



**ĐỀ THI**  
**CHỌN HỌC SINH GIỎI**  
**TOÁN**

**Trung Học Cơ Sở**

**(Từ Năm học 1961–1962 đến Năm học 1985–1986)**

2005

# 1 Năm học 1961–1962

**Bài 1:** Tìm số bị chia và thương số trong phép chia sau đây:

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{cccccccc|cc}
 * & * & * & * & * & * & * & & * & * \\
 * & * & * & & & & & & * & 0 & 8 & 0 & * & * \\
 \hline
 & & & 0 & * & * & & & & & & & & \\
 & & & & * & * & & & & & & & & \\
 & & & & & * & * & * & & & & & & \\
 & & & & & & * & * & * & & & & & \\
 & & & & & & * & * & * & & & & & \\
 \hline
 & & & & & & & 0 & & & & & & 
 \end{array}
 \end{array}$$

**Bài 2:** Trong một trường cấp II–III <sup>1</sup> có bốn học sinh ở lớp V, VI, VII và VIII. Biết rằng:

- Hồng không học đại số.
- Cúc và Nguyễn cuối năm nay không thi hết cấp.
- Mai học trên an một lớp.
- Hồng và Lê là người cùng tỉnh.
- Phạm năm ngoái học cấp I và năm nay vào học cùng trường với Trần.
- Hồng năm nay dùng sách giáo khoa năm ngoái của Cúc để lại.

Hãy tìm tên họ cùng người và lớp họ học. (Hong, Cúc, Mai, Lan là tên; Nguyễn, Lê, Trần, Phạm là họ).

(**Chú ý:** Lớp V chưa học đại số, thi hết cấp ở lớp VII)

**Bài 3:** Phân tích thành thừa số:

$$A = (b - c)^3 + (c - a)^3 + (a - b)^3$$

**Bài 4:** Các cạnh đối của tứ giác lồi ABCD cắt nhau tại M và N.

Chứng minh rằng các đường tròn ngoại tiếp bốn tam giác tạo thành cắt nhau tại một điểm. (Điểm Miquel).

**Bài 5:** Dựng một đường tròn tiếp xúc với ba đường thẳng cho trước.

<sup>1</sup>Trước đây, cấp I gồm các lớp I–IV; cấp II: lớp V–VII; cấp III: lớp VIII–X.

## 2 Năm học 1962–1963 (a)

**Bài 1:** Thực hiện phép tính:

$$A = 6 : \frac{1}{3} - 0,8 : \frac{1,5}{\frac{3}{2} \cdot 0,4 \cdot \frac{50}{1:\frac{1}{2}}} + \frac{1}{4} + \frac{1 + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{0,25}}{6 - \frac{46}{1+2,2 \cdot 10}}$$

**Bài 2:** Song song với mỗi cạnh của tam giác ABC ta kẻ 35 đường thẳng cách đều nhau. Những đường thẳng này chia tam giác ABC thành nhiều tam giác nhỏ bằng nhau.

Em hãy tính xem có tất cả bao nhiêu tam giác nhỏ ấy.

**Bài 3:** Chứng minh đẳng thức:

$$\frac{a^2+3ab}{a^2-9b^2} + \frac{2a^2-5ab-3b^2}{6ab-a^2-9b^2} = \frac{a^2+an+ab+bn}{3bn-a^2-an+3ab}$$

**Bài 4:** Thực hiện phép tính:

$$\frac{1}{a(a-b)(a-c)} + \frac{1}{b(b-a)(b-c)} + \frac{1}{c(c-b)(c-a)}$$

**Bài 5:** Tổ ngoại khóa Sinh vật của lớp em đã đưa một số ván mỏng thành những tấm hình chữ nhật để chuẩn bị làm khay đựng đồ mỗ.

Nếu không dùng êke, thước vuông, thước đo góc, compa v.v.. mà chỉ với sợi dây có sẵn trong tay, em có thể kiểm tra xem những tấm ấy có phải là hình chữ nhật được không ?

Nếu được em hãy trình bày cách làm của em. Dựa vào đâu mà em có thể tin rằng cách làm ấy là đúng ?

**Bài 6:** Cho hình bình hành ABCD có  $AD = 2AB$ . Từ C ta hạ CE vuông góc với AB. Nối E với điểm giữa <sup>2</sup> M của AD. Từ M hạ MF vuông góc với CE, cắt BC tại N.

1. Tứ giác MNCD là hình gì ?
2. Nối M và C. Tam giác EMC là tam giác gì ?
3. Chứng minh rằng  $\widehat{BAD}$  gấp đôi  $\widehat{AEM}$ .

---

<sup>2</sup>điểm giữa = trung điểm (từ dùng cũ)

### 3 Năm học 1962–1963 (b)

**Bài 1:** Thực hiện phép tính:

$$A = \frac{0,8:(\frac{4}{5} \cdot 1,25)}{0,84 - \frac{1}{25}} + \frac{(1,08 - \frac{2}{25}) : \frac{4}{7}}{(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}) \cdot 2\frac{2}{17}} + (1,2 \cdot 0,5) : \frac{4}{5}$$

**Bài 2:** Một đám ruộng hình chữ nhật có diện tích là  $976,91 \text{ m}^2$  trước đây trồng lúa, nhưng vì hạn không có nước để cấy lúa chiêm nên đã được chuyển sang làm hoa màu. Nó được chia làm hai phần, mỗi phần cũng là một hình chữ nhật nằm dọc theo cạnh dài của đám ruộng. Phần trên trồng ngô, phần dưới trồng khoai. Chiều rộng của phần đất trồng ngô là  $10,5 \text{ m}$ , diện tích phần đất trồng khoai là  $482,57 \text{ m}^2$ . Em hãy tính chu vi đám ruộng ấy.

(Chú ý giải bằng phương pháp số học).

