



## **Os carrilhões de Mafra: estudo e caracterização acústica dos sinos**

**Miguel Eduardo Portela de Matos Carvalho**

**Dissertação de Mestrado em Ciências Musicais, área de  
especialização em Musicologia Histórica**

**Orientador: Professor Doutor Vincent Debut**

**Novembro, 2012**



## Agradecimentos

Quero agradecer, em primeiro lugar, às três pessoas que mais diretamente estiveram envolvidas e possibilitaram esta dissertação: o Professor Doutor João Soeiro de Carvalho, o Investigador Doutor José Vieira Antunes e o Professor Doutor Vincent Debut.

Ao meu orientador Professor Doutor Vincent Debut, e ao Investigador Doutor José Vieira Antunes, por me terem proporcionado um ambiente de aprendizagem raro, pelo auxílio prestado ao longo de todas as etapas que levaram à elaboração desta dissertação, no esclarecimento de conceitos de física e, em particular, de acústica musical, pela ajuda preciosa prestada na realização dos ensaios experimentais em Mafra e pela amizade.

Ao Professor Doutor João Soeiro de Carvalho, pelo acolhimento e por todo o apoio prestado ao longo do meu percurso na Universidade Nova de Lisboa, pela orientação na aplicação do conhecimento musicológico nesta investigação e pela amizade.

Ao diretor do Palácio Nacional de Mafra, Doutor Mário Pereira, pela sua prestimosa colaboração, e pela autorização do acesso aos carrilhões para o respetivo estudo e caracterização. Aos colaboradores do Palácio, em particular à Doutora Gabriela Cordeiro, pela colaboração e pela forma como nos receberam ao longo do trabalho experimental realizado em Mafra.

Ao Professor Doutor Gerhard Doderer, pela sua disponibilidade para a troca e discussão de ideias fundamentais sobre dados musicológicos importantes que assumiram um papel crucial no enquadramento histórico desta dissertação.

Aos colaboradores do projeto em que esta tese se insere, Professor Doutor Luís Henrique, Professor Doutor Octávio Inácio, Engenheiro José Martins Paulino e Doutor Luís Sebastian pela sua disponibilidade e igualmente importante troca e discussão de ideias.

Ao colega José Nelson Cordeniz, doutorando do mesmo projeto, pela troca e discussão de ideias, pela disponibilização de dados históricos importantes sobre os dois carrilhões de Mafra e pela sua colaboração na investigação levada a cabo no Palácio Nacional de Mafra.

À Professora Doutora Ana Pereira do Vale pelo apoio incondicional prestado ao longo da minha formação académica.

À colega Zuelma Chaves e ao carrilhonista Abel Chaves, pela preciosa colaboração e discussão de ideias relativamente a questões performativas destes instrumentos, pela partilha de conhecimento musicológico sobre a matéria e pela amizade.

À Catherine, Yanick e Ângela, pela ajuda preciosa na elaboração das traduções, fundamentais para a elaboração desta dissertação.

À Oficina de Mecânica do Instituto Tecnológico e Nuclear, em particular ao Sr. Fernando Palma, pela colaboração prestada na elaboração de material utilizado no procedimento experimental levado a cabo em laboratório e, posteriormente, no Palácio Nacional de Mafra.

À Direcção do IST/ITN, pela participação do Laboratório de Dinâmica Aplicada onde foi realizado todo o trabalho de validação experimental desta Tese.

À Vera, pelo apoio incondicional prestado não só neste trabalho, mas ao longo de todo o meu percurso.

Aos meus pais e família, pelo apoio incondicional prestado ao longo de toda a minha formação académica.

A todos quantos contribuíram para a minha formação, em geral, e para a minha formação musical, em particular.

## Resumo

Os carrilhões do Palácio Nacional de Mafra são instrumentos musicais notáveis que se apresentam como os dois maiores carrilhões do século XVIII sobreviventes no mundo. O da torre norte foi fundido por William Witlockx de Antuérpia e o da torre sul por Nicholas Levache, de Liège. Uma vez que os sinos são instrumentos musicais capazes de manter as suas características praticamente intactas durante grandes períodos de tempo, revestem-se estes carrilhões de especial interesse e, em particular, o da torre norte, na medida em que, ao que tudo indica, nunca sofreu qualquer tipo de intervenção desde a sua construção, apresentando-se como um instrumento, capaz de proporcionar um testemunho raro de uma possível afinação e temperamento da época em que foi fundido. Nesta dissertação é feito um estudo multidisciplinar, inovador, que alia métodos avançados da acústica musical e da musicologia histórica, de forma a realizar uma caracterização acústica dos carrilhões do Palácio Nacional de Mafra. Os resultados obtidos, em particular sobre os diapasões e temperamentos, revelaram dados importantes e únicos para o estudo da musicologia.

**Palavras-chave:** Musicologia histórica, acústica musical, organologia, análise modal experimental, carrilhões, sinos.

## Abstract

The carillons of Mafra are outstanding musical instruments that present themselves as the two largest surviving 18th century carillons in the world. Both of them were cast about 1730 by two different bell founders, the one in the north tower by William Witlockx from Antwerp and the one from the south tower by Nicholas Levache, from Liège. Once the bells are musical instruments capable of maintaining its characteristics practically intact during extended periods of time, these carillon are of special interest, and in particular the one of north tower, to the extent that, by all indications, never suffered any kind of intervention since its construction, becoming an instrument capable of providing us with a rare testimony of a possible tuning and temperament of the time in which it was cast. In this dissertation is presented a multidisciplinary study, which combines advanced methods of historical musicology and musical acoustics in order to perform acoustic characterization of Mafra National Palace carillons. The results obtained, in particular about the pitch and temperaments, revealed important and unique data for the study of musicology.

**Keywords:** Historical musicology, musical acoustics, organology, experimental modal analysis, carillons, bells.

Este trabalho foi apoiado pela Fundação para a Ciência e Tecnologia, através de uma bolsa de investigação no âmbito do projecto “Os Carrilhões de Mafra: Desenvolvimento de métodos avançados de acústica musical para a afinação e restauro” PTDC/EAT-MMU/104255/2008.

A investigação multidisciplinar realizada nesta tese teve lugar no Laboratório de Dinâmica Aplicada do IST/ITN, no Departamento de Música da Universidade Nova de Lisboa e no Palácio Nacional de Mafra.

# Conteúdo

<b>Conteúdo</b>	<b>vi</b>
<b>1 Introdução geral</b>	<b>1</b>
<b>2 O carrilhão como objeto de investigação</b>	<b>5</b>
2.1 O carrilhão: definição . . . . .	5
2.2 Estado da arte em estudos históricos . . . . .	6
2.3 Estado da arte em acústica musical . . . . .	10
<b>3 Contextualização histórica</b>	<b>13</b>
3.1 O carrilhão: origem e evolução . . . . .	13
3.2 Construção e afinação: factos marcantes . . . . .	19
3.3 Os carrilhões de Mafra . . . . .	37
<b>4 Bases teóricas para a identificação modal experimental</b>	<b>47</b>
4.1 Métodos teóricos de análise vibratória . . . . .	48
4.2 O problema dos valores/vetores próprios . . . . .	52
4.3 Métodos experimentais de análise vibratória . . . . .	52
<b>5 Ensaios preliminares num sino experimental em laboratório</b>	<b>57</b>
5.1 Introdução . . . . .	57
5.2 Identificação modal experimental . . . . .	58
5.3 Validação da identificação modal através de cálculos por elementos finitos . . . . .	66
5.4 Comparação dos resultados vibratórios com os resultados acústicos . . . . .	68
5.5 Discussão dos resultados . . . . .	72
<b>6 Resultados das identificações modais dos sinos dos carrilhões de Mafra</b>	<b>75</b>
6.1 Medições na torre norte . . . . .	78
6.2 Medições na torre sul . . . . .	89
6.3 Discussão dos resultados . . . . .	96
<b>7 Conclusões e perspetivas</b>	<b>101</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>105</b>

# Capítulo 1

## Introdução geral

Os carrilhões do Palácio Nacional de Mafra são instrumentos musicais notáveis que se apresentam como os dois maiores carrilhões do século XVIII sobreviventes no mundo. Estes instrumentos, capazes de preservar as suas características organológicas intactas durante longos períodos de tempo, são portadores de informações únicas, de grande importância histórica, pelo que o seu estudo assume uma importância significativa.

Um aspeto singular e de relevo do Palácio Nacional de Mafra é a coexistência de dois carrilhões construídos por fundidores diferentes: o carrilhão da torre sul foi construído por Willem Witlockx, o mais importante fundidor do século XVIII, cuja morte marca o fim de uma “era de ouro” na arte de fundir e afinar carrilhões [Price, 1933]; o carrilhão da torre norte foi construído por Nicholas Levache, descendente de uma família com excelentes relações com a coroa portuguesa, que se estabeleceu em Portugal no início do século XVIII. Um facto histórico notável é que, ao contrário do carrilhão da torre sul, o da torre norte nunca sofreu ao longo da história, ao que tudo indica, qualquer alteração ao nível da afinação. Assim, este torna-se um instrumento capaz de nos proporcionar um testemunho raro de uma possível afinação e temperamento da época em que foi fundido. Contudo, se é consensual que W. Witlockx dominava a arte de fundir e afinar sinos e carrilhões, surgem algumas dúvidas quanto à qualidade do carrilhão fundido por N. Levache.

Assim, vários factos históricos tornam os carrilhões de Mafra num objeto de estudo privilegiado que nos proporciona, não apenas as condições para a realização de um estudo aprofundado sobre as particularidades de cada carrilhão, como também para comparar estes instrumentos de características contrastantes.

Um estudo de referência sobre os carrilhões de Mafra foi realizado por André Lehr, em 1984, e publicado no livro *De twee klokkenspelen op het nationaal paleis te Mafra* [Lehr, 1984]. Em particular, Lehr realizou um levantamento de algumas características de cada sino dos dois carrilhões, nomeadamente as frequências da nota musical ouvida, as frequências dos cinco primeiros parciais que compõem o som de um sino, e também algumas informações sobre a sua geometria, como os diâmetros ao nível da boca e a massa. Infelizmente, vários aspectos relevantes, tanto no contexto musical como físico, são ignorados neste estudo. Por exemplo, é pena a ausência de uma quantificação objetiva do decaimento dos parciais, sendo os fenómenos dissipativos importantes no processo de percepção sonora. No entanto, o autor limita-se a tecer comentários subjetivos baseados apenas nas suas sensações auditivas e na sua experiência como construtor de sinos e carrilhões. Além disso, verificamos, no seu levantamento, que cada parcial é caracterizado através de uma única frequência quando, na realidade, cada parcial é constituído por um par de modos vibratórios, devido à geometria particular dos sinos.

Com a presente dissertação pretende-se realizar uma caracterização detalhada da afinação atual dos sinos dos dois carrilhões do Palácio Nacional de Mafra, de forma objetiva, usando métodos avançados da acústica musical, e analisar os resultados obtidos numa perspetiva histórica. Apesar desta investigação se encontrar na mesma linha do estudo de A. Lehr (1984), os resultados e a análise apresentados vão além do seu trabalho.

Através da utilização de um método de identificação modal experimental sofisticado, conseguimos reunir uma base de dados detalhada do comportamento vibratório dos sinos dos dois carrilhões. Mais precisamente, decidimos focar-nos nos sinos *históricos* originais dos dois carrilhões (os sinos fundidos por N. Levache e W. Witlockx), que incluem a grande maioria dos sinos da torre norte e os da torre sul que não foram reafinados pela Royal Eijsbouts durante o restauro de 1986. Do ponto de vista físico, conseguimos identificar as frequências, amortecimentos e deformadas modais para cada sino estudado, o que permitiu analisar o estado da afinação e as características sonoras atuais destes carrilhões. Em particular, o fenómeno de batimentos, designado *warble* pelos campanólogos, relevante para a qualidade musical dos sinos, foi quantificado a partir do conhecimento das frequências dos modos pares identificadas, tendo sido também quantificado o decaimento de cada parcial durante a vibra-

ção. Através da utilização desta base de dados, foram abordadas questões de importância musicológica significativa, nomeadamente o diapasão e o temperamento dos carrilhões na época em que foram fundidos. Finalmente, se parece claro que W. Witlockx conseguiu afinar o seu carrilhão tendo em vista um diapasão e um temperamento, N. Levache não dominava, aparentemente, a arte de afinar um carrilhão. De facto, os desvios de afinação do carrilhão da torre norte são bastante visíveis, o que dificulta uma identificação clara dos objetivos musicais do fundidor. Neste sentido, as otimizações realizadas para os vários temperamentos considerados, utilizando os valores das frequências medidas, não permitem, para o carrilhão da torre norte, concluir um valor certo para o diapasão, enquanto que um diapasão de  $f(\text{La}_3) = 396 \text{ Hz}$  foi identificado na torre sul.

O processo deste trabalho dividiu-se em duas fases. Na primeira, desenvolveu-se, no Laboratório de Dinâmica Aplicada, um método de identificação modal experimental adequado para a obtenção das características vibratórias de sinos, tendo em vista os ensaios nos carrilhões de Mafra. Uma vez validado o protocolo experimental, a segunda parte do trabalho consistiu em aplicar a mesma metodologia em cada sino dos dois carrilhões.

Os conteúdos desta dissertação estão organizados essencialmente em duas grandes partes: uma histórica e outra mais técnica, sobre caracterização, análise e afinação de carrilhões. Numa primeira parte, depois de apresentada uma definição concisa do instrumento musical carrilhão, realiza-se um estado da arte sobre a literatura consagrada ao estudo da sua história e, seguidamente, dos estudos acústicos dedicados à análise do comportamento vibratório deste instrumento e seus constituintes, os sinos. Segue-se um capítulo dedicado à sua história, que se detém sobre aspectos como a origem e evolução do carrilhão, factos marcantes sobre a sua construção e afinação ao longo dos tempos, terminando com uma breve contextualização histórica sobre o caso particular dos carrilhões de Mafra.

Na segunda parte serão apresentados, inicialmente, os conceitos teóricos e a metodologia experimental utilizados para a obtenção das características vibratórias dos sinos. Posteriormente, expor-se-ão os resultados obtidos no sino experimental em laboratório e os resultados adquiridos em cada sino dos dois carrilhões, seguindo-se uma discussão dos mesmos. Finalmente, no último capítulo, serão apresentadas as conclusões desta dissertação e as perspetivas que se abrem no seguimento deste estudo.



# Capítulo 2

## O carrilhão como objeto de investigação

### 2.1 O carrilhão: definição

Um carrilhão, idiofone percutido com teclado, consiste num conjunto de sinos suspensos numa estrutura, equipados com badalos ou martelos, ligados através de cabos a um teclado.

Se procurarmos uma definição para este instrumento musical no sistema de classificação de Hornbostel & Sachs (entrada 111.242.22), este situa-se no grupo dos idiofones percutidos diretamente, constituído por sinos em suspensão [Hornbostel and Sachs, 1914].

Os instrumentos que, no seu conjunto, constituem um carrilhão, os sinos, são, de acordo com este sistema, idiofones cujo som provém principalmente da vibração do seu próprio corpo, provocada pela percussão de um badalo, que se encontra suspenso no seu interior, ou por um martelo, no seu exterior, e são representados, consoante as diversas situações em que podem ser dispostos, pelas cotas 111.242.1 (“sinos simples”), 111.242.11 (“sino que repousa sobre uma superfície”), 111.242.12 (“sino em suspensão”), 111.242.121 (“sino sem badalo interior, com percutor exterior independente”), 111.242.122 (“sino com badalo interior”) e 111.242.123 (“sino com um ou mais badalos dispostos no exterior”) [Hornbostel and Sachs, 1914].

Etimologicamente, a palavra carrilhão, primeiro designada *quatrillon*, provém, de acordo com alguns autores, nomeadamente Littré, do termo latino medieval *quadrillionem*, relacionado com os quatro sinos diatónicos que constituem o *tintinnabulum* do séc. XII [Rice, 1915]. Já de acordo com Laurousse, esta palavra deriva de *quatrínio*, termo pertencente a um dialeto latino, que significa um grupo de quatro e, de acordo com Tyack, provém do italiano *quadriglio*, uma medida de dança, derivada da palavra inglesa *quadrille* [Price, 1933].

O termo *carillon* já era aplicado pelos franceses em meados do séc. XIV para se referir a qualquer conjunto de sinos estacionários que soassem por meio de um relógio [Price, 1933]. Contudo, nos Países Baixos, onde estes instrumentos mais prosperaram, esta palavra era raramente utilizada. Na Holanda, o nome mais comum para este instrumento era *klokken spel* e na Bélgica *beiaard*.

De acordo com a definição da World Carillon Federation, adotada na presente dissertação, “A carillon is a musical instrument composed of tuned bronze bells which are played from a baton keyboard”. Este deve possuir pelo menos vinte e três sinos. Por sua vez, os instrumentos construídos antes de 1940 e compostos entre quinze a vinte sinos podem ser designados como carrilhões históricos.

Rice (1915), ao definir este instrumento musical, atribui-lhe uma série de características que este deve possuir para ser considerado um carrilhão. Em primeiro lugar, deverá estar afinado cromaticamente, caso contrário, se estiver afinado diatonicamente, será considerado um *chime*. Além disso, deve ser constituído por uma elevada quantidade de sinos, por vezes quatro oitavas ou mais e deve estar fixo, ou seja, não deve oscilar. Os seus sinos estão geralmente ligados a um teclado por meio do qual um carrilhonista faz com que o badalo percuta o interior do sino e com um mecanismo de relógio de torre que faz com que um martelo percuta o exterior [Rice, 1915].

## 2.2 Estado da arte em estudos históricos

Os carrilhões encontram-se entre os maiores instrumentos do mundo e adquiriram uma importância singular na história da música desde o seu aparecimento até aos dias de hoje.

A sua peculiaridade provém de diversos fatores. Cada nota é produzida por um sino e estes, contrariamente à maioria dos restantes instrumentos musicais, não serviram, ao longo dos tempos, uma função exclusivamente musical, mas também de chamamento para o culto, indicação de tempo e de alerta, entre outras. Além disso, como instrumentos de torre instalados no exterior, a sua música pode ser ouvida a grandes distâncias, podendo considerar-se como um “instrumento de massas”. Consequentemente, devido à sua elevada exposição, estes constituem, em muitos casos, uma manifestação própria da cultura de certas regiões, como é o caso dos Países Baixos.

A sua fundição e afinação levantam um conjunto de problemáticas que denotam a sua

complexidade. Ao longo da história, foram raros os fundidores capazes de fundir e afinar sinos e carrilhões corretamente, uma vez que os possuidores desses conhecimentos não os partilhavam abertamente, envolvendo-os num cuidadoso secretismo.

Esta é uma das razões para que, apesar da particularidade e importância que os carrilhões adquiriram em certas épocas históricas, seja francamente escassa a literatura sobre esta temática até inícios do séc. XX, excetuando-se algumas observações e apontamentos pontuais em cartas, diários de viajantes e informações em panfletos locais [Price, 1933].

Entre os poucos exemplos de literatura anterior ao séc. XX, destacam-se dois livros que abordam temáticas relacionadas com este instrumento. O primeiro, de 1678, *De onnoedsaakelijkhed van Cise an Dis in de Bassen der Klokken. Verttoont uyt verscheyde advyseen van ervaren organisten ende klokken-speelders*, foi escrito por um dos mais importantes fundidores da história do carrilhão, Pieter Hemony (1619-1680), na sequência de uma controvérsia com Quirinus Balnkenburg (1654-1739), um importante organista, instrumentista de tecla, compositor e perito em carrilhão, que propunha a inclusão das notas Dó♯ e Ré♯ na oitava mais grave num carrilhão em Gouda, defendendo a sua posição no seu ensaio *Noodsaakelijkhed van Cise an Dis in de Bassen der Klokken. Verttoont uyt verscheyde advyseen van ervaren organisten ende klokken-speelders*.

Mais tarde, em 1737, J. Fischer, famoso organista e carrilhonista do seu tempo, escreveu o livro *Verhandeling van de Klokken en het Klokkespel*, onde discute a origem da palavra holandesa para carrilhão - *klokkespel*. Contudo, este dedica-se mais a uma abordagem histórica sobre sinos do que propriamente sobre carrilhões.

