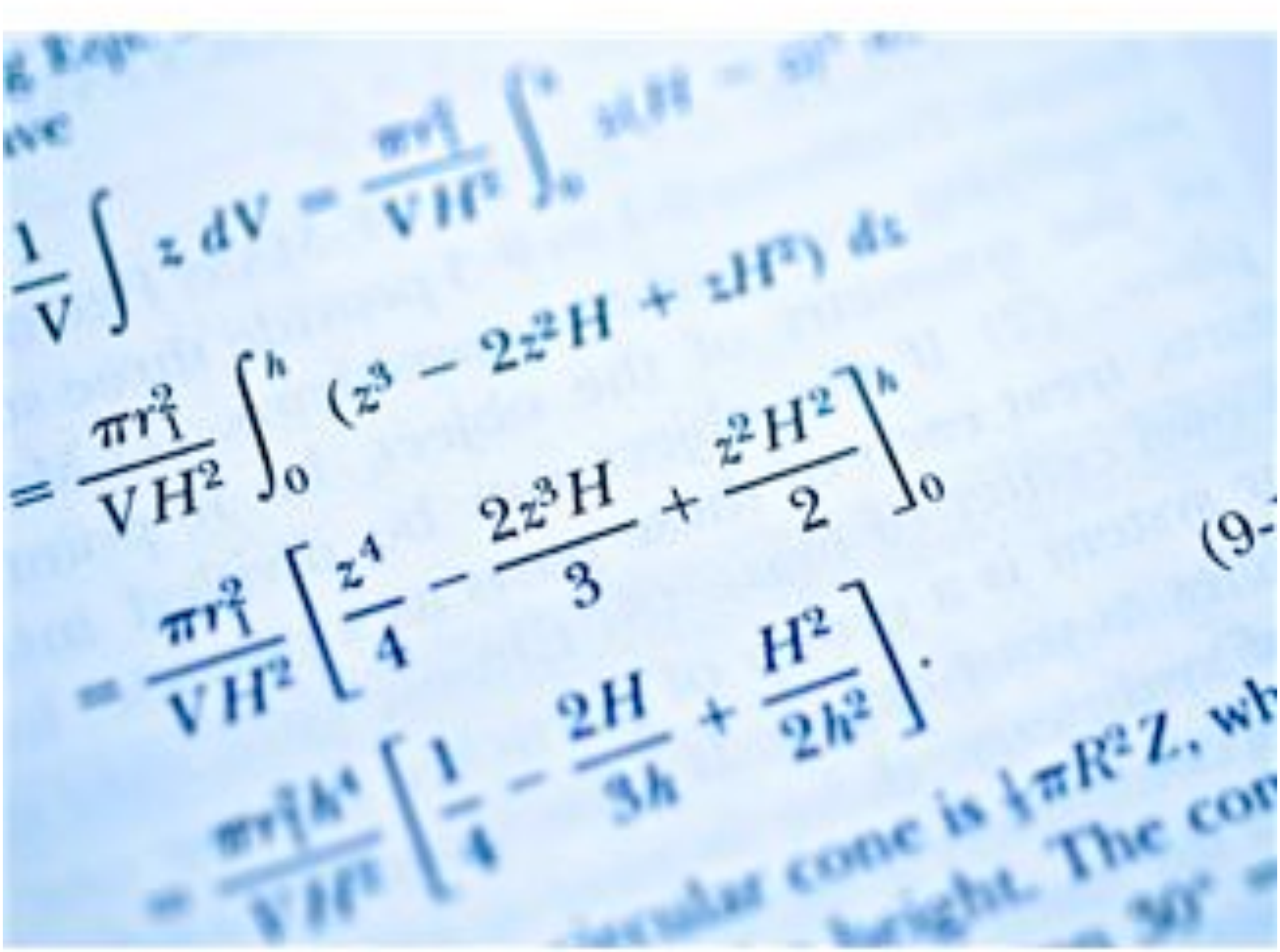
MODUL PRAKTIKUM METODE NUMERIK

NAZARUDDIN



JURUSAN INFORMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS SYIAH KUALA
BANDA ACEH – 2012

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR

Modul praktikum ini disusun sebagai pedoman bagi mahasiswa di lingkungan Jurusan Informatika FMIPA Universitas Syiah Kuala yang mengikuti praktikum Metode Numerik. Tujuan dari pelaksanaan praktikum metode numerik ini adalah untuk mendukung mata kuliah Metode Numerik yang diberikan kepada mahasiswa di Jurusan Informatika.
Di dalam kegiatan praktikum ini, akan dipelajari dan dipraktekan metode-metode penyelesaian kasus numerik melalui pemrograman. Susunan modul ini terdiri dari tujuan, teori praktis, tugas-tugas praktikum dan tugas-tugas pendahuluan/rumah yang harus dikerjakan oleh para praktikan. Diharapkan para praktikan telah mempersiapkan materi yang akan diberikan pada praktikum demi kelancarannya.

Modul praktikum Metode Numerik ini terdiri dari 14 (empat belas) modul dengan topik bahasan diantaranya adalah Metode Tabel, Biseksi, Newton-Raphson, Secant, Eliminasi Gauss, Gauss-Jordan, Gaus Seidel, dan topic lainnya.

Materi yang diberikan dalam modul dan pada saat praktikum masih belum lengkap dan untuk itu praktikan diharapkan dapat mencari referensi tambahan yang diperlukannya baik di perpustakaan maupun melalui media internet. Selain itu praktikan diharapkan mengikuti mata kuliah Metode Numerik dengan baik, karena salah satu sumber selain modul adalah materi yang diberikan pada saat kuliah.

Modul ini masih belum sempurna, sehingga perlu dikaji baik oleh dosen pengajar, instruktur, asisten maupun praktikan yang terlibat dalam praktikum. Oleh karena itu penyusun berharap agar para pemakai modul ini dapat memberikan sumbangan saran untuk perbaikan modul metode numerik ini.

Semoga modul ini dapat bermanfaat bagi para personil yang terlibat dalam praktikum metode numerik, serta dapat meningkatkan kemampuan mahasiswa dalam mengimplementasikan penyelesaian model-model numerik.

Banda Aceh, Nopember 2012

Penyusun

PENDAHULUAN

Umum

Praktek Metode Numerik adalah bahagian dari Mata Kuliah Metode Numerik di Jurusan/Prodi Informatika pada semester 4 yang bertujuan:

a) Mahasiswa memahami Bahasa C lebih dalam (fungsi, prosedur, pointer, array dananimasi pemrograman text)
b) Mahasiswa memahami cara kerja komputer dalam berhitung +,- * dan /, yangdikembangkan menjadi penyelesaian akar.
c) Mahasiswa dapat memahami cara kerja beberapa metode numerik danmengimplementasikannya dalam program yang terstruktur dan terintegrasi.

Tata Tertib

Dalam mengikuti praktikum, praktikan harus mengkuti tata tertib sebagai berikut:
1. Praktikum tidak diperkenankan:
2. Merokok dan membuat gaduh
3. Memakai kaos oblong/ singlet
4. Memakai sandal
5. Mengganggu jalannya praktikum
6. Membawa makanan minuman.
7. Mengotori Laboratorium3.
8. Hanya membawa buku Modul, buku catatan, buku penunjang dan alat tulis yangdiperlukan pada saat praktikum.
9. Tas, jaket dan perlengkapan lainnya harap diletakkan ditempat yang telah disediakan.
10. Memberitahukan secara lisan/ tertulis kepada asisten/ kalab jika tidak mengikutipraktikum sesuai jadwal.
11. Jika tidak mengikuti praktek tanpa alasan, akan dikenakan sangsi berupa praktek ulang dan kompensasi.

Pelaksanaan Praktikum

1. Dibagi menjadi 2 (dua) kelompok jika jumlah mahasiswa lebih dari 30
2. Praktikan (tiap kelompok) hanya dapat mengikuti praktek jika sudah membuat laporan awal. (Judul, Tujuan, Dasar teori, langkah percobaan), serta menyiapkan Lembar kerja praktikum.
3. Praktikan harus hadir 10 menit sebelum praktikum dimulai
4. Praktikan harus tahu dan menjaga diri akan bahaya listrik seperti tersengat listrik dan hubungan arus pendek.
5. Bersihkan tempat praktek, kembalikan ketempat seharusnya bila telah selesai praktek.

Pembuatan Laporan

Pembuatan laporan dilakukan dalam 3 (tiga) tahap, yaitu:
a) Laporan Pendahuluan (individu) / Kerjakan laporan awal, konsultasikan dengan dosen/ teknisi.

b) Laporan praktikum (perkelompok) berisikan hasil percobaan setelah praktek yang dituliskan pada lembar kerja praktikum. Lembar kerja praktikum dinyatakan sah/ valid jika ada paraf dari teknisi/ dosen.
c) Laporan akhir (individu) berisikan laporan akhir yang merupakan kelanjutan dari laporan pendahuluan tiappraktek. Dikumpulkan 1 (satu) minggu setelah praktikum. Adapun format susunan laporan praktikum adalah:

    1. JUDUL
       Judul praktek
    2. TUJUAN
       Tujuan praktek yang akan dicapai
    3. DASAR TEORI
       Teori yang berhubungan denga praktek
    4. LANGKAH PERCOBAAN
       Langkah-langkah percobaan
    5. DATA
       Cukup dilampirkan lembar kerja praktikum
    6. ANALISA DATA
       Penjelasan dari praktikum tentang data-data yang diperoleh, dihubungkan dengan teori yangsudah didapat.
    7. KESIMPULAN
       Kesimpulan hasil percobaan
    8. SOAL
       Jawablah jika ada soal tambahan.
    9. LAMPIRAN
       Lembar kerja praktikum atau data lain yang diperlukan

Modul 1. Penyelesaian Persamaan Non Linier Metode Tabel

Tujuan :

Mempelajari metode Tabel untuk penyelesaian persamaan non linier

Dasar Teori :

Penyelesaian persamaan non linier adalah penentuan akar-akar persamaan non linier. Dimana akar sebuah persamaan $f(x) = 0$ adalah nilai-nilai x yang menyebabkan nilai $f(x)$ sama dengan nol. Dengan kata lain akar persamaan $f(x)$ adalah titik potong antara kurva $f(x)$ dan sumbu X.

Teorema:
Suatu range $x=[a,b]$ mempunyai akar bila $f(a)$ dan $f(b)$ berlawanan tanda atau memenuhi $f(a).f(b) < 0$. Secara sederhana, untuk menyelesaikan persamaan non linier dapat dilakukan dengan menggunakan metode table atau pembagian area. Dimana untuk $x = [a,b]$ atau x di antara a dan b dibagi sebanyak N bagian dan pada masing-masing bagian dihitung nilai $f(x)$ sehingga diperoleh tabel 1:

Tabel 1. *a* dan *b* dibagi sebanyak *N*

X	f(x)
$x_0=a$	$f(a)$
x_1	$f(x_1)$
x_2	$f(x_2)$
x_3	$f(x_3)$
……	……
$x_n=b$	$f(b)$

Dalam Tabel 1, bila ditemukan $f(x_k)=0$ atau mendekati nol maka dikatakan bahwa x_k adalah penyelesaian persamaan $f(x_k)=0$.Bila tidak ada $f(x_k)$ yang sama dengan nol, maka dicari nilai $f(x_k)$ dan $f(x_{k+1})$ yang berlawanan tanda, bila tidak ditemukan maka dikatakan tidak mempunyai akar untuk $x = [a,b]$, dan bila ditemukan maka ada 2 pendapat untuk menentukan akar persamaan, yaitu :

1. Akar persamaan ditentukan oleh nilai mana yang lebih dekat, bila $|f(x_k)| \leq |f(x_{k+1})|$ maka akarnya x_k, dan bila $|f(x_{k+1})|<|f(x_k)|$ maka akarnya x_{k+1}.
2. Akarnya perlu di cari lagi, dengan range $x = [\ ]\ x_k , x_{k+1}$.

Algoritma Metode Tabel :

(1) Defisikan fungsi $f(x)$
(2) Tentukan range untuk x yang berupa batas bawah x_{bawah} dan batas atas x_{atas}.
(3) Tentukan jumlah pembagian N
(4) Hitung step pembagi h

$$H = \frac{x_{atas} - x_{bawah}}{N}$$

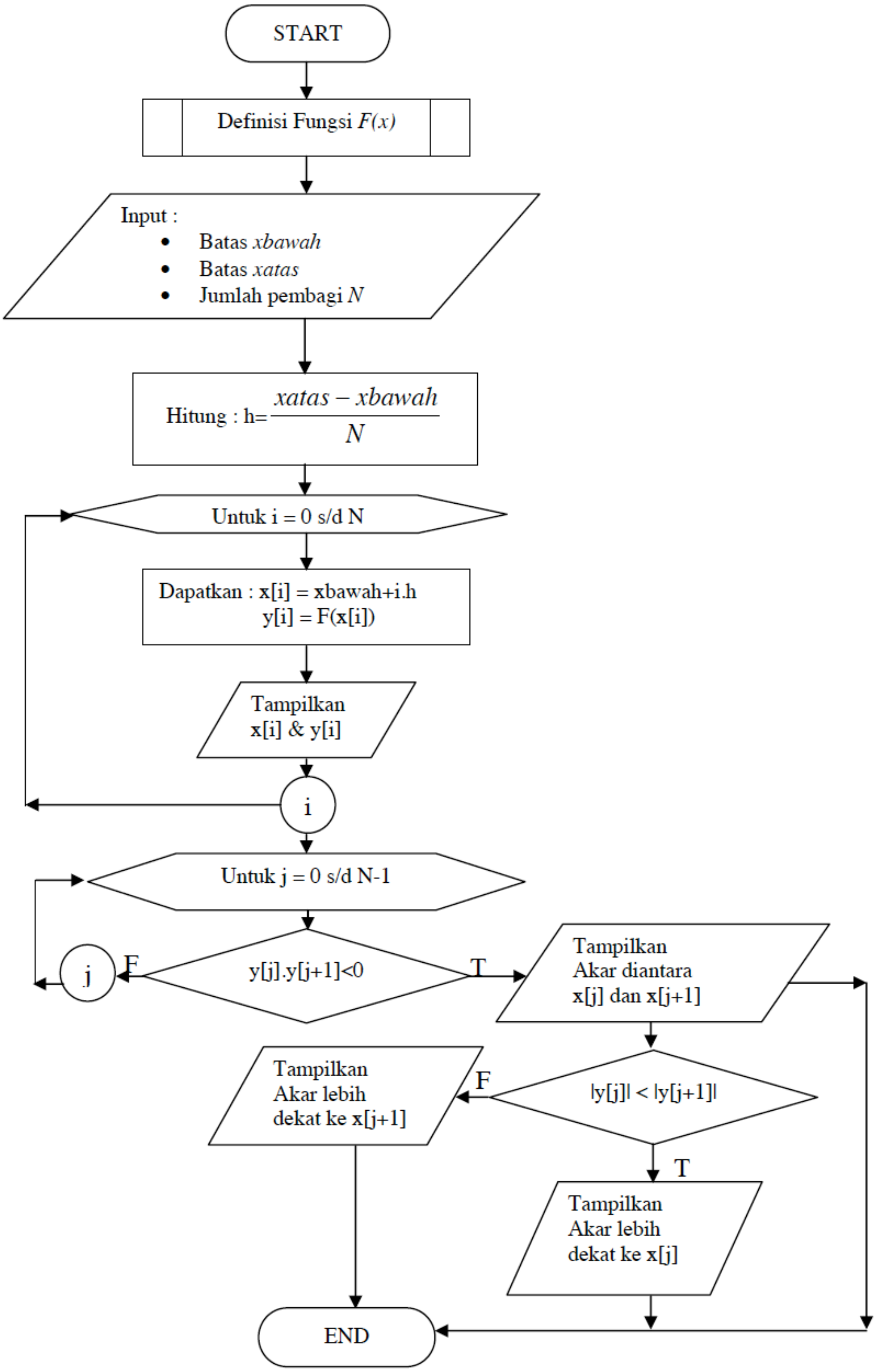
(5) Untuk $i = 0$ s/d N, hitung $x_i = x_{\text{bawah}} + i.h$ dan $y_i = f(x_i)$

(6) Untuk $i = 0$ s/d N dicari k, dimana:

*Bila $f(x_k) = 0$ maka x_k adalah penyelesaian

*Bila $f(x_k).f(x_{k+1}) < 0$ maka :

- Bila $|f(x_k)| < |f(x_{k+1})|$ maka x_k adalah penyelesaian
- Bila tidak x_{k+1}adalah penyelesaian atau dapat dikatakan penyelesaian berada di antara x_k dan x_{k+1}.



