

基于 Bezier 曲线模型的移动机器人路径规划算法

刘春阳, 金学奇, 程文刚

(华北电力大学 计算机科学与技术学院 智能机器人研究所, 北京 102206)

摘要: 提出了一种基于 Bezier 曲线模型的路径规划方法, 该算法能够有效地提高移动机器人控制的实时性和精确性。首先具体阐述了基于 Bezier 曲线模型的路径规划方法, 给出确定移动机器人状态空间分量 x , y 和 θ 的方法, 然后分析了该算法所具有的优点, 最后通过仿真实验验证了所提出算法的正确性和可行性。

关键词: 移动机器人; 路径规划; Bezier 曲线; 实时控制

中图分类号: TP24 **文献标识码:** A **文章编号:** 1007-2691 (2006) 04-0043-04

Path planning for mobile robot based on Bezier curve model

LIU Chun-yang, JIN Xue-qi, CHENG Wen-gang

(School of Computer Science and Technology, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: A path planning method for mobile robot based on Bezier curve model is suggested to improve the real-time control performance and precision. The method to determine the values of x , y and θ is represented. The advantaged of this method are discussed. Simulation experiment proofs the correctness of the proposed method.

Key words: mobile robot; path planning; Bezier curve; real-time control

引言

路径规划就是根据机器人当前的位姿, 运用合适的数学参考模型, 规划出一条满足机器人动力学特性的路径, 以驱动机器人到达期望的位姿^[1]。路径规划在移动机器人规划中占有很重要的位置, 它直接体现了移动机器人的运动性能。由于不同结构设计的机器人有着不同的动力学特性, 路径规划的方法也会有所差异。本文所阐述的路径规划算法是基于 MiroSot 的轮式移动机器人的, 该机器人采用两轮共轴并独立驱动, 是一种比较典型的移动机器人^[2]。

本文首先介绍 Bezier 曲线的相关理论, 接着具体阐述基于 Bezier 曲线模型的路径规划算法, 并且给出如何具体确定移动机器人状态空间分量 x , y 和 θ 的方法, 然后分析了运用该算法进行路径规

划所具有的优点, 最后通过具体仿真实验验证了所提出算法的可行性和正确性。

1 路径规划方案

1.1 Bezier 曲线的定义及相关性质

1.1.1 定义

给定空间 $n+1$ 个点的位置矢量 C_i ($i=0, 1, 2, \dots, n$), 则 Bezier 曲线可定义为

$$P(t) = \sum_{i=0}^n B_{i,n}(t) P_i, 0 \leq t \leq 1, \quad (1)$$

式中 $B_{i,n}(t)$ 是由式(2)定义的 n 次 Bernstein 基函数:

$$B_{i,n}(t) = \frac{n!}{i!(n-i)!} t^i (1-t)^{n-i}. \quad (2)$$

1.1.2 性质

Bezier 曲线具有以下重要性质^[3-5]:

收稿日期: 2006-05-15.

作者简介: 刘春阳 (1978 —), 男, 华北电力大学计算机科学与技术学院智能机器人研究所助教.

(1) 端点性质

由 Bezier 曲线的定义可知, $P(0)$ 和 $P(1)$ 分别为特征多边形的起点和终点。即 Bezier 曲线的起点和终点和相应的特征多边形的起点和终点重合。

(2) 切矢量子

对 Bezier 曲线求一阶导数得

$$P'(0)=n(P_1-P_0), P'(1)=n(P_n-P_{n-1}), \quad (3)$$

即 Bezier 曲线的起点和终点处的切线方向和特征多边形的第一条边及最后一条边的走向一致。

(3) 凸包性

$P(t)$ 在 $[0, 1]$ 中各点是特征多边形的各顶点的凸形组合, 即曲线落在特征多边形各顶点构成的凸包之中。

(4) 几何不变性

Bezier 曲线的几何特性不随坐标变化而变化, 这是因为 Bezier 曲线的位置和形状与特征多边形顶点的位置有关, 而不依赖坐标系的选择。

1.2 基于 Bezier 曲线的路径规划方法

如图 1 所示, 如果机器人要从 A 点运动到 D 点, 沿着直线 AD 运动是最好的选择。但事实上情况并非如此。如果在 AD 直线路径上存在着障碍物, 或者机器人本身处于运动状态, 且运动方向与 AD 不一致, 则机器人不可能直接沿着直线 AD 运动。因此, 机器人从初始点 A 到目标点 D 的运动往往是沿着曲线进行的。这就要求必须寻找一种合理的曲线模型来规划路径。

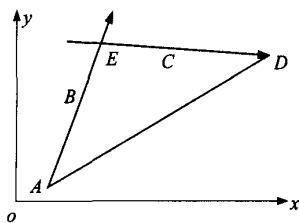


图 1 机器人运动示意图

Fig.1 Schematic diagram of robot movement

在此, 引入了 Bezier 曲线模型。通过理论分析表明: 基于这种曲线模型规划出来的路径能够基本满足非完整约束和动力学约束条件。即机器人能够按照所给定的路径进行运动。下面给出这一路径规划的基本方法。

