

## نیما و کاشی‌کاری اتاقش

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

نیما پس از سال‌ها تصمیم گرفته است که کف اتاقش را کاشی‌کاری کند. اتاق نیما به شکل یک مستطیل  $1 \times n$  است. او می‌خواهد اتاقش را تنها با کاشی‌های  $1 \times 1$  و  $1 \times 3$  کاشی کند. همچنین، کاشی‌ها نباید روی یکدیگر قرار بگیرند.

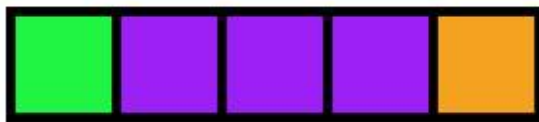
برای مثال، اگر اتاق نیما  $1 \times 5$  باشد، به ۴ شکل مختلف می‌توان آن را کاشی‌کاری کرد (متفاوت بودن رنگ کاشی‌ها صرفاً به دلیل تفکیک آن‌ها در شکل است و تأثیری در تعداد حالت‌ها ندارد):



1



2



3



4

نیما می‌خواهد بداند اتاقش را به چند طریق می‌تواند کاشی‌کاری کند. برنامه‌ای بنویسید که پاسخ سؤال نیما را محاسبه کند.

**ورودی**

در یک خط از ورودی استاندارد، عدد طبیعی  $n$  وارد می‌شود.

$$1 \leq n \leq 50$$

## خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، تعداد حالت‌های ممکن برای چینش کاشی‌ها را چاپ کنید.

### ورودی نمونه ۱

4

### خروجی نمونه ۱

3

### ورودی نمونه ۲

39

### خروجی نمونه ۲

1822473

## مثلث خیام-پاسکال

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

مثلث خیام-پاسکال، مثلثی از ضرایب بسط دوجمله‌ای است. تابعی بازگشتی بنویسید که خط  $n$  ام مثلث خیام-پاسکال را چاپ کند.

### ورودی

در یک خط از ورودی استاندارد، عدد طبیعی  $n$  داده می‌شود.

$$1 \leq n \leq 20$$

### خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، سطر  $n$ ام مثلث خیام-پاسکال را چاپ کنید.

#### ورودی نمونه ۱

3

#### خروجی نمونه ۱

1 3 3 1

#### ورودی نمونه ۲

4

## خروجی نمونه ۲

1 4 6 4 1

### راهنمایی

- توابع بازگشتی لزوماً یک ورودی ندارند!
- شکل مثلث و روش محاسبه هر ایمان را برای خود تصویر کنید.
- لازم نیست همهی منطق برنامه در تابع بازگشتی باشد.

## ب.م.م

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

تابعی بنویسید که دو عدد را به عنوان ورودی دریافت کرده و ب.م.م آن‌ها را به روش بازگشتی محاسبه کند.

در صورت استفاده از روش غیربازگشتی نمره‌ای تعلق نمی‌گیرد.

## ورودی

در یک خط از ورودی استاندارد، به ترتیب اعداد صحیح نامنفی  $n$  و  $m$  وارد می‌شوند.

$$0 \leq n, m \leq 10^6$$

## خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، ب.م.م دو عدد ورودی را چاپ کنید.

## ورودی نمونه ۱

36 24

## خروجی نمونه ۱

12

## ورودی نمونه ۲

8 9

خروجی نمونه ۲

1

ورودی نمونه ۳

0 5

خروجی نمونه ۳

5

راهنمایی: پیاده‌سازی نهایی بسیار ساده‌است. مهم نحوه فکر کردن شماست.