Gambar 1. Flowchart Metode Tabel

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode tabel untuk menyelesaikan persamaan non linier, sebagai berikut :

1. Judul : METODE TABEL
2. Dasar teori dari metode Tabel
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan persoalan dari persamaan non linier dengan fungsi sebagaiberikut : $F(x)=e^{-x} - x$
2. Pengamatan awal
   a) Gunakan Gnu Plot untuk mendapatkan kurva fungsi persamaan
   b) Amati kurva fungsi yang memotong sumbu x.
   c) Dapatkan dua nilai pendekatan awal diantara nilai x (b) sebagai nilai a (= batas bawah) dan nilai b (= batas atas)
   d) Jumlah pembagi area (h) = 10, interval pengamatan akar = $(b-a)/h$
3. Penulisan hasil
   a) Dapatkan nilai akar x_r setiap iterasi dari awal sampai dengan akhir iterasi
   b) Akar x_r terletak diantara nilai dua fungsi yang berubah tanda
   c) Akhir iterasi ditentukan sampai dengan 10 iterasi
4. Pengamatan terhadap hasil dengan macam-macam parameter input
   a) Nilai *error* (e) akar ditentukan = 0.0001 sebagai pembatas iterasi nilai $f(x)$
   b) Jumlah iterasi maksimum
   c) Bandingkan antara 3a dan 3b terhadap hasil yang diperoleh
   d) Pengubahan nilai awal batas bawah dan batas atas

FORM LAPORAN AKHIR
Nama dan NIM

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Pengamatan awal
a. Gambar kurva fungsi dengan Gnu Plot
b. Perkiraan batas bawah dan batas atas akar

Hasil percobaan :
1. Tabel hasil x[i] dan F(x[i])
2. Pengamatan terhadap parameter
   a. Toleransi error(e) terhadap jumlah iterasi (N)

Toleransi Error (e)	Jumlah Iterasi (N)
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	

   b. Pengubahan nilai awal batas bawah (a) dan batas atas (b) terhadap 20 iterasi (N)

Batas Bawah (a)	Batas Atas (b)	Nilai Error (F(x)=e)
0	1	
0.25	0.75	
0.5	0.75	
0.5	0.6	

Buatlah kesimpulan dari jawaban 2a dan 2b, kemudian gambarkan grafiknya

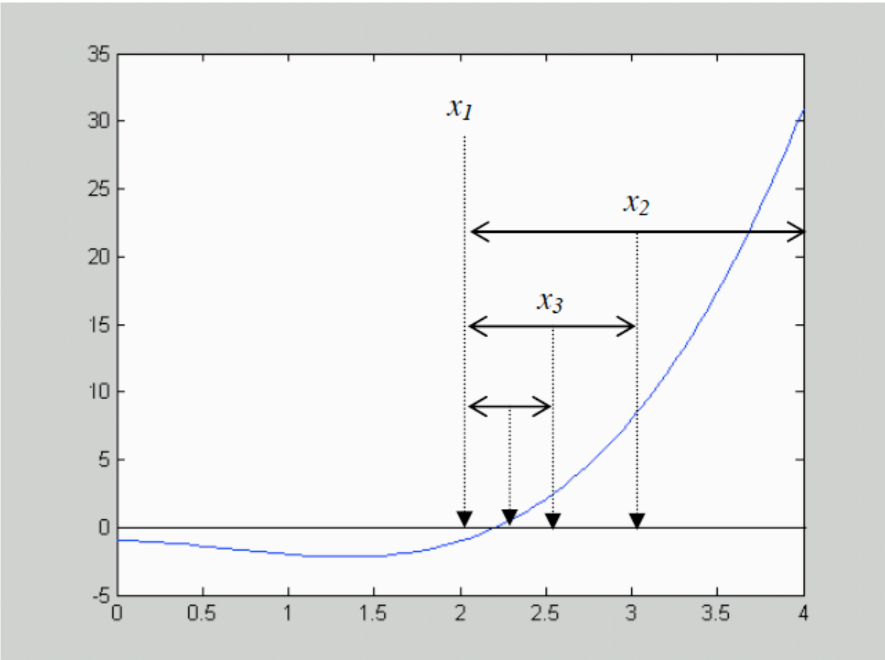
Modul 2: Penyelesaian Persamaan Non Linier Metode Biseksi (*Bisection)*

Tujuan :

Mempelajari metode Biseksi untuk penyelesaian persamaan non linier

Dasar Teori :

Ide awal metode ini adalah metode tabel, dimana area dibagi menjadi *N* bagian. Hanya saja metode biseksi ini membagi range menjadi 2 bagian, dari dua bagian ini dipilih bagian mana yang mengandung dan bagian yang tidak mengandung akar dibuang. Hal ini dilakukan berulang-ulang hingga diperoleh akar persamaan.



Gambar 2. Metode Biseksi

Untuk menggunakan metode biseksi, terlebih dahulu ditentukan batas bawah (*a*) dan batas atas (*b*). Kemudian dihitung nilai tengah :

$$x = \frac{a+b}{2}$$

Dari nilai x ini perlu dilakukan pengecekan keberadaan akar. Secara matematik, suatu range terdapat akar persamaan bila $f(a)$ dan $f(b)$ berlawanan tanda atau dituliskan :

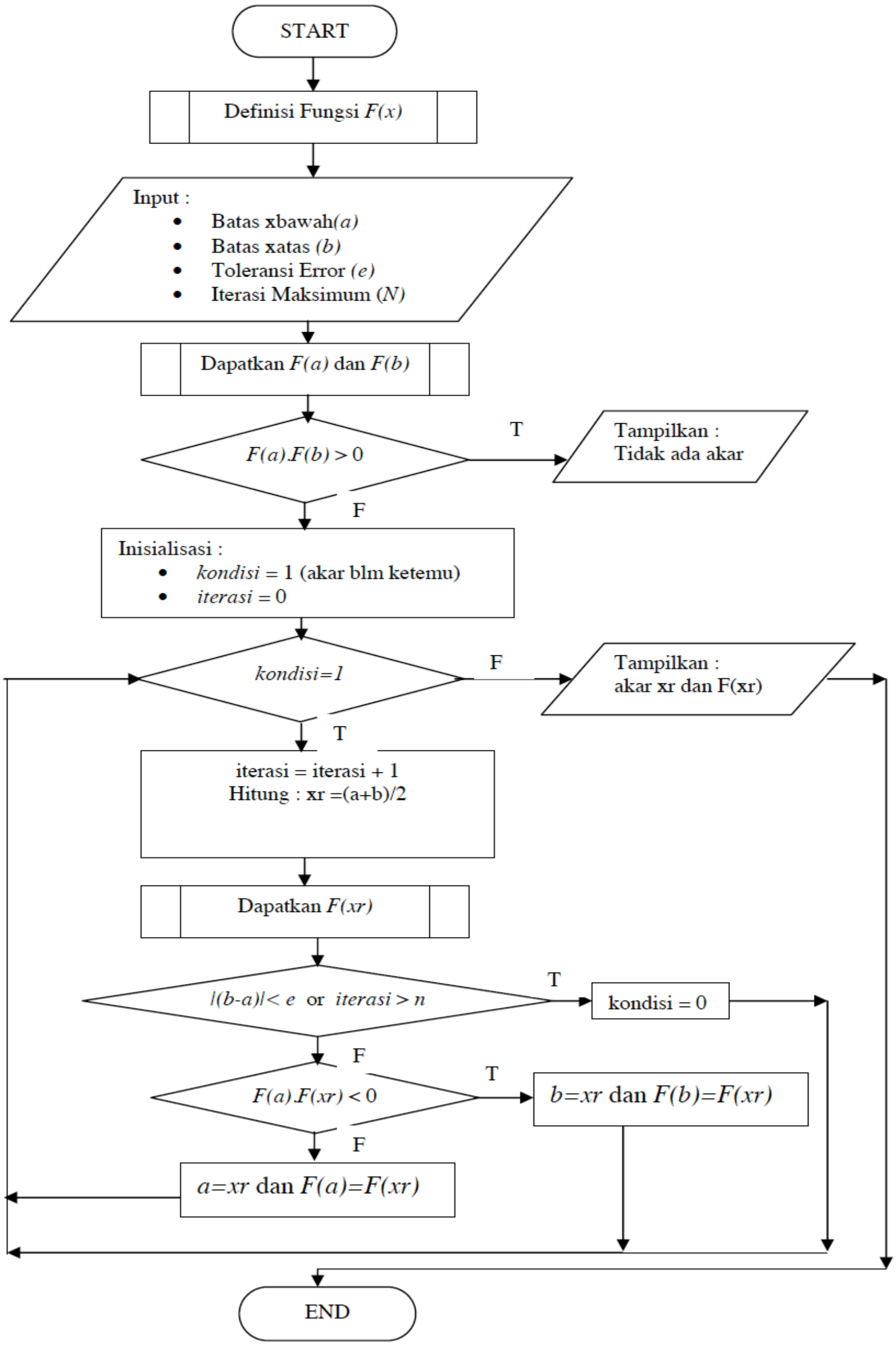
$$f(a) \, . \, f(b) < 0$$

Setelah diketahui dibagian mana terdapat akar, maka batas bawah dan batas atas di perbaharui sesuai dengan range dari bagian yang mempunyai akar.

Algoritma Metode Biseksi :

1. Definisikan fungsi $f(x)$ yang akan dicari akarnya
2. Tentukan nilai *a* dan *b*

3. Tentukan toleransi e dan iterasi maksimum N
4. Hitung $f(a)$ dan $f(b)$
5. Jika $f(a).f(b)>0$ maka proses dihentikan karena tidak ada akar, bila tidak dilanjutkan
6. Hitung $x_r = \dfrac{a+b}{2}$
7. Hitung $f(x_r)$
8. Bila $f(x_r).f(a)<0$ maka $b=x_r$ dan $f(b)=f(x_r)$, bila tidak $a=x_r$ dan $f(a)=f(x_r)$
9. Jika $|b-a| < e$ atau iterasi > iterasi maksimum maka proses dihentikan dan didapatkan akar = x_r, dan bila tidak, ulangi langkah 6.



Gambar 3. Flowchart Metode Biseksi

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode biseksi untuk menyelesaikan persamaan non linier, sebagai berikut :

1. Judul : METODE BISEKSI
2. Dasar teori dari metode Biseksi
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan persoalan dari persamaan non linier dengan fungsi sebagai berikut : $F(x)=e^{-x} - x$
2. Pengamatan awal
   a. Gunakan Gnu Plot untuk mendapatkan kurva fungsi persamaan
   b. Amati kurva fungsi yang memotong sumbu x
   c. Dapatkan dua nilai pendekatan awal diantara nilai x yang memotong sumbu sebagai nilai a (= batas bawah) dan nilai b (= batas atas) . Dimana $F(a)*F(b) < 0$
3. Penulisan hasil
   a. Dapatkan nilai akar x_r setiap iterasi dari awal sampai dengan akhir iterasi
   b. Akar x_r terletak diantara nilai dua fungsi yang berubah tanda
   c. Dapatkan $x_r = \dfrac{a+b}{2}$
   d. Perkecil rangenya dengan :
      • Bila $F(a)*F(x_r) < 0 \rightarrow a$ tetap, $b = x_r$, $f(b)=f(x_r)$
      • Bila $F(a)*F(x_r) > 0 \rightarrow b$ tetap, $a = x_r$, $f(a)=f(x_r)$
      • Bila $F(a)*F(x_r) = 0 \rightarrow x_r$ = akar yang dicari
   e. Akhir iterasi ditentukan sampai dengan 10 iterasi atau jika nilai $|(b-a)|< e$
4. Pengamatan terhadap hasil dengan macam-macam parameter input
   a. Nilai error (e) akar ditentukan = 0.0001 sebagai pembatas iterasi nilai $f(x)$
   b. Jumlah iterasi maksimum
   c. Bandingkan antara 3a dan 3b terhadap hasil yang diperoleh
   d. Pengubahan nilai awal batas bawah dan batas atas

FORM LAPORAN AKHIR
Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE BISEKSI

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Pengamatan awal
1. Gambar kurva fungsi dengan Gnu Plot
2. Perkiraan batas bawah dan batas atas akar

Hasil percobaan :
1. Tabel hasil iterasi, a, b, xr, f(xr)
2. Pengamatan terhadap parameter
   a. Toleransi error(e) terhadap jumlah iterasi (N)

Toleransi Error (e)	Jumlah Iterasi (N)
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	

   b. Pengubahan nilai awal batas bawah (a) dan batas atas (b) terhadap 20 iterasi (N)

Batas Bawah (a)	Batas Atas (b)	Nilai Error (F(x)=e)
0	1	
0.25	0.75	
0.5	0.75	
0.5	0.6	

Buatlah kesimpulan dari jawaban 2a dan 2b, kemudian gambarkan grafiknya

Modul 3: Penyelesaian Persamaan Non Linier Metode Regula Falsi

Tujuan :

