

文章编号: 0455-2059(2013)02-0249-06

基于 Bezier 曲线的自主移动机器人最优路径规划

咎 杰¹, 蔡宗琰¹, 梁 虎², 刘清涛¹

1. 长安大学 道路施工技术与装备教育部重点实验室, 西安 710064

2. 中航飞机有限责任公司 汉中飞机分公司, 陕西 汉中 723213

摘 要: 以自主移动机器人为研究对象, 以足球机器人为研究平台, 针对足球机器人运动轨迹的实际特点, 提出了一种基于 3 次 Bezier 曲线的最优路径规划方法. 该方法以足球机器人实际比赛时的速度、加速度和有效躲避运动轨迹上的障碍物作为路径规划的约束条件, 以所规划路径和机器人到达目标点花费时间最短为规划目标. 同时将 Bezier 曲线规划方法与粒子群优化算法相结合, 通过粒子群优化方法对产生轨迹的各粒子进行选择更新, 并调整各约束条件的权重系数, 从而增强了路径规划的有效性和精度. 最后通过仿真实验验证该方法有效可行.

关键词: 路径规划; Bezier 曲线; 最短路径; 粒子群算法

中图分类号: TP242.6

文献标识码: A

An optimal path planning algorithm for autonomous mobile robot based on Bezier curves model

ZAN Jie¹, CAI Zong-yan¹, LIANG Hu², LIU Qing-tao¹

1. Key Laboratory for Highway Construction Technology and Equipment with the Ministry of Education, Chang'an University, Xi'an 710064, China

2. Hanzhong Aircraft Branch, AVIC Aircraft Limited Liability Company, Hanzhong 723213, Shannxi, China

Abstract: The autonomous mobile robot was taken as the research object and, according to the actual characteristics of the track of a soccer robot, an approach to optimal path planning was suggested based on cubic Bezier curves. This method took the actual speed, acceleration and obstacle avoidance of soccer robot movement in game as the constraint conditions for path planning, and used the shortest planning path and the shortest time to arrive at the target as the planning objective. Meanwhile, through the Bezier curves model combined with the particle swarm algorithm, those particles which were produced in the process of generating the track were selected and updated, and the proposed distribution and weight coefficient of the constraint conditions were adjusted based on the movement characteristics of the robot to enhance the effectiveness of the position prediction and improve the accuracy of path planning. The results of the simulation prove that the improved method is correct and feasible.

Key words: path planning; Bezier curve; shortest path; particle swarm algorithm

路径规划是指已知机器人的起始位姿 (x_s, y_s, θ_s) 和目标位姿 (x_o, y_o, θ_o) , 规划出一条能够满足时间最短或路径最短等指标且能顺利避开障碍物的路径. 同样路径规划在足球机器人中也起着重要的作用, 是实现足球机器人动作规划的基础之一. 在足球机器人比赛中, 赛场环境复杂多变, 机器人如何快速、安全地到达目标位置直接影响着比赛结果. 自 20 世纪 60 年代以来, 针对机器人的路径规划问题学者们提出了很多方法, 如概率地

图法^[1]、人工势场法^[2]、栅格法^[3]及几何法^[4]等, 其中几何法的形式最为多样, 许多类型的曲线被用于生成路径. 结合路径规划和优化思想, 本文将提出一种基于 Bezier 曲线的最优路径规划方法.

1 Bezier 曲线及其性质

Bezier 曲线是一种有效的曲线曲面构造方法. 由于 Bezier 曲线形状控制简单, 且其某些特性与移动机器人与足球的动力学特性相容^[5-7], 近年来

收稿日期: 2012-05-09; 修回日期: 2013-01-12

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金项目 (CHD2011018); 教育部国家级大学生创新创业训练计划项目 (201210710023)

作者简介: 咎 杰(1978-), 男, 陕西宝鸡人, 博士研究生, e-mail: zanjiecool@163.com, 研究方向为机器人定位与导航、机器视觉.