Bezier 曲线是由其特征多边形决定的。因此, 在规划机器人运动路径时, 关键是确定其特征多

形。先给出一个实际的情景 (见图 1): 机器人目前处于 A 点, 并以一定的速度 v 沿 AB 方向运动, 现要求机器人沿 CD 方向经过 D 点, 其中 E 为 AB 和 CD 的交点。

在这种情况下, 可采用 3 次 Bezier 曲线模型来描述。由于机器人当前处于 A 点, 目标点是 D 点。因此, A 点和 D 点分别为特征多边形的起点和终点。剩下两点空间位置的选择决定了曲线的具体走向。经过多次实验测试, 当 B 和 C 两点分别取线段 AE 和 ED 的黄金分割点时, 该特征多边形决定的 Bezier 曲线模型能够很好地满足移动机器人的非完整性和动力学约束。点的具体取法是: B 点的位置为离 A 点线段 AE 长度的 0.618 的位置。 C 点的位置为离 D 点线段 ED 长度的 0.382 的位置。

B 点和 C 点的取法也并非绝对如此。在具体的使用中可以根据实际情况进行调整。并且根据理论推导和实际测试, 在某些情况下采用两次 Bezier 曲线模型进行路径规划也能够取得良好的效果, 而且还能减少计算量 (如角 A 和角 D 都小于 45° 的情况)。在这不再详细讨论。

B 点和 C 点确定后, 特征多边形就确定了, 即四边形 $ABCD$ 。在实际的具体应用中, 遇到的情景和上述给定的是一致的。因为, 移动机器人的当前坐标和运动的角度是已知的, 分别为

(Robot [i]. Position. x, Robot [i]. Position. y) 和 Robot [i]. CurrentAngle;

移动机器人的终点坐标和在终点的运动方向是策略本身所要求的, 记为

(Robot [i]. Object. x, Robot [i]. Object. y) 和 Robot [i]. ObjectAngle.

最后再把这些参数传给路径规划函数:

```
Void BezierPathKick (int whichrobot, int
x1, int y1, int angle1, int x2, int y2, int angle2)
{.....}
```

1.3 移动机器人状态空间分量的给定

下面具体阐述如何给出在基于 Bezier 曲线模型的路径规划下的移动机器人的状态空间分量 x, y 和 θ , 如图 2 所示。移动机器人由机器人小车和两个轮子组成, 其两个轮子共轴并独立驱动。该移动机器人可以认为是一种无侧滑、纯滚动的移动机器人, 其运动包括两部分: 平动和绕中心转动^[2]。

移动机器人的位姿与速度 (角速度, 线速度) 之间存在如下关系:

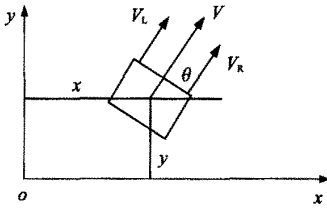


图2 移动机器人运动学模型

Fig.2 Kinematic model of mobile robot

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 \\ \sin\theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ w \end{bmatrix}, \quad (4)$$

$$w = \frac{V_R - V_L}{L}, \quad v = \frac{V_R + V_L}{2}, \quad (5)$$

式中 v 为小车的线速度; w 为小车的角速度; V_R 和 V_L 分别为小车左轮和右轮的线速度; L 为两轮之间的间距。

小车无侧滑, 因此根据小车在轮轴方向的速度始终为 0 得出如下方程:

$$s = (\sin\theta - \cos\theta) \left(\frac{\dot{x}}{\dot{y}} \right) = \dot{x} \sin\theta - \dot{y} \cos\theta = 0, \quad (6)$$

从小车的运动学模型可知: 只要知道 w 和 v 或者 V_R 和 V_L , 根据上式, 状态空间分量 x , y 和 θ 就可以唯一确定了。因此, 关键是要确定 V_R 和 V_L 。

由该移动机器人的结构可知, 机器人方向的改变是通过两个轮子的差速来实现的。因此, 小车的运动轨迹, 是由一系列绕瞬时圆心旋转的微圆弧组成。其中 R 为圆瞬时半径。由此, 可以推导出如下的等式:

$$R = L(V_R + V_L) / (2(V_R - V_L)), \quad (7)$$

所以, 在路径规划中, 只要知道 R , 就可以得出左右轮速之比:

$$V_R / V_L = (L + 2R) / (2R - L), \quad (8)$$

$$\text{所以有: } V_R = K \frac{L + 2R}{2R - L}, \quad (9)$$

$$V_R = K, \quad (10)$$

式中 K 是由移动机器人策略实时动态生成。 K 的值与机器人在初始状态的速度有关, 它决定了移动机器人运动的速度。因此, 关键是要求出 R 。

根据 Bezier 曲线的性质可知, Bezier 曲线它具有二阶导矢^[5]:

$$P''(t) = n(n-1) \sum_{i=0}^{n-2} (P_{i+2} - 2P_{i+1} + P_i) B_{i,n-2}(t), \quad (11)$$