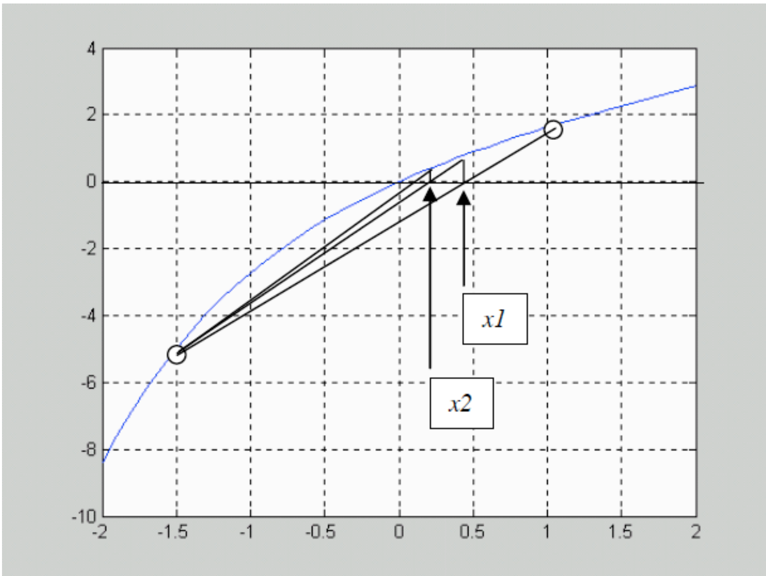
Mempelajari metode Regula Falsi untuk penyelesaian persamaan non linier

Dasar Teori :

Metode regula falsi adalah metode pencarian akar persamaan dengan memanfaatkan kemiringan dan selisih tinggi dari dua titik batas range. Seperti halnya metode biseksi, metode ini bekerja secara iterasi dengan melakukan update range.Titik pendekatan yang digunakan oleh metode regula-falsi adalah :

$$X = \frac{f(b).a - f(a).b}{f(b) - f(a)}$$

Dengan kata lain titik pendekatan x adalah nilai rata-rata range berdasarkan $F(x)$. Metode regula falsi secara grafis digambarkan pada Gambar 3 :

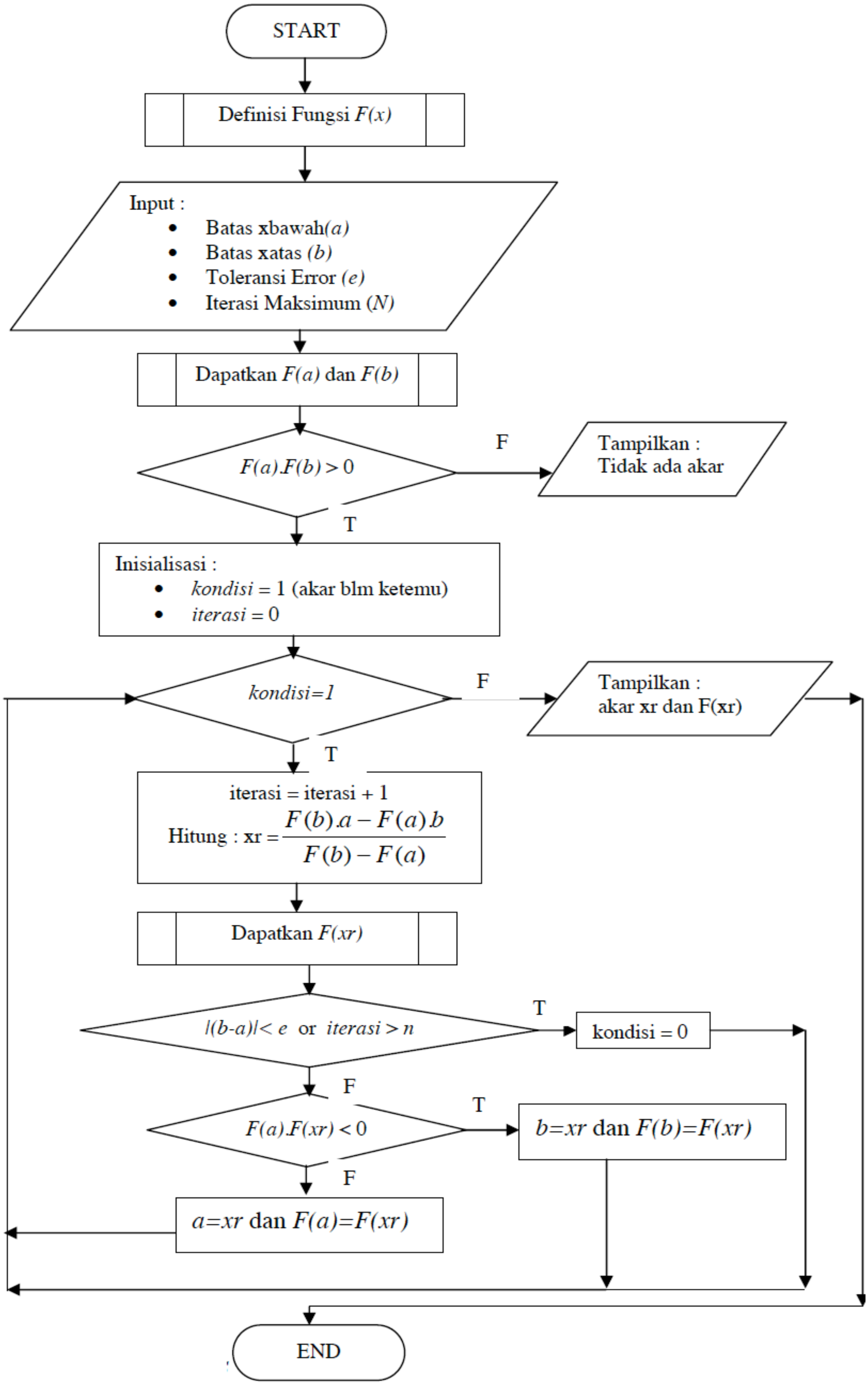


Gambar 4. Metode Regula Falsi

Algoritma Metode Regula Falsi :

1. Definisikan fungsi $f(x)$
2. Tentukan batas bawah (a) dan batas atas (b)
3. Tentukan toleransi error (e) dan iterasi maksimum (N)
4. Hitung $Fa = f(a)$ dan $Fb = f(b)$
5. Untuk iterasi $I = 1$ s/d n atau $error > e$
   - $x_r = \frac{f(b).a - f(a).b}{f(b) - f(a)}$
   - Hitung $Fx = f(x)$
   - Hitung $error = |Fx|$
   - Jika $Fx.Fa < 0$ maka $b = x_r$ dan $Fb = Fx_r$ jika tidak $a = x_r$ dan $Fa = Fx_r$.

6. Akar persamaan adalah x_r.



Gambar 5. Flowchart Metode Regula Falsi

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode regula falsi untuk menyelesaikan persamaan non linier, sebagai berikut :
1. Judul : METODE REGULA FALSI
2. Dasar teori dari metode Regula Falsi
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan persoalan dari persamaan non linier dengan fungsi sebagai berikut: $F(x)=e^{-x} - x$
2. Pengamatan awal
   a. Gunakan Gnu Plot untuk mendapatkan kurva fungsi persamaan
   b. Amati kurva fungsi yang memotong sumbu x
   c. Dapatkan dua nilai pendekatan awal diantara nilai x yang memotong sumbu sebagai nilai a (= batas bawah) dan nilai b (= batas atas) . Dimana $F(a)*F(b) < 0$
3. Penulisan hasil
   a. Dapatkan nilai akar x_r setiap iterasi dari awal sampai dengan akhir iterasi
   b. Akar x_r terletak diantara nilai dua fungsi yang berubah tanda
   c. Dapatkan : $x_r = \dfrac{F(b).a - F(a).b}{F(b) - F(a)}$
   d. Perkecil rangenya dengan :
      • Bila $F(a)*F(x_r) < 0 \rightarrow a$ tetap, $b= x_r, f(b) = f(x_r)$
      • Bila $F(a)*F(x_r) > 0 \rightarrow b$ tetap, $a= x_r, f(a) = f(x_r)$
      • Bila $F(a)*F(x_r) = 0 \rightarrow x_r$ = akar yang dicari
   e. Akhir iterasi ditentukan sampai dengan 10 iterasi atau jika nilai $|(b-a)|< e$
4. Pengamatan terhadap hasil dengan macam-macam parameter input
   a. Nilai *error* (e) akar ditentukan = 0.0001 sebagai pembatas iterasi nilai $f(x)$
   b. Jumlah iterasi maksimum
   c. Bandingkan antara 3a dan 3b terhadap hasil yang diperoleh
   d. Pengubahan nilai awal batas bawah dan batas atas

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE REGULA FALSI

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Pengamatan awal

1. Gambar kurva fungsi dengan Gnu Plot
2. Perkiraan batas bawah dan batas atas akar

Hasil percobaan :

1. Tabel hasil iterasi, a, b, **x**r, f(**x**r)
2. Pengamatan terhadap parameter
   a. Toleransi error(e) terhadap jumlah iterasi (N)

Toleransi Error (e)	Jumlah Iterasi (N)
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	

   b. Pengubahan nilai awal batas bawah (a) dan batas atas (b) terhadap 20 iterasi (N)

Batas Bawah (a)	Batas Atas (b)	Nilai Error (F(**x**)=e)
0	1	
0.25	0.75	
0.5	0.75	
0.5	0.6	

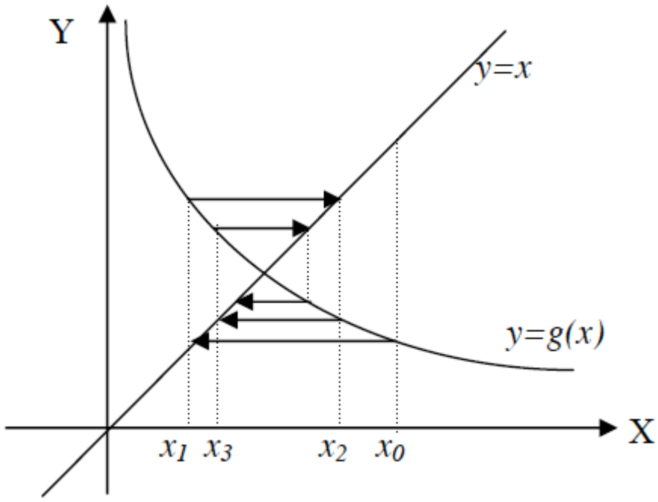
Buatlah kesimpulan dari jawaban 2a dan 2b, kemudian gambarkan grafiknya

Modul 4: Penyelesaian Persamaan Non Linier Metode Iterasi

Tujuan :
Mempelajari metode Iterasi untuk penyelesaian persamaan non linier

Dasar Teori :

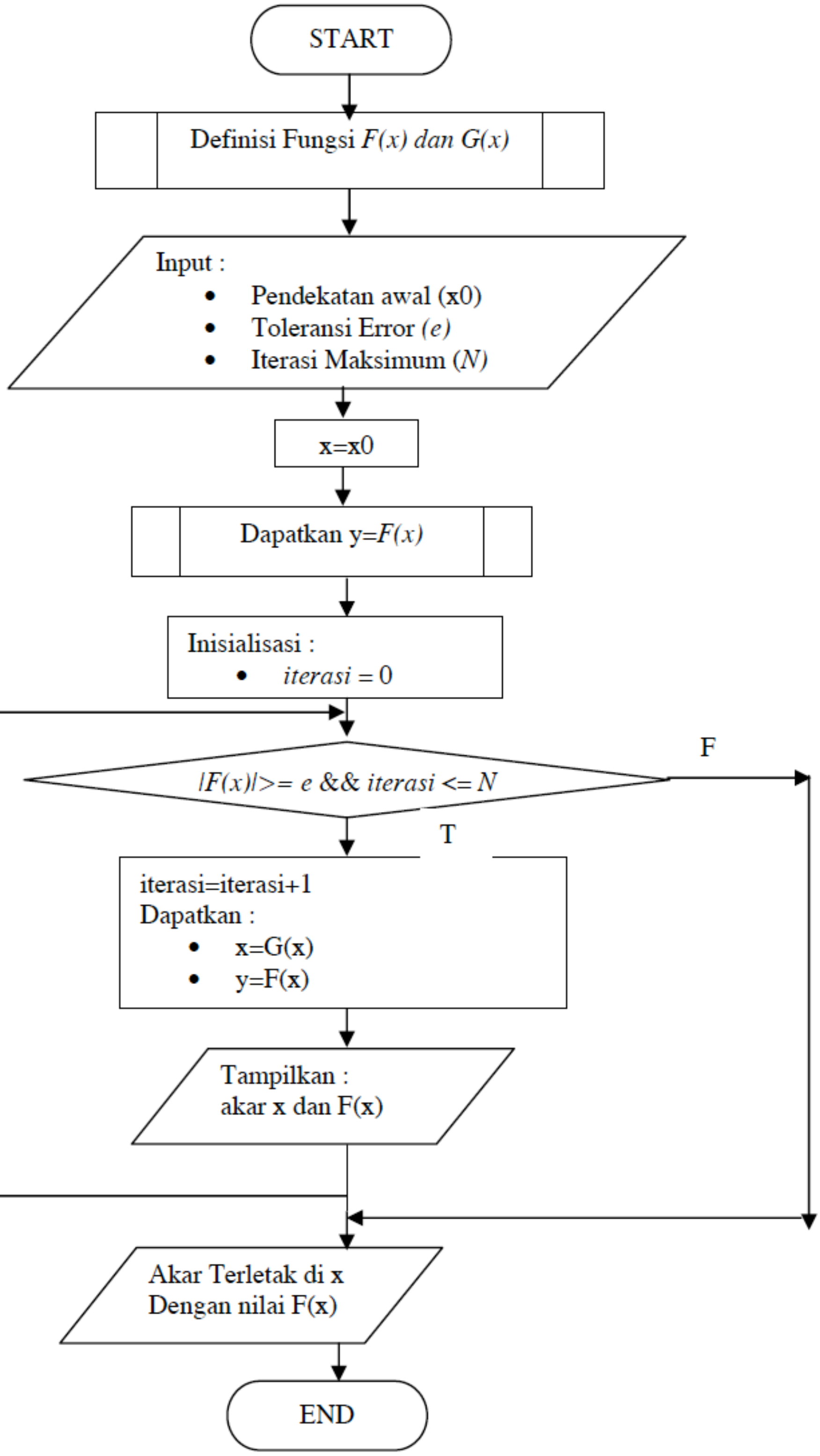
Metode iterasi sederhana adalah metode yang memisahkan x dengan sebagian x yang lain sehingga diperoleh : $x = g(x)$. Sebagai contoh untuk menyelesaikan persamaan $x - e^x = 0$ maka persamaan di ubah menjadi : $x = e^x$ atau $g(x) = e^x$. $g(x)$ inilah yang menjadi dasar iterasi pada metode iterasi sederhana ini. Metode iterasi sederhana secara grafis dapat dijelaskan pada Gambar 5.



Gambar 5. Metode Iterasi Sederhana

Algoritma Metode Iterasi Sederhana :

1. Definisikan $F(x)$ dan $g(x)$
2. Tentukan toleransi *error* (e) dan iterasi maksimum (n)
3. Tentukan pendekatan awal $x[0]$
4. Untuk iterasi = 1 s/d n atau $F(x[iterasi]) \geq e$
   $X_i = g(x_{i-1})$
   Hitung $F(x_i)$
5. Akar adalah x terakhir yang diperoleh.



