Predicate Logic Exercises & Proofs from “Logic, Ed. 2” by Baronett
Ramping in difficulty from problem to problem, chapter to chapter

9A

30. $(\exists x)\ (\sim Cx \cdot Bx)$

31. $(\forall x)\ (Wx \supset Px)$

32. $(\forall x)\ (Mx \supset \sim Ax)$

35. $(\forall x)\ ((Px \equiv \sim Bx) \supset Cx)$

38. $(\forall x)\ ((Sx \vee Cx) \supset Tx)$

39. $(\forall x)\ (Qx \supset Px)$

41. $(\exists x)\ (Tx \cdot Wx) \supset (\forall x)\ (Tx \supset Ix)$

46. $(\forall x)\ (Hx \supset Px)$

47. $Sx \cdot Px$

50. $(\forall x)\ ((Sx \vee Mx) \supset (Sx \cdot Mx))$

54. $\sim(\exists x)\ (Mx \cdot Px) \supset Sx$

55. $(\forall x)\ (Sx \supset Cx)$

57. $(Da \cdot Ds) \cdot (\sim Pa \cdot \sim Ps)$

58. $(\forall x)\ (Ex)$

59. $(\forall x)\ (Ax \supset Tx)$

9B: III

[15] 3 - $Ta \cdot \sim Ma$ - 1 EI

4 - $\sim Ma$ - 3 SIMP

5 - Ta - 3 SIMP

6 - Ta ⊃ (Ra v Ma) - 2 UI

7 - Ra v Ma - 6,5 MP

8 - Ra - 7,4 DS

9 - (∃x) Rx - 8 EI

[16] 3 - Sa · Ta - 1 EI

4 - Pa ⊃ ~Sa - 2 UI

5 - Ta - 3 SIMP

6 - Sa - 3 SIMP

7 - ~Pa - 4,6 MT

8 - Ta · ~Pa - 5,7 CONJ

9 - (∃x) (Tx · ~Px) - 8 EG

[18] 4 - Mc - 3 SIMP

5 - Pc - 3 SIMP

6 - (∃x) Mx - 4 EG

7 - (∀x) Nx - 2,6 MP

8 - (∃x) Px - 5 EG

9 - (∃x) Kx - 1,8 MP

10 - Na - 7 UI

11 - (∃x) Nx - 10 EG

12 - (∃x) (Nx · Kx) - 11,9 CONJ

[20] 4 - Fa ⊃ (Ga ≡ Ha) - 3 UI

5 - Fa - 2 SIMP

6 - Ga ≡ Ha - 4,5 MP

7 - (Ga ⊃ Ha) · (Ha ⊃ Ga) - 6 EQUIV

8 - Ha ⊃ Ga - 7 SIMP

9 - Ha - 1 SIMP

10 - Ga - 8,9 MP

11 - ~Hb - 1 SIMP

12 - (∀x) ~Hx - 10 UG

13 - ~Ha - 12 UI

9B: IV

[2] 1 - Ga v Gb

2 - (∀x) (~Fx ⊃ ~Gx) / Fa v Fb

[3] 1 - (∃x) (Dx ⊃ Bx)

2 - (∀x) (Bx ⊃ Cx) / (∃x) (Dx ⊃ Cx)

3 - Da ⊃ Ba - 1 EI

4 - Ba ⊃ Ca - 2 UI

5 - Da ⊃ Ca - 3,4 HS

6 - (∃x) (Dx ⊃ Cx) - 5 EG

[4] 1 - (∃x) Fx

2 - (∀x) (Fx ⊃ (Sx · Dx)) / (∃x) (Sx · Dx)