因此, 可以得出 Bezier 曲线的曲率公式

$$k(t) = \frac{|P'(t) \times P''(t)|}{|P'(t)|^3}, \quad (12)$$

所以, 可以得出其曲率半径为

$$R(t) = 1/k(t), 0 \leq t \leq 1. \quad (13)$$

同时还可以证明, $R(t)$ 是随着 t 的变化而连续变化的。在实际的应用中, 为了提高运算速度, 增强对移动机器人的实时控制, 可以根据需要对 t 进行离散的选取。如取 t 为 0, 0.1, 0.2, ..., 0.9, 1 等 11 个点。并且事先计算好取各点 t 时的曲率半径, 如当 $t=0$ 时:

$$P'(0) = n(P_1 - P_0), \quad (14)$$

$$P''(0) = n(n-1)(P_2 - 2P_1 + P_0), \quad (15)$$

$$\text{曲率: } k(0) = \frac{n-1}{n} \frac{|(P_1 - P_0) \times (P_2 - P_1)|}{|P_1 - P_0|^3}, \quad (16)$$

$$\text{所以 } R(0) = 1/k(0), \quad (17)$$

当 t 为其他值时, 可同理得出相应的 $R(t)$, 从而根据求出的 R 值算出相应的 x , y 和 θ , 对移动机器人实施实时控制。

1.4 Bezier 曲线模型进行路径规划的优势

运用 Bezier 曲线模型进行路径规划最主要是利用 Bezier 曲线的切矢量子性, 即 Bezier 曲线的起点和终点处的切线方向和特征多边形的第一条边及最后一条边的走向一致。这对移动机器人来说, 通过运用 Bezier 曲线模型规划的路径, 就非常符合移动机器人的动力学特性。因为移动机器人的运动方向始终在其运动轨迹的切线上。也就是说, 在对移动机器人实时控制中, 基本不用对机器人的初始状态进行调整, 就可以让移动机器人以指定的运动方向跑到指定的位置。这一点对移动机器人的运动控制显得尤为重要, 将极大地增强移动机器人运动控制的实时性和精确性。

2 实验与分析

本文对基于 Bezier 曲线模型的路径规划的算法在实际的移动机器人使用平台上进行了测试。经过测试发现, 通过运用 Bezier 曲线模型来对机器

人进行路径规划，能够有效地控制移动机器人的运动，增强了对机器人的实时控制。

图 3 是用 Matlab 对机器人路径的仿真结果。通过仿真实验证明，基于 Bezier 曲线模型的路径规划算法能够基本满足移动机器人的动力学要求，是一种根据实际系统特点提出的相对简单有效的运动规划方法。

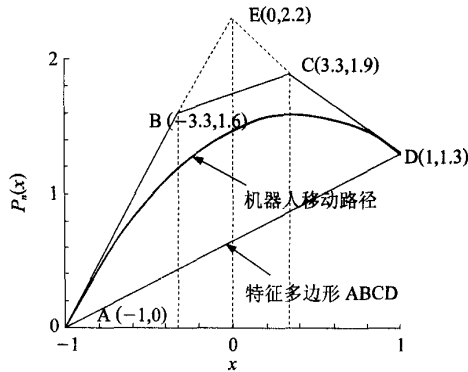


图 3 基于三次 Bezier 运动路径仿真结果

Fig.3 Simulation result based on three Bezier curve

3 结 论

本文通过运用 Bezier 曲线相关性质，提出并阐述了一种基于 Bezier 曲线模型的路径规划方法，并且具体导出了在该算法下如何确定移动机器人的空间状态分量。然而在对移动机器人进行实际控制中，应当根据当时的实际情况，通过使用策略规则库，和其他的路径规划算法协同运用，使移动机器人表现出最佳的运动性能。最后在实际的使用平台上对该算法进行了多次的测试，验证了该算法的可行性和正确性。

参考文献:

[1] 蔡自兴. 机器人学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2000.
[2] 柳长安, 李国栋, 刘春阳. 差动驱动式移动机器人的路径规划[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003,35(9): 1095-1097.
[3] 孙家广, 杨长贵. 计算机图形学 [M]. 北京: 清华大学出版社, 1994.
[4] Hearn D, Baker M P. 计算机图形学 (第三版) [M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
[5] 施法中. 计算机辅助几何设计与非均匀有理 B 样条 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.

(责任编辑: 宋志强)



智能机器人研究所简介

华北电力大学计算机科学与技术学院智能机器人研究所致力于研究智能机器人基本理论及其在关键技术上的创新，以及开发实际应用的电力工业特种机器人。主要研究方向如下：机器人智能与控制技术、机器人感知与多传感信息融合技术、基于网络环境的机器人遥操作技术、足球机器人技术（多智能体协调与合作）、空间机器人技术、智能机器人在电力工业中的应用。

研究所现有人员 7 人，具有博士学位人员 3 人、硕士学位人员 4 人，平均年龄 31 岁，是一支学历层次高、年富力强、科研能力突出、富有求实创新和团结协作精神的团队。近年来承担纵向科研项目 and 横向技术开发项目 11 项，其中国家自然科学基金项目 1 项；公开发表学术论文 50 多篇，其中 20 余篇被三大检索收录；研究所负责组建的华北电力大学机器人足球队多次在全国机器人足球比赛中获奖。