Gambar 6. Flowchart Metode Iterasi Sederhana

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode iterasi untuk menyelesaikan persamaan non linier, sebagai berikut :

1. Judul : METODE ITERASI
2. Dasar teori dari metode Iterasi
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan persoalan dari persamaan non linier dengan fungsi sebagai berikut : $F(x)=e^{-x} + x$
2. Pengamatan awal
   a. Gunakan Gnu Plot untuk mendapatkan dua kurva fungsi persamaan. Persamaan di atas dipisah menjadi dua bagian fungsi salah satuny $a = x$
   b. Amati perpotongan dua kurva fungsi, itu adalah nilai akar yang dicari, ambil satu nilai x yang dekat dengan akar sebagai x_0
3. Penulisan hasil
   a. Dapatkan nilai akar x_i setiap iterasi dari awal sampai dengan akhir iterasi
   b. Hitunglah x_i tiap iterasi dengan memasukkan nilai x_i sebelumnya pada fungsi $g(x_i)$ yang kedua. Kemudian dapatkan nilai $f(x_i)$.
   c. Akhir iterasi ditentukan sampai dengan 10 iterasi atau jika nilai $|f(x_i)|< e$
4. Pengamatan terhadap hasil dengan macam-macam parameter input
   a. Nilai *error* (e) akar ditentukan = 0.0001 sebagai pembatas iterasi nilai $f(x)$
   b. Jumlah iterasi maksimum
   c. Bandingkan antara 4a dan 4b terhadap hasil yang diperoleh
   d. Pengubahan nilai x_0.

FORM LAPORAN AKHIR
Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE ITERASI

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Pengamatan awal
1. Gambar kurva fungsi dengan Gnu Plot
2. Perkiraan nilai x0

Hasil percobaan :
1. Tabel hasil iterasi, xi, f(xi)
2. Pengamatan terhadap parameter
   a. Toleransi error(e) terhadap jumlah iterasi (N)

Toleransi Error (e)	Jumlah Iterasi (N)
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	

   b. Perubahan nilai awal x0 terhadap iterasi (N)

X0	Iterasi
-1	
-0.75	
-0.6	
-0.5	

Buatlah kesimpulan dari jawaban 2a dan 2b, kemudian gambarkan grafiknya

Modul 5: Penyelesaian Persamaan Non Linier Metode Newton Raphson

Tujuan :

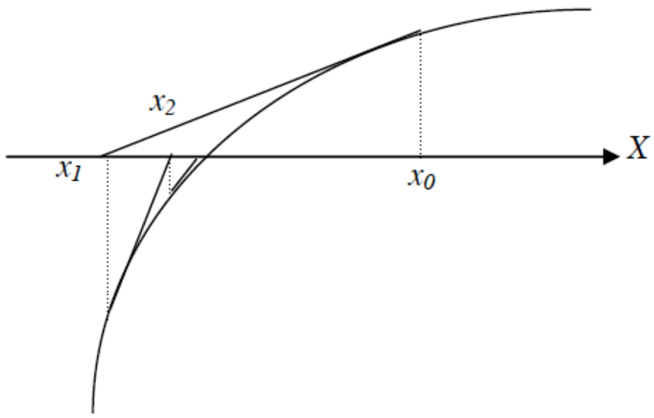
Mempelajari metode Newton Raphson untuk penyelesaian persamaan non linier

Dasar Teori :

Metode newton raphson adalah metode pendekatan yang menggunakan satu titik awal dan mendekatinya dengan memperhatikan slope atau gradien pada titik tersebut.Titik pendekatan ke n+1 dituliskan dengan :

$$X_{n+1} = x_n + \frac{F(x_n)}{F'(x_n)}$$

Metode newton raphson dapat digambarkan pada Gambar 7.

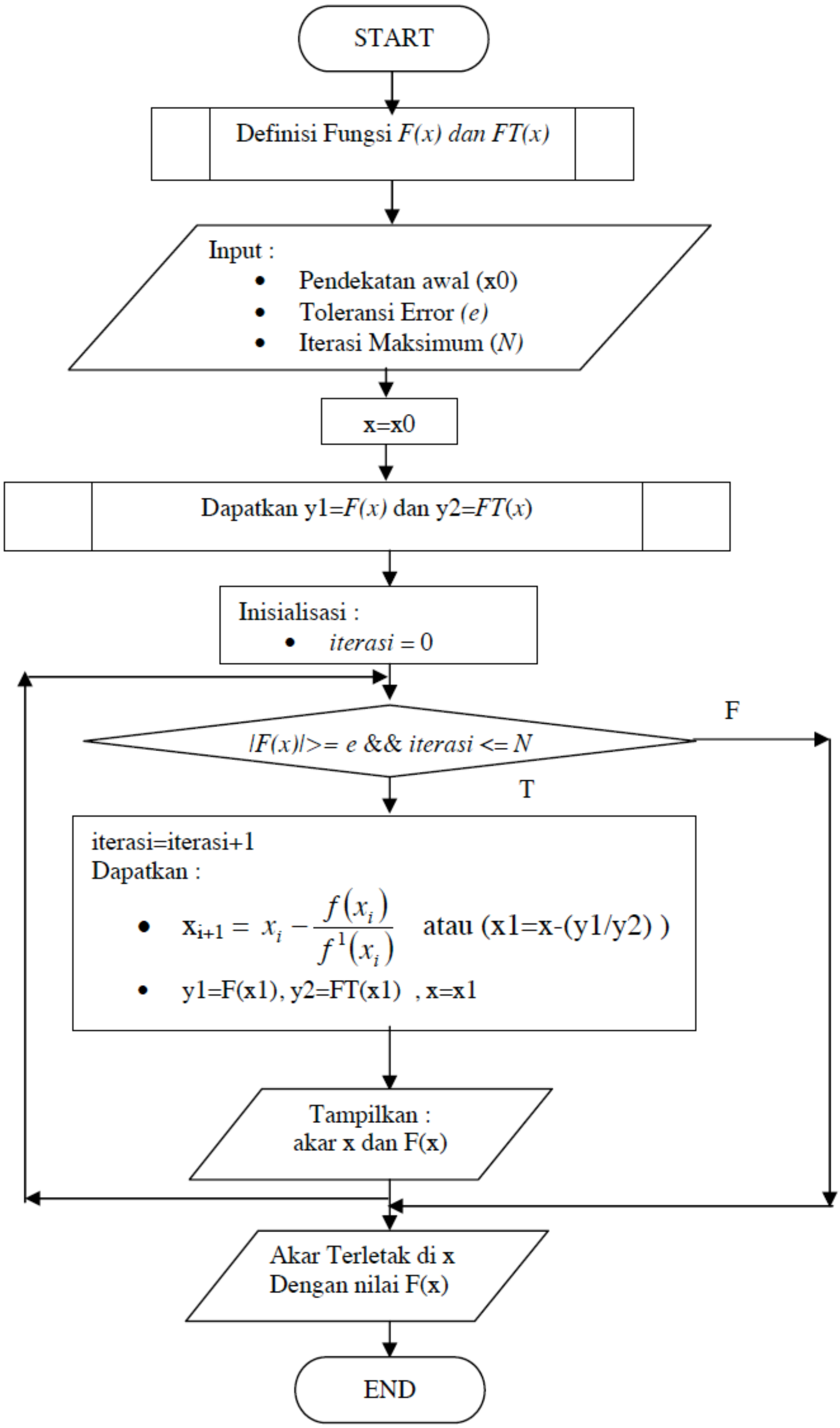


Gambar 7. Metode Newton Raphson

Algoritma Metode Newton Raphson :

1. Definisikan fungsi $f(x)$ dan $f'(x)$
2. Tentukan toleransi *error* (e) dan iterasi maksimum (n)
3. Tentukan nilai pendekatan awal x_0
4. Hitung $f(x_0)$ dan $f'(x_0)$
5. Untuk iterasi I = 1 s/d n atau $|f(x_i)| \geq e$

   $x_{i+1} = x_i - \dfrac{f(x_i)}{f'(x_i)}$, Hitung f($x_i$) dan $f'(x_i)$
6. Akar persamaan adalah nilai x_i yang terakhir diperoleh.



Gambar 8. Flowchart Metode Newton Raphson

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode newton raphson untuk menyelesaikan persamaan non linier, sebagai berikut :

1. Judul : METODE NEWTON RAPHSON
2. Dasar teori dari metode Newton Raphson
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan persoalan dari persamaan non linier dengan fungsi sebagai berikut : $F(x) = -e^{-x} + x$
2. Pengamatan awal
   a. Gunakan Gnu Plot untuk mendapatkan kurva fungsi persamaan.
   b. Amati perpotongan kurva fungsi dengan sumbu x, itu adalah nilai akar yang dicari, ambil satu nilai x yang dekat dengan akar sebagai x_0
   c. Definisikan dulu fungsi turunannya $f^{i}(x)$=-(-e^{-x}) + 1
3. Penulisan hasil
   a. Dapatkan nilai akar xi setiap iterasi dari awal sampai dengan akhir iterasi
   b. Hitunglah x_i tiap iterasi dengan memasukkan nilai x_i sebelumnya pada
   $$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f^{'}(x_i)}$$
   c. Kemudian dapatkan nilai f(x_i+1) .
   d. Akhir iterasi ditentukan sampai dengan 10 iterasi atau jika nilai $|f(x_i)| < e$
4. Pengamatan terhadap hasil dengan macam-macam parameter input
   a. Nilai *error* (e) akar ditentukan = 0.0001 sebagai pembatas iterasi nilai f(x)
   b. Jumlah iterasi maksimum
   c. Bandingkan antara 3a dan 3b terhadap hasil yang diperoleh
   d. Pengubahan nilai x_0

Tugas Pendahuluan

Dari persamaan : $F(x) = -e^{-x} + x$

1. Gambarkan grafik fungsi dengan nilai $x_0 = 0$
2. Selesaikan secara manual dengan metode Newton Raphson

FORM LAPORAN AKHIR
Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE NEWTON RAPHSON

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Pengamatan awal

1. Gambar kurva fungsi dengan Gnu Plot
2. Perkiraan nilai x0

Hasil percobaan :

1. Tabel hasil iterasi, xi, f(xi)
2. Pengamatan terhadap parameter
   a. Toleransi error(e) terhadap jumlah iterasi (N)

Toleransi Error (e)	Jumlah Iterasi (N)
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	

   b. Perubahan nilai awal x0 terhadap iterasi (N)

X0	Iterasi
0	
0.25	
0.75	
0.55	

Buatlah kesimpulan dari jawaban 2a dan 2b, kemudian gambarkan grafiknya

Modul 6 : Penyelesaian Persamaan Non LinierMetode Secant Dengan Modifikasi Tabel

Tujuan :

Mempelajari metode Secant dengan modifikasi tabel untuk penyelesaian persamaan non linier

Dasar Teori :

Metode secant merupakan perbaikan dari metode regula-falsi dan newton raphson dimana kemiringan dua titik dinyatakan sacara diskrit, dengan mengambil bentuk garis lurus yang melalui satu titik.

$y - y_0 = m(x - x_0)$ atau , dimana m diperoleh dari $m_n = \dfrac{F(x_n) - F(x_{n-1})}{x_n - x_{n-1}}$

Bila $y = F(x)$, n_y dan x_n diketahui maka titik ke n+1 adalah :

$$y_{n+1} - y_n = m_n(x_{n+1} - x_n)$$

Bila titik x_{n+1} dianggap akar persamaan maka :

$$-y_n = m_n(x^{n+1} - x_n)$$

Y_{n+1}= 0 sehingga diperoleh : $\dfrac{m_n x_n - y_n}{m_n} = x_{n+1}$

$$x_{n+1} = x_n - y_n . \frac{1}{m_n}$$

atau:

$$x_{n+1} = x_n - y_n \frac{x_n - x_{n+1}}{y_n - y_{n+1}}$$

Persamaan ini yang menjadi dasar pada proses pendekatan dimana nilai pendekatannya adalah : $\delta_n = -y_n \dfrac{x_n - x_{n+1}}{y_n - y_{n-1}}$

Sehingga untuk menggunakan metode secant diperlukan dua titik pendekatan x_0 dan x_1. Kedua titik pendekatan ini diambil pada titik-titik yang dekat agar konvergensinya dapat dijamin.

Algoritma Metode Secant :

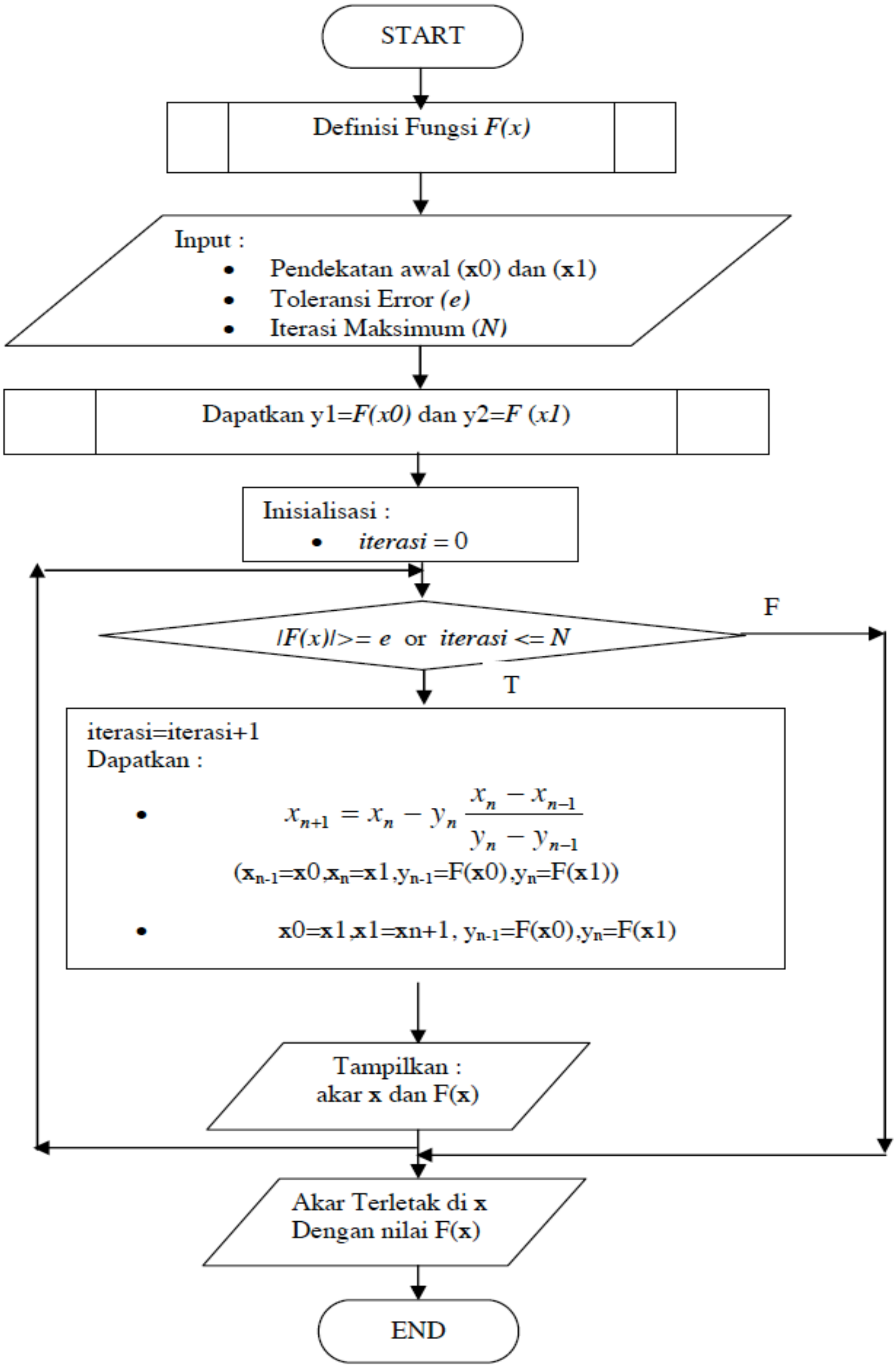
1. Definisikan fungsi $F(x)$
2. Ambil range nilai $x = [a,b]$ dengan jumlah pembagi p
3. Masukkan toleransi *error* (e) dan masukkan iterasi n
4. Gunakan algoritma tabel diperoleh titik pendekatan awal x_0 dan x_1 untuk setiap range yang diperkirakan terdapat akar dari :

