

**KỶ THI CHỌN ĐỘI TUYỂN HỌC GIỎI
THÀNH PHỐ HÀ NỘI NĂM HỌC 2009 - 2010**

Môn thi: TOÁN

Ngày thi 02 -12 - 2009

Thời gian làm bài 180 phút

Bài I: (4 điểm)

Tìm số nguyên tố p và các số nguyên dương x, y thỏa mãn: $x^3 + y^3 = p^4$.

Bài II: (4 điểm)

Cho tam giác ABC cân tại A . Trên tia đối của tia CA lấy điểm E . Giao điểm của BE với đường phân giác của góc BAC là D . Gọi d là đường thẳng qua điểm D và song song với AB , d cắt BC tại F . Giao điểm của AF và BE là M . Chứng minh rằng M là trung điểm của BE .

Bài III: (4 điểm)

Giải hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \sqrt{x^2 + 5} = y^2 - \sqrt{y - 1} \\ \sqrt{y^2 + 5} = z^2 - \sqrt{z - 1} \\ \sqrt{z^2 + 5} = x^2 - \sqrt{x - 1} \end{cases}$$

Bài IV: (4 điểm)

Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(-\frac{3}{2}; 0)$, $B(-\frac{1}{2}; 0)$, $C(\frac{3}{2}; 0)$.

Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn:

$$\begin{cases} \cot \widehat{AMB} \cdot \cot \widehat{BMC} = 1 \\ \cot \widehat{AMB} + \cot \widehat{BMC} = 3 \end{cases}$$

Bài V: (4 điểm)

Cho dãy số (U_n) xác định bởi công thức:

$$\begin{cases} U_1 = p > 0; U_2 = q > 0 \\ U_{n+2} = \sqrt[3]{U_{n+1}} + \sqrt[3]{U_n} \text{ (với } n \geq 1) \end{cases}$$

Chứng minh rằng dãy số này có giới hạn hữu hạn và tìm giới hạn đó.