**Bài 3:** Rút gọn và tìm số trị của biểu thức sau với  $x = -1,76$  và  $y = \frac{3}{25}$ :

$$A = \left[ \left( \frac{x-y}{2y-x} - \frac{x^2+y^2+y-2}{x^2-xy-2y^2} \right) : \frac{4x^4+4x^2y+y^2-4}{x^2+y+xy+x} \right] : \frac{x+1}{2x^2+y+2}$$

**Bài 4:** Trên một tấm ván hình chữ nhật các em học sinh trong tổ mộc đã nẩy ba đường mực thẳng  $d_1, d_2, d_3$  song song với cạnh dài, và bốn đường mực thẳng khác  $t_1, t_2, t_3, t_4$  song song với cạnh của chiều rộng tấm ván ấy; rồi theo những đường mực ấy cưa thành những miếng ván nhỏ đóng hộp đựng phấn. Biết rằng  $d_1$  cách cạnh dài thứ nhất một khoảng là  $a$ ,  $d_2$  cách  $d_1$  một khoảng là  $b$ ,  $d_3$  cách  $d_2$  một khoảng là  $c$  và cách cạnh dài thứ hai một khoảng là  $a$ .  $t_1$  cách cạnh thứ nhất của chiều rộng một khoảng là  $a$ ,  $t_2$  cách  $t_1$  một khoảng là  $b$ ,  $t_3$  cách  $t_2$  một khoảng là  $a$ ,  $t_4$  cách  $t_3$  một khoảng là  $c$  đồng thời cách cạnh thứ hai của chiều rộng một khoảng là  $b$ . Nếu không dựa vào hình vẽ hoặc không đếm số miếng ván đã cưa được thì làm thế nào để biết được tổ mộc ấy đã cưa tấm ván nói trên ra thành mấy miếng hình vuông bằng nhau, và mấy miếng hình chữ nhật bằng nhau?

**Bài 5:** Cho một hình vuông và một hình chữ nhật cùng nội tiếp trong một đường tròn tâm  $O$ . Em hãy so sánh xem diện tích của hình nào lớn hơn và chứng minh điều đó.

**Bài 6:** Cho một nửa đường tròn đường kính  $MON$ . Từ một điểm  $A$  bất kỳ trên  $MN$  ta vẽ đường vuông góc với  $MN$ . Đường vuông góc ấy gặp nửa đường tròn tại  $B$ . Trên  $OB$  ta lấy  $OC = AB$ . Tìm quỹ tích của điểm  $C$  khi  $A$  chuyển động trên  $MN$ .

## 4 Năm học 1963–1964

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Cần may một cái màn dài 2m, rộng 1,6m, cao 2m với khổ rộng 0,8m và giá 0,65đ mỗi mét. Hai mép cửa màn chồng lên nhau 0,8m. Đỉnh màn cũng may bằng vải màn. Hỏi phải mua bao nhiêu mét vải màn, và tốn bao nhiêu tiền ? (không tính mép viền và mép khâu).

**Bài 2:** Giải phương trình:

$$\left[ \frac{(x - 4\frac{1}{2}) : 0,003}{[(3\frac{1}{20} - 2,65)4] : \frac{1}{5}} - \frac{(0,3 - \frac{3}{20}) : 1\frac{1}{2}}{(1,88 + 2\frac{3}{25}) : \frac{1}{8}} \right] : 62\frac{1}{20} + 17,81 : 0,0137 - 1301 = 0$$

**Bài 3:** Có 472 lít nước mắm đựng trong hai cái thùng chứa lớn. Nếu lấy bớt ở thùng thứ nhất ra 50 lít và đổ vào thùng thứ hai, thì lúc ấy thùng thứ hai chứa nhiều hơn thùng thứ nhất là 24 lít. Hỏi lúc đầu mỗi thùng đựng bao nhiêu lít nước mắm?  
(Giải bằng phương pháp đại số hay số học tùy ý).

**Bài 4:** Cho tam giác ABC mà độ dài của một cạnh đáy bằng  $3p + 2t + u$  và chiều cao tương ứng bằng  $2p - 2t$ . Ta chia tam giác ABC thành các tam giác nhỏ bằng cách như sau: nối các trung điểm M, N, P của các cạnh AB, BC, CA, ta có tam giác MNP; lần thứ hai ta lại nối trung điểm của các cạnh của tam giác MNP ta có tam giác STR; lần thứ ba, nối trung điểm của các cạnh của tam giác STR, ta có tam giác GHE; lần thứ tư, nối trung điểm của các cạnh của tam giác GHE, ta có tam giác IKL ...

a) Như vậy đến lần nối thứ tư, tam giác đã được chia ra làm bao nhiêu tam giác nhỏ? (chỉ tính các tam giác riêng biệt không chồng lên nhau).

b) Tính diện tích tam giác IKL.

c) Nếu ta tiếp tục nối trung điểm của các cạnh của tam giác mới tạo thành đến lần thứ 20 thì tam giác lúc bấy giờ được chia ra làm bao nhiêu tam giác nhỏ ? Lập luận như thế nào để đặt phép tính?

**Bài 5:** Một khu công nghiệp có 4 nhà máy A, B, C, D. Nhà máy A cách nhà máy B là 3,7 km; cách C 6,8 km. Nhà máy B cách C 4,5 km; cách D 6 km; nhà máy C cách D 3 km. Người ta đã tính rằng 4 nhà máy trên có thể chung một cái còi báo giờ làm việc mà tiếng còi chỉ nghe được xa không quá 4 km.

1. Dựng hoành đồ vị trí các nhà máy với tỉ xích 1:100000.

2. Chỉ rõ trên hoành đồ phạm vi có thể đặt cái còi dùng chung cho cả 4 nhà máy nói trên.

3. Trong phạm vi ấy, nên đặt còi ở vị trí K nào thì cả 4 nhà máy có thể cùng lúc nghe được tương đối rõ hơn là khi đặt còi ở một nơi khác. Dựa vào hoành đồ, xem K cách các nhà máy bao nhiêu km ?

**Bài 6:**

a) Cho tam giác ABC với ba trung tuyến AM, BN, CI. Chứng minh rằng sáu tam giác do các trung tuyến tạo thành trong tam giác ABC đều có diện tích bằng nhau.

b) Dựng tam giác PQR vuông góc ở P biết cạnh huyền QR = 5,5 cm và đường cao PH = 2 cm.

(Hai phần của bài 6 độc lập với nhau)

## 5 Năm học 1964–1965

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Một cán bộ kế toán của hợp tác xã đã làm xong một phép nhân trên giấy nhưng vì không cẩn thận anh ta để tờ giấy ấy thấm nước làm cho nhiều chữ số bị nhòe đi, trông không rõ nữa. Phép tính đó được chép lại sau đây, với những dấu hỏi đặt ở chỗ những chữ số bị nhòe. Bạn hãy tìm giúp những chữ số bị nhòe trông không rõ ở trên, chỉ cần nói rõ cách tìm chữ số hàng đơn vị và hàng chục của số bị nhân (đối với các chữ số khác không yêu cầu nói rõ cách tìm).

$$\begin{array}{r} \phantom{00000}7 \phantom{00}8 \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \\ \phantom{00000} \phantom{00} \phantom{00} \phantom{00} 8 \phantom{00} 5 \phantom{00} 3 \\ \hline \phantom{00000} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} 5 \\ \phantom{00000} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \\ \phantom{00000} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \\ \hline 5 \phantom{00} 8 \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} ? \phantom{00} 6 \phantom{00} 9 \phantom{00} ? \end{array}$$

**Bài 2:** Thực hiện phép tính sau đây:

$$\frac{0,8 : (\frac{4}{5} \cdot 1,25)}{0,64 - \frac{1}{25}} + \frac{(100 - \frac{2}{5}) : \frac{4}{7}}{(6\frac{5}{9} - 3\frac{1}{4}) \cdot 2\frac{2}{17}} + (1,2,0,5) : \frac{3}{5}$$

**Bài 3:** Các cán bộ lâm nghiệp đã dùng công thức  $0,08C^2$  ( $C$  là chu vi của hình tròn) để tính diện tích các hình tròn. Bạn hãy chứng minh công thức ấy là công thức tính gần đúng diện tích hình tròn.

