinh quang của ông hầu hết đến sau khi ông đã qua đời.

Ông sinh ra trong một gia đình mục sư ở nông thôn. Cha mẹ của ông lại đông con và nghèo. Trong số 7 anh chị em, ông là người anh thứ 2. Lúc nhỏ ông bị ốm nhưng không có tiền để chữa bệnh. Năm 13 tuổi, ông được đưa vào học trong trường dòng. Ngay từ đầu ông đã rất hứng thú với toán học. Năm 1817, trong trường đã xảy ra một sự kiện đặc biệt, trong một đêm đã thay đổi cả cuộc đời ông. Thầy dạy toán của ông, do đã ngược đãi học trò nên đã bị sa thải. Thay thầy giáo cũ là thầy Holmboë (sinh 1795) mới 22 tuổi. Thầy Holmboë đã nhanh chóng phát hiện tài năng toán học của N.H. Abel. Lúc đầu thầy Holmboë đưa cho N.H.Abel một số sách tham khảo, tự học. Sau đó Holmboë lại hợp tác nghiên cứu với N. H. Abel. Khi N.H.Abel nêu ra quyết tâm tấn công vào phương trình bậc 5 thì nhiều người cười chế riễu, cho rằng : Ếch nhái làm sao lại đòi ăn thịt thiên nga". Vậy mà Holmboë lại rất ủng hộ N. H. Abel, động viên ông cố gắng vươn lên.

Năm 1821, N. H. Abel thi đậu vào trường đại học. Để thực hiện ý tưởng của mình, ông theo học thầy C.F. Gauss. Ban đầu ông học theo cách của những người đi trước, đi tìm cách giải đáp một cách chính diện. Sau nhiều ngày tháng miệt mài, năm 1824 ông đã chứng minh là phương trình tổng quát bậc 5 không thể có công thức tính nghiệm bằng căn thức.

Điều làm bận tâm buộc loài người phải suy nghĩ suốt 2 thế kỉ, cuối cùng đã được một thanh niên không có tiếng tăm giải quyết. Tuy nhiên, điều N. H. Abel nêu ra đã không được các tạp chí toán học đăng tải, buộc ông phải tự bỏ tiền ra in ấn. Nhưng những đau khổ của ông không vì thế mà giảm bớt.

Năm 1825, N. H. Abel đến nhiều nước châu Âu và đã gõ cửa nhiều nơi nhưng không ở đâu coi ông ra gì cả, kể cả những nơi được gọi là "vương quốc toán học". Cuối cùng ông đến Berlin. Rất may mắn, ở đây ông đã được kĩ sư Klaye hiểu được ý tưởng của ông. Tuy Klaye không hiểu hết nội dung mà N. H.Abel đã trình bày, nhưng Klaye lại hiểu được năng lực to lớn của N. H. Abel. Năm 1826 Klaye đã giúp N. H. Abel cho ra đời tạp chí "Lí luận và toán học". Ba số đầu của tạp chí đã đăng 22 bài phát biểu của N.H. Abel, giới thiệu các công trình nghiên cứu toán học của N. H.Abel. Những thành tựu xuất sắc của N. H. Abel dần dần đã thu hút sự chú ý của giới toán học châu Âu. Chính vì vậy mà tạp chí này nổi tiếng cho đến tận ngày nay.

Tháng 5-1827, với tấm lòng thương nhớ quê hương Tổ quốc, N.H.Abel trở về thủ đô Otslo. Tuy nhiên, ở quê hương thì ông lại không tìm được công việc gì thích hợp. Tháng 9-1828 bốn viện sĩ hàn lâm khoa học Pháp đã yêu cầu vua Salơ XIV giúp đỡ vật chất, tạo điều kiện để N. H.Abel nghiên cứu khoa học.

Nhưng do vất vả quá độ mà bệnh lao của ông lại tái phát, đe dọa đến tính mạng của ông. Ngày 6- 4 - 1829, ngôi sao sáng rực trên bầu trời toán học đã tắt lặn.

Ngày 9-4-1829, người thân trong gia đình đã nhận được một bức thư từ Berlin gửi đến với nội dung :

"Ông N. H. Abel kính mến !

Trường chúng tôi quyết định tôn vinh ông là giáo sư toán học của trường.

Chúc mừng vinh dự đó của ông !

Trường đại học Berlin"

Nhưng bức thư này đã đến chậm, ông đã qua đời trước đó 3 ngày.

Ngày 28-6-1830, Viện Hàn lâm khoa học Pháp đã trao giải thưởng lớn cho N.H.Abel.

Đó là những vinh quang sau khi ông đã qua đời.

Tất nhiên, N.H.Abel không chỉ có công lao đối với việc giải phương trình bậc 5.

Lại có câu chuyện về việc giải phương trình có bậc rất lớn như sau : Vị đại sứ Hà Lan có lần đã nói dóc với vua Henry IV rằng, nước Pháp không có nhà toán học nào có thể giải được bài toán do Adrianus Romanus (1561 - 1615) người Hà Lan đặt ra năm 1593, vì bài toán này đòi hỏi phải biết cách giải một phương trình bậc 45. F. Viète được triệu đến. Sau khi xem xét bài toán, chỉ vài phút sau ông nhận ra mối liên hệ lượng giác đặc biệt và đưa ra 2 nghiệm, sau đó thêm 21 nghiệm nữa.

Trong cuốn "De numerosa". F. Viète đã trình bày một quá trình có hệ thống nói chung để tìm xấp xỉ liên tiếp một nghiệm của một phương trình. Phương pháp này sẽ rất mất công sức khi giải các phương trình bậc cao nhưng đã được dùng cho đến hết thế kỉ XVI.