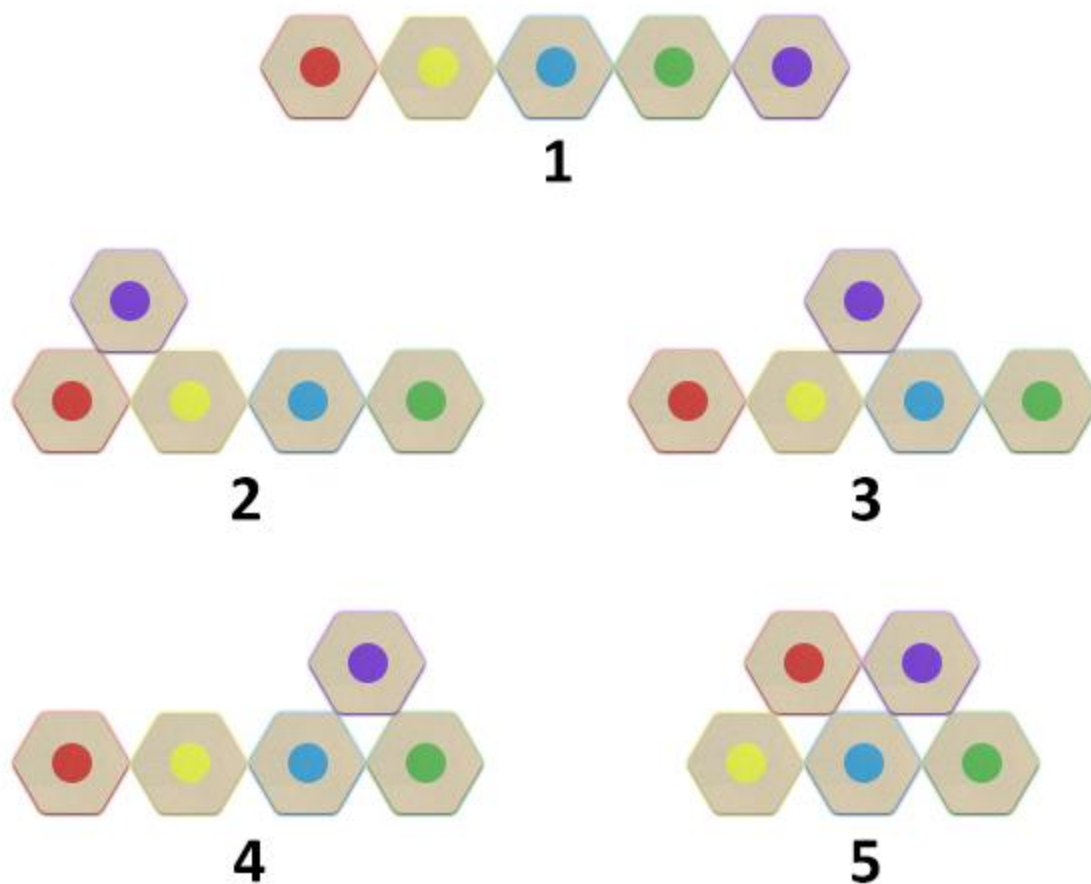
## بسته‌بندی بهینه

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

یک کارخانه که به تازگی شروع به کار کرده است، لوازم تحریر تولید می‌کند. مدیر این کارخانه می‌خواهد مدارنگی‌های تولیدی‌اش را به بهینه‌ترین حالت بسته‌بندی کند. از این رو، می‌خواهد تمامی حالت‌های بسته‌بندی را بداند تا کارشناسان بهترین حالت را از میان آن‌ها بیابند.

نحوه‌ی بسته‌بندی مدادها به این‌صورت است که حداکثر دو ردیف مداد روی یکدیگر قرار قرار می‌گیرند. در ردیف اول، همه‌ی مدادها باید به یکدیگر چسبیده باشند و در ردیف دوم، هر مداد دقیقاً روی دو مداد دیگر قرار می‌گیرد.

برای مثال، ۵ مداد را به ۵ حالت مختلف می‌توان بسته‌بندی کرد:



توجه داشته باشید که رنگ مدادها تأثیری در تعداد حالتها ندارد و صرفاً نحوه‌ی بسته‌بندی مهم است.

## ورودی

در یک خط از ورودی استاندارد، عدد  $n$  که تعداد مدارنگی‌های هر جعبه می‌باشد وارد می‌شود.

$$1 \leq n \leq 40$$

## خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، تعداد حالت‌های ممکن برای بسته‌بندی را چاپ کنید.



## ورودی نمونه ۱

2

## خروجی نمونه ۱

1

## ورودی نمونه ۲

6

## خروجی نمونه ۲

8

## راهنمایی

- راه حل ساده‌تر از چیز نیست که به نظر می‌آید.
- سخت فکر نکنید.
- چند مرحله اول را به صورت دستی حساب کنید.
- سپس سعی کنید پاسخ هر مرحله را از روی مراحل قبل بسازید.
- الگوی کلی را پیدا کرده و سپس تبدیل به کد کنید.