3 - Fa - 1 EI

4 - Fa ⊃ (Sa · Da) - 2 UI

5 - Sa · Da - 3,4 MP

6 - (∃x) (Sx · Dx) - 5 EG

9C: II

[6] 3 - (∃x) ~(Ax v Bx) - 2 CQ

4 - ~(Aa v Ba) - 3 EI

5 - ~Aa · ~Ba - 4 DM

6 - ~Ba - 5 SIMP

7 - (~Ba v Ca) ⊃ Da - 1 EI

8 - ~Ba v Ca - 6 ADD

9 - Da - 7,8 MP

10 - (∃z) Dz - 9 EG

[7] 4 - (∃x) ~Fx - 1 CQ

5 - ~(∃x) Gx - 3,1 MP

6 - (Ga ⊃ Hb) · (Hb ⊃ Ga) - 2 EQUIV

7 - Hb ⊃ Ga - 6 SIMP

8 - (∀x) ~Gx - 5 CQ

9 - ~Ga - 8 UI

10 - ~Hb - 7,9 MT

[8] 4 - (Aa v Ba) ⊃ Ca - 2 UI

5 - (∃x) ~(By · Ay) - 1 DM

6 - ~(∀x) (By · Ay) - 5 CQ

7 - Ba · Aa - 5 UI

8 - Aa - 7 SIMP

9- Aa v Ba - 8 ADD

10 - Ca - 4,10 MP

11 - (∃w) Cw - 10 EG

[10] 4 - Ca · ~Ba - 1 EI

5 - ~Ba - 4 SIMP

6 - Aa ⊃ Ba - 3 UI

7 - ~Aa - 5,6 MT

8 - ~Da v Aa - 2 UI

9 - ~Da - 7,8 DS

10 - Ca - 4 SIMP

11 - Ca · ~Da - 10, 9 CONJ

12 - (∃x) (Cx · ~Dx) - 11 EG

[12] 3 - (∀x) ~(Fx · ~Gx) - 1 CQ

4 - ~(Fa · ~Ga) - 3 UI

5 - ~Fa v Ga - 3 DM*

6 - (∀x) ~(Gx · ~Hx) - 1 CQ

7 - ~(Ga · ~Ha) - 3 UI

8 - ~Ga v Ha - 3 DM*

9 - Fa ⊃ Ga - 5 TRAN*

10 - Ga ⊃ Ha - 8 TRAN*

11 - Fa ⊃ Ha - 9, 10 HS

12 - (∀x) (Fx ⊃ Hx) - 11 UG

9C: III

[2] 1 - (∃x) Cx v Sx ⊃ (∀y) Hy

2 - (∃x) ~Hx / ~(∃x) Cx

3 - ~(∀x) Hx - 2 CQ

4 - ~(∃x) Cx v Sx - 1, 3 MT

5 - (∀x) ~(Cx v Sx) - 4 CQ

6 - ~(Cx v Sx) - 5 UI

7 - ~Ca · ~Sa - 6 DM

8 - ~Ca - 7 SIMP

9 - (∀x) ~Cx - 8 UG

10 - ~(∃x) Cx - 9 CQ

[3] 1 - ~(∃x) (~Tx v Jx)

