2023 Discrete Mathematics Assignment 2

학과(부): 컴퓨터융합학부 학년: 1학년 학번: 202302547 이름: 나소진 점수:

1. 다음 각 집합의 원소의 개수를 구하시오.

(1) $P(\{\ a,b,\{\ a,b\}\ \}\ )$ 8개

원소의 개수 : 3개

멱집합 크기 : $2^3 = 8$

(2) $P(\ \{\ \varnothing, a, \{a\}, \{\{\ a\}\}\ \ \})$ 16개

원소의 개수 : 4

멱집합 크기 : $2^4 = 16$

2. 다음 집합 $A =\{$ a,b,c,d $\}$, $B = \{$ y, z $\}$ 일 때

(1) $A \times B$

$A \times B = \{(a,y), (a,z), (b,y), (b,z), (c,y), (c,z), (d,y), (d,z)\}$

(2) $B \times A$

$B \times A = \{(y,a), (y,b), (y,c), (y,d), (x,a), (x,b), (x,c), (x,d)\}$

3. 다음 집합 $A = \{x, y\}$,$B = \{x, \{x\}\}$에 대해 다음의 참, 거짓을 판별 하시오.

(1) $x \subseteq B$ False

(2) $\varnothing \in P(B)$ True

(3) $\{x\} \subseteq A - B$ False

(4) $|P(A)| = 4$ True

4. 다음의 값을 구하시오.

(1) $\lceil 1.1 \rceil$ $= 2$

$1 < 1.1 \leq 2 = 2$

(2) $\left\lfloor -\frac{7}{8} \right\rfloor$ $= -1$

$-1 \leq -\frac{7}{8} < 0 = -1$

5. 다음 함수 R에서 R 로 가는 전단사 함수 임을 보이시오.

(1) $f(x) = 2x+1$

i) $y \in R$ 이라고 할 때 (단, $y \neq x$)

$f(x) = f(y) \rightarrow 2x+1 = 2y+1$

$\rightarrow x = y$ $\quad \therefore f(x)$는 단사이다.

ii) 임의의 실수 a에 대해 $f(x)$는 $f(a) = 2a+1$ 이며

$2a+1 \in R$ 이고 $f(\frac{1}{2}a - \frac{1}{2}) = a$

$\therefore f(x)$는 전사이다.

iii) $f(x)$는 전사이고 단사이므로 전단사이다.

(2) $f(x) = x^3$

i) $y \in R$ 이라고 할 때 (단, $y \neq x$)

$f(x) = f(y) \rightarrow x^3 = y^3$

$\rightarrow x = y$ $\quad \therefore f(x)$는 단사이다.

ii) 임의의 실수 a에 대해 $f(x)$는 $f(a) = a^3$ 이며

$a^3 \in R$ 이고 $f(\sqrt[3]{a}) = a$

$\therefore f(x)$는 전사이다.

iii) $f(x)$는 전사이고 단사이므로 전단사이다

6. 모든 정수의 집합은 셀수 있음을 보이시오.

자연수 $\mathbb{N}$과 정수 $\mathbb{Z}$는 아래와 같은 대응을 나타내는 전단사 함수이다.

$$\begin{array}{ccc}
1 & \longrightarrow & 0 \\
2 & \longrightarrow & -1 \\
3 & \longrightarrow & 1 \\
4 & \longrightarrow & -2 \\
5 & \longrightarrow & 2 \\
\vdots & & \vdots \\
\mathbb{N} & & \mathbb{Z}
\end{array}$$

정수 집합은 자연수 집합에 일대일 대응이 되므로 모든 정수는 가산 집합이다.

7. $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ 에 대해, 다음 물음에 답하시오.

(1) $A \vee B$ (join)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(2) $A \wedge B$ (meet)

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

(3) $A^{[2]}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$