被广泛用于机器人的路径规划,因此,利用Bezier曲线进行路径规划具有一定的优势^[8].

1.1 Bezier 曲线的定义

n 次Bezier曲线的定义式有多种形式,目前使用最广泛的是由英国学者Forrest于1972年给出的定义:

$$P(u) = \sum_{i=0}^n P_i B_{i,n}(u), \quad u \in [0, 1], \quad (1)$$

其中, $P_i (0 \leq i \leq n)$ 被称为曲线的第 i 个控制点. 顺次连接从 P_0 到 P_n 的折线被称为Bezier曲线的控制多边形. $B_{i,n}(u)$ 为 n 次Bernstein多项式, 其表达式为

$$B_{i,n}(u) = C_n^i u^i (1-u)^{n-i} = \begin{cases} \frac{n!}{i!(n-i)!} u^i (1-u)^{n-i}, & (i = 0, 1, \dots, n), \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (2)$$

如图1所示, 坐标系 xOy 中, 已知控制点 (x_0, y_0) , (x_1, y_1) , (x_2, y_2) 和 (x_3, y_3) , 可以确定一条3次Bezier曲线:

$$\begin{cases} x(u) = \sum_{i=0}^3 x_i B_{i,3}(u) = x_0(1-u)^3 + 3x_1u(1-u)^2 + 3x_2u^2(1-u) + x_3u^3, \\ y(u) = \sum_{i=0}^3 y_i B_{i,3}(u) = y_0(1-u)^3 + 3y_1u(1-u)^2 + 3y_2u^2(1-u) + y_3u^3. \end{cases} \quad (3)$$

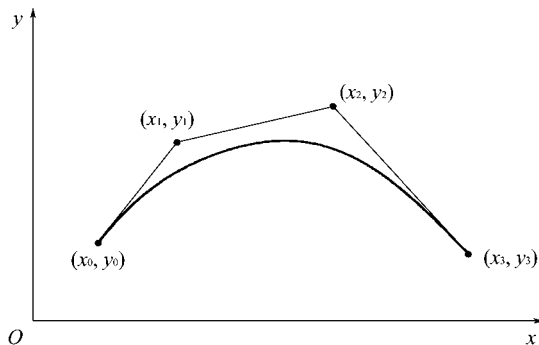


图1 3次Bezier曲线

Figure 1 Cubic Bezier curve

1.2 Bezier 曲线的性质

通过分析Bezier曲线的定义式可知, 0次Bezier曲线是其唯一的控制点 P_0 , 1次Bezier曲线是连接首末控制点 P_0 和 P_1 的线段, 2次和2次以上的Bezier曲线则具有以下特点:

1) 由Bezier曲线的定义式不难得知, Bezier曲线总是通过控制多边形的首末控制点, 即 P_0 和 P_n 分别为Bezier曲线的首末端点.

2) Bezier曲线首末端点处的一阶导矢分别为 $P'(0) = n(P_1 - P_0)$ 和 $P'(n) = n(P_n - P_{n-1})$, 因此, 控制多边形的首末两边走向分别与曲线首末端点导矢方向一致.

3) Bezier曲线的控制多边形形成了一个凸包, 曲线上所有的点均位于凸包内.

4) Bezier曲线的控制多边形顶点位置一旦确定, 曲线形状也就确定, 而不依赖于所选参考系.

2 路径规划问题

本文以射门路径规划为例, 说明3次Bezier曲线路径规划方法. 如图2所示, 建立世界坐标系 $x_w O_w y_w$, 其中原点 O_w 为中圈圆心, x_w 轴过原点 O_w 且指向敌方球门中点, y_w 轴过原点 O_w 并与 x_w 轴垂直, 方向与 x_w 轴逆时针旋转 90° 后同向. 假设某一时刻, 从视觉系统获知: 足球机器人 S 当前位置坐标为 (x_s, y_s) , 速度为 v_s , 速度方向角为 θ_s , 且其半径为 r_R ; 当前机器人视觉探测范围内有 n 个障碍物, 其中第 i 个障碍物 O_{obi} 位置坐标为 (x_{obi}, y_{obi}) , 且各个障碍物半径与机器人半径相等; 小球 O 当前位置坐标为 (x_o, y_o) . 假设此足球机器人 S 决策系统做出射门决策, 机器人必须以当前位姿为初始状态, 快速规划出一条无障碍路径, 将球射入对方球门.