Em Portugal, surge em 1787 um tratado, intitulado *Compendio de Operaçoes de Geometria e das medidas e fabrica dos sinos muito útil aos fundidores que os fundem*, de M.O.C.B. Pombo, que constitui um dos poucos exemplares de literatura dedicada à fundição sineira, escritos em Portugal, que aborda, após uma breve contextualização histórica dos sinos e da fundição sineira, questões como princípios básicos de geometria a ter em conta no planeamento do perfil do sino, medidas de perfis utilizadas por fundidores de diferentes países, a liga ideal de metais, fornos utilizados na fundição, entre outros.

No entanto, é no início do séc. XX, em 1915, que surge a primeira obra que se dedica inteiramente, de forma geral e envolvente, a este instrumento, escrita por um autor americano com ampla influência na matéria, William Gorham Rice, que, motivado pela escassez de informação até à data, decidiu levar a cabo uma investigação que deu origem ao livro

*Carillons of Belgium and Holland* (1915), posteriormente alargado, numa edição pós-guerra, para o livro *Carrillon Music and Singing Towers of the Old World and the New* (1930). Este apresenta, após um breve estado da arte, uma abordagem histórica, onde encontramos a sua definição para este instrumento e um panorama da história do carrilhão desde a sua origem até à altura da sua publicação, focando-se, em particular, no seu desenvolvimento nos Países Baixos. Além disso, o autor procurou contactar especialistas de fundição e afinação para apresentar alguns dados gerais sobre como se funde e afina um sino. Neste livro é possível, ainda, encontrar uma lista de carrilhões a nível mundial, com os dados conseguidos até à data da publicação.

Em 1933, F. Percival Price, carrilhonista, campanólogo, compositor e professor, publica *The carillon*, na Oxford University Press (Londres, 1933), aquela que viria a ser uma das obras mais completas e amplas dedicadas a este instrumento, que aborda o carrilhão de um ponto de vista histórico, organológico, acústico e performativo. Este mesmo autor, em 1985, escreve, juntamente com James Blades, para o ilustre *The New Grove Dictionary of Musical Instruments*, um artigo que se dedica aos instrumentos que compõem os carrilhões, os sinos, intitulado “Bell”.

Outro investigador que contribui significativamente para a literatura deste instrumento e se estabelece como uma referência na matéria é André Lehr, nomeadamente no que concerne a questões de investigação sobre a acústica musical, fundição e afinação de sinos, uma vez que nos proporciona a visão do investigador teórico e a experiência prática de um indivíduo que trabalhou diretamente na fundição e afinação de carrilhões, dirigindo durante décadas a famosa e prestigiada empresa Royal Eijsbout, em Asten, na Holanda. Autor de numerosos livros e artigos, André Lehr torna-se ainda uma personalidade intimamente ligada à nossa investigação, uma vez que foi ele o responsável pelo restauro do carrilhão da torre sul do Palácio Nacional de Mafra, em 1986, e pelo estudo que o antecedeu. O seu artigo “On Contemporany Dutch Bell-founding art”, de 1965, e o livro *The Designing of Swinging Bells and Carillon Bells in The Past and Present*, publicado em 1987 pela Athanasius Kircher Foundation, em Asten, fornecem dados interessantes sobre a evolução da fundição e afinação de sinos e carrilhões ao longo dos tempos, abordando, nomeadamente, a importância do desenvolvimento do perfil na qualidade do som do sino, uma matéria pela qual se viria a interessar para as suas investigações, a qual abordaremos nos capítulos seguintes. Em 1991, juntamente com W. Truyen e G. Huybens, escreveu ainda outro livro que se tornou uma

referência, *The Art of the Carillon in the Low Countries* (1991).

À medida que os anos foram avançando, investigações mais detalhadas foram surgindo e os autores foram-se dedicando à arte dos carrilhões em países específicos, como é o caso de Garnier (1985) e Verheyden (1926) que se dedicam aos carrilhões em França, Huybens (1994) aos da Bélgica, Timmermans (1944) aos da Holanda, entre outros.

Mais recentemente, outros livros abordaram também a história dos carrilhões, nomeadamente *Bells and Their Music*, de W. Westcott (1970), *Bells through the ages* de Willis Stephen (1986) e o artigo “Carrillon”, de Luc Roumbouts (2000), escrito para o *New Grove Dictionary of Music and Musicians*.

A literatura dedicada à história dos carrilhões e fundição sineira em Portugal apresenta bastantes limitações. Além do tratado de Pombo (1787), referido anteriormente, muito pouco foi escrito em Portugal sobre a história da sua fundição sineira e sobre sinos e carrilhões existentes neste país até aos dias de hoje. Contudo, recentemente, foi escrito um livro que veio preencher, de certa forma, esta lacuna, intitulado *História da fundição sineira em Portugal: Do sino medieval da igreja de São Pedro de Coruche à actualidade*, de L. Sebastian (2008), cujo impulso para a sua criação foi a descoberta de um sino medieval muito particular, de 1287, na Igreja de São Pedro de Coruche. Este dedica-se, não só, à apresentação da investigação sobre este instrumento, como também a uma abordagem da história da fundição, em geral, e das diferentes fases deste processo, remetendo depois para casos específicos da Península Ibérica e, em particular, para o caso português.

No caso específico dos carrilhões de Mafra, a literatura apresenta-se também muito escassa, existindo apenas três livros publicados. Mais uma vez, a principal referência é um livro de André Lehr (1984), que apresenta os resultados de um estudo que antecedeu o restauro do carrilhão sul pela empresa Royal Eijsbout, intitulado *De twee klokkenspelen op het nationaal paleis te Mafra* (1984), onde podemos encontrar informação histórica sobre a compra e posterior instalação destes carrilhões no Palácio Nacional de Mafra, bem como dados mais específicos sobre o seu estado de afinação. Outro livro, *Os Carrilhões de Mafra: Palácio Nacional de Mafra* foi escrito por Luís Filipe Marques Gama, na altura Diretor do Palácio Nacional de Mafra e publicado pela Direcção-Geral dos Edifícios e Monumentos Nacionais (Lisboa, 1989) que se apresenta como um livro muito mais geral, mas onde se podem encontrar algumas informações históricas relevantes sobre estes dois instrumentos. Ainda sobre estes carrilhões, o livro *Carrilhões de Mafra: Roteiro Monográfico*, uma investigação dos Ser-

viços de Cultura da C.M.M., sob a coordenação de Manuel J. Gandra e Amélia Caetano (1993), publicada pela Câmara Municipal de Mafra, apresenta-se como uma obra cronológica onde podemos encontrar informações importantes sobre os factos mais marcantes da história destes carrilhões, desde acontecimentos, intervenções, contratação de carrilhonistas e concertos.

Como pudemos verificar, o interesse por estes instrumentos particulares tem aumentado ao longo dos tempos, não só por parte de investigadores do ramo da musicologia, mas também da área da física e da acústica.

## 2.3 Estado da arte em acústica musical

O comportamento vibratório e as características sonoras dos sinos de igreja e de carrilhão têm vindo a adquirir um interesse científico crescente, por parte de investigadores na área da acústica musical. Este adquiriu força nos últimos anos, verificando-se, até ao século XIX, apenas alguns apontamentos numa literatura que se apresenta escassa.

O primeiro a publicar que os sons musicais podiam ser constituídos por mais do que um parcial e que contribuíam para a qualidade ou timbre do som musical foi Nicole Oresme, no séc. XIV. Este conhecimento foi redescoberto no séc. XVII por investigadores como Mersenne, que no seu *Traité de l'Harmonie Universelle*, de 1636, afirmou que “vibrating bodies could do so with more than one frequency” e que se debruçaram sobre o estudo das relações entre os parciais nos sinos [Hibberts, 2008, p.13].

No entanto, só no final do século XIX começaram a surgir estudos científicos verdadeiramente aprofundados nesta área. Helmholtz (1877) concluiu que os parciais do sino contêm diversos meridianos nodais associados, igualmente espaçados em torno do mesmo. Além disso, aborda também a degeneração dos modos num sino, um fenómeno com consequências sonoras importantes, afirmando que:

if a bell is not perfectly symmetrical about its axis, if, for exemple, the wall is a littlle thicker a tone point of its circumference than at another, it will give, on being struck, two notes of very nearly the same pitch, which will beat together [Hibberts, 2008, p.14].

Em 1890, Lord Rayleigh levou a cabo um número de investigações que se tornaram cruciais

neste campo, estudando os cinco primeiros parciais do sino e os seus respetivos meridianos e círculos nodais, utilizando ressoadores de Helmholtz, diapasões ajustáveis, um tubo de órgão, um martelo e a voz para esse efeito [Bagot, 1997]. Tal como Helmholtz (1877), Rayleigh aborda o fenómeno das duas famílias de modos, embora não lhes atribua essa designação e estuda ainda o fenómeno psicoacústico da *strike-note* dos sinos.

Neste século foram ainda fundamentais as contribuições das pesquisas de A. Simpson (1895, 1896), que sugeriu que a afinação dos diversos parciais afetaria o timbre do sino e a publicar regras para afinação, baseadas nas suas experiências com o famoso fundidor inglês J. Taylor.

No século XX, o número de investigações sobre o comportamento vibratório dos sinos de igreja e de carrilhão aumentou significativamente, tornando-se as mesmas cada vez mais exaustivas e detalhadas, à medida que os métodos e softwares de medição e análise se foram desenvolvendo. Nas primeiras décadas surgem-nos importantes investigações sobre os padrões nodais, a *strike-note* [Jones, 1928, Heuven, 1949], amortecimentos e radiação sonora [Heuven, 1949]. Contudo, estas encontravam-se limitadas pela qualidade do equipamento e dos métodos de medição utilizados, entre os quais diapasões e ressoadores de Helmholtz [Curtiss and Giannini, 1933, Grutzmacher et al., 1965, Heuven, 1949, Tyzzer, 1930].

Com a evolução do equipamento e a introdução de novos métodos teóricos e experimentais, tornou-se possível compreender e explorar mais detalhadamente estes fenómenos, bem como analisar com mais precisão os comportamentos vibratórios dos sinos. Destaca-se a utilização de métodos como: cálculo por elementos finitos, com vista a observar e analisar círculos e meridianos nodais [Perrin et al., 1983, Perrin et al., 1995] e experimentar novos designs de sinos com diferentes estruturas de parciais, nomeadamente a criação de sinos de terceira maior [McLachlan and Cabrera, 2002, Ozakca and Gogus, 2004, Schoofs et al., 1987], análise modal experimental [Fleisher, 1996], entre outros.

Assim, surgiu um importante número de publicações que se tornaram uma referência para os investigadores da área. Autores como T. Rossing, N. Fletcher e A. Lehr, escreveram importantes livros que abordam, de forma geral, resultados de investigações sobre modos vibratórios, percepção sonora dos sinos, design, construção e afinação [Lehr, 1987, Rossing, 1984, Fleischer and Rossing, 1998]. Por outro lado, um número extenso de estudos mais específicos sobre as diversas problemáticas referidas tem vindo a aumentar significativamente. Diversos autores têm dedicado investigações cada vez mais profundas ao estudo de parciais,

modos vibratórios, padrões nodais [Lehr, 1965, Perrin et al., 1983, Rossing and Perrin, 1987, Rossing et al., 1988], ao fenómeno da *strike-note* [Hibberts, 2008, Rossing and Perrin, 1987, Terhardt and Seewann, 1984], do *warble* [Rossing and Perrin, 1987, Swallowe et al., 1990], [Lehr, 1997, Park et al., 2009], entre outros. Outras publicações dedicam-se mais especificamente ao processo de afinação de sinos de carrilhões [Park et al., 2008, Perrin et al., 1995]. Perrin, et. al (1995), num estudo onde comparam funções de afinação obtidas experimentalmente por Van Heuven num sino Hemony pequeno com outras obtidas por estes, experimentalmente, fornecem dados importantes sobre o processo de afinação.

Todavia, à parte de artigos como o de Boutillon & David (2002) que, através de ensaios acústicos e vibratórios antes e depois do restauro, estudaram, relativamente às frequências e tempo de decaimento, as alterações do comportamento vibratório dos sinos do carrilhão de Perpignam durante o seu restauro, verifica-se uma grande ênfase no estudo de sinos individualmente e não propriamente no estudo de carrilhões, uma lacuna em estudos sobre afinação, diapasão e temperamento de carrilhões históricos.

# Capítulo 3

## Contextualização histórica

### 3.1 O carrilhão: origem e evolução

O carrilhão, como o conhecemos nos dias de hoje, um instrumento de torre de grande envergadura, capaz de produzir melodias harmónicas e cromáticas, é o resultado de uma longa e gradual evolução e transformação que se estendeu durante séculos.

Para refletirmos sobre a sua origem, devemos deter-nos, em primeiro lugar, sobre os seus componentes essenciais, os sinos. Estes instrumentos, que se encontram entre os mais antigos do mundo, nem sempre possuíram uma função, de todo, musical. A sua principal utilização no quotidiano era, essencialmente, para proteção dos animais dos espíritos malignos, para manter rebanhos unidos, impressionar Deuses e Homens e alertar para situações de perigo.

Os sinos podem apresentar-se em duas formas distintas: fundidos e forjados. Segundo Price (1933), os segundos, que consistem apenas em metal dobrado, do tipo aberto, evoluíram primeiro. Todavia, os sinos fundidos demonstraram ter maior utilidade, em parte, por poderem adquirir tamanhos maiores [Price, 1933].

Grande parte da literatura atribui a origem do sino ocidental europeu à China Antiga, presumivelmente porque a cultura do bronze, uma das principais condições para se fundir este instrumento, foi desenvolvida neste país muito antes de Cristo e, além disso, vários sinos criados nessa época, baseados na escala pentatónica, serviram, provavelmente, como padrão de afinação para outros instrumentos musicais [Lehr, 1965]. Recentemente, nos anos 80, foi descoberto neste país um conjunto de sinos afinados do séc. V A.C. [Rossing, 1987]. No entanto, autores como André Lehr (1965) têm as suas dúvidas relativamente à introdução da

arte de fundir sinos na Europa através da China, uma vez que, de acordo com o mesmo, “not only is the Chinese bell with its cylindrical shape of a totally different profile than the oldest European bell, but also in Europe a different and better bronze alloy had been used from the beginning”. Além disso, “the development of the European founding art started from a very primitive stage, which makes any comparison with the highly refined bell art of China at the same time seem rather imaginary” [Lehr, 1965]. Assim, A. Lehr (1965) considera mais viável atribuir a sua origem à região da Ásia Central, cerca de 2 milénios A.C. Outros autores defendem, ainda, que a introdução do sino na região europeia se terá devido à migração de povos indo-europeus, cerca do ano 1000 A.C. [Sebastian, 2008].

Por volta do ano 400, o bispo de Nola, Paulinus (353-431) e, posteriormente, c.a. do ano 600, o Papa Sabinianus, contribuíram para a introdução dos sinos na igreja cristã. Colocados em grande parte das torres das suas igrejas foram, durante a Idade Média, aumentando progressivamente em número e em tamanho, e acabaram por adquirir um simbolismo próprio dentro do cristianismo, acumulando funções de aviso e de chamamento para o culto. Contudo, não tinham ainda funções musicais.

Se quisermos definir a verdadeira origem dos sinos como os conhecemos nos dias de hoje, deveremos ter em conta a sua utilização nos mosteiros. Foi aqui que adquiriram funções musicais, sendo agrupados de forma a dar origem a uma sequência musical ordenada. Além disso, como veremos no próximo capítulo, sentiu-se pela primeira vez a necessidade de os afinar, o que leva autores, como André Lehr (1965), a considerar esta a origem da afinação destes instrumentos.

Um dos mais primitivos instrumentos deste género é a *cymbala* (Figura 3.1), que consistia numa série de sinos, fixos em vigas, cujos badalos estavam ligados por cordas ou fios a grandes teclas de madeira, de forma semelhante aos órgãos do século XI e XII [Price, 1933].

Na literatura existe alguma controvérsia quanto ao facto de se considerar este instrumento como uma manifestação primitiva do carrilhão. Van Doorslaer de Mechlin, arqueólogo belga, não considera uma ligação entre o carrilhão e a *cymbala*, porque esta última já não existia aquando do surgimento do carrilhão. No entanto, autores como Verheyden de Antuérpia, defendem que existe uma relação entre os dois. Já de acordo com Price (1933) “it is reasonable to infer that the clavier common to the early organ and cymbala was later adapted to this chime” [Price, 1933, p.15].

Todavia, na generalidade, a origem do carrilhão atual é unanimemente atribuída ao *vo-*



Figura 3.1: Representação de uma *cymbala* numa iluminura das Cantigas de Santa Maria, c.a. de 1280. Reimpresso de *The Carillon: Vermeers's Musical Companion*, de A. Rech. Recuperado de [http://www.essentialvermeer.com/music/carillon/carillon\\_a.html](http://www.essentialvermeer.com/music/carillon/carillon_a.html). Copyright [2001-2012] por Jonathan Janson. Reimpresso com permissão.

*orslag*, um instrumento muito em voga no século XV, que consiste num conjunto de sinos pequenos ligados a um mecanismo de relógio de torre, que tinham como principal função anunciar as horas. O seu termo deriva da palavra alemã *vorschlag*, que significa um ornamento no começo de uma nota e *studentruf*, uma chamada da hora. O seu mecanismo percutia, inicialmente, os sinos mais pequenos mesmo antes da hora, anunciando que o sino mais pesado, que a indicava, estava prestes a soar.

Este instrumento assumiu uma função primordial no quotidiano das cidades, numa época onde o mercado industrial ascendia e a criação do sistema capitalista solicitava a regularização das horas de trabalho, sendo a posse de um *voorslag* um sinal de progresso municipal.

À medida que este instrumento indicador de tempo foi evoluindo, o seu número de sons por hora aumentou de dois para oito e, no seu auge, continha uma variedade considerável de árias populares e melodias religiosas, que eram alteradas de mês a mês, geralmente de acordo com o calendário litúrgico. Este, que inicialmente anuncjava apenas a hora e a meia hora, passou a conter, nos primeiro e terceiro quartos de hora, duas melodias distintas e, nos quatro intervalos entre os mesmos, um pequeno floreado de notas. Esta tradição permitia, através do toque de árias populares, manter vivo um espírito nacional flamengo, servindo como ligação para a sua cultura anciã [Price, 1933].

O seu mecanismo era, geralmente, automático e funcionava através de um cilindro, inici-

almente de madeira e, posteriormente, de ferro.

O primeiro passo para a transição do *voorslag* para o carrilhão ocorreu quando se lhe adicionou um teclado. Este era semelhante ao do órgão primitivo, que se tocava com os punhos. Os primeiros tocadores de carrilhão também adotaram esta forma de tocar, sendo designados em França por *batteler* ou *batteleur*. Em países como a Inglaterra, tinha-se ainda o costume de tocar um conjunto pequeno de sinos amarrando a corda de dois sinos com a mão e ligando um terceiro a um pedal para o pé (Figura 3.2).



Figura 3.2: Tocador de sinos, iluminura de c.a. 1450. Reimpresso de *Nederlandse Klokken spel-Vereniging*. Recuperado de <http://www.klokken spel.org>. Copyright [2000-2012], por Nederlandse Klokken spel-Vereniging. Reimpresso com permissão.

Com o aumento progressivo do número de sinos, sentiu-se necessidade de acrescentar pe-  
dais ao teclado, o que permitiu um número ainda maior de possibilidades musicais. Desde esta  
adoção, os carrilhões sofreram apenas alterações na melhoria de detalhes do seu mecanismo  
e no aumento do número de sinos [Rice, 1915].

No século XVI, estes instrumentos sofreram as consequências de uma época de guerra.  
Constituídos pelo mesmo material que os canhões utilizados nas batalhas, era comum o roubo  
destes instrumentos e a sua consequente destruição, ou mesmo a sua refunção, com o intuito  
de os transformar em armas de guerra.

Contudo, neste século não deixou de haver grandes avanços no desenvolvimento de conjuntos de sinos afinados, sendo uma época marcada pela completa transformação de instrumentos

mais pequenos em carrilhões [Price, 1933]. Foi também nesta altura que se estabeleceu, em Mechlin, o posto de *beiaardeer* ou *carilloneur*, que se manteve até aos dias de hoje.

Um nome sonante da fundição de carrilhões deste tempo foi o da família Van den Gheyn que fundia sinos em Mechlin, mudando-se, posteriormente, para Louvain em 1563. O seu trabalho marca o culminar do *voorslag* e os seus instrumentos eram marcados pela pureza de som, não obtida até então neste meio e que, de acordo com Price, constituiu “a foretaste of the improvement in tuning to be attained in the following century” [Price, 1933, p.19].