   $F(x_k) * F(x_{k+1}) < 0$, maka $x_0 = x_k$ dan $x_1 = x_0 + \dfrac{(b-a)}{p}$. Sebaiknya gunakan metode tabel atau grafis untuk menjamin titik pendekatannya adalah titik pendekatan yang konvergensinya pada akar persamaan yang diharapkan.
5. Hitung $F(x_0)$ dan $F(x_1)$ sebagai y_0 dan y_1

6. Untuk iterasi $I = 1$ s/d n atau $|F(x_i)| \geq e$

$$x_{i+1} = x_i - y_i \frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}, \text{ Hitung } y_{i+1} = F(x_{i+1})$$

7. Akar persamaan adalah nilai x yang terakhir.



Gambar 9. Flowchart Metode Secant

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode newton raphson dengan modifikasi tabel untuk menyelesaikan persamaan non linier, sebagai berikut :

1. Judul : METODE SECANT DENGAN MODIFIKASI TABEL
2. Dasar teori dari metode Secant Dengan Modifikasi Tabel
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan persoalan dari persamaan non linier dengan fungsi sebagai berikut :
   $F(x) = x * e^{-x} + \cos(2 * x)$
2. Pengamatan awal
   a. Gunakan Gnu Plot untuk mendapatkan kurva fungsi persamaan.
   b. Amati perpotongan kurva fungsi dengan sumbu *x*, itu adalah nilai akar yang dicari, dapat lebih dari satu.
   c. Tambahkan input untuk metode tabel : batas bawah (=*a*), batas atas(=*b*), jumlah pembagi(=*p*)
3. Penulisan hasil
   a. Dapatkan semua nilai akar xi pada setiap range yang ditemukan ada akar $(f(x_i) * f(x_{i+1}) < 0)$
   b. Pada setiap range yang ditemukan ada akar hitunglah x_i tiap iterasi dengan memasukkan nilai x_i sebelumnya pada :
   $$x_{i+1} = x_i - y_i \frac{x_i - x_{i-1}}{y_i - y_{i-1}}$$
   c. Kemudian dapatkan nilai $f(x_{i+1})$.
   d. Akhir iterasi ditentukan sampai dengan 10 iterasi atau jika nilai $|f(x_i)| < e$
4. Pengamatan terhadap hasil dengan macam-macam parameter input
   a. Nilai *error* (*e*) akar ditentukan = 0.0001 sebagai pembatas iterasi nilai $f(x)$
   b. Jumlah iterasi maksimum
   c. Bandingkan antara 3a dan 3b terhadap hasil yang diperoleh
   d. Pengubahan nilai x_0

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE SECANT DENGAN MODIFIKASI TABEL

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Pengamatan awal
1. Gambar kurva fungsi dengan Gnu Plot
2. Perkiraan nilai x0

Hasil percobaan :
1. Tabel hasil iterasi, xi, f(xi)
1. Pengamatan terhadap parameter
   a. Toleransi error(e) terhadap jumlah iterasi (N)

Toleransi Error (e)	Jumlah Iterasi (N)
0.1	
0.01	
0.001	
0.0001	

   b. Perubahan nilai awal x0 terhadap iterasi (N)

X0	Iterasi
0	
0.25	
0.75	
0.55	

Buatlah kesimpulan dari jawaban 2a dan 2b, kemudian gambarkan grafiknya

Modul 7: Penyelesaian Persamaan Linier Simultan Metode Eliminasi Gauss

Tujuan :

Mempelajari metode Eliminasi Gauss untuk penyelesaian persamaan linier simultan

Dasar Teori :

Metode Eliminasi Gauss merupakan metode yang dikembangkan dari metode eliminasi, yaitu menghilangkan atau mengurangi jumlah variable sehingga dapat diperoleh nilai dari suatu variable bebas. Cara eliminasi ini sudah banyak dikenal. Untuk menggunakan metode eliminasi Gauss ini, terlebih dahulu bentuk matrik diubah menjadi augmented matrik sebagai berikut :

$$\left[\begin{array}{cccc|c} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} & b_2 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} & b_n \end{array}\right]$$

Metode eliminasi gauss, adalah suatu metode dimana bentuk matrik di atas, pada biagan kiri diubah menjadi matrik segitiga atas atau segitiga bawah dengan menggunakan OBE (Operasi Baris Elementer).

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & \dots & c_{1n} & d_1 \\ 0 & c_{22} & c_{23} & \dots & c_{2n} & d_2 \\ 0 & 0 & c_{33} & \dots & c_{3n} & d_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & c_{nn} & d_n \end{bmatrix}$$

Sehingga penyelesaian dapat diperoleh dengan:

$$x_n = \frac{d_n}{c_{nn}}$$

$$x_{n-1} = \frac{1}{c_{n-1,n-1}}\left(-c_{n-1,n}x_n + d_{n-1}\right)$$

....

$$x_2 = \frac{1}{c_{22}}\left(d_2 - c_{23}x_3 - c_{24}x_4 - \dots - c_{2n}x_n\right)$$

$$x_1 = \frac{1}{c_{11}}\left(d_1 - c_{12}x_2 - c_{13}x3 - \dots - c_{1n}x_n\right)$$

Operasi Baris Elementer (OBE) merupakan suatu operasional pengubahan nilai elemen matrik berdasarkan barisnya, tanpa mengubah matriknya. OBE pada baris ke-$i+k$ dengan dasar baris ke i dapat dituliskan dengan :

$$a_{i+k,j} = a_{i+k,j} - c.a_{i,j}$$

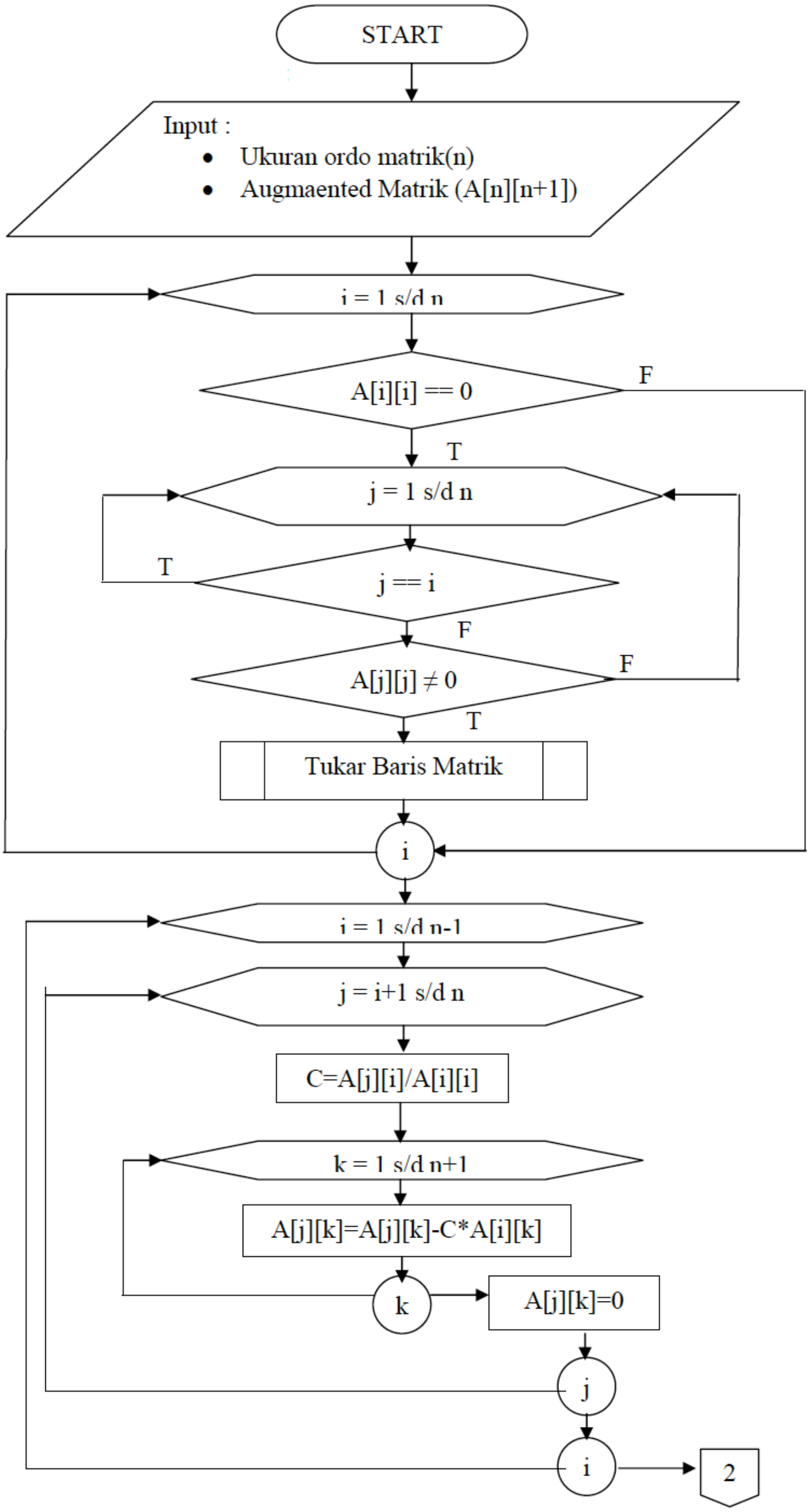
dimana c adalah konstanta pengali yang diambil dari perbandingan nilai dari elemen $a_{i,i}$ dan $a_{i+k,i}$

Algoritma Metode Eliminasi Gauss adalah sebagai berikut:

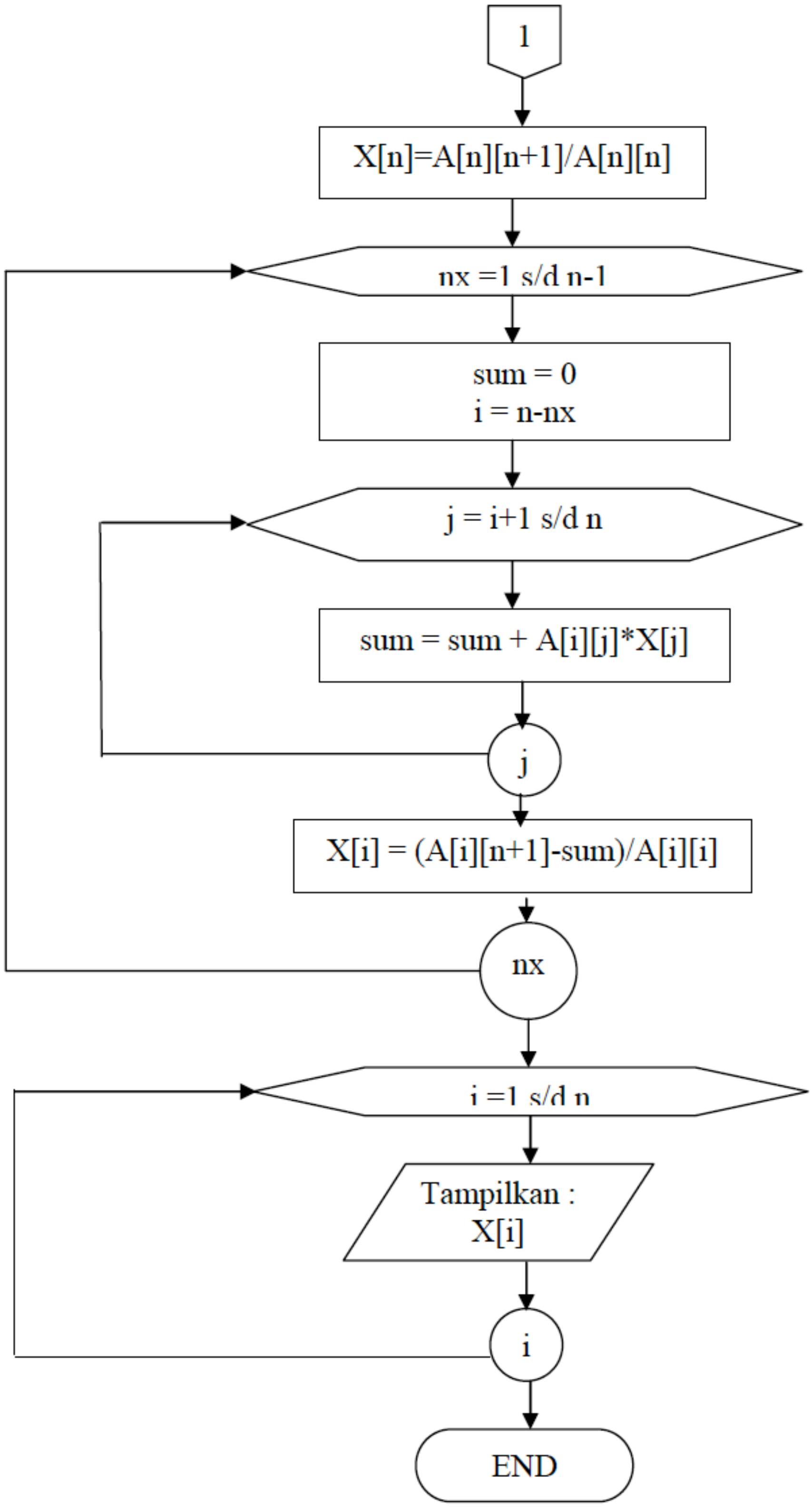
1) Masukkan matrik A, dan vektor B beserta ukurannya n
2) Buat augmented matrik [A|B] namakan dengan A
3) Untuk baris ke i dimana i=1 s/d n, perhatikan apakah nilai $a_{i,i}$ sama dengan nol :
   Bila ya :
   pertukarkan baris ke i dan baris ke i+k ≤ n, dimana $a_{i+k,i}$ tidak sama dengan nol, bila tidak ada berarti perhitungan tidak bisa dilanjutkan dan proses dihentikan dengan tanpa penyelesaian.
   Bila tidak : lanjutkan
1) Untuk baris ke j, dimana $j = i+1$ s/d n
   Lakukan operasi baris elementer:
   - Hitung: $c = \dfrac{a_{j,i}}{a_{i,i}}$
   - Untuk kolom k dimana k=1 s/d n+1
     hitung $a_{j,k} = a_{j,k} - c.a_{i,k}$
2) Hitung akar, untuk $i = n$ s/d 1 (bergerak dari baris ke n sampai baris pertama)

   $$x_i = \frac{1}{a_{i,i}}\left(b_i - a_{i,i+1}x_{i+1} - a_{i,i+2}x_{i+2} - \ldots - a_{i,n}x_n\right)$$

   dimana nilai i+k ≤ n



Gambar 10. Flowchart Eliminasi Gauss



Gambar 1. Lanjutan Flowchart Eliminasi Gauss

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Eliminasi Gauss untuk menyelesaikan persamaan linier simultan, sebagai berikut :

1. Judul : METODE ELIMINASI GAUSS
2. Dasar teori dari metode Eliminasi Gauss
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1) Selesaikan sistem persamaan linier berikut :

   $x_1 + x_2 + x_3 = 6$

   $x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$

   $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$

2) Implementasikan algoritma dan flowchart yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan

3) Jalankan program, kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan prosedur no 1.