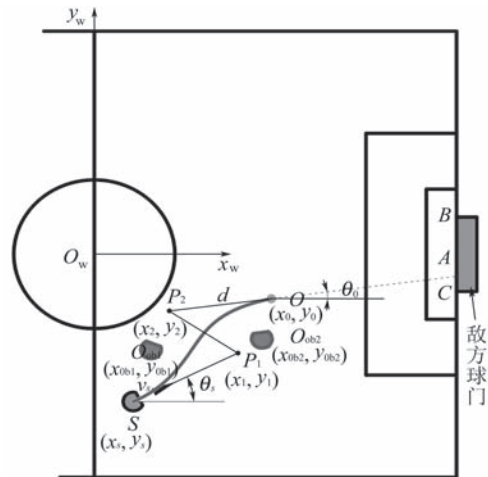


图2 3次Bezier曲线路径规划

Figure 2 Cubic Bezier curve path planning

考虑到敌方守门员通常会待在球门中点位置, 因而选择 AB 或 AC 的中点为射门点, 若 $y_s > 0$, 则射门点取 AB 中点; 若 $y_s < 0$, 则射门点取 AC 中点. 当确定射门点后, 可以得到射门角度 θ_o 的

值.

因而, 可以确定路径要求如下:

1) 路径起点为 S , 终点为 O , 并且路径起点切线方向与机器人初速度方向相同, 路径终点切线方向与机器人末速度方向相同;

2) 路径上的每一点必须保证机器人速度和加速度不超过其极限值;

3) 路径上的每一点必须保证机器人与障碍物不相碰;

4) 在满足以上所有要求的前提下, 尽量使足球机器人路径最短.

3 基于Bezier曲线的最优路径规划

3.1 问题分析

根据机器人当前位置与目标位置的距离, 以及机器人当前速度 v_s , 可以假设估计以当前速度到达目标位置的时间为 T , 并以当前时刻为时间起点, 建立时间参考系 $t(0 \leq t \leq T)$, 并建立Bezier曲线参数 u 到时间 t 的映射:

$$u = \frac{t}{T}. \quad (4)$$

于是根据Bezier曲线的性质2可知

$$\begin{cases} x_1 = x_s + \frac{1}{3} \frac{dx(u)}{du} \Big|_{u=0} = \\ \quad x_s + \frac{1}{3} T \frac{dx(t)}{dt} \Big|_{t=0} = x_s + \frac{1}{3} T v_s \cos \theta_s, \\ y_1 = y_s + \frac{1}{3} \frac{dy(u)}{du} \Big|_{u=0} = \\ \quad y_s + \frac{1}{3} T \frac{dy(t)}{dt} \Big|_{t=0} = y_s + \frac{1}{3} T v_s \sin \theta_s. \end{cases} \quad (5)$$

根据Bezier曲线性质2, 控制多边形末边 P_2O 走向与曲线末端点导矢方向相同, 因而可以确定 P_2 点在过点 O 且方向角为 $\theta_o + \pi$ 的射线上. 假设 P_2 点与 O 点的距离为 d , 则有

$$\begin{cases} x_2 = x_o + d \cos(\pi + \theta_o) = x_o - d \cos \theta_o, \\ y_2 = y_o + d \sin(\pi + \theta_o) = y_o - d \sin \theta_o, \end{cases} \quad (6)$$

其中 $d > 0$. 于是, 只要知道 T 的大小, 控制顶点 P_1 的坐标 (x_1, y_1) 可以确定; 而根据(6)式可知, 只要知道了 d 的大小, P_2 的坐标也可确定. 因此, 最优Bezier曲线路径规划即是求解最优 T 和 d 的值, 使规划出的路径在满足机器人速度、加速度限制以及避障要求的条件下, 使路径长度最短.