Contudo, a época conturbada em que esta família viveu, limitou a sua contribuição para o avanço na arte do carrilhão, pelo que este seria apenas verdadeiramente consumado na época seguinte, com o surgimento dos famosos irmãos Franz (1597-1667) e Pieter (1619-1680) Hemony, os expoentes máximos de uma “era de ouro” da fundição e afinação de carrilhões. Embora naturais de Lorraine, cedo se estabeleceram em Zutfen, onde fundaram a sua primeira fundição. O seu primeiro carrilhão, construído em 1645 para a torre desta cidade, teve um resultado bastante satisfatório e uma grande aceitação pela cidade, o que fez com que a sua reputação se difundisse rapidamente e várias cidades começassem a solicitar os seus carrilhões. Em 1655 os dois irmãos separaram-se, com a ida do irmão mais velho, Franz, para Amesterdão, onde lhe foi oferecido um local para estabelecer a sua própria fundição e, desde logo, encomendados cinco carrilhões para as torres da cidade. A fundição de Zutfen foi mantida, mas ficou a cargo do irmão mais novo, Pieter. Dez anos depois, os irmãos voltaram a juntar-se, com a ida de Pieter para Amesterdão, tendo construído, em conjunto, três carrilhões para Utrecht. Depois da morte de Franz Hemony, considerado universalmente como o “Emperor of Bell-founding” [Price, 1933, p.29], Pieter conduziu a fundição, em Amesterdão, sozinho, até à sua morte em 1680.

Durante trinta e cinco anos, os irmãos Hemony assinaram dezenas de carrilhões, que atingiram um valor, de acordo com van der Straeten, de mais de três milhões de francos, uma quantia abismal para a época [Rice, 1915] e construíram a maioria dos sinos presentes na Holanda daquele tempo, tendo ainda fornecido carrilhões para cidades como Hamburgo, Mainz, Estocolmo, Darmstadt, entre outras.

Entre outros nomes de referência na arte de fundir e afinar carrilhões, além dos Van den Gheyn, cuja família adquiriu importância não só antes dos irmãos Hemony, mas também nos anos posteriores, através dos seus descendentes, são de referir os Dumery (ou Du Mery), cujo maior carrilhão, feito em 1743, se encontra em Bruges, e os Whaghevens.

Outro fundidor que se destacou na sua época, ao que tudo indica, discípulo dos irmãos Hemony e que viria mais tarde a trabalhar em competição com os mesmos, foi Melchior de Haze, nascido em 1630. Este também fez frente ao sucessor dos irmãos Hemony, o seu sobrinho, Mammes (ou Mammertus) Fremy, de Amesterdão.

Sobre este sobrinho, Pieter Hemony escreveu, em 1677, a um prior seu amigo: “He is now able to found such bells as your Reverence desires; I hope in time he will learn also to tune well; as for me, I can now only direct the work and do tuning” [Rice, 1915, p.96]. Como podemos perceber a partir desta descrição e do resultado posterior dos seus sinos, o sobrinho dos Hemony não herdou um espantoso talento para afinar carrilhões, o que fez com que grande parte das suas encomendas fossem recusadas e substituídas pelos carrilhões que mais se aproximavam dos dos irmãos Hemony, ou seja, os do seu discípulo de Haze.

São ainda dignos de menção Noorden e De Grave, também discípulos dos irmãos Hemony e W. Witlockx de Antuérpia, fundidor de um dos carrilhões do Palácio Nacional de Mafra.

Depois desta “era de ouro”, em que o carrilhão se tinha tornado sinal de prestígio das cidades e os seus monarcas competiam para adquirir carrilhões cada vez maiores com sinos mais pesados, como foi o caso de D. João V, o carrilhão voltou a enfrentar um período de declínio. Com a morte de grandes fundidores, nomeadamente de W. Witlockx, segundo Price (1933), o último grande representante da “era de ouro” da arte dos carrilhões, que não deixaram seguidores e não partilharam os seus segredos de fundição e afinação, os fundidores deixaram de conseguir produzir sinos afinados de forma aceitável, o que provocou um desinteresse ainda maior por estes instrumentos, que já não eram capazes de produzir uma música melodiosa e agradável [Price, 1933].

Além disso, novamente devido a uma época de guerra, marcada pelas invasões francesas, vários carrilhões foram furtados e destruídos, tendo-se perdido importantes instrumentos dos irmãos Hemony, da família Van den Gheyn e de outros fundidores importantes, o que provocou um certo desinteresse e esquecimento destes instrumentos.

Só na última década do século XIX, fundidores como John Taylor começaram a conseguir afinar, novamente, renascendo o interesse por esta arte. Também aqui, como referimos no Capítulo 1, cada vez mais autores se começaram a interessar por estes instrumentos tão complexos, surgindo um maior número de obras e investigações dedicadas a este instrumento.

Em suma, os carrilhões percorreram um longo caminho até se transformarem no instrumento que hoje recheia as torres das igrejas de tantas cidades, devendo muito do seu

desenvolvimento aos avanços na arte de fundir e afinar conquistados no século XVII e início do XVIII, época a que pertencem os dois instrumentos históricos presentes no Palácio Nacional de Mafra.

### 3.2 Construção e afinação: factos marcantes

O processo que um carrilhão enfrenta até se constituir num instrumento musical fundido com precisão e satisfatoriamente afinado é extremamente complexo. Nos dias de hoje, a construção de sinos de um carrilhão envolve diversas técnicas, que abordaremos ao longo deste capítulo, como a de modelação vertical com um falso sino, para construção do molde, e a posterior utilização dos fornos de revérbero, para a fusão do bronze.

No caso dos sinos de igreja e de carrilhão, é hoje uma prática unanimemente aceite pelos fundidores modernos a afinação dos cinco primeiros parciais de cada sinal, que recebem, comumente, nomes sugestivos como *Hum*, *Prime*, *Tierce*, *Quint* e *Nominal*<sup>1</sup>, respeitando os respetivos *ratios*, 0.5:1:1.2:1.5:2. A afinação é feita através da remoção de metal no seu interior por torneamento, a alturas diferenciadas [Perrin et al., 1995]. No caso dos carrilhões, uma vez que são instrumentos harmónicos, não se deve ter em conta apenas a sua afinação interna<sup>2</sup>, individual, mas também a afinação conjunta com os restantes sinos, tendo em vista a obtenção de um temperamento musical.

Todo este processo de construção e afinação de um carrilhão tem sido fruto de uma evolução gradual, ao longo dos tempos, até aos dias de hoje.

A primeira pessoa à qual se associa a tradição de construir sinos foi Tubal Cain (c.a. 5000 A.C.), considerado “the father of the art of casting metals” [Price, 1933, p.74]. Neste século, na Ásia, utilizava-se já uma liga de quatro partes de cobre para uma de estanho, empregue na fundição sineira, conhecida como *bronze campanil* [Sebastian, 2008]. Na China construíam-se já sinos de bronze de grandes dimensões, de forma cilíndrica, e pequenos conjuntos de sinos de *chimes* em conjuntos musicalmente afinados [Bagot, 1997].

Contudo, no caso europeu, os primeiros sinos não eram de bronze, encontrando-se alguns exemplos, de finais do séc. VI e inícios do séc. VII, de ferro forjado, como é o caso de sinos

---

<sup>1</sup>Tal como L. Henrique [Henrique, 2007] decidimos manter a designação original inglesa por não encontrarmos uma tradução satisfatória

<sup>2</sup>Chamamos afinação interna à relação entre os parciais internos de um sinal.

encontrados no Mosteiro de São Gall e no Mosteiro de Santa Cecília e um sino de cobre numa igreja em Stival, Pontivy (Figura 3.3).



Figura 3.3: Sino alemão, de ferro forjado, da Igreja de Santa Cecília de Colónia, de 613. Reimpresso de *História da Fundição Sineira em Portugal* de L. Sebastian, 2008, Coruche: Município de Coruche / Museu Municipal de Coruche. Reimpresso com permissão.

Relativamente ao seu perfil, verifica-se alguma variedade, mas com tendência para se encontrarem perfis verticais de secção quadrangular [Sebastian, 2008].

Nos dois séculos seguintes, em que o bronze era já o principal componente utilizado na construção de sinos europeus, nomeadamente na Península Ibérica, os sinos começaram a apresentar formas semiesféricas (Figura 3.4), esféricas e campanulares (Figura 3.5). Alguns autores admitem a coexistência de diferentes perfis durante, pelo menos, parte do período medieval, mantendo-se esta diversidade, em maior ou menor grau, até ao século XVI [Sebastian, 2008].

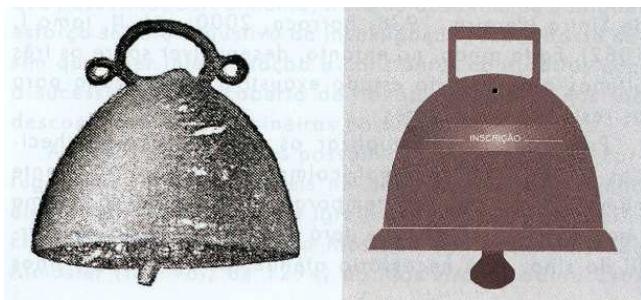


Figura 3.4: À esquerda, sino francês, de ferro forjado, de Notre-Dame, de Rocamadour, do século IX e, à direita, representação esquemática do sino espanhol, de bronze, com forma semiesférica, conservado no Museo Arqueológico de Córdoba, do ano 925. Reimpresso de *História da Fundição Sineira em Portugal*, de L. Sebastian, 2008, Coruche: Município de Coruche / Museu Municipal de Coruche. Reimpresso com permissão.

Na Figura 3.5, estão apresentados dois sinos pertencentes a uma fase de transição dos perfis esféricos para os campanulares. Num primeiro exemplo, um sino de bronze da abadia de Fleury, datado provavelmente dos séculos VIII-IX, deparamo-nos com uma asa primitiva e bojo<sup>3</sup> timidamente extrovertido, enquanto que, no segundo caso, num sino italiano, de Canino, situado entre os mesmos séculos, se observa uma asa singela medieval plena e o bordo já bastante extrovertido, ornamentado com dois cordões [Sebastian, 2008].

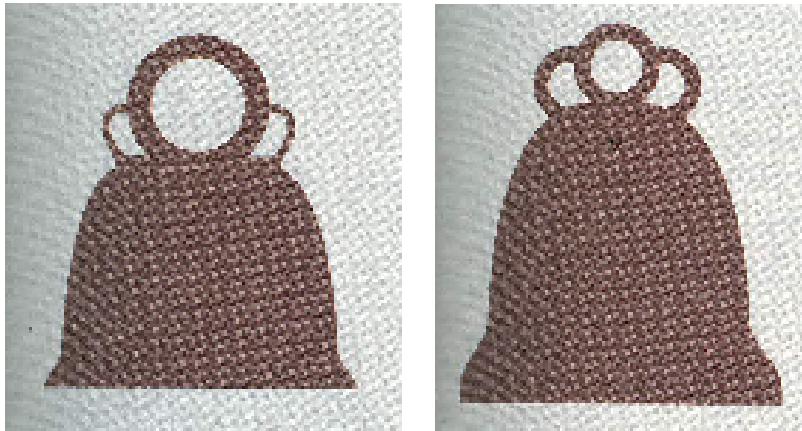


Figura 3.5: À esquerda, representação esquemática de um sino de bronze, da abadia de Fleury, provavelmente datável dos séculos VIII-IX. À direita, representação esquemática de um sino de bronze, italiano, de Canino, dos séculos VIII-IX. Reimpresso de *História da Fundição Sineira em Portugal* de L. Sebastian, 2008, Coruche: Município de Coruche / Museu Municipal de Coruche. Reimpresso com permissão.

A profissão de fundidor veio a estabelecer-se, mais tarde, no século XI, século em que Theophilus Lombardinus, monge beneditino, estabeleceu “the relation of metals in an alloy and the careful preparation of moulds for the small hemispherical gongs which he cast”[Price, 1933, p.74].

No capítulo “De Campanis Fundentis” do seu tratado *De Diversis Artibus*, Theophilus afirma utilizar, nas suas fundições, uma liga de 80% de cobre para 20% de estanho, semelhante às utilizadas nos dias de hoje. Para a construção do molde, usava a técnica de modelação horizontal com falso sino em cera, que consistia na utilização de um torno horizontal, sobre o qual se acumulava e moldava o barro até este assumir a forma do macho com o perfil interior

---

<sup>3</sup>Ver Capítulo 5, Figura 5.1

do sino. Posteriormente, moldava-se, sobre este, um falso sino em cera, aplicando-se mais barro por cima, formando uma capa (molde com o perfil exterior).

Seguindo o princípio da técnica da cera perdida, cozia-se este conjunto, o que proporcionava resistência ao barro, expelindo a cera através de dois orifícios determinados para esse efeito [Sebastian, 2008]. Relativamente à técnica de fusão do metal, Theophilus refere a utilização do cadinho (Figura 3.6), um recipiente de tijolo, pedra e barro, no qual o metal era fundido em contacto direto com o carvão em brasa, inflamado em contínuo pelo acionamento de um ou mais foles [Sebastian, 2008].

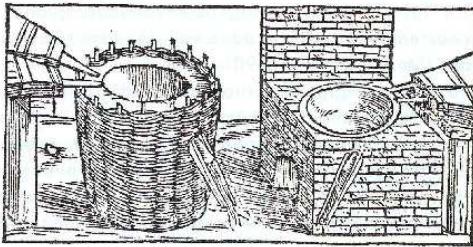


Figura 3.6: Representação de um cadinho, no tratado de metalurgia *De la Pirotechnia* de V. Biringuccio, de 1540. Reimpresso de *História da Fundição Sineira em Portugal* de L. Sebastian, 2008, Coruche: Município de Coruche / Museu Municipal de Coruche. Reimpresso com permissão.

Nesta época, os sinos apresentavam um perfil mais cónico o que os tornava muito menos musicais [Perrin et al., 1995]. Do séc. XI, existe um sino em Mintard (Alemanha), que apresenta um perfil *beehive* (1075 mm no diâmetro da boca, com aproximadamente 900 kg). O bojo tornou-se mais espesso na parte externa, ao contrário dos sinos do templo asiáticos, onde o espessamento era interno. Mais tarde, estes tornaram-se mais espessos no bojo, aproximando-se assim a sua forma da dos sinos ocidentais como os conhecemos nos dias de hoje [Bagot, 1997].

Pouco depois do ano 1000, nos mosteiros beneditinos, começaram a agrupar-se pequenos conjuntos de sinos afinados na escala diatónica, que tinham como principais funções a instrução musical e a sua utilização como registo adicional do órgão, marcando uma transição para a sua utilização como instrumentos musicais (ver Figura 3.7). Assim, começou a sentir-se necessidade de os fundir de forma a associá-los a uma determinada nota musical. Para isso, os monges baseavam-se num método que, de acordo com André Lehr (1965), “was mathematically beautiful but fundamentally incorrect”. Este ditava que a frequência era proporcional à espessura da parede do sino. Consequentemente, sinos com diferença de uma oitava deve-

riam ter mais ou menos o dobro da espessura e o dobro do peso, de forma que, a afinação de um sino uma oitava acima, deveria resultar consideravelmente mais baixa do que o esperado [Lehr, 1965]. De acordo com L. Rayleigh (1842-1919), esta regra é válida, hipoteticamente, apenas para cascas com paredes finas. Uma vez que os monges seguiam, sem questionar, esta regra aritmética, acabavam por suspeitar que os desvios de afinação inerentes eram causados por erros de fundição, o que os levou a começar a afinar os sinos de pequenas dimensões, podendo considerar-se esta a origem da afinação destes instrumentos [Lehr, 1965].



Figura 3.7: Iluminura da *Worms Bible*, de 1148, no mosteiro de Frankenthal em Rhineland, perto de Worms. Como podemos ver, através da ampliação na imagem à direita, estão escritas em cada sino as letras correspondentes à nota de cada sino. Reimpresso de *The central council of church bell ringers*. Recuperado de <http://cccb.org.uk/pr/publicity/bellsandbellringing/>). Fotografia de The Britsh Library. Copyright [1999-2012] por Central Council of Church Bell Ringers. Reimpresso com permissão.

Por volta de 1200, depois de alguma experimentação com a geometria do sino, este adquire uma nova forma, mais alargada e mais espessa em algumas partes, conhecida como *Sugarloaf*, o que permitiu que os sinos tivessem, então, uma nota reconhecível, possibilitando um melhor efeito musical. Este desenvolvimento poderá ter-se devido tanto a necessidades de maior resistência física do instrumento, como a considerações musicais ou a técnicas de fundição melhoradas [Bagot, 1997].

Foi também nesta época que Vincent Beauvais escreveu: “in a bell three individual tones can be produced: a low one by striking the bell in the middle, a high one by striking at

the upper waist, and an intermediate one by striking at the lower waist”, revelando-se pela primeira vez um interesse pelo fenómeno dos parciais [Lehr, 1987, pg. 16].

Como pudemos constatar, a fundição sineira foi evoluindo gradualmente nestas primeiras décadas da história, o que leva autores como L. Sebastian (2008) a afirmar que “ainda que longe de reunir consenso, dada a relativa insipiência da investigação científica nesta área, tende-se hoje a propor em largos traços uma linha evolutiva na qual a técnica de fundição sineira terá apenas sofrido uma lenta evolução até aos séculos XIII-XIV, caracterizando-se até então pela fundição de exemplares de limitada proporção e pela ineficiência técnica, mantidas pela conformidade dos meios em relação às necessidades” [Sebastian, 2008, p.67].

Foi apenas em meados do século XIV, com a introdução das cérceas na fundição sineira, que se verificou um grande avanço na campanologia. Até então, os sinos eram construídos praticamente à mão livre, sem o auxílio de um molde, fixando-se apenas algumas dimensões à priori, nunca existindo, consequentemente, dois sinos com perfis iguais.

Vestígios arqueológicos do Mosteiro de São João de Tarouca, provam que neste século já era empregue, em Portugal, uma técnica de modelação com falso sino em barro, em que o torno horizontal era substituído pelo torno vertical, encontrando-se o molde fixo durante todo o processo, rodando apenas a cércea de madeira, que dava ao molde a forma do perfil desejado [Sebastian, 2008]. Esta técnica foi descrita, mais tarde, na *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*, de Denis Diderot e d' Alembert (Figura 3.8).

Além disso, ocorre uma fase de transição na forma do sino, tornando-se o corpo mais vertical e o ombro mais quadrado, surgindo as primeiras manifestações precoces daquilo que viria ser o perfil *gótico de 3 tons*, muito comum no século seguinte, em que pelo menos três parciais importantes no sino estavam em concordância satisfatória [Bagot, 1997]. Na Figura 3.9 podemos ver uma representação da evolução dos perfis entre o séc. XII e o séc. XV.

No final deste século, na Flandres, utilizavam-se, nomeadamente pelos Van Wous, barras de ferro para testar a afinação, embora haja também referências à utilização de instrumentos como o violino e o órgão para este fim (Figura 3.10).

Com estes avanços, estavam reunidas as condições para que, no século XV, se começasse a variar e relacionar, de forma sistemática, o perfil do sino com a estrutura dos seus parciais.

Um século mais tarde, verificam-se ainda importantes alterações na liga de bronze e nas técnicas de fundição. No tratado de metalurgia de Vannoccio Biringuccio (1480-c. 1539),

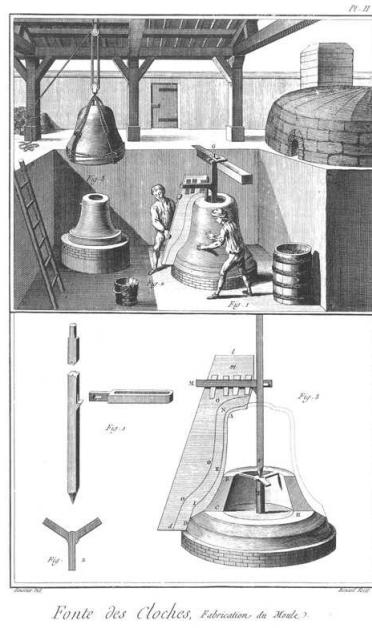


Figura 3.8: Descrição do processo de modelação numa gravura da *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts, et des Métiers*, de 1759, de Denis Diderot e Jean de Rond B. d'Alembert. Reimpresso de *História da Fundição Sineira em Portugal*, de L. Sebastian, 2008, Coruche: Município de Coruche / Museu Municipal de Coruche. Reimpresso com permissão.

