

Trường Đại học Bách Khoa Hà Nội

## Đề thi tuyển chọn hệ kỹ sư tài năng năm 2002

Môn thi : **Toán**

*Thời gian làm bài : 120 phút<sup>1</sup>*

### Bài 1:

Cho bất phương trình :

$$\frac{x}{1 + |x|} \geq mx^2 + x \quad (1)$$

1/ Giải bất phương trình (1) khi  $m = 2$ .

2/ Tìm  $m \in \mathbb{R}$  lớn nhất sao cho bất phương trình (1) nghiệm đúng với mọi  $x \in \mathbb{R}$ .

### Bài 2:

Cho dãy số  $\{x_n\}$  xác định như sau :

$$\begin{cases} x_1 = -\frac{1}{3} \\ x_{n+1} = \frac{x_n^2}{2} - 1 \text{ nếu } n \geq 1 \end{cases}$$

Chứng minh rằng dãy  $\{x_n\}$  có giới hạn khi  $n \rightarrow \infty$  và tìm giới hạn đó.

### Bài 3:

Cho các số thực  $a_0, a_1, \dots, a_{2002}$  thỏa mãn :

$$\begin{cases} a_0 \neq 0 \\ a_0 + \frac{a_1}{2} + \frac{a_2}{3} + \dots + \frac{a_{2002}}{2003} = 0 \end{cases}$$

Chứng minh rằng phương trình

$$a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{2002}x^{2002} = 0$$

có nghiệm trên đoạn  $[0, 1]$ .

### Bài 4:

Cho hàm số  $y = f(x)$  có đạo hàm cấp hai  $f''(x) \geq 0$  trên toàn bộ  $\mathbb{R}$  và  $a \in \mathbb{R}$  cố định. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $g(x) = f(x) + (a - x)f'(x)$  trên  $\mathbb{R}$ .

---

<sup>1</sup>Tài liệu được soạn thảo lại bằng L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> bởi **Phạm duy Hiệp**