

Th i gian làm bài: 180 phút

Câu I.

1. Cho hàm s

$$f(x) = \begin{cases} ax\sqrt{x} + bx - 1 & \text{nếu } x \leq 0 \\ a \sin x - b \cos x + 1 & \text{nếu } x > 0 \end{cases}$$

Tìm a và b để $f(x)$ có đạo hàm trên R .

2. Tính giá trị

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \int_0^1 \frac{\sin^n x}{x} dx.$$

Câu II.

1. Giải bất phương trình $(x+2)\sqrt{x^2-5x+4} \leq x^2-4$

2. Giải phương trình $\sin^{2n+1} x - \cos^{2n+1} x = 1$ với n nguyên dương.

Câu III.

Cho tứ diện $ABCD$ nội tiếp mặt cầu $(O; R)$. Mặt α đi qua M thay đổi trong tam giác BCD . Hình chiếu vuông góc của M lên các mặt phẳng (ABC) , (ACD) và (ADB) lần lượt là H , I và K . Gọi G là trọng tâm tam giác ABC . Chứng minh rằng

- Các đường thẳng BC , MD và DH đồng quy.
- OM đi qua trọng tâm của tam giác HIK .

Câu IV.

1. Tìm n tự nhiên hay không số nguyên dương n sao cho

$$(\sqrt{2007} - \sqrt{2006})^{2008} = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}?$$

2. Cho a, b, c và d là các số thực bất kỳ. Chứng minh rằng

$$\left| \frac{a-b}{a+b} + \frac{c-d}{c+d} + \frac{ad+bc}{ac-bd} \right| \geq \sqrt{3}$$

Câu V.

1. Trong mặt phẳng với hệ trục Oxy , cho tam giác ABC có $A(3; -1)$ và phương trình đường phân giác trong các góc B và C lần lượt là $2x-2y-3=0$ và $x+2y-5=0$.

Viết phương trình đường thẳng BC .

2. Cho $P(x)$ là một đa thức bậc 4 hệ số thực có 4 nghiệm thực phân biệt. Chứng minh rằng đa thức $2P(x)P''(x) - [P'(x)]^2$ có 6 nghiệm thực.

*****Hết*****

Cán bộ coi thi không ghi thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: Số báo danh:

Lê Tâm