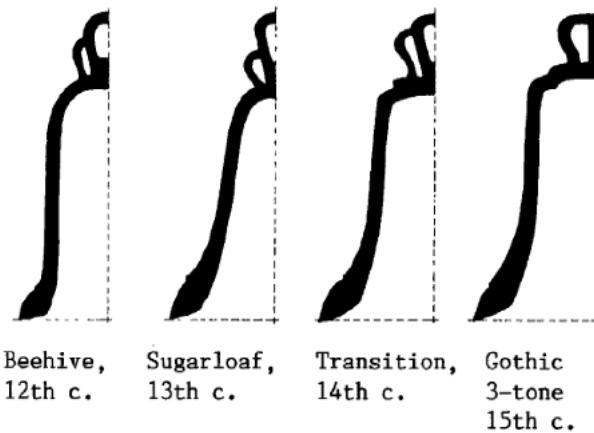


Figura 3.9: Diagrama com representação da evolução do perfil do sino entre o séc. XII e o séc. XV. Reimpresso de *The central council of church bell ringers*. Recuperado de <http://cccb.org.uk/pr/publicity/bellsandbellringing/>). Diagrama de Richard Often. Copyright [1999-2012] por Central Council of Church Bell Ringers. Reimpresso com permissão.



Figura 3.10: Afinação do sino tomando como referência a nota do violino numa pintura de Walter Shirlaw, “The Toning of the Bell”. Reimpresso de *The central council of church bell ringers*. Recuperado de <http://ccbr.org.uk/pr/publicity/bellsandbellringing/>. Copyright [1999-2012] por Central Council of Church Bell Ringers. Reimpresso com permissão.

*De La Pirotechnia*, de 1540 (Figura 3.11), este descreve-nos uma nova técnica de modelação, ligeiramente diferente da indicada por Theophilus, conhecida como modelação horizontal com falso sino em barro. Esta difere, essencialmente, da anteriormente referida pelo facto de se utilizar barro em vez de cera, no falso sino e, além disso, pela modelação do barro não ser feita à mão, mas sim recorrendo a uma cércea de madeira fixa num torno. Contudo, esta terá encontrado uso apenas em Itália, permanecendo nessa península até aos nossos dias [Sebastian, 2008].

Biringuccio descreve-nos, também, uma nova técnica de fusão do metal, ainda hoje utilizada, onde, contrariamente ao cadinho, o metal se encontra separado da fonte de calor, que age “de forma indirecta por reverberação”[Sebastian, 2008, p.71]. Para isso, são utilizados fornos de revérbero, representados na Figura 3.12, que são compostos por três câmaras: a de combustão, que funciona a lenha; o cinzeiro, onde é depositada a cinza, e a câmara de fundição, geralmente feita de tijolo ou barro, onde se funde o metal. Permitindo alcançar “temperaturas mais elevadas, sendo os 1250°C o ideal para atingir uma temperatura de vazamento acima dos 1000°C, este tipo de fornos permite maiores níveis de sucesso, aos quais estarão teoricamente relacionadas ligas mais homogéneas”, relativamente às obtidas através do uso do cadinho [Sebastian, 2008, p.71].

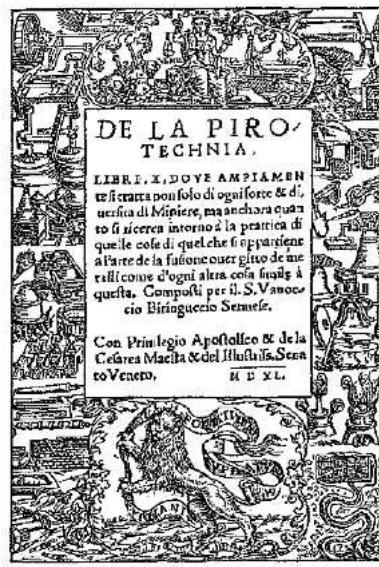


Figura 3.11: Frontispício do tratado *De La Pirotechnia* de Vannoccio Biringuccio, publicado pela primeira vez em 1540. Reimpresso de *História da Fundição Sineira em Portugal*, de L. Sebastian, 2008, Coruche: Município de Coruche / Museu Municipal de Coruche. Reimpresso com permissão.

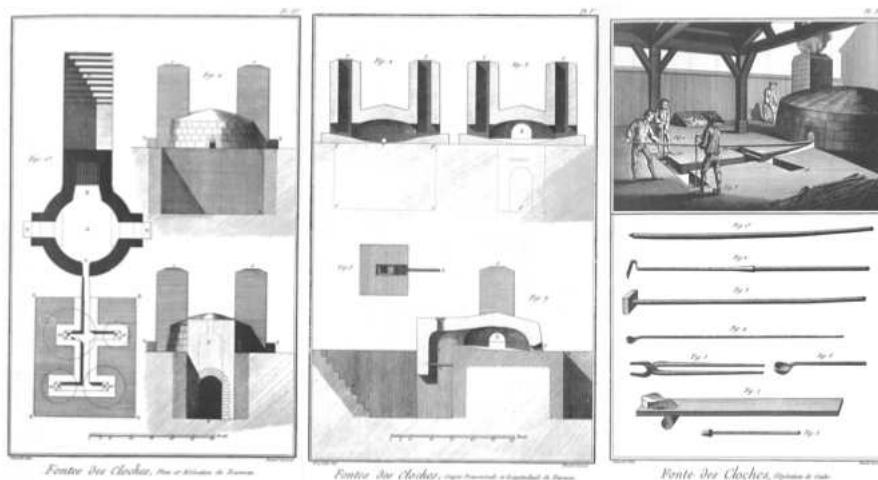


Figura 3.12: Representação de forno de revérbero utilizado na fusão do bronze, na *Encyclopédie ou Dictionnaire Raisonné des Sciences, des Arts et des Métiers*, de 1759, de Denis Diderot e Jean le Rond B. d'Alembert. Reimpresso de *História da Fundição Sineira em Portugal*, de L. Sebastian, 2008, Coruche: Município de Coruche / Museu Municipal de Coruche. Reimpresso com permissão.

É também no séc. XVI que o perfil adquire progressivamente a forma atual. Em Portugal, encontramos exemplos de sinos manuelinos que espelham esta evolução. O perfil moderno é caracterizado por um ombro mais retangular e uma diferença menor entre o diâmetro do ombro e da boca [Sebastian, 2008]. Relativamente às técnicas de afinação, há registos de que se utilizava, já neste século, a técnica de remoção de metal do sino, depois de fundido, de forma a atingir a afinação desejada. Sabe-se também que, frequentemente, se enviavam tubos de órgão aos fundidores para servirem de referência para a afinação, o que poderia servir apenas para a afinação externa<sup>4</sup> do sino, comparando-se apenas a impressão geral da sua afinação com a do tubo do órgão [Lehr, 1965].

A partir de 1600, verifica-se a ocorrência de alguma experimentação de forma a afinar os sinos numa determinada nota musical, “by either ‘shortening’ (chiseling the Sharp lip) to raise the note slightly, or by hewing (chiseling the soundbow to thin it) to lower the note”. Contudo, não havia uma verdadeira compreensão das razões pelas quais estes resultados eram atingidos [Bagot, 1997, p.4]. É também no séc. XVII que surgem as primeiras tentativas de afinação, na Inglaterra, de forma muito rudimentar, lascando o sino ou removendo material com um cinzel. Esta técnica originava grandes assimetrias, tendo como consequência sonora batimentos originados por dois modos com frequências próximas, um fenômeno conhecido por *warble* pelos campanólogos [Perrin et al., 1995]. Talvez pelo seu pouco interesse nos carrilhões, preferindo-os por sinos de repique, os sinos ingleses nem sempre foram considerados de boa qualidade. Na Figura 3.13 podemos ver a imagem de um martelo utilizado para a afinação do sino por lascagem e, ao lado, um sino em que esta técnica foi utilizada.

Com o desenvolvimento da música polifônica, sentiu-se cada vez mais necessidade de, além de afinar os sinos externamente, se encontrar uma afinação interna com uma relação ideal entre os seus parciais. No início deste século, começou, também, a desenvolver-se um interesse científico pelo fenômeno dos parciais, nomeadamente por cientistas como Isaac Beckman (1588- 1637), Marin Mersenne (1588-1648) e René Descartes (1592-1650) [Lehr, 1987]. Foi neste contexto que Jacob Van Eyck, músico e teórico (Figura 3.14), conseguiu interessar os fundidores Franz e Pieter Hemony pelas suas investigações, “resulting in a cooperation that ultimately led to the founding of the first really well-tuned carillon in history!” [Lehr, 1987, p.16].

---

<sup>4</sup>Por afinação externa entende-se a afinação geral da nota de um sino relativamente aos outros sinos de um carrilhão.



Figura 3.13: Martelo de lascagem, à esquerda e, ao lado, sino onde foi utilizada esta técnica (Reimpresso de The Central Council of church bell ringers. Fotografias de R.Offen e Andrews. Recuperado de [http : //cccb.org.uk/pr/publicity/bellsandbellringing/](http://cccb.org.uk/pr/publicity/bellsandbellringing/)). Copyright [1999-2012] por Central Council of Church Bell Ringers. Reimpresso com permissão.



Figura 3.14: Van Eijck e os irmãos Hemony. Imagem histórica, c.a. de 1800. Reimpressa de The Carillon: Vermeer's Musical Companion, de A. Reich. Recuperado de [http : //www.essentialvermeer.com/music/carillon/carillon\\_a.html](http://www.essentialvermeer.com/music/carillon/carillon_a.html). Copyright [2001-2012] por Jonathan Janson. Reimpresso com permissão.

Van Eyck foi, segundo Lehr (1987), “o primeiro a formular quais os intervalos que os parciais inferiores de um sino deveriam formar em conjunto” [Lehr, 1987]. Para isso, adotou um ponto de referência, sendo este o parcial que predominava quando o sino era percutido e que denominou por *strike*, conhecido por outros fundidores como *cornet*. Relativamente a este parcial, era possível ouvir-se duas oitavas, uma inferior e outra superior, uma terceira menor e uma quinta. Assim, se a *strike* fosse Dó5, a série desejada seria: Dó4 - Dó5 - Mib5 - Sol5 - Dó6. Atualmente, estes parciais são conhecidos como: *hum*, *prime*, *tierce*, *quint* e *nominal* e a *strike* ou *cornet* é designada por *strike note* [Lehr, 1987]. O sino ideal, para Van Eijck, continha uma terceira menor. No entanto, este afirmou que “nobody knew why only these partials can be realized in a bell. Only God knew” [Lehr, 1987, p.17]. Contudo, sabe-se, atualmente, que esta terceira menor se deve às “global profile curves that were already set in the Middle Ages(…)” [Lehr, 1987, p.17].

Os irmãos Hemony, por sua vez, tinham as capacidades técnicas necessárias para a concretização prática dos conhecimentos teóricos de Van Eyck. A sua correspondência com Kircher, em Roma, em 1653 e com Harzer, em Darmstadt, em 1671, comprova que estes fundiam o sino mais espesso do que o previsto para depois, a partir do processo de afinação, atingirem o perfil desejado [Price, 1933]. Segundo H. Bagot (1997), contrariamente aos outros fundidores, que utilizavam a técnica de lascagem com um martelo ou remoção de metal com um cinzel, provocando grandes assimetrias nos sinos e respetivas consequências sonoras, sabe-se que os irmãos Hemony utilizavam a ajuda de homens para fazer rodar os seus sinos num torno vertical, com a boca para cima, removendo metal através de raspagem a várias alturas, no interior do sino [Bagot, 1997]. A liga dos seus sinos continha uma mistura de 21,9% a 23% de estanho, contendo os sinos pequenos mais estanho do que os de grandes dimensões. Eles defendiam que todo o carrilhão deveria ser fundido num único vazamento, para que se obtivesse uma homogeneidade tímbrica em todos os sinos.

Estas descobertas revolucionárias, ainda usadas nos dias de hoje, tornaram pela primeira vez possível construir, de forma sistemática, sinos corretamente afinados internamente e no seu conjunto.

Entre os seus contemporâneos na ciência de fundir e afinar, encontram-se ainda personalidades como Mersenne em França, Vaneriche em Itália, Graaf na Alemanha, e Hodson em Inglaterra.

Uma prática comum era os instrumentos serem, depois de fundidos e afinados, entregues

a um relojoeiro (no caso dos Hemony, geralmente ao relojoeiro Spraekel) que os ligava através de cabos ao relógio e a um teclado que os fariam soar. A construção de um carrilhão era então uma obra, não apenas da responsabilidade dos fundidores, mas também de arquitetos, relojoeiros e carrilhonistas que, em colaboração, contribuíam para uma correta construção e instalação deste instrumento.

Van Eijck desenvolveu ainda um método para medir os parciais de um sino individualmente. O seu método de identificação dos parciais do sino baseou-se em experiências com copos de vinho. Este descobriu que o copo possuía diversos parciais e demonstrou que, se assobiasse a nota certa para o copo, era possível colocar os parciais em vibração. O método acabou por ser utilizado nos sinos da catedral de Utrecht, embora não tenha sido muito aplicado na afinação de sinos, uma vez que exigia muito da audição musical.

Por esta razão surgiu uma variação do mesmo, igualmente baseada no fenómeno de ressonância, e utilizado pela primeira vez pelos irmãos Hemony, no século XVII. A ideia era colocar barras de ferro ou bronze, previamente afinadas de acordo com os parciais desejáveis, através da referência de um órgão ou de uma harpa, a ressoar quando o sino fosse percutido. Uma vez que o sino tem tendência a soar com grande intensidade, nem sempre era fácil percecionar auditivamente se a barra entrava ou não em ressonância. Assim, este método foi posteriormente refinado através da utilização de areia. Ao vibrar, a barra faria com que a areia se movesse acumulando-se nos seus nodos [Lehr, 1965].

Relativamente aos parciais escolhidos para afinar, Mersenne, nos seus contatos com Van Eyck, afirmava ter compreendido que um sino deveria ter três parciais de oitava bem afinados: a *hum*, que poderia ser ouvida no bojo, a *prime*, na parte inferior da barriga que, de acordo com Lehr (1987) não parece estar correto, e a *nominal*, na parte superior da barriga [Lehr, 1987]. Também Franz Hemony, numa carta de 1653 a Athanasius Kircher (1602-1680) destaca importância da afinação do parcial *nominal*, quando refere que “a well-designed bell should have such proportions that three octaves, two fifths, a minor and major third (and not ‘or’ as is often translated) can be heard. One of these tones can be called the major tone, the highest tone of these octaves, as this one sounds much more clearly and dominates the other tones, which are subordinate” [Lehr, 1987, p.18].

No que diz respeito ao temperamento utilizado na afinação do conjunto de sinos de um carrilhão, sabe-se que, nesta época, não estava ainda em uso a escala temperada. Desta forma, a tonalidade em que este era afinado, bem como o seu âmbito, tinha de ser decidida

antes de estes serem fundidos. Grande parte dos carrilhões do século XVII foram afinados na tonalidade de Dó, embora por vezes se utilizassem outras tonalidades quando se harmonizavam estes instrumentos com antigos *voorslag* ou com sinos previamente existentes nas torres onde iriam ser instalados [Price, 1933]. Encontram-se também, frequentemente, carrilhões afinados nas tonalidades de Láb, Sib, Mib. Para poder tocar nestes instrumentos de diferentes tonalidades e afinados numa escala única, o carrilhonista tinha de escrever transcrições para adequar a tonalidade da peça ao temperamento do carrilhão.

O primeiro fundidor a pretender afinar um conjunto de sinos no temperamento igual foi Borchardt, em 1770, numa época em que se continuaram a criar novos métodos de identificação de parciais, nomeadamente o de John Theophilus Desaguliere (1683-1744) para detectar a *hum*, no qual, montando uma estaca de ferro muito próximo da superfície do sino e percutindo-o, este vibrava contra a estaca. Através deste método, Desaguliere concluiu que o sino mudava de forma quando vibrava e que a secção redonda horizontal transversal se alterava constantemente em círculos oblongos. Por volta de 1800, Chladni sugeriu que se segurasse o bojo do sino num ou mais meridianos nodais do parcial desejado e que se friccionasse com um arco. Assim, sem a perturbação dos outros parciais, era possível ouvir o parcial produzido [Lehr, 1987].

Depois da morte dos grandes fundidores da “era de ouro”, vivida entre o séc. XVII e inícios do XVIII, e do período de guerra originado pela Revolução Francesa, nenhuma firma foi capaz de produzir carrilhões de qualidade superior aos desta era por mais de duas gerações [Price, 1933].

Neste período da história da fundição e afinação, em que a qualidade de afinação dos carrilhões diminuiu drasticamente, sabe-se que os fundidores ingleses seleccionavam o parcial *nominal* para ser afinado, negligenciando a *hum* e a *prime* [Price, 1933].

Em 1850, tornam-se comuns, na medição dos parciais, os ressoadores esféricos, inventados por Helmholtz, que permitiam reconhecer o parcial desejado entre os restantes, embora não permitissem medições exatas. Chladni desenvolveu outro procedimento, em que se preenchia parcialmente o sino com água e se deixava o mesmo soar, o que permitia localizar visualmente os respetivos nodos e antinodos através da água. Posteriormente, adotou-se um sistema mais simples e eficaz, mas simultaneamente mais fatídico, que consistia em bater a superfície do sino em vários locais e verificar se o parcial em estudo ainda podia ser ouvido [Lehr, 1987].

Além disso, desenvolve-se ainda um maior interesse pelas linhas e círculos nodais, até

então negligenciados [Lehr, 1965], por investigadores como L. Rayleigh que, tendo em vista os sinos ligeiramente assimétricos, criou um método para determinar o número de meridianos nodais através dos batimentos resultantes de dois parciais com frequências muito próximas, vindo mais tarde a descobrir-se corresponderem a pares degenerados de modos. “Se houver alguma rigidez extra na circunferência, o modo com a frequência a mais alta terá um dos seus antinodos na posição onde a rigidez é máxima; as posições dos mais baixos, são alterados com um angulo de  $90^\circ$  relativamente aos do mais alto”, ou seja, um dos modos terá os seus antinodos onde o outro tiver os nodos, e vice-versa [Lehr, 1987]. Outro método para determinar os meridianos, embora não facilmente aplicável a sinos reais, era rodar os mesmos em torno do seu eixo, contando quantas vezes o parcial em observação variava em amplitude durante uma volta.

Este século fica ainda marcado pelo aparecimento de importantes instrumentos de afinação, com frequências variáveis, utilizados em várias fundições de sinos, os diapasões com massas ajustáveis nas suas hastas (Figura 3.15). A alteração da posição dessas massas co-

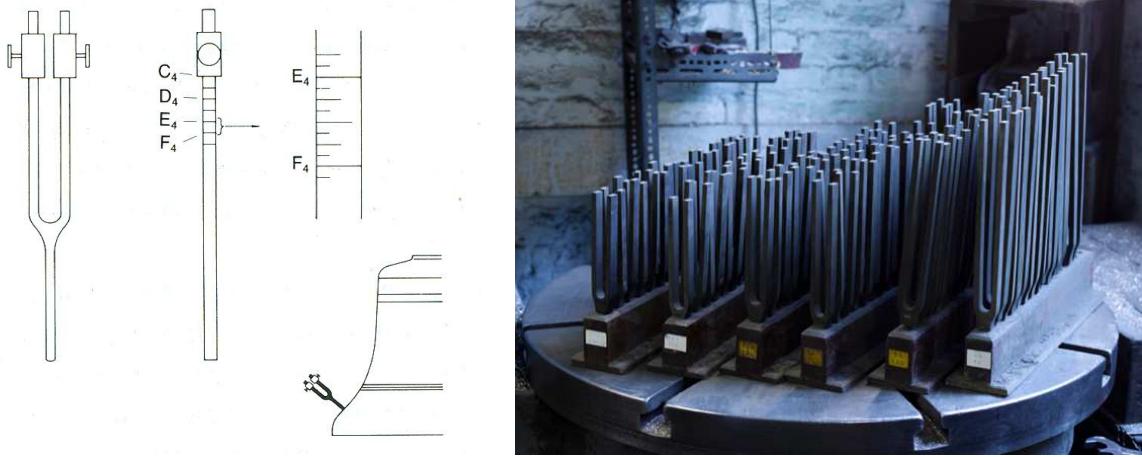


Figura 3.15: Representação de um diapasão com massas ajustáveis (à esquerda) e um conjunto de diapasões utilizado na fundição *Whitechapel*, em Inglaterra. Recuperado de <http://cccb.org.uk/pr/publicity/bellsandbellringing/>). Copyright [1999-2012] por Central Council of Church Bell Ringers. Reimpresso com permissão.

locadas nos diapasões provoca a alteração da sua frequência, o que permitia aos afinadores controlarem a mesma conforme a afinação pretendida. Com este instrumento era possível colocar os parciais do sino em ressonância, percutindo o diapasão e colocando-o em contacto

com a superfície do sino [Lehr, 1987].