**Bài 4:** Phân tích đa thức sau thành thừa số:  $x^8 + x^4 + 1$

**Bài 5:** Dựng một tam giác vuông biết một cạnh góc vuông và hiệu giữa cạnh huyền và cạnh kia của góc vuông.

## 6 Năm học 1965–1966

\*3\*

**Bài 1:** Một toán quân địch gồm 20 tên xâm lược Mỹ, 20 tên lính ngụy, 20 tên lính Pắc Chung Hi và 10 tên lính Úc. Trong toán này có 44 tên bị diệt. Hãy chứng tỏ rằng, trong số đó chắc chắn số bị diệt của ít nhất một trong ba loại: xâm lược Mỹ, lính ngụy, lính Pắc Chung Hi phải lớn hơn hoặc bằng 12.

**Bài 2:**

1. Hãy phân tích biểu thức:  $(x^2 - yz)(y - xyz) - (y^2 - xz)(x - xyz)$  thành thừa số.

2. Chứng minh rằng:

$$\begin{array}{l} \text{nếu} \quad \frac{x^2 - yz}{x(1 - yz)} = \frac{y^2 - xz}{y(1 - xz)} \quad \text{với} \quad x \neq y; yz \neq 1; x \neq 0; z \neq 0 \\ \text{thì} \quad x + y + z = \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \end{array}$$

**Bài 3:** Cho hai vòng tròn (O) và (O') cắt nhau ở A và B sao cho O, O' ở hai phía đối với AB. Xét cát tuyến PQ đi qua A và cắt hai vòng tròn (O) và (O') ở P và Q.

1. Khi nào thì P và Q ở hai phía đối với A ?

2. Xác định vị trí của cát tuyến PQ sao cho cát tuyến đó có độ dài lớn nhất.

3. Xác định vị trí của cát tuyến PQ sao cho  $PA = QA$ .

4. Xác định vị trí của PQ sao cho  $PQ = l$ ,  $l$  là độ dài cho biết.

(Trong các câu 2, 3, 4 chỉ xét trường hợp P và Q ở hai phía đối với A)

**Bài 4:** Giải phương trình:

$$\frac{6b + 7a}{6b} - \frac{3ax}{2b^2} = 1 - \frac{ax}{b^2 - ab}$$

Với những điều kiện nào thì phương trình có một nghiệm số? <sup>4</sup>

---

<sup>3</sup>Đề thi trên đây dẫn theo [3], Theo [1] thì năm này Bộ không tổ chức thi (chung khảo toàn miền Bắc).

<sup>4</sup>Dẫn theo [4]. Ở [3] không thấy chép bài này

## 7 Năm học 1966–1967

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Vụ đông xuân năm nay một hợp tác xã nông nghiệp đã dành ra một khu đất để trồng ngô, khoai và đỗ. Trong khu đất ấy đã trồng được 215 ha khoai, 175 ha ngô và 92 ha đỗ; trong số đó có 12 ha đỗ trồng xen với ngô, 35 ha đỗ trồng xen với khoai, 5 ha ngô trồng xen với khoai và 2 ha trồng xen cả ba thứ. Tính xem diện tích của khu đất mà hợp tác xã đã dành trồng ngô, khoai, đỗ nói trên.

**Bài 2:** Phân tích đa thức sau ra thừa số:  $a^{16} + a^8b^8 + b^{16}$

**Bài 3:** Cho một điểm M bất kì trên đoạn thẳng AB. Lấy AM làm cạnh ta vẽ hình vuông AMCD và lấy MB làm cạnh ta vẽ hình vuông thứ hai MBEG (ba điểm M, C, G thẳng hàng). Hai hình vuông này đều cùng ở về một phía của AB. Các đường tròn (O) và (O') ngoại tiếp hai hình vuông ấy cắt nhau tại một điểm thứ hai N.

- Chứng minh rằng các đường thẳng AG và BC đi qua N.
- Tìm quỹ tích trung điểm của đoạn nối tâm OO' khi M chuyển động trên AB. <sup>5</sup>

---

<sup>5</sup>Dẫn theo [1] . Ở [3] bài 1 và 3 chép khác:

**Bài 1:** Một trường cấp II nhận được 5 đám ruộng A, B, C, D, E để trồng lúa thí nghiệm . Diện tích các đám ruộng ấy không bằng nhau. Trong giờ thực hành toán, cô giáo bảo: “Mỗi em ước lượng diện tích bất kì hai trong năm đám ruộng trên.” Năm em trả lời trước:

Ái: “Diện tích của B là  $250m^2$ , của C là  $400m^2$ .”

Bích: “Diện tích của D là  $450m^2$ , của B là  $300m^2$ .”

Chi: “Diện tích của A là  $450m^2$ , của E là  $350m^2$ ”

Đạt: “Diện tích của D là  $350m^2$ , của C là  $300m^2$ .”

Hoa: “Diện tích của B là  $200m^2$ , của E là  $250m^2$ .”

Cô giáo nhận xét: “Mỗi em đã ước lượng đúng diện tích một đám ruộng.”

Tính xem mỗi đám ruộng nói trên có diện tích là bao nhiêu ?

**Bài 3:** Trên hai cạnh của một góc vuông xOy ta lấy hai điểm A và B sao cho  $OA = OB$ . Một đường thẳng đi qua A cắt OB tại M (M ở trong đoạn OB). Từ B hạ đường vuông góc với AM tại H, cắt AO kéo dài tại I.

- Có nhận xét gì về hai đoạn OI và OM, về tứ giác OMHI ? Chứng minh những nhận xét đó.
- Từ O kẻ đường vuông góc với BI tại K. Chứng minh  $OK = KH$ . Tìm quỹ tích điểm K khi M chuyển động trên OB.