3.2 构造目标函数

为了求解最优路径, 可以将最优路径表示为

$$\min L(T, d_2) = \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2} du, \quad (7)$$

其中

$$\begin{cases} \frac{dx(u)}{du} = \\ \quad -3(2(x_s - x_o) + \frac{1}{3}T \cdot v_s \cos \theta_s - d_2 \cos \theta_o)u^2 + \\ \quad 6(x_s - x_o + \frac{2}{3}T \cdot v_s \cos \theta_s + d_2 \cos \theta_o)u + T \cdot v_s \cos \theta_s, \\ \frac{dy(u)}{du} = \\ \quad -3(2(y_s - y_o) + \frac{1}{3}T \cdot v_s \sin \theta_s - d_2 \sin \theta_o)u^2 + \\ \quad 6(y_s - y_o + \frac{2}{3}T \cdot v_s \sin \theta_s + d_2 \sin \theta_o)u + T \cdot v_s \sin \theta_s. \end{cases} \quad (8)$$

根据前文分析, 可以确定以下几个约束条件:

1) 速度约束

位于路径上的任何一点的速度必须小于速度上限值, 即

$$v(t) = \sqrt{v_x^2(t) + v_y^2(t)} = \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt}\right)^2} \leq v_{\max}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (9)$$

也即

$$\frac{1}{T} \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2} \leq v_{\max}, \quad 0 \leq u \leq 1. \quad (10)$$

2) 加速度约束

位于路径上的任何一点的加速度 $a(t)$ 必须小于加速度上限值, 即

$$a(t) = \sqrt{a_x^2(t) + a_y^2(t)} = \sqrt{\left(\frac{d^2x(t)}{dt^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y(t)}{dt^2}\right)^2} \leq a_{\max}, \quad 0 \leq t \leq T, \quad (11)$$

也即

$$\frac{1}{T^2} \sqrt{\left(\frac{d^2x(u)}{du^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y(u)}{du^2}\right)^2} \leq a_{\max}, \quad 0 \leq u \leq 1. \quad (12)$$

其中

$$\begin{cases} \frac{d^2x(u)}{du^2} = \\ \quad -6(2(x_s - x_o) + \frac{1}{3}T \cdot v_s \cos \theta_s - d_2 \cos \theta_o)u + \\ \quad 6(x_s - x_o + \frac{2}{3}T \cdot v_s \cos \theta_s + d_2 \cos \theta_o), \\ \frac{d^2y(u)}{du^2} = \\ \quad -6(2(y_s - y_o) + \frac{1}{3}T \cdot v_s \sin \theta_s - d_2 \sin \theta_o)u + \\ \quad 6(y_s - y_o + \frac{2}{3}T \cdot v_s \sin \theta_s + d_2 \sin \theta_o). \end{cases} \quad (13)$$

3) 障碍物约束

如图3所示,已知机器人半径为 r_R ,障碍物半径为 r_{ob} ,机器人与障碍物间的距离为 d_{rb} .假设障碍物坐标为 (x_{ob}, y_{ob}) ,那么机器人路径上任意一点坐标为 $(x(u), y(u))$.为处理方便,可将机器人看作一个点,将障碍物半径扩大,扩大后的障碍物半径为 $r = r_{ob} + r_R + r_\delta$,并考虑躲避障碍物的安全距离 r_δ .将模型转化为如图4所示,则有约束方程

$$\begin{aligned} \sqrt{(x(u) - x_{obi})^2 + (y(u) - y_{obi})^2} - (2r_R + r_\delta) &\geq 0, \\ \forall i, 0 \leq i \leq n, 0 \leq u \leq 1. \end{aligned} \quad (14)$$