A publicação de importantes investigações levadas a cabo por investigadores como Rayleigh, Thybaud e Simpson levou a uma desmistificação do processo de afinação, que até então era frequentemente guardado em segredo, permitindo uma maior facilidade de acesso a informações sobre esta arte, disponibilizando informação essencial, nomeadamente sobre a influência da localização e da profundidade da raspagem em cada parcial. Hoje em dia, sabe-se que:

cuts near the mouth can raise the frequencies of all musical partials save the quint. Cuts upwards from the soundbow to waist lower the same four. The relative amounts of this raising or lowering will of course vary with the precise location of the cut. None of the partials can be raised independently and only the quint and fundamental can be independently lowered, by cutting in the waist and shoulder regions respectively [Perrin et al., 1995, p.85].

Como se pode verificar a partir da Figura 3.16, apenas dois parciais, a fundamental e a quinta (de forma geral), podem ser afinados de forma independente. Todos os outros não podem ser afinados individualmente, o que torna o processo de afinação extremamente complexo.

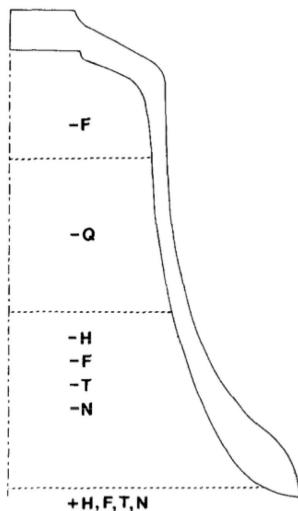


Figura 3.16: Influência da localização da raspagem nos parciais de um sino. Os sinais positivo ou negativo indicam subida ou descida das frequências. H- *Hum*; F – *Prime*; T – *Tierce*; Q – *Quint*; N – *Nominal*. Reimpresso de “On the tuning of church and carillon bells”, de R. Perrin, T. Charnley e G.M. Swallowe, 1994, Applied Acoustics 46 , p. 83-101. Copyright [1995] por Elsevier Science Limited.

Também W.W. Starmer, no século XX, partilhou a teoria de afinação utilizada pelos melhores fundidores ingleses, sumarizando-a da seguinte forma:

1. A bell must be in tune with itself before it can possibly be in tune with others.
2. Every bell has at least five tones (and in some instances more), which can be most accurately tuned.
3. These principal tones are: strike-note, nominal (above), and hum-note (below), which three should be perfect octaves with each other, and the tierce (minor third), and the quint (perfect fifth) between the strike-note and the nominal. All these must be in perfect tune with each other.
4. The timbre of a bell depends: (a) on the consonance of its component tones; (b) on the relative intensities of the various tones, which in their turn are dependent upon the minute accuracy of sharply-defined height, width, and thickness proportions. These again must be so adjusted as to admit of the several tones being perfectly tuned without upsetting the ratio between the thickness proportions and other dimensions of the bell [Rice, 1915, p.109,110].

À medida que nos vamos aproximando dos dias de hoje e com o crescente número de investigações sobre os diversos fenómenos que envolvem a construção e afinação de um carrilhão, juntamente com a criação de melhores fornos e máquinas de afinação (Figura 3.17), os fundidores vão dominando cada vez mais esta arte, controlando fatores não dominados anteriormente, como os perfis dos sinos mais agudos e o fenómeno do *warble*. Além disso, através da análise de sinos da “era de ouro” da fundição de carrilhões, nomeadamente sinos dos irmãos Hemony ou dos Van den Gheyn, é possível, cada vez mais, aceder a alguma informação sobre as suas técnicas de fundição e afinação. No entanto, ainda hoje se considera este processo extremamente peculiar e complexo, não se podendo atingir a partir de uma teoria definitiva.

Alguns fundidores experimentaram ainda novas abordagens que se afastam do sino de terceira menor, de forma a obter uma relação de parciais diferente da utilizada até então, como é o caso de André Lehr (1987), que criou um sino de terceira maior (Figura 3.18), McLachan & Cabrera (2002), que também desenharam, a partir do método de elementos

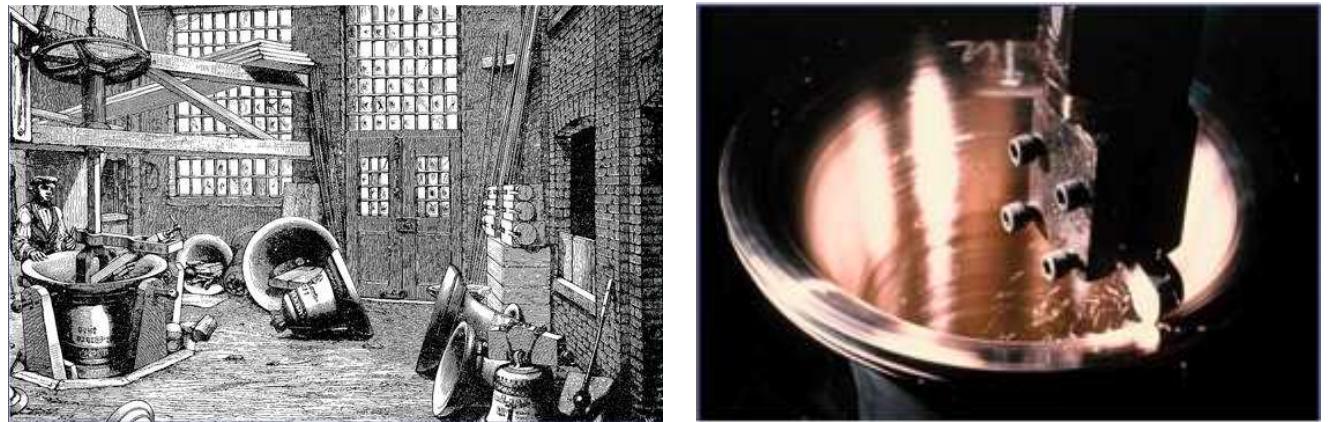


Figura 3.17: À esquerda, um torno vertical de afinação do séc. XIX. À direita, afinação de um sino num torno moderno. Gravura e fotografia de Whitechapel Bell Foundry, Ltd. Recuperado de <http://cccb.org.uk/pr/publicity/bellsandbellringing/>). Copyright [1999-2012] por Central Council of Church Bell Ringers. Reimpresso com permissão.



Figura 3.18: Sinos de terceira maior fundidos pela Royal Eysbout. Reimpresso de “Two new designs for major third bells”, de B. Schoofs, 2011. Recuperado de <http://www.andrelehr.nl/2012/Lezing-Schoofs.pdf>. Reimpresso com permissão.

finitos, novos perfis radicais de sinos com arranjos especiais dos parciais e Gögiüs (2004), que procurou também, através deste método, otimizar a forma dos sinos do perfil ocidental para produzir uma relação musical exacta para os sete parciais mais baixos, entre outros [Hibberts, 2008].

Após a realização deste breve percurso pelos principais factos históricos da arte de fundir e afinar, podemos concluir que o carrilhão é o resultado de uma evolução/transformação desde a invenção dos sinos até à sua conjugação num instrumento harmónico, melodioso e de grandes dimensões. A sua fundição e afinação, que, como vimos, continua a intrigar muitos fundidores e investigadores, foi sofrendo diversas transformações e evoluindo, primeiro, através de experimentação empírica e processos de tentativa-erro, conseguindo-se agora um conhecimento científico mais aprofundado, que proporciona aos fundidores a capacidade de dominar, cada vez mais, esta complexa arte.

### 3.3 Os carrilhões de Mafra

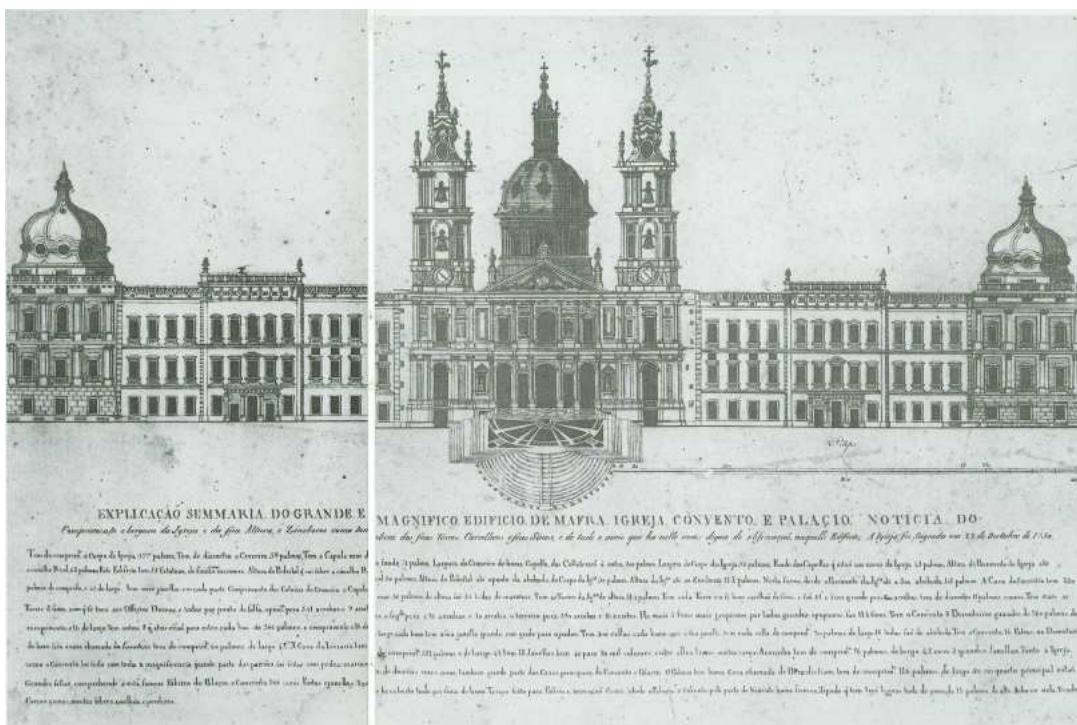


Figura 3.19: Palácio Nacional de Mafra numa gravura do séc. XVIII, onde é feita uma explicação sumária do edifício. Reimpresso de *Os carrilhões de Mafra*, de Gama, L.F.M., 1989, Lisboa: Direcção-Geral dos Edifícios e Monumentos Nacionais.

Em Mafra encontra-se um palácio-convento de dimensões colossais, construído nos anos de 1717-1730 por D. João V (1689-1750), então Rei de Portugal, na sequência do nascimento de uma herdeira muito aguardada. Na sua construção, o Rei não poupou esforços e riquezas dando origem a um majestoso palácio com cerca de 1200 compartimentos, uma basílica e uma coleção de peças de valor inestimável, nomeadamente uma biblioteca fascinante, com mais de 80 mil livros, do séc. XV ao séc. XIX. Do ponto de vista musicológico, destacam-se os seis órgãos recentemente restaurados, que tocaram, em 2010, pela primeira vez em conjunto e os dois carrilhões instalados nas duas torres deste palácio.

Nos anos vinte do século XVIII, época em que se tinham já iniciado os trabalhos de construção deste palácio, D. João V, numa visita aos Países Baixos, ouviu, pela primeira vez, o tocar de um carrilhão. Surpreendido com este instrumento, pediu a um dos seus conselheiros que se informasse do seu preço, tendo em vista a sua aquisição para que este pudesse ornamentar e embelezar, com a sua música, o seu palácio-convento [Rice, 1915]. Quando informado do seu valor, este rei, cujas personalidade e ideais representam autenticamente uma era absolutista, terá pronunciado uma das expressões que mais viria a ser citada na literatura sobre a história do carrilhão: “Não julguei que fosse tão barato, quero dois!”.

Assim chegaram a Portugal dois instrumentos que se viriam a constituir como documentos históricos raríssimos e de um valor inestimável. Estes carrilhões encontram-se instalados nas duas torres do Palácio e podiam ser tocados a partir de um teclado ou através de um complexo mecanismo automático. O carrilhão da torre norte é composto por 49 sinos, que perfazem mais de 4 oitavas desde a nota G0<sup>5</sup> até à nota F4, na sua maioria da autoria de Nicholas Levache. Existem, no entanto, alguns sinos com notas repetidas, de outros fundidores, colocados posteriormente nesta torre, nomeadamente um sinal fundido por W. Witlockx, um sinal por João Craveiro e dois de fundidores anónimos. O mais grave pesa, segundo A. Lehr (1984), 9025 Kg e possui 237 cm de diâmetro. Os seus sinos encontram-se desconectados do teclado e do mecanismo automático. A seu lado encontra-se, na torre sul, um carrilhão de W. Witlockx, composto por 53 sinos que perfazem mais de 4 oitavas desde a nota G0 até B♭4. Além destes, existem ainda, mais 13 sinos dedicados ao serviço do convento, entre os quais se destacam o famoso sinal *Bizarro*, refundido em 1825, devido a uma fenda, e o sinal da Graça, fundido por Pedro Palavra.

---

<sup>5</sup>Relativamente às notas musicais dos sinos dos carrilhões do Palácio Nacional de Mafra usaremos neste trabalho a mesma notação encontrada nos sinos atribuindo o índice 1 à nota dó mais grave de cada carrilhão.

O investimento de D. João V nestes carrilhões gerou opiniões controversas. Numa carta de 1760, Giuseppe Baretti afirma que a seu “ver foi coisa absurda e ridícula desperdiçar tanta despesa e tantas cogitações para pôr em movimento embates e martelos que produzem pouca e mesquinha música”. No entanto, em 1841, encontramos um relato do escritor Karl Dembrowski, em que afirma: “Em Mafra há que ouvir um magnífico carrilhão de 104 sinos. Tocam valsas, contradanças, minuetes, enfim todo o género de música(…)” (*in* [Gandra and Caetano, 1993, p. 9]).

Todavia, apesar das diversas opiniões, o seu valor histórico é irrefutável. Porém, uma questão se coloca: porque razão são estes instrumentos musicais tão preciosos?

Em primeiro lugar, o facto de se encontraram dois carrilhões num mesmo edifício é, por si só, uma raridade. A existência conjunta destes dois instrumentos permite uma imensidão de possibilidades musicais que podem, muito dificilmente, ser ouvidas noutras locais. Segundo Feliz Lichnowski (1814-1848),

estes carrilhões são excelentes e têm entre outras coisas a particularidade admirável, de que achando-se afastados um do outro mais de cem passos tocam simultaneamente a mesma peça de música como se fora a quatro mãos e com tanta perfeição, como quando Liszt e Clara Wieck, em Leipzig, tocam em dois pianos, voltando as costas um para o outro(...)(*in* [Gandra and Caetano, 1993, p.19]).

Além disso, por razões ainda desconhecidas, os carrilhões da torre norte e sul foram assinados por dois fundidores de características contrastantes, um frequentemente associado a uma “era de ouro” dos carrilhões e outro a um período de declíneo na arte de fundir e afinar. Como podemos verificar pela inscrição dos sinos da torre sul, “GUILHELMUS WITHLOCKX ME FECIT ANTUERPIA ANNO DOMINI MDCCXXX”, estes são da autoria de W. Witlockx (d.1733) (Figura 3.20), de Antuérpia, considerado o último fundidor da “era de ouro” da história do carrilhão [Price, 1933]. Este não se dedicou desde sempre à fundição, tendo tido, inicialmente, entre outros ofícios, o de construtor de instrumentos musicais, pertencendo a uma família dedicada a esta profissão. De acordo com Lehr (1984), não se sabe ao certo onde Witlockx aprendeu a fundir e afinar mas, possivelmente, terá sido com o discípulo dos irmãos Hemony, Melchior De Haze (1632-1697), também de Antuérpia. A maioria dos seus instrumentos não subsistiu até aos dias de hoje, o que faz dos carrilhões de Mafra dos poucos, ou únicos,

testemunhos existentes da sua obra. Esta não é extensa, tendo Witlockx fundido, para além do carrilhão de Mafra, apenas um em 1711 (o seu primeiro), alguns em 1715, 1716, todos eles desaparecidos e dois em 1723 (um para a cidade belga de Tienen, bastante adulterado nos anos 60 e outro para a cidade de Breda na Holanda, desmantelado em 1928, tendo os seus sinos sido substituídos na maior parte). O carrilhão de Mafra fundido é o carrilhão mais pesado que este fundiu durante a sua vida e o único que se manteve na sua forma original, ao que tudo indica, até ao restauro de 1928.



Figura 3.20: Torre sul. Vista geral e alguns sinos Witlockx.

Por outro lado, o carrilhão da torre norte (Figura 3.21), que ainda permanece, ao que tudo indica, intacto até aos dias de hoje ao nível da afinação, não tendo sido alvo de quaisquer transformações, tem a assinatura de Nicholas Levache, conforme se pode verificar na sua inscrição: “NICOLAUS LEVACHE LEODIENSIS ME FECIT ANNO DOMINI MDCCOCX”. Este não era, propriamente, um fundidor de carrilhões e, de acordo com Lehr (1984), não conhecia o segredo da fundição de sinos. Segundo o mesmo autor, num relato onde descreve o estado dos carrilhões de Mafra, aquando do seu restauro, “a consonância dos seus sinos é realmente abominável! Não há praticamente um intervalo que cumpra razoavelmente com as normas musicais. Assim, ouvir tocar este carrilhão devia ter sido mais um suplício do que um prazer” [Lehr, 1984, p.44].

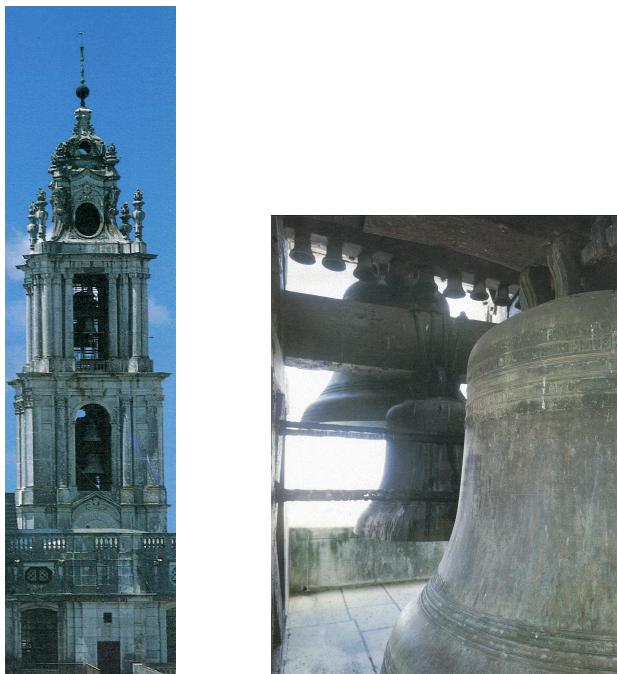


Figura 3.21: Torre norte. Vista geral e alguns sinos Levache.

Porque terá escolhido, então, D. João V, Nicholas Levache para fundir um dos carrilhões? A principal razão poderá basear-se nas boas relações que a sua família mantinha com a coroa portuguesa. O seu pai, Jean Levache, (1658-c.a.1734), que se estabeleceu em Portugal em inícios do séc. XVIII, terá fornecido um carrilhão, ainda que de pequenas dimensões, para o Palácio Real de Belém. Segundo André Lehr, poderá ter sido a qualidade deste carrilhão que incentivou o rei a confiar ao filho Levache o instrumento que ocupa atualmente a torre norte.