## 8 Năm học 1967–1968

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Số giặc Mỹ bị tiêu diệt trong một cuộc tấn công của quân và dân thành phố Huế là một số có ba chữ số, trong đó chữ số hàng trăm bằng  $\frac{2}{7}$  chữ số hàng đơn vị, chữ số hàng chục bằng  $\frac{1}{3}$  tổng hai chữ số hàng đơn vị và hàng trăm. Tìm số giặc Mỹ bị tiêu diệt.

**Bài 2:** Cho các phương trình:

a)  $|x| = 2x - 1$

b)  $|x| = -x - 5$

1. Giải phương trình thứ nhất.
2. Chứng minh rằng phương trình thứ hai vô nghiệm
3. Dùng đồ thị để tìm lại kết quả câu hỏi số 1 và câu hỏi số 2 trên đây.

**Bài 3:** Cho tam giác vuông tại A và đường cao AH. Vẽ hai đường thẳng bất kỳ vuông góc với nhau tại H. Đường thẳng thứ nhất cắt AC kéo dài tại F' và cắt AB tại E. Đường thẳng thứ hai cắt AC tại F và cắt AB kéo dài tại E'. Nối E và F.

1. Tìm trong hình vẽ những nhóm tam giác có hai góc bằng nhau (từng đôi một)
2. Vị trí EH và HF phải như thế nào để cho độ dài của EF là nhỏ nhất.

## 9 Năm học 1968–1969

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Một tờ giấy hình chữ nhật dài 1,6m rộng 0,96m được cắt ra thành những miếng nhỏ hình chữ nhật dài 5cm, rộng 3cm. Hãy tìm cách cắt tờ giấy lớn ấy sao cho vừa lợi giấy vừa lợi công cắt giấy.

**Bài 2:** Bạn A hỏi bạn B: “Năm nay bố mẹ của anh bao nhiêu tuổi.”

B trả lời: “Bố tôi hơn mẹ tôi 4 tuổi, trước đây khi tổng số tuổi của bố và mẹ chúng tôi là 104 tuổi, thì tuổi của ba anh em chúng tôi là 14, 10 và 6. Hiện nay tổng số tuổi của bố mẹ tôi gấp hai lần tổng số tuổi của ba anh em chúng tôi.”

Tính xem tuổi của bố và của mẹ bạn B là bao nhiêu ?

**Bài 3:** Phân tích đa thức sau thành thừa số:

$$A = bc(a + d)(b - c) - ac(b + d)(a - c) + ab(c + d)(a - b).$$

**Bài 4:** Tìm một hình chữ nhật nội tiếp trong đường tròn có chu vi lớn nhất. Chứng minh rằng hình chữ nhật ấy có diện tích lớn nhất.

## 10 Năm học 1969–1970

(Thời gian: 270 phút)

### I. ĐẠI SỐ và SỐ HỌC (Thời gian 150 phút)

**Bài 1:** Chứng minh rằng lập phương của một số nguyên bất kì ( $a > 1$ ) trừ đi 13 lần số nguyên đó thì luôn luôn chia hết cho 6.

**Bài 2:** Cho  $n$  là một số tự nhiên bất kì. Hãy chứng minh phân thức  $\frac{21n+4}{14n+3}$  không thể giản ước được.

**Bài 3:** Rút gọn phân thức:

$$\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca}$$

**Bài 4:** Chứng minh: nếu  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$  thì  $\left(\frac{a-b}{c-d}\right)^4 = \frac{a^4+b^4}{c^4+d^4}$

### II. HÌNH HỌC (Thời gian: 120 phút)

**Bài 5:** Cho tam giác ABC ( $AB = AC$ ) nội tiếp trong đường tròn tâm O và một điểm M chuyển động trên đường tròn đó. Gọi D là hình chiếu của B trên AM và P là giao điểm của BD và CM.

- Chứng minh tam giác BPM cân.
- Xác định vị trí của điểm M trên đường tròn tâm O để cho điểm P cũng nằm trên đường tròn đó.
- Tìm quỹ tích của điểm D khi M chuyển động trên đường tròn. <sup>6</sup>

---

<sup>6</sup>Đề trên đây dẫn theo [1]. Ở [3] đề thi năm 1969–1970 chép hoàn toàn khác:

**Bài 1:** Phân tích đa thức ra thừa số:  $x^3 + 4x^2 - 29x + 24$

**Bài 2:** Chứng minh rằng nếu:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 2$  và  $a + b + c = abc$  thì  $\frac{1}{a^2} + \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} = 2$

**Bài 3:** Xem vị trí bốn kho chứa dầu như bốn đỉnh của một tam giác lồi ABCD, xác định vị trí của kho chính chứa dầu M sao cho tổng độ dài các ống dẫn dầu từ M tới các kho phụ là bé nhất, tức là xác định điểm M sao cho tổng  $MA + MB + MC + MD$  là bé nhất.

**Bài 4:** Cho tam giác ABC. Từ trung điểm D của BC ta kẻ một đường vuông góc với phân giác góc A. Đường vuông góc đó cắt cạnh AB tại M và AC tại N.

- Chứng minh rằng  $BM = CN$ .
- Gọi  $AB = c$ ;  $AC = b$ . Tính AM và BM theo b và c.

## 11 Năm học 1970–1971

(Thời gian: 270 phút)

### I. SỐ và ĐẠI SỐ (Thời gian 150 phút)

**Bài 1:** Cho biểu thức

$$M = (8x^6 - 27) : (4x^4 + 6x^2 + 9) \text{ và } N = (y^4 - 1) : (y^3 + y^2 + y + 1).$$

Tính tỉ số M:N khi  $x = 8$  và  $y = 251$ .

**Bài 2:** Rút gọn:  $\frac{2^{19} \cdot 27^3 + 15 \cdot 4^9 \cdot 9^4}{6^9 \cdot 2^{10} + 12^{10}}$

**Bài 3:** Chứng minh rằng một số có dạng  $n^4 - 4n^3 - 4n^2 + 16n$  ( $n$  là số tự nhiên chẵn lớn hơn 4) thì chia hết cho 384.

**Bài 4:** Một chiếc mô tô và một chiếc ô tô đi từ M tới K, vận tốc mô tô là 62km/h, vận tốc ô tô là 55km/h. Để hai xe cùng tới đích một lúc người ta đã tính toán cho ô tô chạy trước một thời gian. Nhưng vì lí do đặc biệt, khi chạy được  $\frac{2}{3}$  đoạn đường MK, xe ô tô buộc phải chạy với vận tốc 27,5km/h. Nhờ thế khi còn cách K 124km thì mô tô đã đuổi kịp ô tô. Tìm khoảng cách từ M đến K.