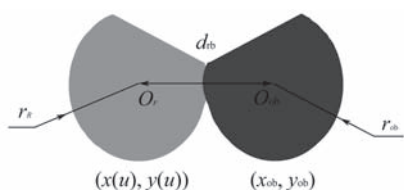


图3 障碍物约束示意图

Figure 3 Obstacle constraint diagram

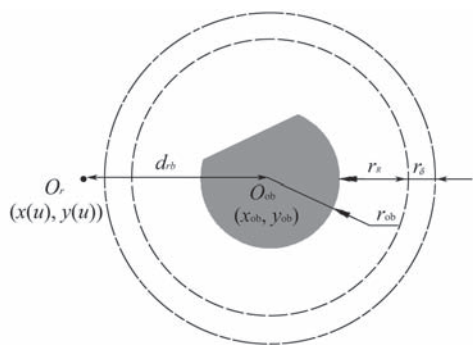


图4 障碍物约束

Figure 4 Obstacle constraint

构造惩罚函数:

通过以上内容的分析假设,将机器人路径规划问题转化成了如下优化问题:

$$\begin{aligned} \min L(T, d_2) &= \int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2} du, \\ d_2 &> 0, 0 \leq u \leq 1; \end{aligned}$$

约束条件:

$$\begin{aligned} \frac{1}{T} \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2} &\leq v_{\max}, \\ \frac{1}{T^2} \sqrt{\left(\frac{d^2x(u)}{du^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y(u)}{du^2}\right)^2} &\leq a_{\max}, \\ \sqrt{(x(u) - x_{obi})^2 + (y(u) - y_{obi})^2} &\geq (2r_R + r_\delta), \\ 0 &\leq i \leq n. \end{aligned}$$

显然这是一个非线性有约束优化问题,直接求解非常困难,可以构造一个惩罚函数,将问题转化为非线性无约束优化问题:

$$\min_{d>0} L(T, d_2) =$$

$$\begin{aligned} &\int_0^1 \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2} du + \\ &c_1 \max(0, \frac{1}{T} \sqrt{\left(\frac{dx(u)}{du}\right)^2 + \left(\frac{dy(u)}{du}\right)^2} - v_{\max}) + \\ &c_2 \max(0, \frac{1}{T^2} \sqrt{\left(\frac{d^2x(u)}{du^2}\right)^2 + \left(\frac{d^2y(u)}{du^2}\right)^2} - a_{\max}) + \\ &c_3 \sum_{i=1}^n (0, \frac{1}{\sqrt{(x(t) - x_{obi})^2 + (y(t) - y_{obi})^2}} - \\ &\frac{1}{2r_R + r_\delta}), \quad \forall i, 0 \leq i \leq n, 0 \leq u \leq 1. \end{aligned}$$

其中 c_1 , c_2 和 c_3 分别为对速度、加速度和障碍物约束的惩罚因子.很显然,由于该优化问题采用解析方法求解比较困难,本文将以惩罚函数作为适应度函数,并采用粒子群优化算法来求解问题.粒子群算法属于进化算法的范畴,这种算法模拟了鸟群的觅食行为,每一只鸟都代表一个搜索空间优化问题的最优值.可以把它看作一个“粒子”,每一个粒子都有一个由优化函数所确定的“适应度值”.在本文中这个适应度值由满足各项约束条件的惩罚函数得到,其中每个粒子都具有一个速度值,确定了它运行的方向和距离,这种算法通过搜索当前得到的最优值来实现对全局最优值的搜索.Bezier曲线通过曲线上的节点来控制其形状,曲线首末节点导矢方向与机器人运行速度方向一致,且曲线包围区域与机器人运行范围吻合,只要确定了Bezier曲线各控制顶点,曲线形状便可以确定,其过程不受机器人系统坐标系变换影响.可见,粒子群算法中“粒子”的选取、寻优计算以及Bezier曲线节点的选取都符合机器人路径规划中机器人所在位置的速度、加速度和安全几何尺寸等的要求.通过对机器人在行进过程中所处的各个位置点的迭代寻优计算找到个体最优位置点,作为局部最优解“粒子”,然后对其周围空间进行全局搜索的迭代计算,最终找到全局最优位置点.以得到的“粒子”所在位置为最优位置点,进行Bezier曲线最优路径规划所需的各个控制点的确定,从而确定满足约束条件的最优路径.该算法首先在维数为 D 的解空间上人工或随机产生 n 个具有速度的粒子.记第 k 个搜索周期中,第 i 个粒子的位置向量和速度向量分别为 $X_i^k = (x_{i1}^k, x_{i2}^k, \dots, x_{iD}^k)$ 和 $V_i^k = (v_{i1}^k, v_{i2}^k, \dots, v_{iD}^k)$;记第 k 个搜索周期中,第 i 个粒子的历史最佳位置和种群历史最佳位置分别为