Esta obra terá dado prestígio ao nome Levache, e a comprová-lo está o facto de que o irmão de Nicholas, Jean-Baptiste, dando como referência este carrilhão de Mafra, conseguiu encarregar-se da fundição de um carrilhão para Nimega, nos Países Baixos. Contudo, como acontecia frequentemente nesta época, quando ouvidos os seus sinos, a maioria foi substituída pelos de Peter van den Gheyn e o seu sobrinho Matthias.

Continuando a enumerar as razões para o excepcional valor dos carrilhões de Mafra, segue-se o facto de estes serem dos carrilhões mais pesados de sempre, pesando o sino maior de cada um cerca de nove toneladas e cada conjunto cerca de quarenta e quatro toneladas. Isto torna-o um instrumento peculiarmente difícil de tocar e dominar. Uma filha do carrilhonista português Fialho Caldeira, discípulo de Maurice Lannoy, que tocou em Mafra a partir de

1933, dizia que este,

exigia um esforço enorme. O meu pai (...) (tocava) como um “boxeur”, de calções. Tinha um assistente ao lado que, mal acabava, lhe esfregava as costas com álcool e lhe vestia um roupão turco por causa da transpiração(...) Eram visíveis as marcas de esforço desenvolvido durante a execução (...) O meu pai tinha calos nas mãos (...) apesar das dedeiras que a minha mãe lhe confeccionava(...) (in [Gandra and Caetano, 1993, p.19]).

Francisco José Alves Gato, por seu turno, é de opinião que “o carrilhão se toca a murro e a pontapé, exigindo normalmente a utilização de luvas, objecto que ele não usa por preferir ganhar os calos inerentes à execução” (in [Gandra and Caetano, 1993, p.34]).

Os teclados que permitem aos carrilhonistas fazer soar os carrilhões encontram-se instalados “no segundo pavimento do corpo superior de cada torre”. Hoje em dia é possível encontrar ainda três teclados originais, os das duas torres e o de aprendizagem, conhecido como o teclado “de pau”, bem como os instalados, em 1929, pela empresa belga Sommers, baseados nas medidas do famoso carrilhonista Jef Denijn.

Contudo, estes dois carrilhões tocavam, como referido acima, além de manualmente, através de um complexo mecanismo automático. Os seus cilindros e tudo o que diz respeito ao toque automático das horas são da autoria do relojoeiro Gilles de Beffes, de Liége. Cada um dos carrilhões contém um cilindro ponteado, o que permite que estes possuam melodias diferentes. Entre o repertório ouvido, ao longo dos anos, no Palácio de Mafra, destacam-se hinos dedicados a reis e rainhas e membros da corte, como é o caso de um hino dedicado a D. Fernando e um hino dedicado à baronesa da Luz, colocados num dos cilindros em 1853, excertos de óperas, nomeadamente da ópera Lúcia, num cilindro da torre sul, repertório português, entre o qual se encontram músicas de Marcos Portugal, entre outras.

São ainda de referir os relógios destas torres, cuja sala se situa acima da câmara dos sinos. Estes nem sempre estiveram em funcionamento. Segundo Gandra e Caetano (1933):

no relógio português, da Torre sul (numerado de I a XII), os cilindros eram, no início do século [século XX], accionados a cada quarto e às horas, ouvindo-se um minuete, no relógio romano, da Torre norte (numerado de I a VI) só duas vezes ao dia, uma ao nascer do sol e outra quando o sol atingia o ocaso (nessas ocasiões o cilindro num. 1 era posto em movimento por um sistema de despertador). O

relógio romano, extremamente raro, é o único do género existente em Portugal. Assinala as Horas Canónicas: Vésperas (18.00 h), Completas (21.00 h), Matinas (24.00 h), Laudas (3.00 h), Prima (6.00 h), Terça (9.00 h), Sexta (12.00 h) e Nona ou Noa (15.00 h) (*in* [Gandra and Caetano, 1993, p.22]).

Estes dois instrumentos serviam diversas funções, exigindo uma conservação e reparação constante. Além dos concertos para animar a Família Real, eram também utilizados para anunciar diversos acontecimentos, como nascimentos (nomeadamente o da Infanta D. Ana de Jesus Maria, nona filha de D. João VI, em 1806), batizados, casamentos, chegada de individualidades entre outros.

Focando-nos, agora, nos vários carrilhonistas que por Mafra passaram, podemos enumerar, além de Gregório e José Pedro Le Roy, os nomes de João Felix Veberhani, de Estrasburgo, que partilhou, em 1741, o cargo com o primeiro mencionado. Entre os carrilhonistas portugueses encontram-se Joaquim Gabriel dos Santos Andrade, primeiro carrilhonista português de que se tem conhecimento, chegando a Mafra em 1800, José Francisco Marques e José Joaquim Machado. Mais tarde, no início do século XX, destacam-se Hernani Fialho Caldeira e Francisco Alves Gato e, desde 1993 Abel Chaves, atual titular do cargo. A partir de 1929, numa época em que se procurava promover Mafra e aumentar a afluência turística a esta vila, começaram-se a chamar mais carrilhonistas estrangeiros, a cargo dos quais ficavam as temporadas de verão e ocasiões especiais, como a chegada de entidades oficiais e outras comemorações. Assim, em Mafra, ao longo dos anos tocaram carrilhonistas como Maurice Lannoy, Jacques Lannoy, Herman Bergnik, Eric Brottier, Jos D'Hollander, Geert D'Hollander e Jo Haazen.

No entanto, apesar dos diversos concertos a que a vila de Mafra teve oportunidade de assistir, ao longo dos últimos anos, estes carrilhões, sobretudo o da torre norte, estiveram em silêncio em alguns períodos da sua história, por diversas razões, como acontece atualmente. No caso do carrilhão da torre sul, este sofreu já alguns restauros. O primeiro, em 1928, foi levado a cabo pela firma Sommers, sob orientação de Jef Denijn. Abílio Ferreira, serralheiro de Lisboa, ficou a cargo da reparação e substituição das peças danificadas do carrilhão da torre sul.

Neste restauro, foram efetuadas algumas alterações que mais tarde viriam a causar problemas. Em primeiro lugar, o facto de os sinos deste carrilhão estarem distribuídos de forma arbitrária na torre dificultou as ligações dos mesmos ao teclado, o que provocou alguns lapsos

na ligação de algumas teclas aos respetivos sinos. Assim, como observa A. Lehr (1984), a tecla C1 do teclado da torre sul, correspondia ao sino F0. Além disso, na época, foram substituídos quatro sinos de W. Witlockx por sinos fundidos por Felix van Aerschot, de Lovaina, que, assim como Levache, apesar de conseguir boa sonoridade nos seus sinos, não dominava perfeitamente a arte de afinação, pelo que a inserção dos seus sinos neste carrilhão, provocou alguns problemas de afinação. Não se sabe ao certo onde se encontram actualmente os sinos originais [Lehr, 1984].

Posteriormente, em 1986, sentiu-se necessidade de efetuar um novo restauro, que ficou a cargo da companhia Royal Eijsbouts, de Asten, sob direcção de André Lehr, então diretor desta fundição. Para isso, Lehr deslocou-se, dois anos antes, a Mafra, para efetuar um estudo preliminar sobre o estado dos dois Carrilhões e os principais problemas a resolver no restauro que levaria a cabo.

Deste estudo resultou um dos poucos livros sobre estes carrilhões, que, como referimos no Capítulo 2, constituiu a principal referência bibliográfica para esta dissertação, *De Twee Klokkenspelen op het Nationaal Paleis te Mafra*.

No restauro efetuaram-se, principalmente, os seguintes trabalhos, que passaremos a citar:

1. Reparação do vigamento de sustentação dos sinos em madeira : em primeiro lugar para dar a um certo número de sinos uma posição mais favorável relativamente ao teclado e, em segundo lugar, para que as ligações quebradas entre os martelos dos sinos e os cilindros ponteados pudessem ser reparados de forma ideal, [...], num futuro próximo;
2. Substituição dos quatro sinos de Van Aerschot extremamente desafinados, inteiramente no estilo de Witlockx [...];
3. Ampliação do carrilhão por meio de seis pequenas sinetas, designadas por sinetas de discanto, para que o carrilhão não continue a acabar no tom transposto fá-quebrado, mas sim no, evidentemente mais musical, tom dó [...];
4. Reparação dos bordos e das cabeças danificadas de um certo número de sinos Witlockx, bem como a afinação, se realmente inevitável, dos sinos de origem;
5. Uma engrenagem totalmente nova de conformidade com o chamado sistema de Malines, o que implica a remodelação de todas as ligações mecânicas entre os badalos e o teclado;

6. Um teclado manual totalmente novo, segundo os padrões-estandardizados europeus actuais (*in* [Gandra and Caetano, 1993]).

Inicialmente, os sinos foram enviados para a Holanda, a fim de serem recuperados e afinados, tendo sido refundidos os quatro de Felix van Aerschot. A sua deslocação foi acompanhada por três técnicos holandeses, “tendo a operação sido segurada em 54,5 mil contos”. Posteriormente, prosseguiu-se com a montagem do carrilhão, que atingiu um orçamento de cerca de 9000 contos [Gandra and Caetano, 1993].

Um ano depois, efetuaram-se concertos de inauguração do carrilhão da torre sul, tendo estado André Lehr presente, juntamente com importantes figuras públicas, nomeadamente o Presidente da República, Dr. Mário Soares. Neste concertos tocaram os carrilhonistas Jos e Geert D'Hollander e também Jo Haazen e Abel Chaves, seu discípulo.

Infelizmente, desde 2000, estes carrilhões deixaram, mais uma vez, de ser tocados e caíram um pouco no esquecimento, pelo que se torna urgente a necessidade de um novo estudo, para o qual esta dissertação pretende contribuir, tendo em vista a possibilidade de um novo restauro, de forma que estes possam, novamente, ser ouvidos.



## Capítulo 4

# Bases teóricas para a identificação modal experimental

Os sons produzidos pelos instrumentos musicais são o resultado de vibrações dos elementos que os constituem e que colocam em movimento as partículas do ar ambiente. O estudo da produção sonora em acústica musical, é, em geral, decomposto em duas partes: em primeiro lugar, a análise do comportamento vibratório dos componentes mediante uma excitação (por exemplo, a fricção nos instrumentos de cordas friccionadas ou uma força de impacto como no caso dos sinos), e, em segundo lugar, a análise da radiação acústica dos instrumentos, ou, dito de outra forma, dos mecanismos que participam na transmissão da energia vibratória em energia acústica. Neste trabalho, interessamo-nos essencialmente pelo comportamento vibratório dos sinos, sendo a radiação acústica dependente, além do comportamento vibratório, de muitos parâmetros como a posição da fonte sonora, a geometria do espaço, entre outros. Neste capítulo apresentamos as bases teóricas e os métodos experimentais necessários para analisar e caracterizar o comportamento vibratório de qualquer estrutura flexível, que serão utilizadas de maneira extensa neste trabalho.

## 4.1 Métodos teóricos de análise vibratória

### Elementos teóricos de base: resposta impulsiva e função de transferência

Uma abordagem possível aos estudos das vibrações nos instrumentos musicais é o desenvolvimento de modelos matemáticos capazes de representar, de forma concisa e precisa, a dinâmica dos mesmos em situações reais. Obviamente, é necessário introduzir uma formulação matemática do problema, com base na segunda lei de Newton aplicada a um elemento infinitesimal de uma estrutura, e por meio de equações diferenciais parciais que envolvem funções matemáticas que representam a evolução de grandezas físicas em função de mais do que uma variável (geralmente o espaço e o tempo).

De maneira genérica, podemos exprimir a resposta  $Y(\vec{r}, t)$  de um sistema, num ponto  $\vec{r}$  e num instante  $t$ , a uma força excitadora  $F(\vec{r}_e, t)$  aplicada na coordenada  $\vec{r}_e$ , como:

$$\mathcal{L}(Y(\vec{r}, t), \dot{Y}(\vec{r}, t), \ddot{Y}(\vec{r}, t)) = F(\vec{r}_e, Y(\vec{r}, t), \dot{Y}(\vec{r}, t), \ddot{Y}(\vec{r}, t)) \quad (4.1)$$

onde  $\mathcal{L}$  é um operador diferencial que associa a *resposta* e *excitação*. Finalmente, percebemos com a Equação 4.1, que estudar o comportamento vibratório de um sistema consiste em estudar, não só as características das respostas a uma excitação, mas também os vários aspectos da relação *resposta-excitação* através do operador  $\mathcal{L}$ .

Em particular, um caso de grande utilidade prática, é a utilização de uma excitação do tipo impulso. Sabendo que um impulso é uma excitação unitária com energia repartida de maneira igual em todas as frequências, segue-se que a resposta do sistema a uma excitação impulsiva corresponde à resposta elementar do sistema, denominada, no domínio temporal, *resposta impulsiva* (ou função de Green). Aplicando a *transformada de Fourier* à resposta impulsiva  $h(t)$ , o comportamento do sistema com a frequência  $f$  é facilmente obtido, dado pela *função de transferência*  $H(\vec{r}, \vec{r}_e, f)$  como:

$$H(\vec{r}, \vec{r}_e, f) = TF[h(\vec{r}, \vec{r}_e, t)] \quad (4.2)$$

onde  $TF$  indicada a operação matemática chamada *Transformada de Fourier*. Assim, com os conceitos de resposta impulsiva (no domínio temporal) e função de transferência (no domínio

frequencial), estabelecemos a base para caracterizar um sistema vibratório qualquer, sendo que as informações vibratórias pertinentes estão contidas dentro dessas duas funções.

A Figura 4.1 apresenta exemplos de respostas impulsivas e de curvas de funções de transferência associadas, obtidas simulando o comportamento de um estrutura excitada num ponto e “medindo” as respostas vibratórias em três pontos diferentes. Claramente, as funções de transferência dependem dos pontos de medição. Em particular, verifica-se que as curvas apresentam mínimos em frequências diferentes, ao contrário dos “picos”, que acontecem nas mesmas frequências e aos quais são associados modos próprios vibratórios.

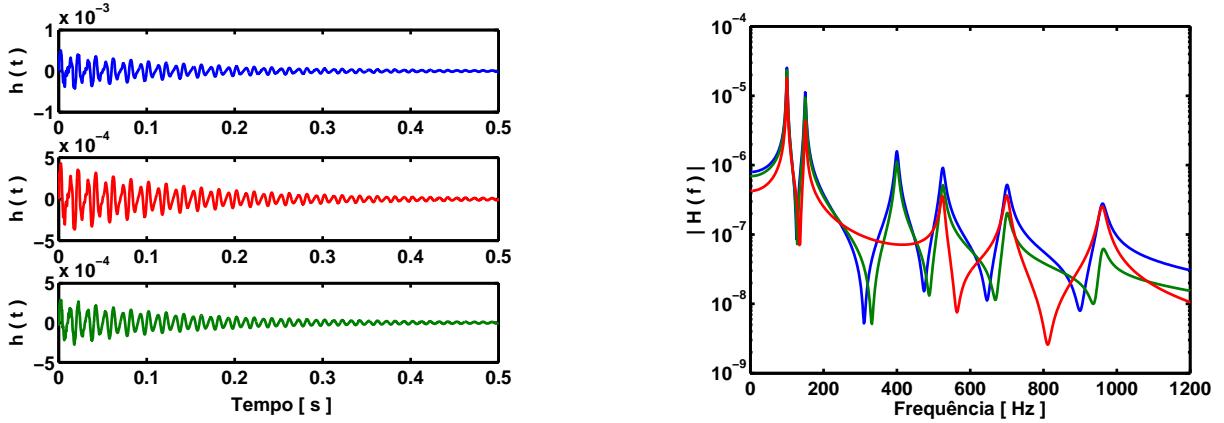


Figura 4.1: Respostas impulsivas (à esquerda) e funções de transferência (à direita) obtidas em três pontos diferentes, a partir da mesma excitação.

Na prática, medir uma função de transferência é bastante fácil: podemos, por exemplo, excitar uma estrutura com um martelo de impacto e medir, num ponto da estrutura, a resposta vibratória. Recorrendo às transformadas de Fourier da excitação e da resposta,  $F(\vec{r}_e, f)$  e  $Y(\vec{r}, f)$ , respectivamente, a função de transferência é dada como:

$$H(\vec{r}, \vec{r}_e, f) = \frac{Y(\vec{r}, f)}{F(\vec{r}_e, f)} \quad (4.3)$$

Embora a resposta impulsiva medida seja necessária para a caracterização de um sistema, não é suficiente, por si só, para alcançar o nosso objetivo. Para aceder aos parâmetros vibratórios característicos, chamados *parâmetros modais*, é necessário um modelo matemático a partir do qual seja possível calcular os parâmetros modais.

## Modelação matemática

Se as equações diferenciais parciais do tipo (4.1) têm como base uma visão contínua dos meios (elementos infinitesimais interligados entre si), uma alternativa macroscópica possível consiste em ver um meio contínuo como um conjunto finito de elementos discretos com características de massa e rigidez. A razão essencial desta *discretização* do problema vem da dificuldade em obter soluções exatas para sistemas contínuos. Assim, para resolver qualquer problema físico, é essencial discretizar as equações diferenciais parciais relativamente ao espaço, de forma a obter as soluções aproximadas do problema. Existem várias técnicas de discretização, seguindo-se a apresentação das duas utilizadas neste trabalho: a formulação modal e o método dos elementos finitos.

### Formulação modal

A formulação modal [Fahy and Gardonio, 2007, Maia and Silva, 1997, Meirovitch, 1997] é uma abordagem matemática com uma forte componente física, que permite analisar e interpretar o comportamento vibratório de uma estrutura complexa a partir de alguns parâmetros característicos do tipo massa, rigidez e amortecimento. A ideia de base é descrever uma vibração qualquer como uma sobreposição de movimentos elementares, os *modos próprios vibratórios*, onde cada modo participa na vibração global consoante uma amplitude modal. Assim, uma vibração  $Y(\vec{r}, t)$  será descrita como:

$$Y(\vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N q_n(t) \varphi_n(\vec{r}) \quad (4.4)$$

onde  $q_n(t)$  e  $\varphi_n(\vec{r})$  representam respetivamente a amplitude do modo  $n$  e a distribuição espacial da vibração na estrutura, e o simbolo  $\sum$  significa o somatório de  $N$  modos vibratórios. É de referir, na equação (4.4), a separação das variáveis de tempo e espaço, e notar que os aspectos espaciais do sistema estão contidos nos modos vibratórios  $\varphi_n(\vec{r})$ , exprimindo a discretização espacial da solução.

Fisicamente, os modos próprios vibratórios correspondem aos movimentos naturais da estrutura, ou dito de outra forma, aos movimentos da estrutura livre, após o fim da excitação. De uma maneira geral, cada modo é caracterizado por uma *frequência própria*  $f_n$ , um amortecimento  $\zeta_n$  e uma distribuição espacial  $\varphi_n(\vec{r})$ , sendo os seus modos independentes entre si. Basicamente, a frequência e a forma vibratória estão relacionadas com o material,

a geometria e as fronteiras da estrutura (extremidades presas, livres, etc.), enquanto que o amortecimento depende de diversos fenómenos dissipativos internos ou externos à mesma. Num movimento próprio, a distribuição espacial da energia vibratória é bem organizada, e em particular, alguns dos pontos da estrutura permanecem em repouso em todos os instantes, formando *linhas nodais* como veremos no capítulo seguinte.

A expressão (4.4) levanta, no entanto, a questão delicada de saber qual o número  $N$  de modos pertinentes a usar para descrever o sistema (o chamado *número de graus de liberdade* do sistema). Se no caso dos sistemas contínuos este número é de facto infinito, o interesse dos métodos de discretização é considerar um número finito de graus de liberdade, diminuindo assim a ordem do modelo. Este problema é comum a todos os métodos de discretização, sendo que a precisão da solução aproximada  $Y(\vec{r}, t)$  depende da ordem do modelo, ou seja, no caso da formulação modal, do número  $N$  de modos usados.

## Elementos finitos

O método dos elementos finitos [Meirovitch, 1997, Singiresu, 2005] é uma técnica de discretização espacial aplicável a um grande número de problemas de engenharia. Esta técnica permite calcular, em particular, os modos próprios vibratórios e parâmetros modais associados de estruturas complexas. Neste trabalho, uma modelação dos sinos através de elementos finitos será usada para validar e interpretar as medições vibratórias obtidas em alguns sinos reais.