### II. HÌNH HỌC (Thời gian: 120 phút)

**Bài 5:** Trong hình vuông ABCD vẽ nửa đường tròn đường kính AD và vẽ cung AC mà tâm là D. Nối D với điểm P bất kì trên cung AC, DP cắt nửa đường tròn đường kính AD ở K. Chứng minh rằng PK bằng khoảng cách từ P đến cạnh AB.

**Bài 6:** Cho một đoạn thẳng AB và một điểm M bất kì trên đoạn thẳng ấy. Từ M vẽ nửa đường thẳng vuông góc với AB. Trên nửa đường thẳng ấy lấy hai điểm C và D sao cho  $MC = MA$  và  $MD = MB$ . Đường tròn tâm  $O_1$  đi qua ba điểm A, M, C và đường tròn tâm  $O_2$  đi qua ba điểm B, M, D cắt nhau tại một điểm thứ hai N (khác điểm M).

1. Chứng minh rằng ba điểm A, N, D thẳng hàng và ba điểm B, C, N thẳng hàng.
2. Có nhận xét gì về một trong bốn điểm A, B, C, D đối với ba điểm còn lại ?
3. Chứng minh rằng đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định khi M chạy trên đoạn thẳng AB.

## 12 Năm học 1971–1972

### I. SỐ VÀ ĐẠI SỐ (Thời gian 150 phút)

**Bài 1:** Tìm các số tự nhiên để khi nhân mỗi số ấy với số 12345679 thì được một tích gồm toàn chữ số 9 (trước hết tìm số tự nhiên nhỏ nhất, sau đó tìm dạng tổng quát).

**Bài 2:** Chứng tỏ nếu ta có  $\frac{x^2-yz}{a} = \frac{y^2-zx}{b} = \frac{z^2-xy}{c}$   
thì suy ra được  $\frac{a^2-bc}{x} = \frac{b^2-ca}{y} = \frac{c^2-ab}{z}$ .

**Bài 3:** Nhân ngày 1–6, một phân đội thiếu niên được tặng một số kẹo. Số kẹo này được chia hết và chia đều cho mọi đội viên trong phân đội. Để bảo đảm nguyên tắc chia ấy phân đội trưởng đề xuất ra cách chia như sau:

– Bạn thứ nhất nhận một cái kẹo và được lấy thêm  $\frac{1}{11}$  số kẹo còn lại. Sau khi bạn thứ nhất đã lấy phần mình, bạn thứ hai nhận 2 cái kẹo và được lấy thêm  $\frac{1}{11}$  số kẹo còn lại. Cứ tiếp tục như thế đến bạn cuối cùng, thứ n, nhận n cái kẹo và được lấy thêm  $\frac{1}{11}$  số kẹo còn lại.

Hỏi phân đội ấy có bao nhiêu đội viên và mỗi đội viên nhận bao nhiêu cái kẹo ?

### II. HÌNH HỌC (Thời gian: 120 phút)

**Bài 4:** Cho tam giác cân ABC (AB=AC) và đường tròn đi qua ba đỉnh của tam giác. Vẽ đường kính PQ song song với BC. Từ P và Q vẽ dây PN và QM nằm cùng phía đối với đường kính PQ và theo thứ tự song song với các cạnh bằng nhau của tam giác ABC.

a) Tứ giác có đỉnh là M, N, P, Q là hình gì ? Tại sao ?

b) Chứng minh rằng khoảng cách giữa MN và PQ bằng một nửa cạnh đáy BC của tam giác ABC.

**Bài 5:** Tìm quỹ tích những điểm M mà tổng những khoảng cách từ điểm đó tới hai đường thẳng cắt nhau bằng độ dài một đoạn thẳng cho trước.

Nếu trong giả thiết thay tổng những khoảng cách bằng hiệu những khoảng cách thì quỹ tích phải tìm sẽ là gì ?

## 13 Năm học 1972–1973

\*7\*

**Bài 1:** Vẽ đồ thị hàm số  $y = |x - |x||$ .

**Bài 2:** Hiệu bình phương của hai số tự nhiên bằng 169. Tìm hai số đó.

**Bài 3:** Đường tròn nội tiếp tam giác ABC có tâm là O, bán kính bằng đơn vị và tiếp xúc với cạnh AB ở D, với cạnh AC ở E.

1. Tính khoảng cách từ O đến tâm đường tròn nội tiếp tam giác ADE.
2. Các phân giác trong của góc B và C cắt đường thẳng DE theo thứ tự tại M và N. Chứng minh 4 điểm B, C, M, N nằm trên đường tròn.

---

<sup>7</sup>Dẫn theo [3]. Theo [1] năm này Bộ Giáo dục không tổ chức thi.

## 14 Năm học 1973–1974

(Thời gian: 360 phút)

### I. SỐ HỌC

**Bài 1:** Cho số  $n = 1\ 2\ 3\ 4\ 5\ 6\ 7\ 8\ 9\ 10\ 11\ \dots\ 99\ 100$  (các dấu chấm chỉ tất cả các số từ 12 đến 98 viết tiếp sau số 11 và trước số 99 theo thứ tự từ nhỏ đến lớn).

Phải xóa bỏ 100 các số nào để các chữ số còn lại, (vẫn giữ nguyên thứ tự như trước) tạo thành một số lớn nhất.

**Bài 2:** Hãy chứng tỏ rằng kết quả của dãy tính:  $0,3 \cdot (1983^{1983} - 1917^{1917})$  là một số nguyên.

### II. ĐẠI SỐ

**Bài 3:** Cho hình vuông ABCD có cạnh dài  $a$  mét,  $a$  là một số dương cho trước. Hãy tìm trên cạnh BC một điểm M sao cho tỉ số của diện tích tam giác ABM và diện tích hình thang AMCD là một số dương cho trước  $m$ . Tìm điều kiện của  $m$  để bài toán có lời giải. Vẽ điểm M trong các trường hợp sau đây:  $m = \frac{1}{7}, m = \frac{3}{5}$

**Bài 4:** Phân tích đa thức ra thừa số:

$$A = x^4 + 6x^3 + 7x^2 - 6x + 1.$$

### III. HÌNH HỌC

**Bài 5:** Dựng hai đường tròn tiếp xúc ngoài với nhau, có tâm là hai điểm cố định cho trước sao cho một trong hai tiếp tuyến chung ngoài của chúng đi qua một điểm cố định cho trước.

**Bài 6:** Cho tam giác ABC vuông ở A, cạnh huyền BC dài gấp hai lần cạnh AB; D là một điểm trên cạnh AC sao cho  $\widehat{ABD} = \frac{1}{3}\widehat{ABC}$ , E là một điểm trên cạnh AB sao cho  $\widehat{ACE} = \frac{1}{3}\widehat{ACB}$ . Gọi F là giao điểm của BD và CE; G và H là các điểm đối xứng của F theo thứ tự qua các cạnh BC và CA. Chứng minh rằng H, D, G thẳng hàng.