4) Lakukan penukaran baris matrik persamaan linier simultan : baris II dengan baris III pada matrik awal yang diketahui. Jalankan program kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan dari matrik yang telah ditukar barisnya.

5) Apa pengaruh dari penukaran baris pada matrik prosedur 4.

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE ELIMINASI GAUSS

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Augmented matrik asal :
2. Augmented matrik akhir (matrik segitiga atas) :
3. Penyelesaian persamaan linier simultan :
   - x1 = ….
   - x2 = ….
   - x3 = ….
4. Augmented matrik asal yang ditukar baris kedua dengan baris ketiga :
5. Penyelesaian persamaan linier simultan :
   - x1 = ….
   - x2 = ….
   - x3 = ….

Apa pengaruh dari pertukaran baris matrik persamaan linier simultan

Modul 8: Penyelesaian Persamaan Linier Simultan Metode Eliminasi Gauss Jordan

Tujuan :

Mempelajari metode Eliminasi Gauss Jordan untuk penyelesaian persamaan linier simultan

Dasar Teori :

Metode ini merupakan pengembangan metode eliminasi Gauss, hanya saja augmented matrik, pada sebelah kiri diubah menjadi matrik diagonal sebagai berikut:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & \dots & a_{3n} & b_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & d_1 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & d_3 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & d_n \end{bmatrix}$$

Penyelesaian dari persamaan linier simultan di atas adalah nilai d_1, d_2, d_3, …, d_n dan atau:

$$x_1 = d_1, x_2 = d_2, x_3 = d_3, \dots, x_n = d_n$$

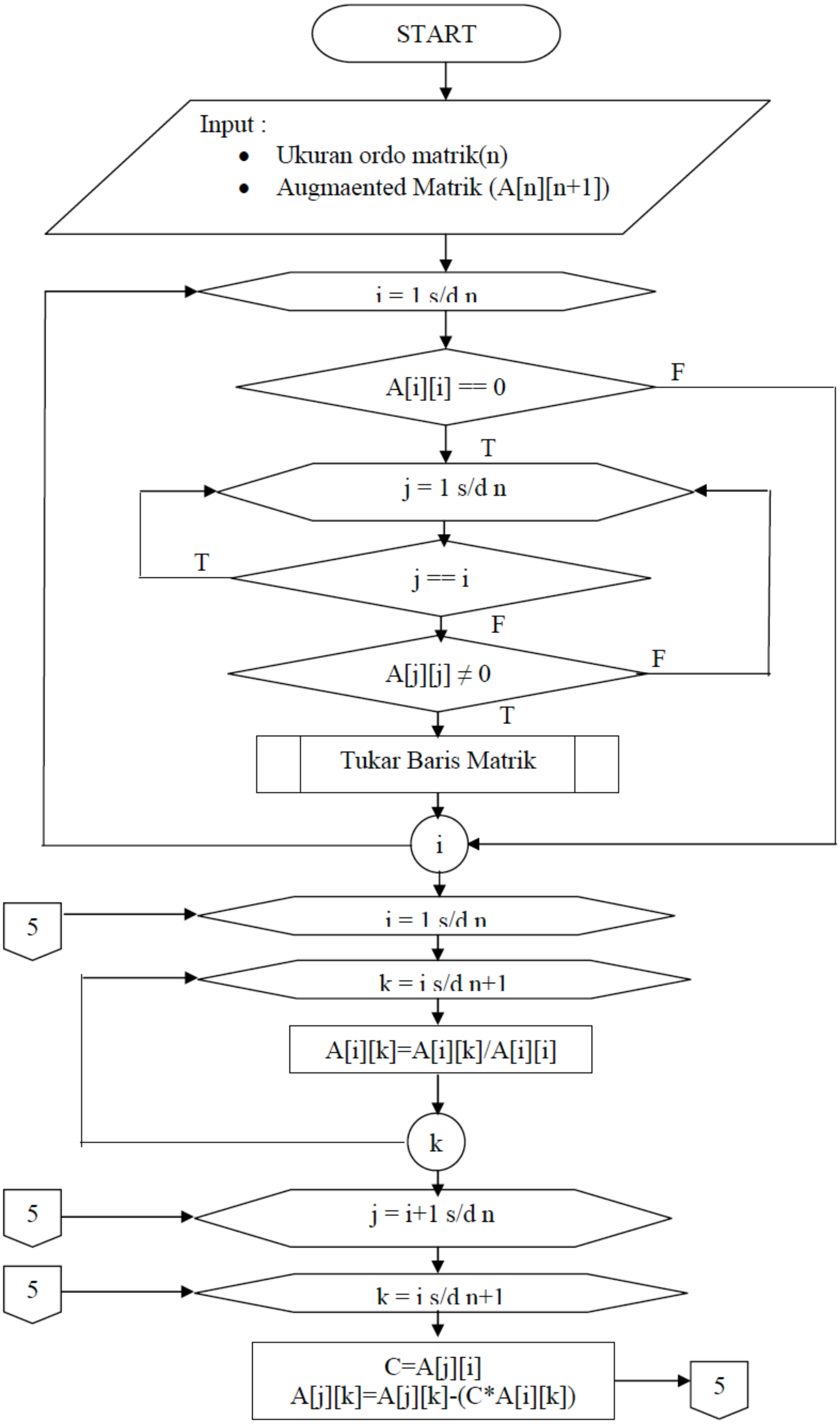
Teknik yang digunakan dalam metode eliminasi Gauss-Jordan ini sama seperti metode eliminasi Gauss yaitu menggunakan OBE (Operasi Baris Elementer). Hanya perhitungan penyelesaian secara langsung diperoleh dari nilai pada kolom terakhir dari setiap baris.

Algoritma Metode Eliminasi Gauss-Jordan adalah sebagai berikut:

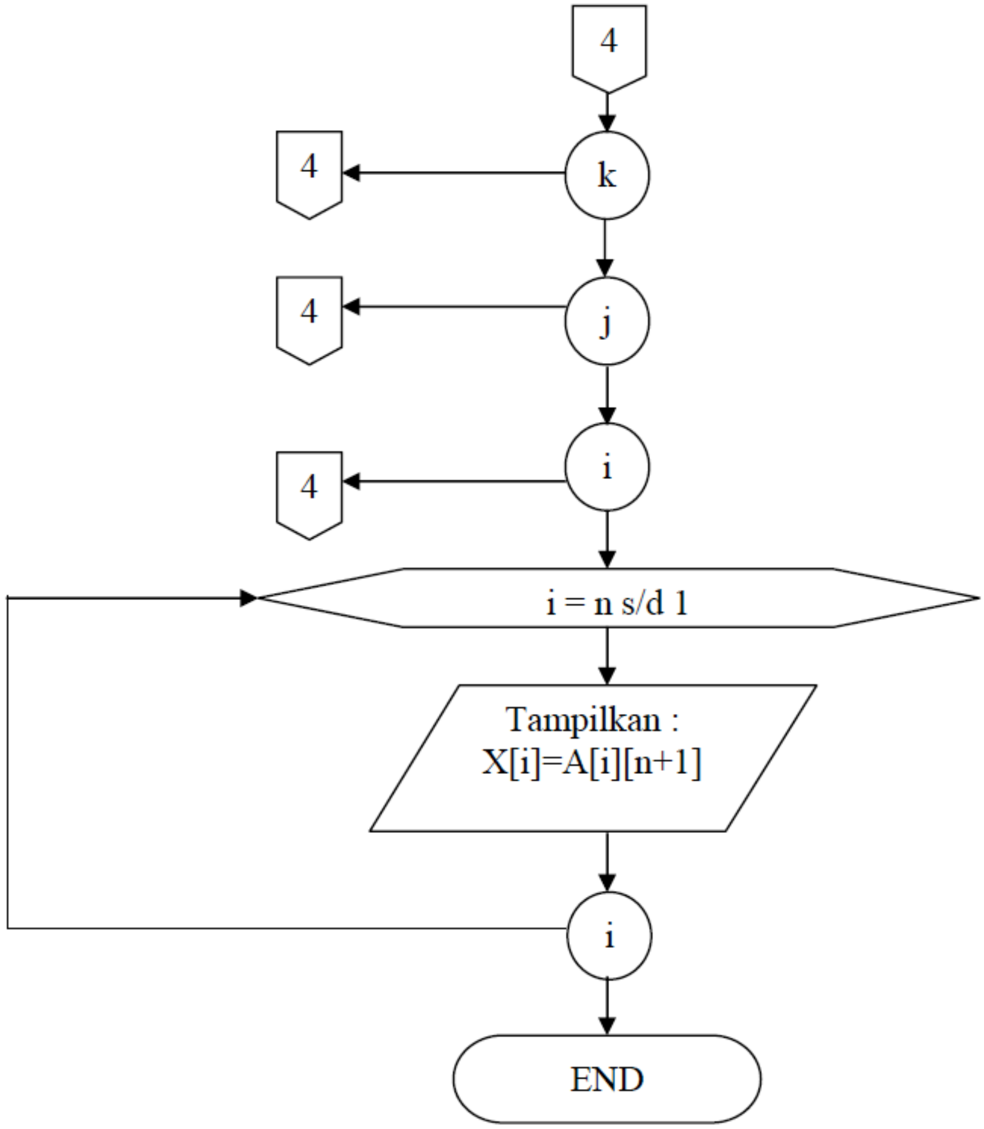
1. Masukkan matrik A, dan vektor B beserta ukurannya *n*
2. Buat augmented matrik [A|B] namakan dengan A
3. Untuk baris ke i dimana i=1 s/d *n*
   a) Perhatikan apakah nilai *ai,i* sama dengan nol :
      Bila ya :
      pertukarkan baris ke i dan baris ke i+k ≤ *n*, dimana $a_{i+k,i}$ tidak sama dengan nol, bila tidak ada berarti perhitungan tidak bisa dilanjutkan dan proses dihentikan dengan tanpa penyelesaian.
   Bila tidak : lanjutkan
   b) Jadikan nilai diagonalnya menjadi satu, dengan cara untuk setiap kolom k dimana k=1 s/d *n*+1, hitung : $a_{i,k} = \dfrac{a_{i,k}}{a_{i,i}}$

1. Untuk baris ke j, dimana j = i+1 s/d *n*
   Lakukan operasi baris elementer: untuk kolom k dimana k=1 s/d *n*
   Hitung $c = a_{j,i}$
   Hitung $a_{j,k} = a_{j,k} - c.a_{i,k}$

2. Penyelesaian, untuk i = n s/d 1 (bergerak dari baris ke n sampai baris pertama)
   $x_i = a_{i,n+1}$



Gambar 12. Flowchart Metode Eliminasi Gauss Jordan



Gambar 13. Lanjutan Flowchart Metode Eliminasi Gauss Jordan

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Eliminasi Gauss Jordan untuk menyelesaikan persamaan linier simultan, sebagai berikut :

1. Judul : METODE ELIMINASI GAUSS JORDAN
2. Dasar teori dari metode Eliminasi Gauss Jordan
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Selesaikan sistem persamaan linier berikut :

   $x_1 + x_2 + x_3 = 6$

   $x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$

   $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$

2. Implementasikan algoritma dan flowchart yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3. Jalankan program, kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan prosedur no 1.
4. Lakukan penukaran baris matrik persamaan linier simultan : baris II dengan baris III pada matrik awal yang diketahui. Jalankan program kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan dari matrik yang telah ditukar barisnya.
5. Apa pengaruh dari penukaran baris pada matrik prosedur 4.

FORM LAPORAN AKHIR
Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE ELIMINASI GAUSS JORDAN

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Augmented matrik asal :
2. Augmented matrik akhir (matrik diagonal) :
3. Penyelesaian persamaan linier simultan :
   - x1 = ….
   - x2 = ….
   - x3 = ….
4. Augmented matrik asal yang ditukar baris kedua dengan baris ketiga :
5. Penyelesaian persamaan linier simultan :
   - x1 = ….
   - x2 = ….
   - x3 = ….