A ideia de base é dividir uma estrutura contínua num conjunto finito de elementos, que constituem a *malha* da estrutura, e calcular os movimentos de cada elemento, associando relações de continuidade das grandezas pertinentes entre elementos vizinhos. No entanto, o sistema é composto por um número finito  $P$  de elementos, a partir do qual uma aproximação da solução  $Y(\vec{r}, t)$  é obtida, adicionando as contribuições de todos os elementos que compõem a malha. Matematicamente, a solução do problema é dada por:

$$Y(x, t) = \sum_{n=1}^P N_n(x) V_n(t) \quad (4.5)$$

onde  $N_n(x)$  são funções matemáticas chamadas funções de interpolação, e  $V_n(t)$  são as amplitudes de variáveis em cada ponto da malha. Na prática, como já referido, é evidente que o refinamento da solução é dependente da malha escolhida para representar a estrutura (nú-

mero  $P$  e geometria dos elementos), e também das funções  $N_n(x)$  usadas para aproximar a solução em cada elemento.

A razão pela qual este método é frequentemente utilizado no âmbito da engenharia deve-se à existência de programas comerciais de computação que permitem este tipo de representação matemática dos sistemas. A automatização de vários passos na utilização deste método e os progressos na área da informática, permitiram facilitar o uso e a interpretação dos resultados, assim como a utilização de um maior número de elementos para representar o sistema, melhorando as aproximações das soluções.

## 4.2 O problema dos valores/vetores próprios

A partir das características de massa e de rigidez do sistema, apresentadas na secção anterior (4.1), o cálculo dos parâmetros modais do mesmo implica resolver um problema chamado *problema dos valores/vetores próprios* [Maia and Silva, 1997, Meirovitch, 1997]. Sabendo que os parâmetros modais caracterizam o movimento livre de uma estrutura, resolver um problema dos valores próprios consiste em calcular o comportamento dinâmico do sistema dado por:

$$[M]\{Y(\vec{r}, t)\} + [K]\{Y(\vec{r}, t)\} = \{0\} \quad (4.6)$$

para o qual soluções harmónicas, do tipo,  $\{Y(t)\} = \{\vartheta\}e^{\lambda t}$ , são assumidas. Resolvendo o problema obtém-se uma série de valores próprios discretos  $\lambda_n$ , com amplitudes modais  $\{\vartheta_n\}$ , a partir dos quais se podem calcular os paramêtros modais - frequências próprias, amortecimentos e formas vibratórias associadas.

Sendo uma parte dos objetivos desta dissertação fazer um levantamento, para cada sino dos carrilhões de Mafra, dos paramêtros modais, o problema dos valores/vetores próprios é um dos problemas centrais deste trabalho, quer na parte experimental - *identificação modal experimental* - quer na parte numérica, como a utilização de modelos por elementos finitos para o cálculo dos parâmetros modais.

## 4.3 Métodos experimentais de análise vibratória

No âmbito deste trabalho, é evidente que resolver diretamente o problema dos valores/vetores próprios através de um modelo por elementos finitos para cada um dos sinos dos

carrilhões é impraticável, uma vez que não podemos medir a geometria, nem aceder, com precisão, às características do bronze (elasticidade, densidade) de cada sino. Por outro lado, a modelação com precisão dos fenómenos dissipativos através do método dos elementos finitos é outra dificuldade. Felizmente, outras abordagens são possíveis, em particular o ajuste de medições vibratórias obtidas através de ensaios experimentais em sinos reais, a um modelo matemático da resposta (resposta impulsiva ou função de transferência). Assim, com esta ferramenta, não há propriamente um cálculo dos parâmetros modais através de um problema dos valores próprios, mas sim um ajustamento de um modelo matemático, baseado na formulação modal, aos dados provenientes de ensaios vibratórios [Henrique, 2007, Kobayashi, 1993].

Assumindo um comportamento linear do sistema e usando a formulação modal, a resposta impulsiva (real) será expressa como uma soma de respostas modais amortecidas:

$$h(\vec{r}_e, \vec{r}, t) = \sum_{n=1}^N A_n(\vec{r}_e, \vec{r}) e^{(-\omega_n \zeta_n t)} \sin(\omega_n \sqrt{1 - \zeta_n^2} t) \quad (4.7)$$

sendo que, no domínio frequencial, a função de transferência se escreve como:

$$\mathbf{H}(\vec{r}_e, \vec{r}, \omega) = \sum_{n=1}^N \frac{A_n(\vec{r}_e, \vec{r})}{(\omega_n^2 - \omega^2 + j2\omega\omega_n\zeta_n)} \quad (4.8)$$

onde  $\omega_n = 2\pi f_n$  e  $\zeta_n$  são a frequência própria e o amortecimento associado ao modo  $n$ , respectivamente, e  $A_n(\vec{r}_e, \vec{r})$  representa a participação modal do modo  $n$ , sendo  $\omega = 2\pi f$  a variável e  $j$  um número cujo quadrado é igual a -1.

A equação (4.7) mostra os efeitos dos parâmetros modais na vibração: o amortecimento modal  $\zeta_n$  define o decaimento da vibração do modo  $n$  no movimento global do sistema, enquanto que a frequência modal  $f_n$  define a frequência do respetivo modo. A formulação modal descreve cada modo em termos de uma frequência própria  $f_n$ , um amortecimento  $\zeta_n$  e uma forma vibratória  $\varphi_n$ . A partir da Equação (4.8) podemos perceber que a amplitude da resposta será máxima quando a frequência de excitação  $\omega$  for próxima ou igual a uma frequência própria  $\omega_n$  de um modo, o que resulta na presença de “picos” no gráfico da amplitude da função de transferência. A um nível prático é importante saber que os coeficientes de participação modal são diretamente proporcionais ao produto  $\varphi_n(\vec{r})\varphi_n(\vec{r}_e)$ . Em particular, uma das consequências é que, excitar uma estrutura ou medir a sua vibração num ponto nodal de um modo, impede a identificação desse modo, uma vez que este não é excitado ou não responde. Assim, uma parte importante do trabalho experimental consiste em definir

corretamente um protocolo focado na escolha dos pontos de excitação e o número e localização dos sensores, tendo em vista a gama de frequências que queremos analisar. Uma vez definido o protocolo, os ensaios consistem em medir um conjunto de respostas impulsivas, a partir de vários pontos de excitação.

Embora uma medição e um modelo de resposta impulsiva sejam necessários para a identificação modal experimental, não são suficientes para obter os parâmetros modais de um sistema vibratório, sendo necessário um algoritmo que permita extrair os mesmos a partir das respostas impulsivas medidas. Sendo que os parâmetros modais  $f_n$ ,  $\zeta_n$  e  $\varphi_n$  são parâmetros ajustáveis do modelo dado pelas equações (4.7) e (4.8), podemos, se assumirmos um número de modos  $N$  a identificar, encontrar um conjunto de parâmetros modais de tal maneira que a diferença entre o modelo (construído a partir destes parâmetros) e as medições seja mínimo. No entanto, podemos ver a identificação modal como um problema de otimização, para o qual minimizamos o erro entre medições vibratórias, e um modelo para qual os parâmetros modais são as variáveis da otimização. Vários algoritmos de identificação modal foram desenvolvidos [Maia and Silva, 1997], quer no domínio temporal, usando as respostas impulsivas, quer no domínio frequencial, a partir das funções de transferência, sendo que cada um deles tem as suas vantagens e desvantagens.

Os métodos no domínio frequencial, com base nas funções de transferência do tipo (4.8), são, em geral, relativamente fáceis de implementar. Estes permitem uma escolha direta da gama de frequências a otimizar, assim como do número de modos a identificar, definindo limites e frequências iniciais para o algoritmo de otimização. Outra vantagem dos métodos freqüenciais é a de permitirem a possibilidade de considerar os efeitos de modos adjacentes quando se pretende a identificação de um número de modos pouco elevado. Este não é, no entanto, um método bem adaptado no caso de estruturas com modos vibratórios de frequências próximas, como no caso dos sinos.

Um ponto-chave e delicado dos métodos, no domínio temporal, é a dificuldade de estimar o número de modos a identificar. Os algoritmos compensam o efeito do ruído e identificam, além dos modos físicos, modos matemáticos que não representam a física do problema. Isto implica, na prática, sobredimensionar o número de graus de liberdade do sistema. Uma ferramenta poderosa, pouco usada, é a utilização de diagramas de estabilidade, que apresentam, num gráfico, os modos identificados para modelos com vários números de graus de liberdade. A vantagem destes diagramas é que permitem verificar a consistência dos modos identifica-

dos à medida que a ordem do modelo aumenta, confirmando a identificação. Infelizmente, é difícil automatizar o processo de escolha dos modos identificados ficando esta tarefa delicada para o utilizador. Uma grande vantagem dos métodos temporais, muito importante para os interesses deste estudo, é o facto destes conseguirem identificar modos de frequências muito próximas independentemente da resolução frequencial usada nos ensaios. Assim, os métodos temporais parecem particularmente bem adaptados ao nosso problema de identificação modal experimental dos sinos.

Neste trabalho, foi desenvolvido pelo Laboratório de Dinâmica Aplicada, um algoritmo de identificação modal sofisticado, no domínio temporal, com base no *Eigensystem Realization Algorithm* (ERA), um algoritmo multi-modal e de poli-referência (Capítulo 5). Usando respostas impulsivas medidas em vários pontos a partir de vários pontos de excitação (poli-referência), o algoritmo ajusta, simultaneamente, vários modos (multi-modal) de um modelo matemático a partir da equação (4.7). A escolha do número de modos é efetuada através de um diagrama de estabilidade, permitindo uma avaliação da convergência dos modos, e as amplitudes modais são ajustadas entre as respostas impulsivas medidas e o modelo, utilizando o método dos mínimos quadrados. Este programa permite ainda a comparação das respostas impulsivas medidas e reconstruídas através do modelo (e as funções de transferência associadas), obter as figuras das formas vibratórias de cada modo identificado e fazer a síntese sonora das respostas impulsivas.



# Capítulo 5

## Ensaios preliminares num sino experimental em laboratório

### 5.1 Introdução

Tendo em vista a caracterização do estado de afinação dos sinos dos carrilhões do Palácio de Mafra, uma fase essencial deste trabalho consiste em analisar e compreender a dinâmica dos sinos, da qual resulta o som. Como vimos no Capítulo 4, uma excelente ferramenta para esse efeito é a análise modal experimental, que permite, com base em ensaios vibratórios, caracterizar as vibrações de estruturas. Assim, uma vez que a identificação modal experimental utiliza resultados de ensaios, aos quais é ajustado um modelo analítico, este capítulo é focado essencialmente na parte experimental, sendo que os modelos matemáticos foram apresentados no Capítulo 4. De seguida, descreveremos o protocolo experimental usado para a identificação modal, neste trabalho, desenvolvido no Laboratório de Dinâmica Aplicada, posteriormente aplicado aos sinos dos carrilhões de Mafra.

Assim, foram realizados vários ensaios num sino experimental, em laboratório, numa fase preliminar ao trabalho *in situ* em Mafra, de forma a:

- desenvolver e afinar uma metodologia de identificação modal experimental;
- compreender e perceber os comportamentos vibratórios dos sinos;
- validar o método através de cálculos téoricos;

- pôr em evidência as diferenças entre medições vibratórias e medições acústicas.

## 5.2 Identificação modal experimental

### *Setup experimental*

O sino experimental, encomendado pelo Laboratório de Dinâmica Aplicada, foi construído em 2009 pela fundição Serafim da Silva Jerónimo & Filhos, Lda, sediada em Braga (Portugal). Trata-se de um sino com 25,5 cm de altura, 29,7 cm de diâmetro e massa de 16,245 Kg (ver Figura 5.1). Procurando minimizar as vibrações parasitas, este foi suspenso numa estrutura rígida devidamente isolada, através de uma corda presa ao sino através do orifício originalmente destinado à montagem do badalo, como se vê na Figura 5.2.

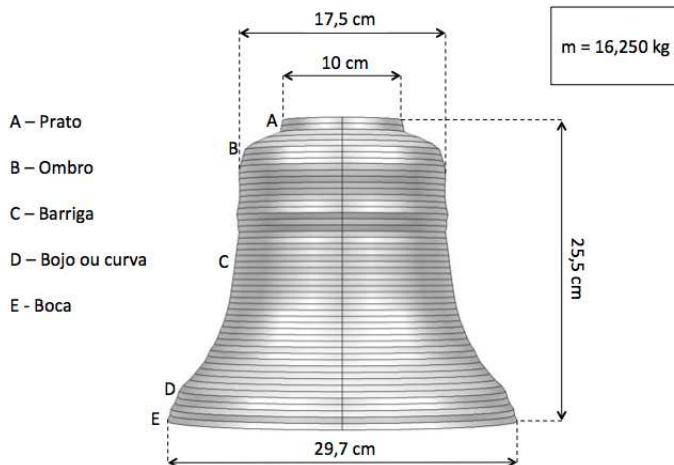


Figura 5.1: Características da geometria do sino experimental, juntamente com alguma terminologia utilizada.

Numa fase inicial, tendo em vista uma identificação modal detalhada do sino, uma malha regular de 32 pontos ao nível da boca foi escolhida, definindo a localização dos pontos de excitação e de medição dos ensaios. A excitação foi realizada por impacto, em todos os pontos da malha, utilizando um martelo de impacto (Brüel&Kjær tipo 8202), instrumentado com um transdutor de força (Brüel&Kjær tipo 8200), e equipado com uma cabeça de ferro. As respostas vibratórias foram medidas através de três acelerómetros (Brüel&Kjær tipo 4375) colocados na superfície externa do sino em três posições previamente estabelecidas, de forma



Figura 5.2: *Setup* experimental utilizado para os ensaios em laboratório. Esquerda: sino laboratorial pendurado. Direita: amplificadores de carga e sistema de aquisição.

a garantir que um número máximo de modos fossem detetados, minimizando assim a probabilidade de todos se situarem em pontos nodais de um mesmo modo vibratório. Estes foram fixados, então, em pontos assimétricos entre si, com coordenadas angulares  $0^\circ$ ,  $22,5^\circ$  e  $146,25^\circ$ . Finalmente, o protocolo experimental escolhido consistiu em excitar o sino nos 32 pontos da malha, e medir simultaneamente as respostas vibratórias nos três pontos para cada excitação. Desta forma, esperámos evitar o problema inerente dos pontos nodais, e também ter acesso às deformadas modais, que constituem mais um critério no processo de identificação, de forma a termos confiança nos resultados da identificação.

## Aquisição e tratamento do sinais

Para a aquisição dos sinais foi utilizado um analisador espectral *SigLab* (Spectral Dynamics, Modelo 20-42). O tempo de aquisição foi escolhido de forma a gravar a vibração do sino, desde o seu início até o sino parar de vibrar. Assim, as aquisições foram de 12 segundos, o que corresponde a uma resolução frequêncial de  $\Delta f=0,08$  Hz no domínio frequencial. A frequência de amostragem usada foi de  $F_s=51200$  Hz, verificando assim o teorema de Shannon [Randall, 1987, p. 30] para analisar fenómenos vibratórios até uma frequência máxima ligeiramente superior a  $F_{max}=20$  kHz.

Uma vez adquiridos os sinais, o processamento dos mesmos consistiu em filtrar a gama de frequências para a qual se pretende identificar as propriedades modais, usando um filtro

passa-banda. Para o sino laboratorial, a gama escolhida foi de 450-4000 Hz, permitindo a identificação de cerca de 25 modos.

## Processo de identificação modal

Como vimos na secção 4.3, a identificação modal foi realizada implementando um programa baseado no *Eigensystem Realization Algorithm* (ERA) ([Juang, 1994, p.133–156]), adequado para identificar os parâmetros modais de estruturas com comportamentos dinâmicos complexos. Sem entrar em detalhes, a utilização deste algoritmo implica a escolha de alguns parâmetros como, por exemplo, a duração das respostas impulsivas a tratar. Como já referido no Capítulo 4, uma questão delicada no processo de identificação modal é determinar o número pertinente de modos que caracterizam o sistema. Assim, a ideia de base é aplicar o processo de identificação várias vezes, de maneira iterativa, aumentando o número de modos a identificar para cada cálculo, e determinar a ordem do sistema através de um diagrama de estabilidade. Sabendo que é necessário sobredimensionar a ordem do modelo analítico (devido, em particular, à presença de ruído nos sinais adquiridos), esta ferramenta ajuda a distinguir os modos físicos do sistema, dos modos matemáticos, utilizando critérios indicadores da consistência dos parâmetros modais identificados. Na Figura 5.3, podemos ver um exemplo típico de diagrama de estabilidade onde aparecem, para as diversas ordens assumidas (eixo vertical), os modos identificados (pontos coloridos), sendo que alguns modos identificados pelo algoritmo foram já rejeitados com base em critérios físicos. Em particular, é interessante ver que, à medida que a ordem do sistema aumenta, alguns modos - os modos físicos - são identificados de maneira consistente, enquanto que outros - os modos computacionais - tendem a aparecer dispersos. Assim, o diagrama de estabilidade permite escolher a ordem mínima do modelo matemático representativo do sistema físico através de uma análise visual. Numa última fase, uma vez determinada a ordem do sistema, o programa fornece os parâmetros modais dos modos identificados, e as formas modais associadas.

Diversos testes de identificação modal foram feitos com base em sinais simulados, para os quais os valores dos parâmetros modais eram perfeitamente conhecidos. Isso permitiu-nos validar o programa de identificação assim como adaptação do utilizador ao programa e seus parâmetros.

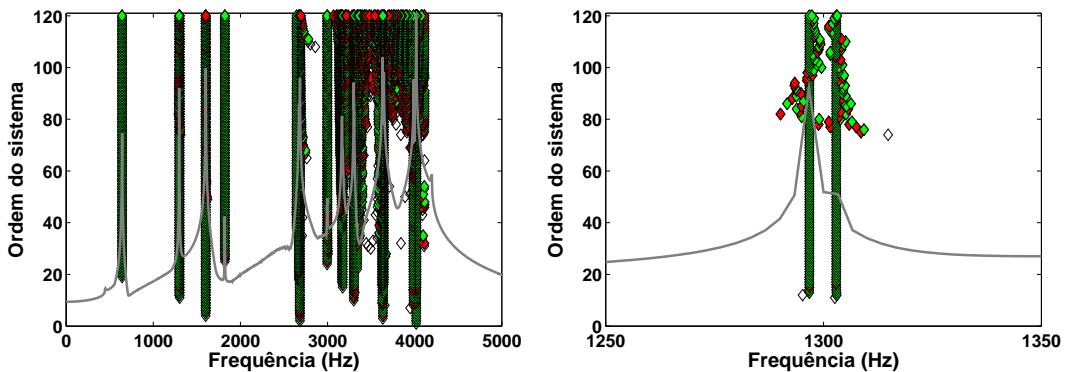


Figura 5.3: Diagrama de estabilidade. Esquerda: visão global. Direita: zoom de um modo identificado. A figura mostra a identificação de dois modos de frequências próximas, característico de pares de modos degenerados. Mostra também que, ao aumentar a ordem do modelo otimizado, o algoritmo identifica modos que não têm a ver com a realidade física do problema.

## Análise dos sinais adquiridos

As Figuras 5.4 e 5.5 apresentam exemplos típicos de força de excitação e das respostas medidas, respetivamente. Na Figura 5.4 podemos ver as representações temporal e espectral da força de excitação, onde se verifica que esta é de curta duração e que a gama de frequências excitadas no sino vai até cerca de 4000 Hz. A Figura 5.5 ilustra que os três sinais de aceleração, medidos em pontos diferentes, a partir de uma mesma excitação, são também diferentes. Cada sensor sente a vibração global do sino de forma distinta, consoante as amplitudes das deformadas modais nos pontos de medição, o que põe em evidência a necessidade de se medir um conjunto de respostas dinâmicas, para realizar uma análise modal da vibração de uma estrutura.

A Figura 5.6 mostra um exemplo de resposta impulsiva obtida experimentalmente, fornecida depois ao algoritmo ERA como dado de entrada. As respostas impulsivas são calculadas a partir das representações espetrais dos sinais de excitação e das respostas gravadas, aplicando uma Transformada de Fourier inversa. Um aspeto perceptível na Figura 5.6 é a forma exponencial amortecida da resposta impulsiva, o que explica o uso de um modelo dado pela Equação (4.7) no processo de identificação modal.