## 15 Năm học 1974–1975

### I. SỐ HỌC và ĐẠI SỐ (Thời gian 180 phút)

**Bài 1:** Chứng minh rằng  $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$  chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên  $n$ .

**Bài 2:** Giải phương trình:  $x - a^2x - \frac{b^2}{b^2 - x^2} + a = \frac{x^2}{x^2 - b^2}$

**Bài 3:** Tìm số có hai chữ số mà bình phương của số ấy bằng lập phương của tổng các chữ số của nó.

### II. HÌNH HỌC (Thời gian: 180 phút)

**Bài 4:** Một tổ phụ lão định trồng 10 cây chuối theo 5 hàng, mỗi hàng 4 cây. Sau khi bàn các cụ thấy rằng ít nhất có 6 cách trồng theo đúng yêu cầu đề ra. Em hãy nêu 6 cách đó bằng sơ đồ (không cần giải thích, chứng minh) theo quy ước sau đây:

- Mỗi hàng cây biểu thị bằng một đoạn thẳng.
- Mỗi gốc cây biểu thị bằng một dấu chấm tròn

**Bài 5:** Dựng hình bình hành ABCD theo cạnh  $AB = a$ , tổng của hai đường chéo  $AC + BD = m$  và góc  $\alpha$  tạo bởi hai đường chéo ấy.

**Bài 6:** Tam giác DNM nội tiếp trong tam giác nhọn <sup>8</sup> ABC cho trước. Trong số tất cả những tam giác nội tiếp DNM ấy, hãy tìm một tam giác sao cho có chu vi nhỏ nhất.

---

<sup>8</sup>Dẫn theo [3]. Ở [1] viết *tam giác ABC* - không có từ *nhọn*, nhưng có lẽ do in sót. Vì nội dung bài 6 này thực ra là *định lý Fagnano*

## 16 Năm học 1975–1976

### VÒNG I (Thời gian: 180 phút)

**Bài 1:** Tìm những số tự nhiên có ba chữ số mà khi chia cho 11 ta được thương là một tổng các bình phương của các chữ số của số đó.

**Bài 2:** Với những giá trị nào của  $a$  và  $b$  thì đa thức  $x^3 + ax^2 + 2x + b$  chia hết cho đa thức  $x^2 + x + 1$ ? Hãy giải bài toán bằng hai cách khác nhau.

**Bài 3:** Một tam giác cân, một hình thang cùng nội tiếp trong một đường tròn, trong đó các cạnh bên của tam giác cân song song với các cạnh bên của hình thang và một trong những cạnh đáy của hình thang là đường kính của hình tròn đã cho. Tính chiều cao hình thang, biết rằng đường trung bình của hình thang bằng 1 và diện tích của tam giác đã cho bằng  $S$ .

### VÒNG II (Thời gian: 180 phút)

**Bài 4:** Nếu đem số  $A$  gồm bốn chữ số nhân với số  $B$  cũng gồm bốn chữ số ấy nhưng được viết theo thứ tự ngược lại (so với số  $A$ ) thì tích thu được là một số gồm tám chữ số, trong đó ba chữ số cuối cùng đều là chữ số 0. Tìm tất cả các cặp số  $A, B$ .

**Bài 5:** Hai vật thể I và II cùng chuyển động trên một đường tròn. Nếu cả hai chuyển động cùng chiều thì sau mỗi khoảng thời gian 56 phút chúng lại gặp nhau một lần. Nếu cả hai chuyển động với tốc độ cũ nhưng ngược chiều nhau thì sau mỗi khoảng thời gian 8 phút chúng lại gặp nhau một lần. Người ta còn thấy rằng khi khoảng cách giữa chúng là 40m thì sau đó 24 giây chúng chỉ còn cách nhau 26m. Tìm tốc độ (theo mét/phút) của mỗi vật thể biết rằng trong khoảng thời gian 24 giây nói trên chúng không gặp nhau.

**Bài 6:** Trong một mặt phẳng người ta kẻ một triệu đường thẳng từng đôi một không song song với nhau. Qua giao điểm của hai đường thẳng bất kì (trong số đường thẳng đã kẻ) ít ra còn có một đường thẳng nữa (trong số đường thẳng đã kẻ) đi qua. Chứng minh rằng tất cả những đường thẳng đã kẻ đều đi qua một điểm.

**Bài 7:** Cho ba đường tròn cùng nằm trên một mặt phẳng cùng có bán kính  $r$ . Tâm của đường tròn này là giao điểm của hai đường tròn kia. Bạn Toàn cho rằng diện tích phần chung  $C$  của cả ba hình tròn đã cho lớn hơn  $\frac{1}{4}$  diện tích một hình tròn đã cho; bạn Thắng cho rằng diện tích phần chung  $C$  nhỏ hơn  $\frac{1}{4}$  diện tích một hình tròn đã cho. Còn bạn Nam cho rằng diện tích phần chung  $C$  bằng  $\frac{1}{4}$  diện tích một hình tròn đã cho.

Hỏi bạn nào nói đúng, giải thích tại sao ?



## 17 Năm học 1976–1977

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Tìm tất cả nghiệm nguyên dương của phương trình sau:

$$xy^2 + 2xy - 243y + x = 0$$

**Bài 2:** Tìm số có hai chữ số mà số ấy là bội của tích hai chữ số của chính số đó.

**Bài 3:** Cho tam giác trong đó có một góc tù. Bạn Thành cho rằng trung tuyến kẻ từ đỉnh góc nhọn của tam giác đồng thời có thể là đường phân giác của góc nhọn đó. Bạn Công cho rằng điều đó không thể có được. Hỏi bạn nào nói đúng, vì sao ?

**Bài 4:** Cho một tam giác có độ dài các cạnh là  $a, b, c$ ; đồng thời thỏa mãn đẳng thức  $a - b = b - c$ . Gọi  $M$  là giao điểm các trung tuyến,  $P$  là giao điểm các đường phân giác trong của tam giác đã cho. Chứng minh rằng  $MP$  song song với cạnh có độ dài là  $b$ .

## 18 Năm học 1977–1978

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Tìm những bộ gồm ba số tự nhiên có tính chất: tích của hai số bất kì thêm 1 chia hết cho số còn lại

**Bài 2** Gọi  $n$  là số tự nhiên, tính tích sau đây theo  $n$ :

$$(1 - \frac{1}{2})(1 - \frac{1}{3})(1 - \frac{1}{4}) \dots (1 - \frac{1}{n+1})$$

**Bài 3:** Cho tam giác  $ABC$  với  $AB = AC$  và  $\widehat{ABC} = 80^\circ$ . Lấy một điểm  $I$  trong tam giác ấy sao cho  $\widehat{IAC} = 10^\circ$  và  $\widehat{ICA} = 30^\circ$ . Hãy tính góc  $AIB$ .