Apa pengaruh dari pertukaran baris matrik persamaan linier simultan

Modul 9: Penyelesaian Persamaan Linier Simultan Metode Eliminasi Gauss Seidel

Tujuan :

Mempelajari metode Eliminasi Gauss Seidel untuk penyelesaian persamaan linier simultan

Dasar Teori :

Metode interasi Gauss-Seidel adalah metode yang menggunakan proses iterasi hingga diperoleh nilai-nilai yang berubah. Bila diketahui persamaan linier simultan:

$$\begin{array}{ccccccccccccccc}
a_{11} & x_1 & + & a_{12} & x_2 & + & a_{13} & x_3 & + & \ldots & + & a_{1n} & x_n & = & b_1 \\
a_{21} & x_1 & + & a_{22} & x_2 & + & a_{23} & x_3 & + & \ldots & + & a_{2n} & x_n & = & b_2 \\
a_{31} & x_1 & + & a_{32} & x_2 & + & a_{33} & x_3 & + & \ldots & + & a_{3n} & x_n & = & b_3 \\
\ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\
a_{n1} & x_1 & + & a_{n2} & x_2 & + & a_{n3} & x_3 & + & \ldots & + & a_{nn} & x_n & = & b_n
\end{array}$$

Berikan nilai awal dari setiap x_i (i = 1 … n) kemudian persamaan linier simultan di atas dituliskan menjadi:

$$x_1 = \frac{1}{a_{11}}\left(b_1 - a_{12}x_2 - a_{13}x_3 - \ldots . - a_{1n}x_n\right)$$

$$x_2 = \frac{1}{a_{2^2}}\left(b_2 - a_{21}x_1 - a_{23}x_3 - \ldots . - a_{2n}x_n\right)$$

....

$$x_n = \frac{1}{a_{nn}}\left(b_n - a_{n1}x_1 - a_{n2}x_2 - \ldots . - a_{nn-1}x_{n-1}\right)$$

Dengan menghitung nilai-nilai x_i (i = 1 … n) menggunakan persamaan-persamaan di atas secara terus-menerus hingga nilai untuk setiap x_i (i = 1 … n) sudah sama dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya maka diperoleh penyelesaian dari persamaan linier simultan tersebut. Atau dengan kata lain proses iterasi dihentikan bila selisih nilai x_i (i =1 … n) dengan nilai x_i pada iterasi sebelumnya kurang dari nilai tolerasi *error* yang ditentukan.

Perhatian:
Dalam menyusun sistem persamaan linier ketika menggunakan metode iterasi Gauss-Seidel harus benar-benar teliti. Perhatikan setiap koefisien dari masing-masing x_i pada semua persamaan di diagonal utama (a_{ii}). Letakkan nilai-nilai terbesar dari koefisien untuk setiap x_i pada diagonal utama. Masalah ini adalah '**masalah pivoting**' yang harus benarbenar diperhatikan, karena penyusun yang salah akan menyebabkan iterasi menjadi divergen dan tidak diperoleh hasil yang benar.

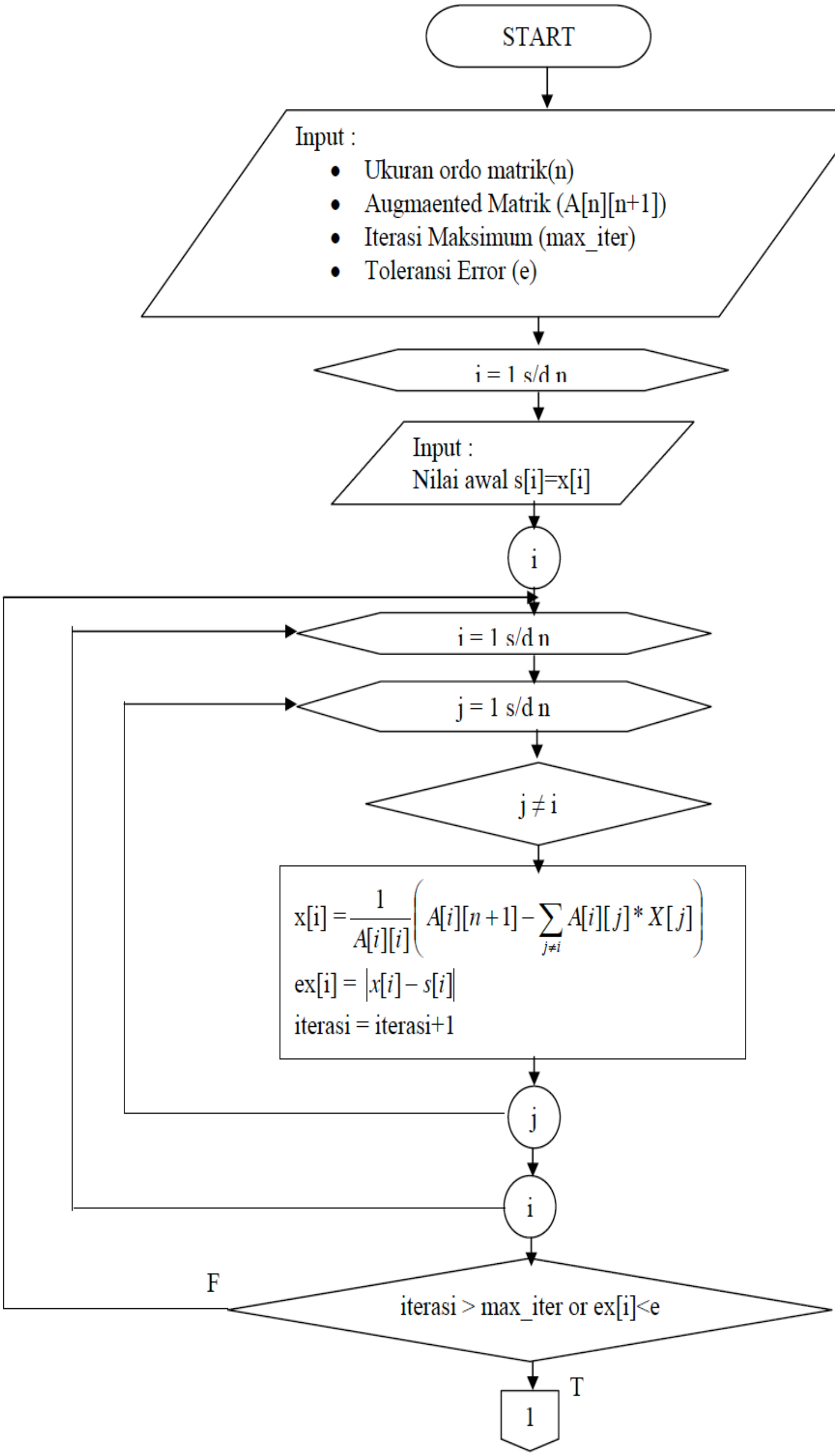
Algoritma Metode Iterasi Gauss-Seidel adalah sebagai berikut:

1. Masukkan matrik **A**, dan vektor **B** beserta ukurannya *n*
2. Tentukan batas maksimum iterasi *max_iter*
3. Tentukan toleransi *error* ε
4. Tentukan nilai awal dari x_i, untuk i =1 … *n*
5. Simpan x_i dalam s_i, untuk i =1 … *n*
6. Untuk i = 1 … *n* hitung :

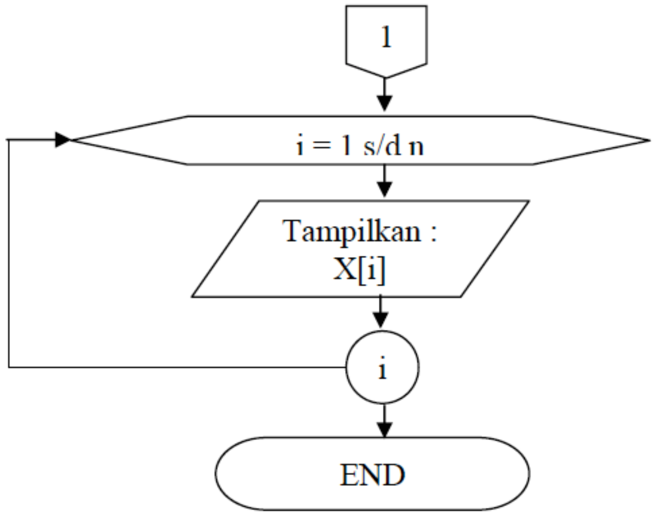
   $$x_i = \frac{1}{a_{i,i}}\left(b_i - \sum_{j \neq i} a_{i,j} x_j\right)$$

   $$e_i = \left|x_i - s_i\right|$$

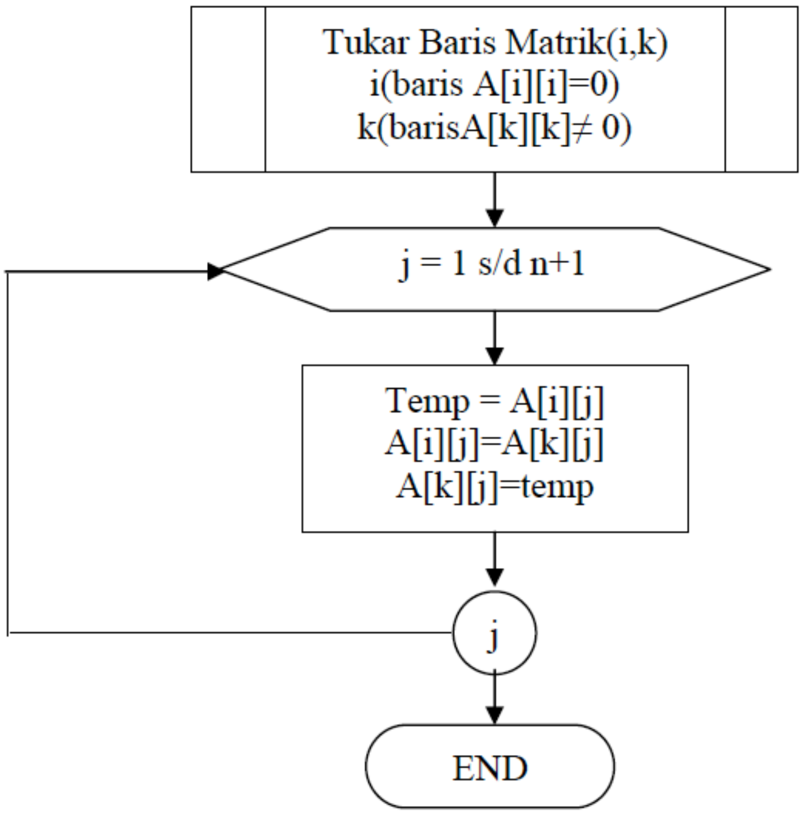
7. Iterasi ← iterasi+1
8. Bila iterasi lebih dari *max_iter* atau tidak terdapat $e_i < \varepsilon$ untuk i =1 … *n* maka proses dihentikan dari penyelesaiannya adalah x_i untuk i =1 … *n*. Bila tidak maka ulangi langkah (5)



Gambar 14. Flowchart Metode Gauss Seidel



Gambar 15. Lanjutan Flowchart Metode Gauss Seidel



Gambar 16. Flowchart Prosedur Tukar

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Eliminasi Gauss Seidel untuk menyelesaikan persamaan linier simultan, sebagai berikut :

1. Judul : METODE ELIMINASI GAUSS SEIDEL
2. Dasar teori dari metode Eliminasi Gauss Seidel
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Selesaikan sistem persamaan linier berikut :
   $x_1 + x_2 + x_3 = 6$
   $x_1 + 2x_2 - x_3 = 2$
   $2x_1 + x_2 + 2x_3 = 10$
2. Implementasikan algoritma dan flowchart yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3. Jalankan program dengan memasukkan berbagai macam nilai awal, kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan prosedur no 1 untuk semua hasil yang telah dicoba.
4. Lakukan penukaran baris matrik persamaan linier simultan : baris II dengan baris III pada matrik awal yang diketahui. Jalankan program kemudian tampilkan, tuliskan augmented matrik dan hasil akhir penyelesaian persamaan linier simultan dari matrik yang telah ditukar barisnya. Lakukan hal yang sama dengan menukar kolom matrik I dengan matrik II.
5. Apa pengaruh dari masing-masing penukaran baris dan penukaran kolom pada matrik prosedur 4.

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE ELIMINASI GAUSS SEIDEL

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Augmented matrik asal :
2. Percobaan dilakukan dengan : MAX_ITER=___ dan e=____
3. Untuk nilai awal = (___,___,___)

n	x1(n)	x2(n)	x3(n)	e

Dilakukan minimal 4 kali dengan 4 nilai awal yang berbeda

4. Penyelesaian akhir persamaan linier simultan :
   - x1 = ….
   - x2 = ….
   - x3 = ….
5. Ulangi langkah 2 s/d 4 untuk matrik penukaran baris, kemudian lakukan untuk matrik penukaran kolom

Apa pengaruh dari :

- Penentuan nilai awal tiap variabel bebas dengan jumlah iterasi akhir
- Penentuan nilai error dengan jumlah iterasi akhir
- Penukaran baris matrik persamaan linier simultan
- Penukaran kolom matrik persamaan linier simultan

Modul 10 : Differensiasi Numerik Selisih Maju

Tujuan :

Mempelajari metode Selisih Maju untuk penyelesaian diferensiasi numerik

Dasar Teori :

Metode selisih maju merupakan metode yang mengadopsi secara langsung definisi diferensial, dan dituliskan :

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Pengambilan h diharapkan pada nilai yang kecil agar *error*nya kecil, karena metode ini mempunyai *error* sebesar :

$$E(f) = -\frac{1}{2} h f^{11}(x)$$

Algoritma Selisih Maju adalah sebagai berikut:

1. Definisikan fungsi $f(x)$ yang akan dicari nilai turunannya
2. Definisikan fungsi turunan f'eksak(x) sebenarnya
3. Masukkan nilai pendekatan awal : batas bawah a, batas atas b, dan nilai step h (Untuk x=a sampai dengan b hitung :
   $$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$
4. Tampilkan nilai x, $f(x)$, f'(x) dan f'eksak(x)

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Selisih Maju untuk menyelesaikan diferensiasi numerik, sebagai berikut :

1. Judul : METODE SELISIH MAJU
2. Dasar teori dari metode Selisih Maju
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan suatu fungsi yang akan dicari nilai diferensialnya :
   $$f(x) = e^{-x}\sin(2x) + 1$$
2. Implementasikan algoritma yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3. Jalankan program, dengan memasukkan berbagai macam nilai h dan tulislah semua hasil yang telah dicoba (h=0.1|0.01|0.001|0.0001)
4. Hitung pula nilai error dari selisih nilai fungsi turunan eksak dan nilai fungsi

turunan selisih maju, diakhir iterasi dapatkan rata-rata errornya

5. Apa pengaruh besar kecilnya nilai *h* terhadap nilai rata-rata error no.4

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE SELISIH MAJU

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Range batas bawah dan batas atas = [___,____]
2. Interval h =______

(Dilakukan minimal 4 kali)

n	f(x)	f'(x)	f'eksak(x)	error

Rata-rata error=_____

Apa pengaruh besar kecilnya nilai h terhadap nilai rata-rata error

Modul 11: Differensiasi Numerik Selisih Tengahan

Tujuan :

Mempelajari metode Selisih Tengahan untuk penyelesaian differensiasi numerik

Dasar Teori :

Metode selisih tengahan merupakan metode pengambilan perubahan dari duatitik sekitar dari titik yang diukur. Perhatikan selisih maju pada titik *x-h* adalah :

$$f_1^1(x-h) = \frac{f(x) - f(x-h)}{h}$$

Dan selisih maju pada titik *x* adalah :

$$f_2^1(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

Metode selisih tengahan merupakan rata-rata dari dua selisih maju :

$$\mathrm{f}^1(\mathrm{x}) = \frac{f_1^1(x) + f_2^{1(x)}}{2}$$

Atau dituliskan :

$$\mathrm{f}^1(\mathrm{x}) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

Kesalahan pada metode ini adalah :

$$\mathrm{E(f)} = -\frac{h^2}{6} f^{111}(\eta)$$

Algoritma Selisih Tengahan adalah sebagai berikut:

1. Definisikan fungsi *f*(*x*) yang akan dicari nilai turunannya
2. Definisikan fungsi turunan *f'*eksak(*x*) sebenarnya
3. Masukkan nilai pendekatan awal : batas bawah *a*, batas atas *b*, dan nilai step *h*
4. Untuk *x*=*a* sampai dengan *b* hitung :

$$\mathrm{f}'(\mathrm{x}) = \frac{f(x+h) - f(x-h)}{2h}$$

5. Tampilkan nilai *x*, *f*(*x*), *f'*(*x*) dan *f'*eksak(*x*)

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Selisih Maju untuk menyelesaikan diferensiasi numerik, sebagai berikut :

1. Judul : METODE SELISIH TENGAHAN
2. Dasar teori dari metode Selisih Tengahan

3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan suatu fungsi yang akan dicari nilai diferensialnya :
   $f(x) = e^{-x}\sin(2x)+1$
2. Implementasikan algoritma yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3. Jalankan program, dengan memasukkan berbagai macam nilai h dan tulislah semua hasil yang telah dicoba (h=0.1 | 0.01 | 0.001 | 0.0001)
4. Hitung pula nilai error dari selisih nilai fungsi turunan eksak dan nilai fungsi turunan selisih maju, diakhir iterasi dapatkan rata-rata errornya
5. Apa pengaruh besar kecilnya nilai h terhadap nilai rata-rata error no.4

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE SELISIH TENGAHAN

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Range batas bawah dan batas atas = [___,____]
2. Interval h =______

(Dilakukan minimal 4 kali)

n	f(x)	f'(x)	f'eksak(x)	error

Rata-rata error=______

Apa pengaruh besar kecilnya nilai h terhadap nilai rata-rata error

Modul 12: Diferensiasi Numerik Diferensial Tingkat Tinggi

Tujuan :

Mempelajari metode Selisih Tengahan untuk penyelesaian differensiasi tingkat tinggi

Dasar Teori :

Differensiasi tingkat tinggi merupakan proses pendefferensialan secara terusmenerus, hingga tingkatan yang ditentukan.

