

## Đề thi tuyển chọn hệ Kỹ sư tài năng và Chất lượng cao năm 2006

Môn thi : **Toán***Thời gian làm bài : 120 phút<sup>1</sup>***Bài 1:**Phương trình :  $x^3 - ax^2 + 4 = 0$ , (trong đó  $a$  là tham số), có bao nhiêu nghiệm ?**Bài 2:**Cho dãy số  $\{u_n\}$  xác định như sau :  $u_0 \in \mathbb{R}$  và

$$u_{n+1} = u_n + \int_0^1 |t - u_n| dt \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

1/ Chứng minh rằng : Đó là một dãy số tăng và nếu  $u_0 \geq 1$  thì :

$$u_{n+1} = 2u_n - \frac{1}{2}$$

Từ đó chứng minh rằng

$$\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$$

2/ Chứng minh rằng nếu  $0 \leq u_0 < 1$  hay nếu  $u_0 < 0$  thì  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$ .**Bài 3:**Với mọi  $n$  nguyên dương, đặt  $I_n = \int_0^1 x^n \ln(1+x^2) dx$ .1/ Tính  $\lim_{n \rightarrow \infty} I_n$ .2/ Giả sử  $c \in (0, 1)$ . Đặt  $A_n = \int_0^c x^n \ln(1+x^2) dx$ ,  $B_n = \int_c^1 x^n \ln(1+x^2) dx$ .Chứng minh rằng  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{A_n}{B_n} = 0$ .**Bài 4:**1/ Tìm những hàm số  $f(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$  liên tục tại 0 sao cho :

$$f(2x) = f(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

2/ Tìm những hàm số  $g(x)$  xác định trên  $\mathbb{R}$ , có đạo hàm tại 0, sao cho :

$$g(2x) = 2g(x) \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

**Bài 5:**

$x$  và  $y$  là hai đường thẳng chéo nhau.  $A$  và  $B$  là hai điểm cố định trên  $x$ .  $CD$  là đoạn thẳng có chiều dài  $l$  cho trước trượt trên  $y$ . Tìm vị trí của  $CD$  sao cho diện tích toàn phần của tứ diện  $ABCD$  là nhỏ nhất. .

---

<sup>1</sup>Tài liệu được soạn thảo lại bằng L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub> bởi **Phạm duy Hiệp**