**Bài 4:** Cho một đường tròn, một điểm  $A$  bất kì nằm trên đường tròn ấy và một điểm  $M$  ở trong hình tròn. Tìm hai điểm  $B$  và  $C$  ở trên đường tròn ấy sao cho:

- $M$  là giao điểm của các trung tuyến của tam giác  $ABC$ ;
- $M$  là trực tâm của tam giác  $ABC$ .

## 19 Năm học 1978–1979

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Giải phương trình:

$$|x + 1| + 3|x - 1| = x + 2 + |x| + 2|x - 2|$$

**Bài 2:** Chứng minh rằng số được thành lập bởi  $3^n$  chữ số giống nhau thì chia hết cho  $3^n$ , trong đó  $n$  là số tự nhiên.

**Bài 3:** Bạn Thắng sau khi vẽ một hình tròn nội tiếp tam giác ABC, lại vẽ thêm hình vuông DEFG ngoại tiếp với hình tròn O đó thì rút ra nhận xét: phần chu vi của hình vuông DEFG nằm trong tam giác ABC bao giờ cũng lớn hơn một nửa chu vi hình vuông đó. Nhận xét của bạn Thắng đúng hay sai, vì sao?

**Bài 4:** Cho tam giác ABC. Trên đường phân giác của góc A lấy một điểm D. Kéo dài BD cắt AC tại  $B_1$ . Kéo dài CD cắt AB tại  $C_1$ . Chứng minh nếu  $CC_1 = BB_1$  thì tam giác ABC là tam giác cân.

## 20 Năm học 1979–1980

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Cho  $A = m + n$  và  $B = m^2 + n^2$ , trong đó  $m, n$  là các số tự nhiên nguyên tố cùng nhau. Tìm ước số chung lớn nhất của A và B

**Bài 2:** Gọi O là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC. Từ O hạ các đường vuông góc với các cạnh BC, CA, AB lần lượt tại D, E, F. Kẻ  $BB'$  vuông góc với AO,  $AA'$  vuông góc với BO. Chứng minh  $A', B', D, E$  thẳng hàng.

**Bài 3:** Bất đẳng thức sau đúng hay sai, vì sao?

$$\left(\frac{10^6 + 1}{10^6}\right)^{10^6} < 3$$

**Bài 4:** Chia hình vuông MNPQ thành nhiều hình vuông nhỏ bằng nhau. Tiếp đó dựng các tam giác mà mỗi đỉnh của chúng vừa nằm trên cạnh của hình vuông MNPQ, đồng thời vừa là đỉnh của các hình vuông nhỏ. Tam giác vừa dựng có thể là tam giác đều được không ? vì sao ? (Biết rằng trong một tam giác vuông tổng bình phương hai cạnh góc vuông bằng bình phương cạnh huyền).

## 21 Năm học 1980–1981

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Tìm số có 4 chữ số  $\overline{abcd}$  biết rằng  $\overline{abca} = (5c + 1)^2$ .

**Bài 2:** Chứng minh chữ số tận cùng của các số tự nhiên  $N$  và  $N^5$  là như nhau.

**Bài 3:**  $R$  và  $r$  là độ dài bán kính các hình tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác  $ABC$ .  $d_1, d_2, d_3$  lần lượt là các khoảng cách từ tâm hình tròn ngoại tiếp tới các cạnh  $BC, CA, AB$ . Tính tổng  $R + r$  theo  $d_1, d_2, d_3$  biết rằng trong một tứ giác nội tiếp được, tổng các tích của hai cạnh đối diện bằng tích hai đường chéo.

**Bài 4:** Cho 4 đường tròn  $(O_1), (O_2), (O_3), (O_4)$ . Hãy dựng hình vuông mà mỗi cạnh (hay cạnh kéo dài) của nó tiếp xúc với một trong 4 đường tròn đã cho.

## 22 Năm học 1981–1982

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Cho tứ giác lồi  $ABCD$  ngoại tiếp hình tròn tâm  $O$ . Chứng minh đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  tiếp xúc với đường tròn nội tiếp tam giác  $ACD$

**Bài 2:** Cho  $A$  là số chính phương có 4 chữ số. Nếu ta thêm vào mỗi chữ số của  $A$  một đơn vị thì được một số  $B$  cũng là một số chính phương. Tìm các số  $A$  và  $B$

**Bài 3:** Cho tam giác đều  $ABC$  nội tiếp trong đường tròn bán kính  $R$ . Một điểm  $M$  chạy trên cung bé  $AB$ . Chứng minh tổng các khoảng cách từ  $M$  đến  $A$  và  $B$  không lớn hơn đường kính của đường tròn đó.

**Bài 4:** Tìm các nghiệm nguyên của phương trình:

$$(x - z)(x^2 + xz + z^2) = xy^3 + 3z^3$$

## 23 Năm học 1982–1983

(Thời gian: 240 phút)

**Bài 1:** Trên các cạnh của  $\widehat{AOB}$  lấy các đoạn OA và OB, với  $OA > OB$ . Trên OA lấy điểm M, trên đoạn OB lấy điểm N sao cho  $AM = BN = x$ .

Tìm trị số của x để  $MN = y$  đạt giá trị nhỏ nhất.

**Bài 2:** Cho ba điểm A, B, C cùng nằm trên đường thẳng a (B nằm giữa a và C). Lấy AB làm cạnh, dựng tam giác đều ABE; lấy BC làm cạnh, dựng tam giác đều BCF. (E và F cùng ở về một phía đối với a). Gọi M là trung điểm của AF và N là trung điểm của CE.

Chứng minh tam giác BMN là tam giác đều.

**Bài 3:** Chứng minh rằng trong các số tự nhiên thế nào cũng có số k sao cho số  $1983^k - 1$  chia hết cho  $10^5$

**Bài 4:** Trong một trận thi đấu cờ quốc tế của trường phổ thông cơ sở Quang Trung có hai bạn học sinh lớp Bảy và một số học sinh lớp Tám tham dự. Theo điều lệ cuộc thi hai đấu thủ bất kì đều phải đấu với nhau một trận; người thắng được 1 điểm, người thua được 0 điểm; nếu hòa thì mỗi người được  $\frac{1}{2}$  điểm. Hỏi có bao nhiêu bạn lớp Tám tham dự? Biết rằng tổng số điểm nhận được của cả hai bạn học sinh lớp Bảy là 8, còn tất cả các bạn lớp Tám đều nhận được số điểm bằng nhau.