2 - ~(∃x) Jx / (Ex) Sx

3- ~Ja - 2 EI

4 - ~Ja v Sa - 3 ADD

5 - Sa - 3,4 MP

6 - (Ex) Sx - 5 EG

[4] 1 - ~(∀x) Cx ⊃ Fx

2 - ~(∃x) Mx ⊃ ~Cx / (∃x) ~Mx

3 - (∀x) ~(Mx ⊃ ~Cx) - 2 CQ

4 - ~(Ma ⊃ ~Ca) - 3 UI

5 - ~(Ma v ~Ca) - 4 TRAN

6 - ~Ma · Ca - 5 DM*

7 - ~Ma - 6 SIMP

8 - (∃x) ~Mx - 7 EG

9D: I

[7] 3 - B_ - CP

4 - B_ ⊃ D_ - 1 UI

5 - B_ ⊃ C_ - 2 UI

6 - D_ - 4,3 MP

7 - C_ - 5,3 MP

8 - C_ · D_ - 6,7 CONJ

9 - B_ ⊃ (C_ · D_) - 3-8 CP

10 - (∀x) [Bx ⊃ (Cx · Dx)] - 10 UG

[8] 3 - ~(∃x) Gx - IP

4 - (∀x) ~Gx - 3 CQ

5 - ~Ga - 4 UI

6 - Fa ⊃ Ga - 2 UI

7 - Fa - 1 EI

8 - Ga - 6,7 MP

9 - Ga · ~Ga - 5,8 CONJ

10 - ~~(∃x) Gx 3-9 IP

11 - (∃x) Gx - 10 DN

[12] 3 - ~(∀x) ~Mx - IP

4 - (∃x) ~~Mx - 3 CQ

5 - ~~Ma - 4 EI

6 - Ma - 5 DN

7 - La ⊃ ~Ma - 2 UI

8 - La - 1 UI

9 - ~Ma - 7,8 MP

10 ~~Ma · ~Ma - 5,9 CONJ

11 - ~~(∀x) ~Mx - 3-10 IP

12 - (∀z) ~Mz - 11 DN

[14] 3 - ~~(∀x) ~Mx - IP

4 - (∀x) ~Mx - 3 DN

5 - ~Ma - 4 UI

6 - ~(∃x) Mx - 4 CQ

7 - ~(∃x) Lx - 1,6 MT

8 - (∃x) ~Mx - 1,7 MP

9 - ~~~(∀x) ~Mx - 3-10 IP

10 - ~(∀x) ~Mx - 9 DN

[15] 3 - (∃x) Fx - CP

4 - Fa ⊃ Ha - 2 UI

5 - Fa - 3 EI

6 - Ha - 4,5 MP

7 - Ha ⊃ (Ga · La) - 1 EI

8 - Ga · La - 6,7 MP

9 - Ga - 8 SIMP

10 - (∃x) Gx - 9 EG

11 - (∃x) Fx ⊃ (∃x) Gx - 3-10 CP

[16] 3 - Ba - CP

4 - Ba ⊃ (Ca · Da) - 2 UI

5 - Ca · Da - 3,4 MP

6 - Da ⊃ F_ - 1 UI

7 - Da - 5 SIMP

9 - F_ - 6,7 MP

10 - (∀x) (Bx ⊃ Fx) - 3-9 CP

[18] 3 - ~(∃x) Mx - IP

4 - (∀x) ~Mx - 3 CQ

5 - ~Mb - 4 UI

6 - Lb ⊃ Mb - 2 UI

7 - ~Lb - 5,6 MT

8 - La - 1,7 DS

9 - La ⊃ Ma - 2 UI

10 - Ma - 8,9 MP

11 - (∃x) Mx - 3-10 IP

9D: II

[2] 1 - (∀x) (Bx ⊃ Cx)

2 - (∀x) (Px ⊃ Ax)   /(∀x) [(Bx · Px) ⊃ (Cx · Ax)]

3 - B_ · P_ - CP

4 - B_ - 3 SIMP

5 - P_ - 3 SIMP

6 - B_ ⊃ C_ - 1 UI

7 - P_ ⊃ A_ - 2 UI

8 - C_ - 4,6 MP

9 - A_ - 5,8 MP

10 - C_ · A_ - 8,9 CONJ

11 - (B_ · P_) ⊃ (C_ · A_)- 3-10 CP

12 - (∀x) [(Bx · Px) ⊃ (Cx · Ax)] - 11 UG

[3] 1 - (∀x) Fx

2 - (∀x) Sx v (Bx · ~Fx) /(∃x) ~Cx v Sx

3 - ~(∃x) ~Cx v Sx - IP

4 - ~~(∀x) Cx v Sx - 3 CQ

5 - (∀x) Cx v Sx - 4 DN

[4] 1 - (∃x) (~Tx v Hx) ⊃ Jx

2 - (∃x) (Tx v Gx) ⊃ Mx /(∃x)Mx v (∃x)Jx

3 - ~[(∃x)Mx v (∃x)Jx] - IP

4 - ~(Ma v Ja) - 3 EI

5 - ~Ma · ~Ja - 4 DM

6 - ~Ja - 5 SIMP

7 - (~Ta v Ha) ⊃ Ja - 1 EI

8 - ~(~Ta v Ha) - 6,7 MT

9 - ~~Ta · ~Ha - 8 DM

10 - Ta - 9 SIMP, DN

11 - Ta v Ga - 11 ADD

12 - (Ta v Ga) ⊃ Ma - 2 EG

13 - Ma - 11,12 MP

14 - (∃x)Mx v (∃x)Jx - 3-13 IP

<u>9F.1</u>

[4] (∃x)[(Dx · Sx) ⊃ Kxl]