$$\begin{aligned} P_{\text{best } i}^k &= (p_{\text{best } i1}^k, p_{\text{best } i2}^k, \dots, p_{\text{best } iD}^k), \\ G_{\text{best}}^k &= (g_{\text{best } 1}^k, g_{\text{best } 2}^k, \dots, g_{\text{best } D}^k), \end{aligned}$$

并且在下一个搜索周期中,粒子的位置和速度分

别按(15), (16)式来确定:

$$X_i^{k+1} = X_i^k + V_i^k, \quad (15)$$

$$V_i^{k+1} = \omega V_i^k + \xi_1 \text{rand}() (P_{\text{best } i}^k - X_i^k) + \xi_2 \text{rand}() (G_{\text{best}}^k - X_i^k). \quad (16)$$

其中, 惯性系数 ω 通常随搜索周期的增加, 在 $[0.9, 0.4]$ 区间上线性递减; 加速因子 ξ_1 和 ξ_2 则随搜索周期的增加, 在 $[0.5, 2.5]$ 区间上分别线性递减和线性递增; 随机数 $\text{rand}()$ 取值范围为 $[0, 1]$. 为了防止粒子速度过大导致算法无法收敛, 通常还根据经验将粒子速度限制在 $[-v_{\max}, v_{\max}]$ 范围内. 该算法求解流程图如图5所示:

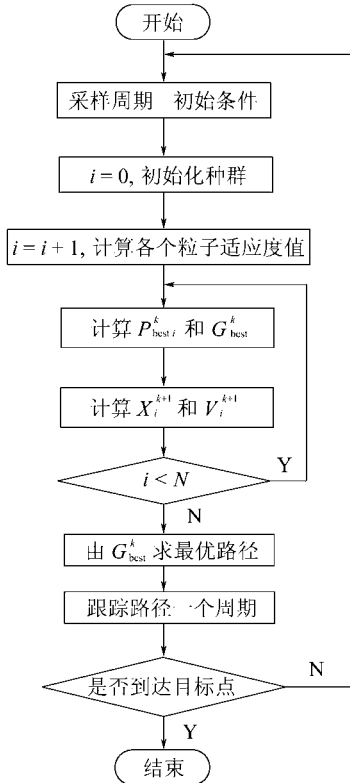


图5 算法求解流程图

Figure 5 Algorithm flow chart

4 仿真结果分析

4.1 静态仿真及结果分析

假设足球机器人初始位置为 $(650, -350, \pi/3)$ (位置坐标单位为cm, 角度单位为rad), 目标位置为 $(1120, -150, \pi/6)$, 机器人初速度为1.5 m/s, 机器人到达目标点的最大时间 $T_{\max} = 5.5$ s. 以机器人足球赛场中场圆心为原点, 建立直角坐标系, 其中横坐标和纵坐标分别表示目标在赛场环境中的位置坐标值, 单位为cm. 环境中有两个障碍物, 位置分别为 $(400, -150)$ 和 $(600, -250)$, 机器人和障碍物半径均为25 cm, 机器人最大速度为2.5 m/s, 最大加速度为 2 m/s^2 . 仿真过程中取惩罚因子 c_1, c_2

和 c_3 均为100, 仿真结果如图6和图7所示.