## 24 Năm học 1983–1984

(Thời gian: 180 phút)

**Bài 1:** Ba đường tròn cùng có bán kính bằng r, cùng đi qua một điểm O và đôi một cắt nhau tại ba điểm A, B, C. Chứng minh đường tròn đi qua ba điểm A, B, C cũng có bán kính r.

**Bài 2:** Trên mặt phẳng cho trước hai điểm A và B. Hãy dựng hình vuông sao cho mỗi điểm A, B nằm trên một cạnh nào đó của nó và tổng các khoảng cách từ A đến các đỉnh của hình vuông là bé nhất.

**Bài 3:** Có bao nhiêu số gồm bốn chữ số mà tổng hai chữ số đầu bằng tổng hai chữ số cuối?

**Bài 4:** Cho  $2^n = 10a + b$ . Chứng minh nếu  $n > 3$  thì tích  $ab$  chia hết cho 6. Ở đây a, b, n là các số nguyên dương và  $b < 10$ .

## 25 Năm học 1984–1985

(Thời gian: 180 phút)

**Bài 1:** Cho tam giác nhọn ABC (tam giác có cả ba góc đều nhọn) nội tiếp trong đường tròn tâm O. Từ B và C vẽ hai tiếp tuyến của đường tròn, chúng cắt nhau tại D. Từ D kẻ một cát tuyến song song với AB, cát tuyến này cắt đường tròn tại M và N, và cắt AC tại I.

Chứng minh  $IM = IN$ .

**Bài 2:** Có bao nhiêu số gồm bốn chữ số có tính chất sau đây: số đó chia hết cho 11 và tổng bốn chữ số của nó cũng chia hết cho 11. Tìm tất cả các số ấy

**Bài 3:** Cho  $M = x^2 + y^2 + 2z^2 + t^2$  với x, y, z, t là các số nguyên không âm. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của M và các giá trị tương ứng của x, y, z, t biết rằng:

$$\begin{cases} x^2 - y^2 + t^2 = 21 \\ x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 101 \end{cases}$$

**Bài 4:** Cho hai nửa đường thẳng phân biệt Ax và By cắt nhau tại O. Hai động tử I và II xuất phát từ A và từ B bắt đầu chuyển động theo hướng Ax và By cùng một lúc và với vận tốc không đổi là v. Hỏi sau bao lâu hai động tử đó gần nhau nhất, và lúc đó hai động tử đã đi được quãng đường dài bao nhiêu ?. Biết rằng khoảng cách từ A đến O bằng a, khoảng cách từ B đến O bằng b và  $a \neq b$ .

## 26 Năm học 1985–1986

(Thời gian: 180 phút)

**Bài 1:** Chứng minh rằng  $P = a^5b - ab^5$  chia hết cho 30 với a, b là hai số nguyên bất kì

**Bài 2:** Một chiếc đồng hồ chạy chính xác đang chỉ 12 giờ trưa (các kim giờ, kim phút, kim giây chồng lên nhau).

- 1) Trong khoảng thời gian từ 12 đến 14 giờ, vào những thời điểm nào (tính theo giờ, phút, giây) thì kim giờ và kim phút thẳng hàng mà không chồng lên nhau ?
- 2) Vào thời điểm nào cả ba kim chồng lên nhau lần thứ hai ?
- 3) Khi nào kim giờ, kim phút, kim giây chia mặt đồng hồ thành ba góc bằng nhau ?

**Bài 3:** Cho một đoạn thẳng AB và một điểm M bất kì trên đoạn thẳng ấy. Từ M vẽ nửa đường thẳng vuông góc với AB, trên đó lấy hai điểm C và D sao cho  $MC = MA$  và  $MD = MB$ . Đường tròn đi qua ba điểm A, M, C và đường tròn đi qua ba điểm M, B, D cắt nhau tại N (khác M).

- 1) Khi M chạy trên AB thì N chạy trên đường nào ?
- 2) Chứng minh rằng khi M chạy trên đoạn AB, các đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

**Bài 4:** Cho tam giác vuông cân ABC ( $A = 90^\circ$ ), M là trung điểm của BC. Từ đỉnh M vẽ góc  $45^\circ$ , các cạnh của góc này cắt một hoặc hai cạnh của tam giác ở E và F. Xác định vị trí của E và F sao cho diện tích tam giác MEF là lớn nhất. Diện tích lớn nhất đó bằng bao nhiêu ?

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

—oOo—

- [1]. *Đinh Gia Phong và Nguyễn Hữu Thảo*, Các bài thi Chọn Học sinh giỏi Toán cấp II , NXB Giáo Dục, 1987.<sup>9</sup>
- [2]. *Đinh Gia Phong và Nguyễn Hữu Thảo*, Các bài toán thi Học sinh giỏi Toán Phổ thông Trung học Cơ sở, NXB Giáo Dục, 1996.<sup>10</sup>
- [3]. *Nguyễn Lắm, Nguyễn Đức Tân, Phan Huy Triều*, Giải các đề thi Học sinh giỏi Toán 9 Toàn quốc , NXB Đồng Nai, 1995.<sup>11</sup>
- [4]. *Phạm Văn Hoàn (Chủ biên)*, Toán Chọn lọc cấp hai, NXB Giáo dục 1976.

---

<sup>9</sup>Gồm các đề thi từ 1963–1964 đến 1984–1985, (trừ hai năm học 1965–1966 và 1972–1973)

<sup>10</sup>Gồm các đề thi từ NH 1985–1986 đến NH 1993–1994

<sup>11</sup>Gồm các đề thi từ 1961 đến 1995, trừ năm học 1987–1988

## Mục lục

1	Năm học 1961–1962	2
2	Năm học 1962–1963 (a)	3
3	Năm học 1962–1963 (b)	4
4	Năm học 1963–1964	5
5	Năm học 1964–1965	6
6	Năm học 1965–1966	7
7	Năm học 1966–1967	8
8	Năm học 1967–1968	9
9	Năm học 1968–1969	9
10	Năm học 1969–1970	10
11	Năm học 1970–1971	11
12	Năm học 1971–1972	12
13	Năm học 1972–1973	13
14	Năm học 1973–1974	14
15	Năm học 1974–1975	15
16	Năm học 1975–1976	16
17	Năm học 1976–1977	17
18	Năm học 1977–1978	17
19	Năm học 1978–1979	18
20	Năm học 1979–1980	18
21	Năm học 1980–1981	19
22	Năm học 1981–1982	19
23	Năm học 1982–1983	20
24	Năm học 1983–1984	20
25	Năm học 1984–1985	21