1. Diferensial tingkat 2 adalah :
$$f''(x) = f'\{f'(x)\}$$
2. Diferensial tingkat 3 adalah :
$$f^{(3)}(x) = f'\{f''(x)\}$$
3. Diferensial tingkat n adalah :
$$f^{(n)}(x) = f^{1}\{f^{n-1}(x)\}$$

Dapat dituliskan :

$$\frac{d^n f}{dx^n} = \frac{d}{dx}\left\{\frac{d^{n-1} f}{dx^{n-1}}\right\}$$

Untuk menghitung diferensial tingkat tinggi ini dapat digunakan metode diferensiasi yang merupakan pengembangan metode selisih tengahan yaitu :
Diferensiasi tingkat 2

$$f''(x) = \frac{f(x-2h) - 2f(x) + f(x+2h)}{4h^2}$$

Untuk menghitung diferensial tingkat 2 ini maka diambil h yang kecil, karena *error* dari metode ini :

$$\mathrm{E}(f) = -\frac{h^2}{12} f^{(4)}(\eta)$$

Algoritma Selisih Tengahan untuk Differensiasi Tingkat Dua adalah sebagai berikut:

1. Definisikan fungsi $f(x)$ yang akan dicari nilai turunannya
2. Definisikan fungsi turunan f'eksak(x) sebenarnya
3. Masukkan nilai pendekatan awal : batas bawah a, batas atas b, dan nilai step h
4. Untuk x=a sampai dengan b hitung :
$$\mathrm{f}''(\mathrm{x}) = f''(x) = \frac{f(x-2h) - 2f(x) + f(x+2h)}{4h^2}$$
5. Tampilkan nilai x, $f(x)$, $f'(x)$ dan f'eksak(x)

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Selisih Maju untuk menyelesaikan diferensiasi numerik, sebagai berikut :

1. Judul : DIFERENSIASI TINGKAT DUA DENGAN METODE SELISIH TENGAHAN
2. Dasar teori dari metode Selisih Tengahan
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1. Didefinisikan suatu fungsi yang akan dicari nilai diferensialnya :
   $f(x) = e^{-x}\sin(2x) + 1$
2. Implementasikan algoritma yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3. Jalankan program, dengan memasukkan berbagai macam nilai h dan tulislah semua hasil yang telah dicoba (h=0.1 | 0.01 | 0.001 | 0.0001)
4. Hitung pula nilai error dari selisih nilai fungsi turunan eksak dan nilai fungsi turunan selisih maju, diakhir iterasi dapatkan rata-rata errornya
5. Apa pengaruh besar kecilnya nilai h terhadap nilai rata-rata error no.4

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : DIFFERENSIASI TINGKAT DUA DENGAN METODE SELISIH TENGAHAN

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Range batas bawah dan batas atas = [____,_____]
2. Interval h =_______

(Dilakukan minimal 4 kali)

n	f(x)	f'(x)	f'eksak(x)	error

Rata-rata error=______

Apa pengaruh besar kecilnya nilai h terhadap nilai rata-rata error

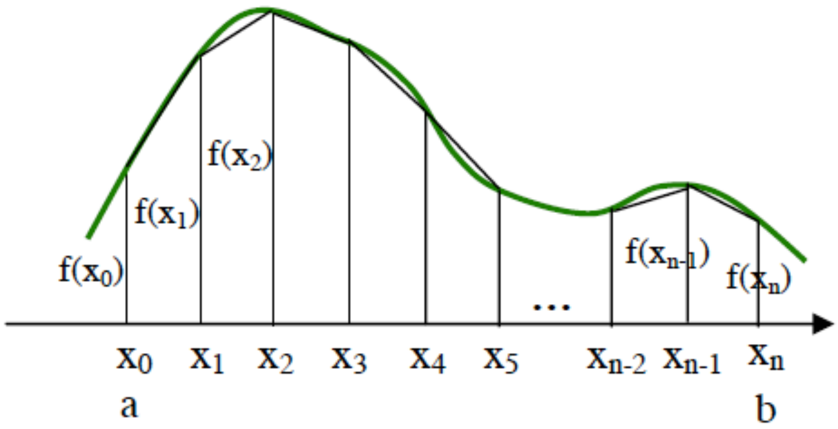
Modul 13 : Integrasi Numerik Metode Trapezoida

Tujuan :

Mempelajari metode Trapezoida untuk penyelesaian integrasi numerik

Dasar Teori :

Pada metode integral Reimann setiap daerah bagian dinyatakan sebagai empat persegi panjang dengan tinggi $f(x_i)$ dan lebar Δx_i .Pada metode trapezoida ini setiap bagian dinyatakan sebagai trapezium seperti pada Gambar 17 :



Gambar 17. Pembagian Kurva Menjadi Sejumlah Trapesium

Luas trapezium ke-i (L_i) adalah :

$$L_i = \frac{1}{2}\left(f(x_i) + f(x_{i+1})\right).\Delta x_i$$

atau

$$L_i = \frac{1}{2}\left(f_i + f_{i+1}\right).\Delta x_i$$

Dan luas keseluruhan dihitung dengan menjumlahkan luas dari semua bagian trapezium.

$$L = \sum_{i=0}^{n-1} L_i$$

sehingga diperoleh :

$$L = \sum_{i=0}^{n-1} \frac{1}{2} h\left(f_i + f_{i+1}\right) = \frac{h}{2}\left(f_0 + 2f_1 + 2f_2 + ... + 2f_{n-1} + f_n\right)$$

Algoritma Metode Integrasi Trapezoida adalah:

1. Definisikan $y=f(x)$
2. Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
3. Tentukan jumlah pembagi n
4. Hitung $h=(b-a)/n$

5. Hitung :

$$L = \frac{h}{2}\left(f_0 + 2\sum_{i=1}^{n-1} f_i + f_n \right)$$

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Trapezoida untuk menyelesaikan integrasi numerik, sebagai berikut :

1. Judul : METODE TRAPEZOIDA
2. Dasar teori dari metode Intergral Trapezoida
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1) Didefinisikan suatu fungsi yang akan dicari nilai integralnya :

   $f(x) = x^2$
2) Implementasikan algoritma yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3) Jalankan program, dengan memasukkan berbagai macam nilai jumlah pembagi area (=Σ*bilah*,=*N*), dan tuliskan semua hasil yang telah dicoba (ambil *N*=10, 20, 50, 100, 500 dan 1000)
4) Hitung pula nilai *error* dari selisih luasan eksak dan luasan dengan metode integral trapezoida
5) Apa pengaruh besal kecilnya nilai *N* terhadap error yang dihasilkan

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE TRAPEZOIDA

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Range batas bawah dan batas atas = [____ , _____]
2. Jumlah pembagi area N (=Σbilah) =_______
3. Nilai L luasan dengan Metode Trapezoida = ______
4. Nilai L luasan eksak (kalkulus) = _____
5. Nilai e error = _______

No 1 s/d 5 diulangi untuk N=10, 20, 50, 100, 500 dan 1000

Apa pengaruh besal kecilnya nilai N pada error yang dihasilkan :

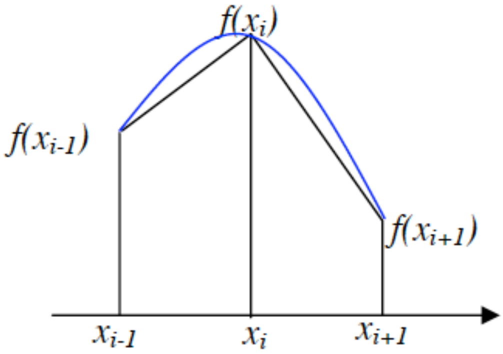
Modul 14: Integrasi Numerik Metode Simpson

Tujuan :

Mempelajari metode Simpson untuk penyelesaian integrasi numerik

Dasar Teori :

Metode integrasi Simpson merupakan pengembangan metode integrasi trapezoida, hanya saja daerah pembaginya bukan berupa trapesium tetapi berupa dua buah trapesium dengan menggunakan pembobot berat di titik tengahnya seperti telihat pada Gambar 18. Atau dengan kata lain metode ini adalah metode rata-rata dengan pembobot kuadrat.



Gambar 18. Pembagian kurva setiap dua buah trapeseium dengan pembobotan berat

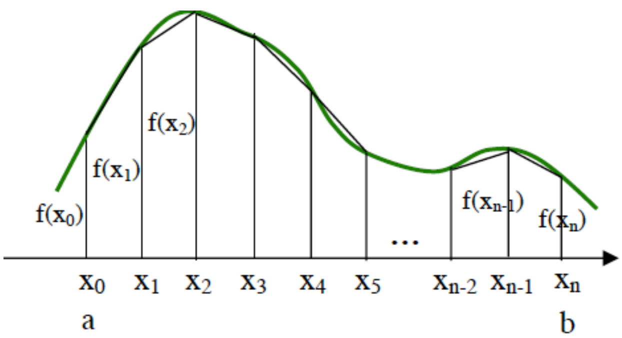
Bila menggunakan trapesium luas bangun di atas adalah :

$$L = \frac{h}{2}(f_{i-1} + f_i) + \frac{h}{2}(f_i + f_{i+1}) = \frac{h}{2}(f_{i-1} + 2f_i + f_{i+1})$$

Pemakaian aturan simpson dimana bobot *fi* sebagai titik tengah dikalikan dengan 2 untuk menghitung luas bangun diatas dapat dituliskan dengan:

$$L = \frac{h}{3}(f_{i-1} + 2f_i) + \frac{h}{3}(2f_i + f_{i+1}) = \frac{h}{3}(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1})$$

Perhatikan Gambar 19:



Gambar 19. Pembagian kurva dengan metode Simpson

Dengan menggunakan aturan simpson, luas dari daerah yang dibatasi fungsi $y = f(x)$ dan sumbu X dapat dihitung sebagai berikut:

$$L = \frac{h}{3}(f_0 + 2f_1) + \frac{h}{3}(2f_1 + f_2) + \frac{h}{3}(f_2 + 2f_3) + \frac{h}{3}(2f_3 + f_4) + \ldots + \frac{h}{3}(f_{n-2} + 2f_{n-1}) + \frac{h}{3}(2f_{n-1} + f_n)$$

atau dapat dituliskan dengan:

$$L = \frac{h}{3}\left(f_0 + 4 \sum_{i\ ganjil} f_i + 2 \sum_{i\ genap} f_i + f_n \right)$$

Dibandingkan dengan hasil perhitungan kalkulus, maka kesalahannya sangat kecil.

Algoritma Metode Integrasi Simpson adalah:

1) Definisikan $y=f(x)$
2) Tentukan batas bawah (a) dan batas atas integrasi (b)
3) Tentukan jumlah pembagi n
4) Hitung $h=(b-a)/n$
5) Hitung:

$$L = \frac{h}{2}\left(f_0 + 4 \sum_{i\ ganjil} f_i + 2 \sum_{i\ genap} f_i + f_n \right)$$

Tugas Pendahuluan

Tuliskan dasar-dasar komputasi dari metode Simpson untuk menyelesaikan integrasi numerik, sebagai berikut :

1. Judul : METODE SIMPSON
2. Dasar teori dari metode Intergral Simpson
3. Algoritma dan Flowchart

Prosedur Percobaan

1) Didefinisikan suatu fungsi yang akan dicari nilai integralnya :

   $f(x) = x^2$
2) Implementasikan algoritma yang sudah diberikan dan dikerjakan pada laporan pendahuluan, lalu isi lembaran laporan akhir seperti form laporan akhir yang ditentukan
3) Jalankan program, dengan memasukkan berbagai macam nilai jumlah pembagi area (=Σ*bilah*,=N), dan tuliskan semua hasil yang telah dicoba (ambil N=10, 20, 50, 100, 500 dan 1000)
4) Hitung pula nilai *error* dari selisih luasan eksak dan luasan dengan metode integral Simpson
5) Apa pengaruh besal kecilnya nilai N terhadap error yang dihasilkan

FORM LAPORAN AKHIR

Nama dan NIM

Judul Percobaan : METODE SIMPSON

Algoritma :

Listing program yang sudah benar :

Hasil percobaan :

1. Range batas bawah dan batas atas = [___ , ____]
2. Jumlah pembagi area N (=Σbilah) =______
3. Nilai L luasan dengan Metode Simpson = _____
4. Nilai L luasan eksak (kalkulus) = ____
5. Nilai e error = ______

No 1 s/d 5 diulangi untuk N=10, 20, 50, 100, 500 dan 1000

Apa pengaruh besal kecilnya nilai N pada error yang dihasilkan :

DAFTAR PUSTAKA

W. Chaney and David K., Numerical Mathematics and Computing 6^{th} Ed., Thomson Brooks/Cole, 2004

Steven C. Chapra and Raymond P. Canale, Numerical Methods for Engineers 6^{th} Ed, Mc Graw Hill, 2010.