Análise tempo-frequência

Osmar Tormena Junior, Prof. Me.*

1 Introdução

As transformadas tempo-frequência combinam o espectro da transformada de Fourier tradicional com uma variável de tempo. O resultado é uma transformada bidimensional com variáveis independentes de tempo e de frequência.

As transformadas de *domínio misto* oferecem vantagens e flexibilidade na análise de sinais. A transformada parcial de Fourier pode ser vista como a transformada de Fourier de uma versão janelada do sinal, se a janela for gaussiana, a transformada costuma ser chamada de transformada de Gabor.

2 Localização tempo-frequência

Há uma dualidade entre a resolução espectral e a resolução temporal de uma transformada parcial de Fourier. Janelas temporais estreitas localizam bem a análise no tempo, porém as poucas amostras refletem em um espectro grosseiro. Janelas mais largas possuem grande número de amostras, oferecendo uma boa resolução espectral, porém ao custo da resolução temporal.

É importante salientar que, em uma análise tempo-frequência, a largura da janela é fixa. Ela é deslocada sobre o sinal para obter a transformada parcial de Fourier. Apenas na análise no domínio da escala que a largura da janela é variável (*wavelets*).

*tormena@utfpr.edu.br

3 Transformada parcial de Fourier

Considerando $w(n)$ uma janela de suporte finito simétrica, define-se a DFT parcial como

$$X(m,k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)w(n-m)\exp(-j2\pi kn/N). \quad (1)$$

De uma forma geral, janelas retangulares, triangulares, cossenos levantados, etc. podem ser utilizadas. A escolha da janela, e seu comprimento, irá definir o compromisso entre a resolução temporal e espectral.

Se a janela for uma gaussiana truncada (suavemente), a DFT parcial pode ser chamada de DFT de Gabor.

4 Implementação

O código a seguir demonstra uma análise tempo-frequência para um *chirp* linear.

Exemplo 1: Análise tempo frequência através da função `spectogram`.

```
%% Teste com sinal chirp
close all
clear
clc

%% Chirp
t_end = 5;
N = 2^10;
Fs = N/t_end;
t = linspace(0,t_end,N);
```

```
x = cos(2*pi*t.^2);

%% FFT
X = fft(x);
f = linspace(0,Fs/2,N/2 + 1);

%% DFT parcial
L = 2^7;
w = window(@hamming,L);

%% Figuras
figure
subplot(2,2,1)
plot(t,x), grid on
title('Sinal')
xlabel('t (s)')
ylabel('x(t)')
subplot(2,2,2)
plot(t,t), grid on
title('Frequência instantânea')
xlabel('t (s)')
ylabel('f (Hz)')
subplot(2,2,3)
plot(f,2*abs(X(1:N/2+1))/N), grid on
title('FFT')
xlabel('f (Hz)')
ylabel('|X(f)|')
subplot(2,2,4)
spectrogram(x,w,[],[],Fs,'yaxis')
colormap gray
title('DFT parcial')
xlabel('t (s)')
ylabel('f (Hz)')

figure
stem(0:length(w)-1,w), grid on
```

□

Exercício 1: Utilizando um sinal de sua preferência, implemente a análise tempo-frequência, em um subplot com 4 comprimentos distintos de janela. Analise e justifique os efeitos do comprimento da janela na resolução temporal e espectral.

Exercício 2: Compare os subplots do exercício anterior, em figuras distintas para tipos distintos de janelas. Qual o efeito da escolha do tipo de janela? Limite sua análise às janelas clássicas, mais a gaussiana.