[7] (∀x)(Oxf ⊃ Oxr)

[8] (∀x)(Fx) ⊃ (∃y)(Bxy)

[10] ~(∀x)(Sxi)

[11] Tjl

[12] ~(∀x)[(∃y)Sxy]

[14] (∃x)Bxs

[16] (∃x)(∀y)[Sy ⊃ Uxy]

[18](∃y)(∀x) ~Ayx

[19] (∀x) ~Wxm ⊃ ~Wxs

9F.2

[4] 3 - (∀y) Fay ⊃ Fby - 1 UG

4 - Fab ⊃ Fba - 4 UG

5 - Fba - 4,2 MP

[6] 3 - (∀y)~Gjy - 1 EI

4 - ~Gj_ - 3 UI

5 - (∃y) Fjy ⊃ (∃y) Gjy - 2 UI

6 - Fj_ ⊃ Gj_ - 5 EI

7 - ~Fj_ - 4,6 MT

8 - (∀y) ~Fjy - 7 UG

9 - (∃x)(∀y) ~Fxy - 8 EG

[7] 3 - (∃y)~May - 1 UI

4 - ~Mab - 3 EI

5 - (∃y)La ⊃ May - 2 UI

6 - La ⊃ Mab - 5 UI

7 - ~La - 4,6 MT

8 - (∃x) ~Lx - 7 EG

[10] 2 - Ma · (∀y) My ⊃ Pay - 1 EI

3 - $(\forall y)$ My $\supset$ Pay - 2 SIMP

4 - Ma - 2 SIMP

5 - Ma $\supset$ Paa - 3 UI

6 - Paa - 4,5 MP

7 - $(\exists x)$ Pxx - 6 EG

[11] 3 - $(\forall y)$Cay - 1 EI

4 - Cab - 3 UI

5 - $(\exists y)$ Cay $\supset$ Day - 2 UI

6 - Cab $\supset$ Dab - 5 EI

7 - Dab - 4,6 MP

8 - $(\exists y)$ Day - 7 EI

9 - $(\exists x)(\exists y)$ Dxy - 8 EI

[12] 3 - Fa $\supset$ $(\forall y)$ (Gy $\supset$ Hay) - 1 EI

4 - Fa - 2 SIMP

5 - $(\forall y)$ (Gy $\supset$ Hay) - 3,4 MP

6 - Gb $\supset$ Hab - 5 UI

7 - ~Hab - 2 SIMP

8 - ~Gb - 6,7 MT

[14] 3 - $(\exists y)$ Ly - CP

4 - $\sim(\exists y)$ Py - 1,3 MP

5 - $(\forall x)\sim$Px - 4 CQ

6 - $(\forall x)$ [$(\exists y)$ Ly $\supset$ ~Px] - 3-5 CP

[15] 3 - La · Ma - 1 SIMP

4 - ~Pab - 1 SIMP

5 - La · Ma $\supset$ $(\forall y)$ [(~Ly · My) $\supset$ Pay] - 2 UI

6 - $(\forall y)$ [(~Ly · My) $\supset$ Pay] - 3,6 MP

[16] 3 - $(\forall y)$ ~May - 1 EI

4 - ~Mab - 3 UI

5 - $(\exists y)$ Lay $\supset$ $(\exists y)$ May - 2 UI

6 - Lab $\supset$ Mab - 2 EI

7 - ~Lab - 4,6 MT

[18] 3 - Fa · $(\forall y)$ [(Gy v Hy) $\supset$ Lay] - 2 EI

4 - Fa - 3 SIMP

5 - $(\exists x)$ Fx - 4 EG

6 - $(\exists y)$ Gy - 1,5 MP

7 - $(\forall y)$ [(Gy v Hy) $\supset$ Lay] - 3 SIMP

8 - Gb - 6 EI

9 - Gb v Hb ⊃ Lab - 7 UI

10 - Gb v Hb - 8 ADD

11 - Lab - 9, 10 MP

12 - (∃y) Lay - 11 EG

13 - (∃x)(∃y) Lxy - 12 EG