

2023-1 Discrete Mathematics Assignment 4

학과(부): 컴퓨터융합학부

학년: 1학년

학번: 202302547

이름: 나소진

점수:

1. 정수집합 Z 에서 다음의 관계를 가질 때 Z 에 대해 반사적, 대칭적, 전이적인지 아닌지 답하시오.

(1) $R_1 = \{(m, n) \in Z \times Z \mid m \neq n\}$

i) (m, n) 은 $m \neq n$ 을 만족시키기 때문에 정수 m 에 대해 (m, m) 이 R_1 에 속하지 않으므로 반사적이지 않다.

ii) (m, n) 이 R_1 에 속하고 $m \neq n$ 이므로 (n, m) 은 관계 R_1 에 속한다. 따라서 R_1 은 대칭적이다.

iii) $(m, n) \in R_1$ 이고, 서로 다른 정수 (n, p) 가 R_1 에 속하면 (m, p) 는 $m \neq p$ 를 만족하므로 R_1 에 속한다. 따라서 R_1 은 전이적이다.

$\therefore R_1$ 은 반사적이지 않고, 대칭적이며 전이적이다.

(2) $R = \{(m, n) \in Z \times Z \mid m + n = \text{홀수}\}$

i) 임의의 n 에 대해 (m, m) 은 홀수가 아닐 수 있기 때문에 $(m, m) \notin R$ 이므로 반사적이지 않다.

ii) $m+n$ 이 홀수라면 $n+m$ 도 홀수이므로 $(n, m) \in R$ 이 성립한다. 따라서 R 은 대칭적이다.

iii) (m, n) 과 (n, p) 가 R 에 속할 때, $n+p$ 는 홀수이나 $m+p$ 가 항상 홀수임을 없다. 따라서 R 은 전이적이지 않다.

$\therefore R$ 은 반사적이지 않고, 대칭적이며 전이적이지 않다.

2. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 일 때 A 에서 R 이 다음의 순서쌍으로 주어졌을 경우 반사적, 대칭적, 반대칭적, 전이적인지 아닌지 답하시오.

(1) $R = \{(1, 3), (3, 1)\}$

반사 X : $(1, 1), (2, 2)$ 같은 자기 자신과 같은 순서쌍이 주어지지 않았으므로 반사적이지 않다.

대칭 O : $(1, 3), (3, 1)$ 이 속하므로 대칭적이다.

반대칭 O : 상동

전이 X : $(1, 1), (2, 2)$ 같은 순서쌍이 주어지지 않았으므로 전이적이지 않다.

(2) $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$

반사 O : 모든 원소가 자기 자신과 관계를 가지므로 반사적이다.

대칭 O : (m, n) 과 (n, m) 이 성립하므로 대칭적이다.

반대칭 O : (m, n) 에 대해 (n, m) 이 속하지 않거나 $(m, n) = (n, m)$ 인 경우 모든 (m, m) 이 포함되므로 반대칭적이다.

전이 X : $(1, 2), (2, 3)$ 같은 (n, p) 형태의 순서쌍이 주어지지 않았으므로 전이적이지 않다.

3. 집합 $\{1,2,3\}$ 에서, 다음의 관계행렬 $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$ 에 대해 동치관계인지 아닌지 판별하시오.

- i) 모든 원소는 (m,m) 형태의 자기 자신을 갖기 때문에 반사적이다.
- ii) $(1,2)$ 와 $(2,1)$ 이 모두 1이 아니기 때문에 대칭적이지 않다.
- iii) $(2,1)$ 이 0 이므로 전이적이지 않다.

\therefore 동치가 아니다.

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

4. 다음 각 항 $\{ \{1,2\}, \{2,3,4\}, \{4,5,6\} \}$ 들이 집합 $\{1,2,3,4,5,6\}$ 의 분할일지 아닌지 결정하고 그 이유를 설명하시오.

주어진 각 항들의 교집합이 공집합일 때, 집합 $\{1,2,3,4,5,6\}$ 의 분할이라고 볼 수 있다. 하지만, 교집합이 공집합을 만족하지 않으므로 주어진 집합의 분할이 아니다.