## هانوی مجاور

- محدودیت زمان: ۱۰ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

فرض کنید سه میله‌ی  $A$ ،  $B$  و  $C$  داریم.  $n$  دیسک به ترتیب از بزرگ به کوچک روی میله‌ی  $A$  قرار دارند. می‌خواهیم دیسک‌ها را با همین ترتیب به میله‌ی  $C$  منتقل کنیم، با این شرط که نمی‌توان دیسکی را مستقیماً از میله‌ی  $A$  به  $C$  یا از  $C$  به  $A$  منتقل کرد.

برنامه‌ای بنویسید که با دریافت  $n$ ، حداقل حرکات لازم برای انتقال دیسک‌ها را مشخص کند.

## ورودی

در یک خط از ورودی استاندارد، عدد طبیعی  $n$  نوشته می‌شود.

$$1 \leq n \leq 10$$

## خروجی

حداقل حرکات لازم برای انتقال دیسک‌ها را در خروجی استاندارد چاپ کنید.

توجه: این سؤال از tester استفاده می‌کند و ممکن است بررسی صحت کد شما از حالت معمول بیش‌تر طول بکشد.

## ورودی نمونه ۱

2

## خروجی نمونه ۱

A → B

B → C

A → B

C → B

B → A

B → C

A → B

B → C

ورودی نمونه ۲

3

خروجی نمونه ۲

A → B

B → C

A → B

C → B

B → A

B → C

A → B

B → C

A → B

C → B

B → A

C → B

A → B

B → C

B → A

C → B

B → A

B → C

A → B

B → C

A → B

C → B

B -> A

B -> C

A -> B

B -> C

### راهنمایی

- به عنوان برنامه اولیه، از همان برنامه هانوی که سر کلاس توضیح داده شد استفاده کنید.
- برای خود روی کاغذ، مساله را با محدودیت‌های گفته شده حل کنید و سپس اقدام به کد زدن کنید.
- مهم‌ترین تصمیم و کاری که برای پیاده‌سازی می‌کنید، چگونه استفاده کردن از همین تابع با ورودی‌های متفاوت (کوچک‌تر) است.

## معادله‌ی لگاریتمی

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

تابعی بازگشتی پیاده‌سازی کنید که جواب معادله‌ی زیر را به‌دست آورد:

$$x \log(x) + x = n$$

دقت جواب باید ۳ رقم اعشار باشد.

استفاده از `math` و `cmath` مثلاً `log10` مجاز است.

## ورودی

در یک خط از ورودی استاندارد، عدد طبیعی  $n$  نوشته می‌شود.

$$1 \leq n \leq 4000$$

## خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، جواب معادله را چاپ کنید.

## ورودی نمونه ۱

1

## خروجی نمونه ۱

1.000

ورودی نمونه ۲

4000

خروجی نمونه ۲

1000.000

ورودی نمونه ۳

1456

خروجی نمونه ۳

403.758

راهنمایی: از ایده binary search استفاده کنید. همچنین این [لینک](#) می‌تواند مفید باشد.

## توان بهینه (امتیازی)

- محدودیت زمان: ۱ ثانیه
- محدودیت حافظه: ۶۴ مگابایت

تابعی بنویسید که دو عدد  $n$  و  $m$  را دریافت کرده و حاصل  $n^m \bmod (10^9 + 7)$  را با سرعت بالا و به صورت بازگشتی محاسبه کند. سپس با استفاده از این تابع، برنامه‌ای بنویسید که این دو عدد را از ورودی دریافت کرده و حاصل را در خروجی چاپ کند.

چالش این سوال محدودیت زمانی آن است و شما باید روشی صحیح برای انجام در زمان مشخص پیدا کنید.

### ورودی

در یک خط از ورودی استاندارد، به ترتیب دو عدد صحیح  $n$  و  $m$  با فاصله وارد می‌شوند.

$$0 \leq n, m \leq 10^9$$

### خروجی

در یک خط از خروجی استاندارد، حاصل  $n^m \bmod (10^9 + 7)$  را چاپ کنید.

### ورودی نمونه ۱

99 9999999

### خروجی نمونه ۱

758334627

ورودی نمونه ۲

4568 34895428

خروجی نمونه ۲

854539362