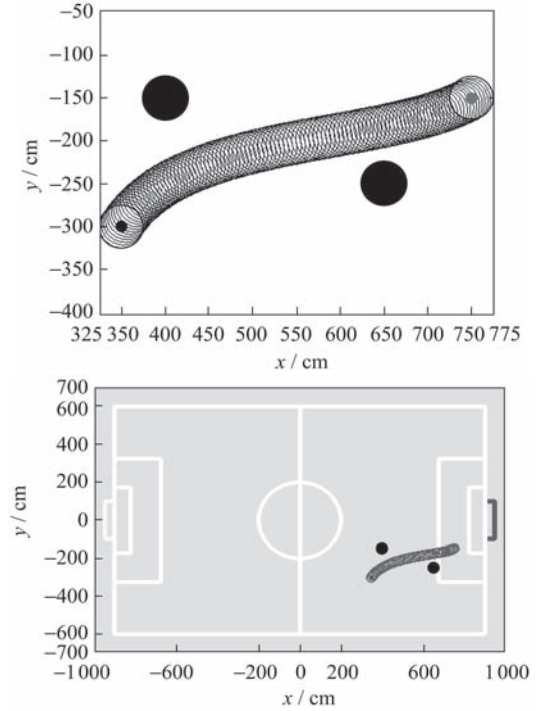


图6 Bezier曲线路径规划静态仿真结果

Figure 6 Static simulation results of Bezier curve path planning

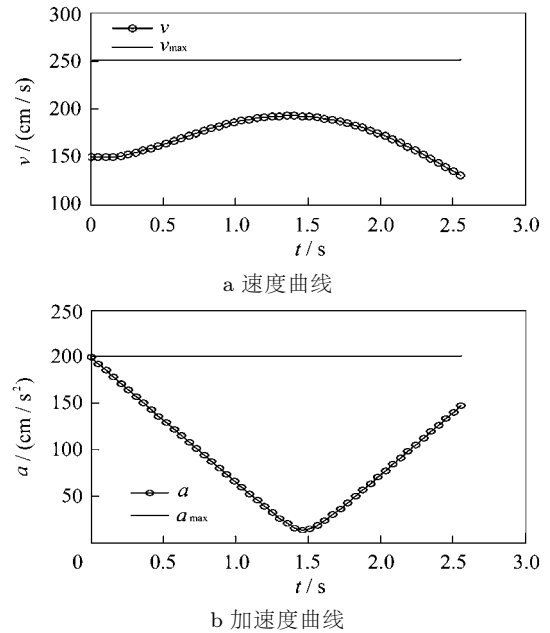


图7 速度曲线和加速度曲线

Figure 7 Velocity curve and acceleration curves

如图8和图9所示, 分别反映了在迭代过程中各代的最优适应度和最优位置的变化. 当迭代次数接近17代时, 求得最优解, 因此该算法收敛.

4.2 动态仿真及结果分析

假设足球机器人初始位置为 $(350, -300, \pi/3)$ (位置坐标单位为cm, 角度单位为rad), 目标位置为

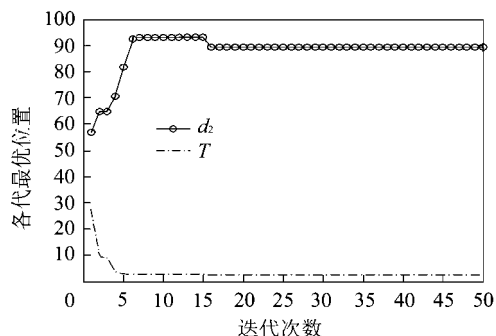


图8 各代最优位置

Figure 8 Optimal location in each generation

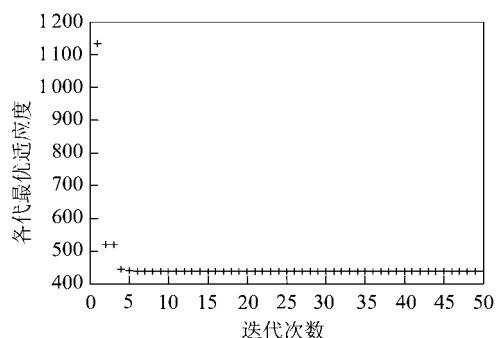


图9 各代最优适应度

Figure 9 Optimal fitness in each generation

(750, -150, $\pi/6$), 机器人初速度为 1.5 m/s, 极限速度为 2.5 m/s, 极限加速度为 2 m/s². 环境中有两个障碍物 Ob₁ 和 Ob₂, 其初始位置分别为 (400, -150) 和 (600, -250). 本次仿真中障碍物运动速度由

$$v_{Ob_1x} = v_{Ob_2y} = 100 + 100(\text{rand}() - 0.5),$$

$$v_{Ob_1y} = v_{Ob_2x} = -100 - 50(\text{rand}() - 0.5)$$

获得, 机器人和障碍物半径均为 25 cm, 避障安全距离为 10 cm, 采样周期为 0.4 s. 仿真过程中取惩罚因子 c_1 , c_2 和 c_3 均为 100, 仿真结果如图 10 所示.

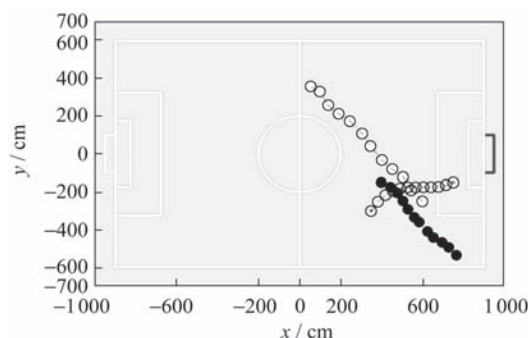


图10 动态仿真结果

Figure 10 Dynamic simulation results

图 10 表示方法与图 6 中相同. 由图 10 可看出本次仿真中机器人成功躲避两个动态障碍物, 并到达了目标点, 表明本文路径规划方法是可行的.

5 结论

Bezier 曲线许多优良性质使得它非常适合作为机器人路径. 本文以障碍物和运动学约束为约束条件, 提出一种新的 Bezier 曲线路径规划方法, 并采用 Matlab 进行仿真. 仿真结果表明, 该方法规划出的路径光滑, 符合机器人运动学要求, 并且能顺利躲避障碍物.

参考文献

- [1] WANG Dong-xu, MACKIE T R, WOLFGANG A T. On the use of a proton path probability map for proton computed tomography reconstruction[J]. Medical Physics, 2010, 37(5): 38-45.
- [2] BENAMATI L, COSMA C, FIORINI P. Path planning using flat potential field approach[J]. Advanced Robotics, 2007, 3(1): 103-108.
- [3] WU Zhen-yu, LI Zhi-ping. A global path planning approach based on the main directions[C]//2010 International Conference on Intelligent Control and Information Processing. New York: IEEE Computer Society Press, 2010: 106-109.
- [4] LYLE Noakesal, TOMASZ Popiel. Geometry for robot path planning[J]. Robotica, 2007, 25(6): 691-701.
- [5] 陈伟, 何伟. 基于 Bezier 曲线的机器人路径规划[J]. 机器人技术与应用, 2009(5): 56-60.
- [6] CHOI J, CURRY R, ELKAIM G. Path planning based on Bezier curve for autonomous ground vehicles[C]//World Congress on Engineering and Computer Science 2008. San Francisco: IEEE Xplore, 2008: 158-166.
- [7] JOLLY K G, SREERAMA K R, VIJAYAKUMAR R. A Bezier curve based path planning in a multi-agent robot soccer system without violating the acceleration limits[J]. Robotics and Autonomous Systems, 2009, 57(1): 23-33.
- [8] 刘春阳, 金学奇, 程文刚. 基于 Bezier 曲线模型的移动机器人路径规划算法[J]. 华北电力大学学报: 自然科学版, 2006, 33(4): 43-46.

(责任编辑: 张 勇)