A Figura 5.7 apresenta a sobreposição de 32 funções de transferência calculadas, obtidas aplicando a Transformada de Fourier a cada uma das respostas impulsivas, e nas quais vemos picos nas frequências correspondentes aos modos do sistema. Uma visão detalhada

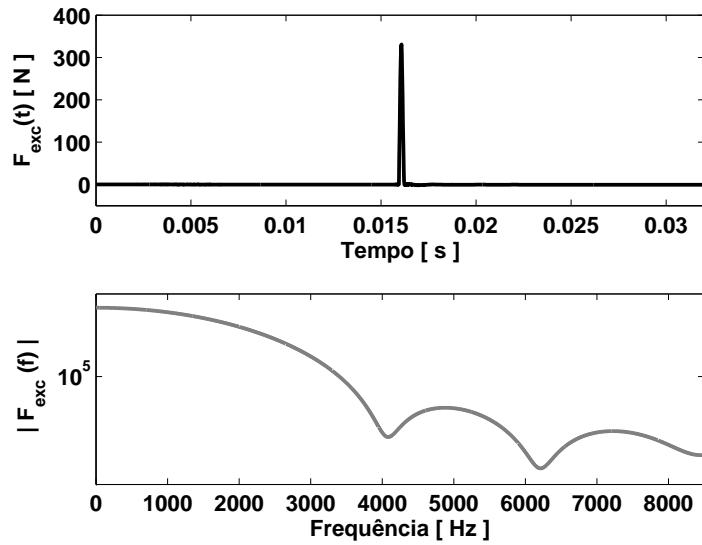


Figura 5.4: Representações temporal (em cima) e espectral (em baixo) de uma excitação impulsiva medida.

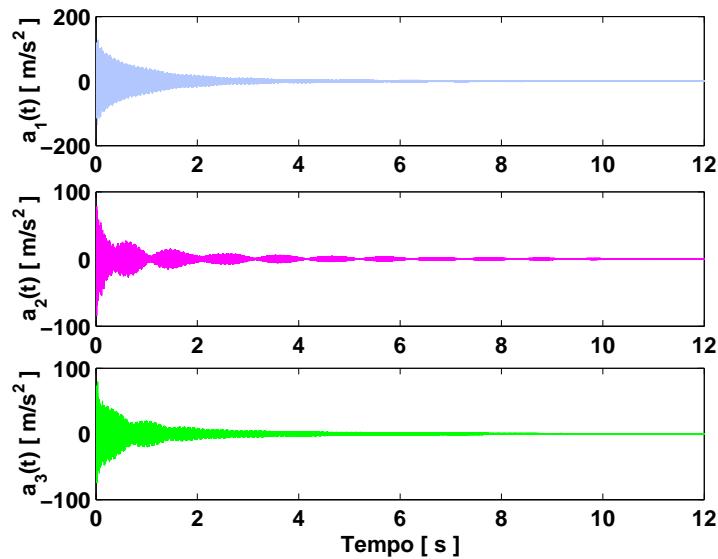


Figura 5.5: Sino laboratorial. Exemplo de respostas vibratórias medidas em pontos diferentes pelos três acelerômetros, a partir da excitação apresentada na Figura 5.4.

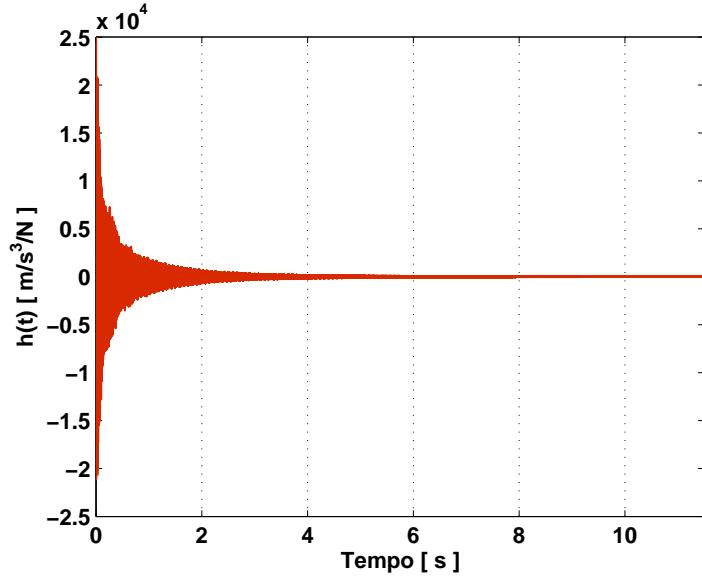


Figura 5.6: Sino laboratorial. Resposta impulsiva calculada a partir da excitação e da resposta vibratória, ambas medidas num ponto 1.

da Figura 5.7 mostra que muitos picos apresentam, na realidade, dois picos muito próximos, que correspondem a pares ortogonais de modos com frequências muito próximas. Tal deve-se ao facto de o sino não ser perfeitamente simétrico, originado por problemas de fundição. A consequência sonora da presença de modos pares com frequências próximas é a existência de batimentos no som, um fenómeno conhecido como *warble* pelos campanólogos e muito característico do som dos sinos. No entanto, uma vez identificadas as frequências modais dos pares de modos, será então possível quantificar, para cada parcial, o *warble*, através de uma frequência de batimentos, dada pela diferença das frequências modais.

## Resultados da identificação modal

Na Tabela 5.1 estão apresentados os resultados da identificação modal para o sino laboratorial. A primeira coluna diz respeito a uma visão geral das deformadas modais teóricas, bem conhecidas na literatura. Nas duas colunas seguintes, estão representadas as deformadas modais  $\varphi_n$  ao nível da boca, extraídas pelo ERA a partir das medições. As colunas que se seguem dizem respeito, para cada modo identificado, aos parâmetros modais (frequências modais  $\omega_n$  e amortecimentos modais  $\zeta_n$ ), à afinação interna do sino relativamente ao parcial *prime* sendo, na última coluna, tecidos alguns comentários. É importante reparar que,

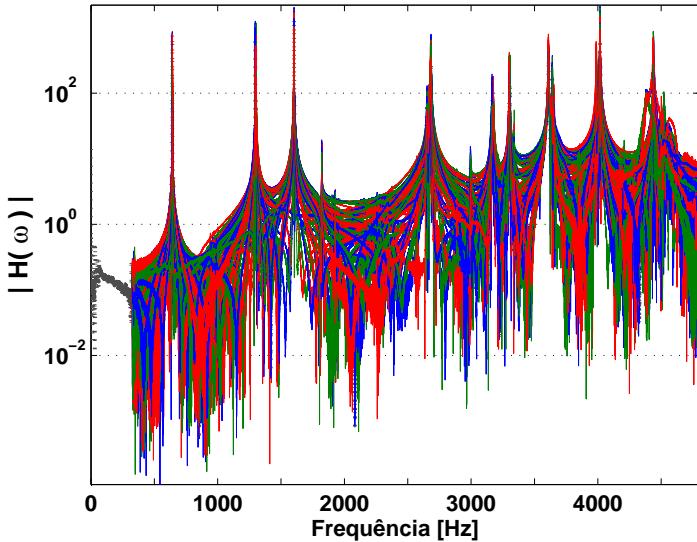


Figura 5.7: Sino laboratorial. Sobreposição de 32 funções de transferência obtidas a partir de um acelerómetro (num ponto 1) e de 32 excitações em diversos pontos ao longo da boca do sino.

muitas vezes, dois pares de modos foram identificados, o que permite quantificar o fenómeno do *warble* já referido. Também, com base nas deformadas modais identificadas, podemos perceber que os modos relevantes na constituição do som de um sino são os modos 1 a 8, 12 a 19, 24 e 25. De facto, sendo a superfície do sino diretamente acoplada ao campo sonoro, são os movimentos na direcção radial que irão radiar mais. Isso explica a razão de em muitos estudos sobre sinos, serem considerados unicamente os movimentos radiais do sino. Para além disso, podemos verificar na Tabela 5.1 a presença de outros tipos de modos, com características vibratórias de diferentes naturezas (modos 9 a 11 e 20 a 23). Isto mostra, em particular, a complexidade das vibrações dos sinos que não só implicam movimentos ao nível da boca como também movimentos em toda a estrutura. Note-se que, mesmo que os sensores estejam ao nível da boca, conseguem sentir esses movimentos. Sem entrar em detalhes, vários ensaios foram também realizados de forma a determinar a origem física desses modos. Assim, encontramos um modo associado principalmente à vibração da parte superior do sino (modo 9), modos degenerados de flexão em que a vibração do sino se assemelha à vibração de um cilindro com extremidades presas num lado e livres do outro (modos 10, 11, 22 e 23), modos de tração/compressão na direcção do eixo (modo 20) e um modo de “respiração” (modo 21) no qual toda a estrutura do sino se deforma de maneira uniforme, em todas as direcções.

Uma vantagem da identificação modal experimental é a possibilidade de, identificar os amortecimentos modais do sino de forma bastante simples, desde que o modelo analítico seja representativo dos fenómenos de dissipação no sistema real. Tal deve-se ao facto de o algoritmo ERA ajustar as repostas impulsivas usando funções exponenciais amortecidas no modelo matemático, a partir das quais o amortecimento de cada modo é otimizado (ver Eq.(4.7)). Como podemos ver na Tabela 5.1, os amortecimentos modais identificados no sino laboratorial são muito pequenos e bastante constantes para os modos identificados, entre 0.007% e 0.055%. Sendo o tempo de decaimento de cada modo inversamente proporcional ao seu amortecimento modal, este tem influência no tempo que leva cada modo a desaparecer no som. Um valor tão baixo implica a permanência destes parciais durante muito tempo.

Uma vez feita a identificação modal, o programa permite comparar as repostas impulsivas e as funções de transferência reconstruídas a partir das Equações (4.7) e (4.8) com as provenientes das medições. As Figuras 5.8 e 5.9 mostram assim a sobreposição de uma resposta impulsiva e a sua função de transferência associada, medida e reconstruída. Em particular, podemos ver ligeiras diferenças entre as respostas medidas e reconstruídas, devido principalmente ao facto de não se terem identificado todos os modos do sino (foram identificados 25 modos na gama 400-4000 Hz).

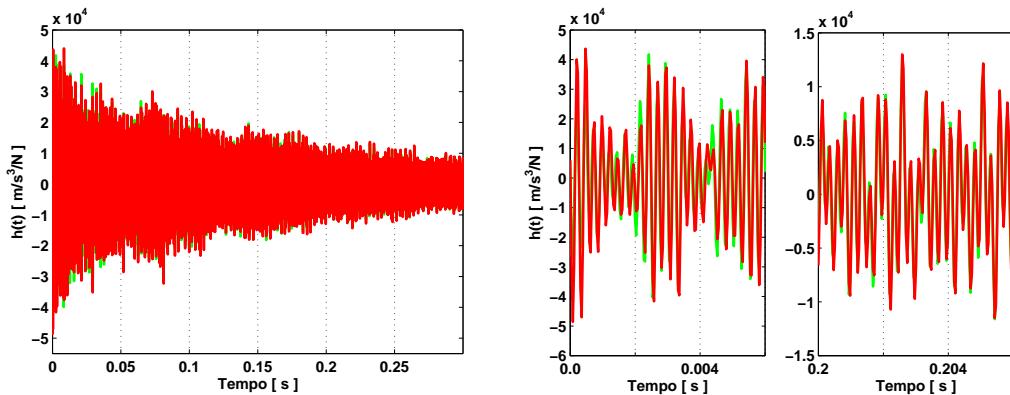


Figura 5.8: Comparação de uma resposta impulsiva. Resposta impulsiva medida (verde) e reconstruída (vermelho) a partir dos parâmetros modais identificados. Esquerda: representação temporal geral. Direita: zoom's da representação temporal, em dois instantes.

Mode Shapes			Experimental Bell ERA	Frequency (Hz)	Damping (%)	Ratio ( $f_n/f_2$ )	Comments
General xy view	zx view						
	1 <sup>st</sup> family	2 <sup>nd</sup> family					
			1	642.14	0.007	0.5	Hum
			3	1296.71	0.014	1	Fundamental
			5	1601.63	0.016	1.24	Tierce
			7	1820.70	0.033	1.4	Quint
			9	2653.15	0.061	2.04	Plate
			10	2663.83	0.088	2.05	Bending Shell
			12	2680.68	0.039	2.06	Nominal
			14	2994.98	0.030	2.31	(Major third)
			16	3165.50	0.054	2.44	
			18	3300.68	0.028	2.55	Fourth
			20	3335.56	0.047	2.57	Traction/compression
			21	3610.49	0.044	2.78	Breathing
			22	3640.80	0.038	2.80	Bending Shell
			23	3652.62	0.039	2.82	Bending Shell
			24	3986.42	0.023	3.07	
			25	3989.44	0.023	3.08	

Tabela 5.1: Sino laboratorial. Resultados da identificação modal experimental.

### 5.3 Validação da identificação modal através de cálculos por elementos finitos

A validação dos resultados da identificação modal obtidos com base em ensaios experimentais foi realizada através de cálculos modais usando um modelo do sino laboratorial em

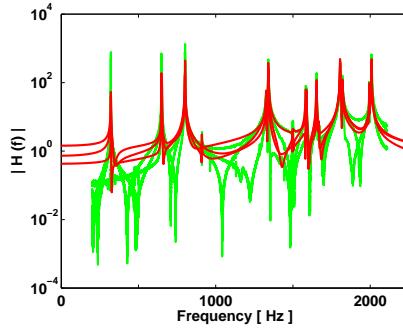


Figura 5.9: Comparação de algumas funções de transferência. Funções de transferência medidas (verde) e reconstruídas (vermelho) a partir dos parâmetros modais identificados.

elementos finitos. De forma a obter um modelo discreto do sino, o seu perfil foi medido de forma a ser importado para o programa de cálculos por elementos finitos (ver Figura 5.10).

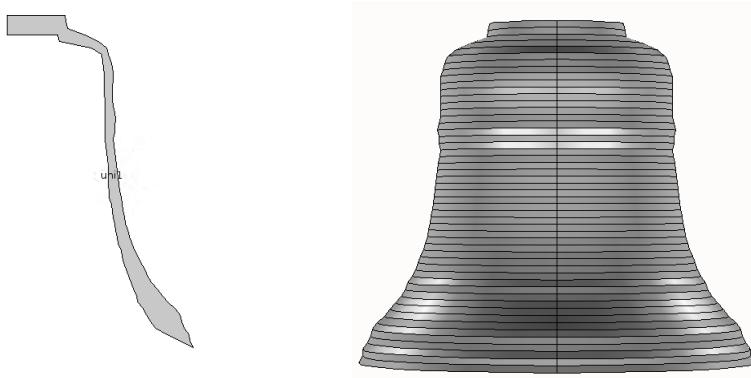


Figura 5.10: Perfil e geometria do sino laboratorial usados para os cálculos por elementos finitos.

A malha utilizada contém 16248 elementos tetraédricos usando um refinamento nas zonas de geometria mais complexa (Figura 5.11). Sendo necessárias (e desconhecidas) as propriedades reais do bronze do sino experimental para o cálculo do problema dos valores/vectores próprios, foi feito um ajuste dos parâmetros densidade  $\rho$ , módulo de Young  $E$  e ratio de Poisson  $\nu$ . Mais concretamente, o objetivo foi encontrar, em primeiro lugar, o valor de massa total do sino para um modo de corpo rígido (movimento estático do sino inteiro sem deformação) e, em segundo lugar, encontrar a frequência do primeiro modo do sistema real. Assim, usámos os valores  $\rho=8,91 \cdot 10^3 \text{ Kg.m}^{-3}$ ,  $E=99,259 \cdot 10^9 \text{ N.m}^{-2}$  e  $\nu=0,34$ . Assumimos também o sino livre nas suas fronteiras, semelhante ao setup experimental (ver Figura 5.2).

As freqüências modais e as formas vibratórias do cálculo modal, obtidos a partir do

modelo por elementos finitos, estão apresentados na Tabela 5.2, de maneira similar à Tabela 5.1. O azul escuro representa zonas com movimento nulo e, à medida que as cores vão ficando mais quentes, correspondem a zonas com deslocamento cada vez maior até ao máximo representado pela cor vermelha. Ao comparar as Tabelas 5.1 e 5.2, podemos verificar uma boa concordância nos resultados obtidos através dos dois métodos, confirmando a eficiência do protocolo experimental e do método de identificação modal desenvolvidos. Na Tabela 5.2 são apresentados os erros relativos entre as frequências calculadas pelos dois métodos verificando-se um erro inferior a 2,4%. A clara vantagem dos cálculos por elementos finitos vem do facto de facilmente se ter acesso às deformadas modais, que permite perceber rapidamente a natureza dos modos, em particular os modos para os quais a deformação ao nível da boca é quase nula.

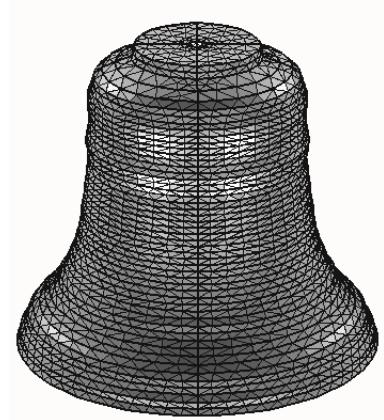


Figura 5.11: Malha do sino laboratorial usada para os cálculos por elementos finitos.

## 5.4 Comparação dos resultados vibratórios com os resultados acústicos

A questão das características do som radiado pelo sino em relação aos resultados obtidos através de medições vibratórias será agora abordada. No entanto, realizámos também identificações modais a partir de medições acústicas de forma a comparar os resultados das identificações obtidas através dos dois métodos. Assim, 12 segundos do som do sino laboratorial foram gravados usando um sonómetro (Brüel&Kjær tipo 2222) localizado num plano horizontal, a uma distância de 40 cm do sino (ver Figura 5.12). Uma vez que as informações

Mode Shapes			Experimental Bell FEM	Frequency (Hz)	Ratio ( $f_n/f_2$ )	Comments	Relative difference Experimentai vs FEM (%)
General ↑xy view	↑zx view 1 <sup>st</sup> family	2 <sup>nd</sup> family					
			1	642.60	0.5	Hum	0.1
			2	642.67	0.5	Hum	-0.1
			3	1274.88	1	Fundamental	-1.7
			4	1275.10	1	Fundamental	-2.1
			5	1587.91	1.25	Tierce	-0.9
			6	1587.96	1.25	Tierce	-1.9
			7	1801.46	1.4	Quint	-1.1
			8	1801.58	1.4	Quint	-1.1
			9	2564.58	2.01	Plate	-2.4
			10	2617.51	2.05	Bending Shell	-1.8
			11	2617.52	2.05	Bending Shell	
			12	2649.70	2.08	Nominal	-1.2
			13	2650.36	2.08	Nominal	-1.2
			14	2941.05	2.31	(Major third)	-1.8
			15	2941.27	2.31	(Major third)	-1.9
			16	3113.44	2.44		-1.6
			17	3113.51	2.44		-1.9
			18	3279.13	2.57	Fourth	-0.7
			19	3280.06	2.57	Fourth	-0.8
			20	3372.36	2.65	Traction/compression	1.1
			21	3581.57	2.81	Breathing	-0.8
			22	3621.69	2.84	Bending Shell	-0.5
			23	3621.84	2.84	Bending Shell	-0.8
			24	3911.45	3.07		-1.9
			25	3912.26	3.07		-1.9

Tabela 5.2: Sino laboratorial. Resultados da identificação modal obtidos através do método dos elementos finitos

vibratórias contidas no sinal ou na sua função de autocorrelação são bastante similares, decidimos fazer a identificação modal a partir da função de autocorrelação do som gravado. A grande vantagem é que, devido ao efeito de filtragem no cálculo da função autocorrelação, esta última contém menos ruído que o sinal em si próprio. Depois, tal como anteriormente, o sinal foi filtrado de forma a preservar a gama de frequências 450-4000Hz. Finalmente, usámos a função de autocorrelação filtrada, como sinal de entrada para o algoritmo ERA, tendo em vista a identificação dos parâmetros modais do sino laboratorial. A Figura 5.13 mostra a representação espectral da função de autocorrelação calculada a partir do som gravado. A comparação das Figuras 5.7 e 5.13 mostra que apenas alguns modos que participam no movimento vibratório têm capacidade de radiar energia acústica de maneira eficaz. No entanto, uma consequência óbvia é a falta de informações relevantes do comportamento vibratório do sino nas identificações modais tomando como base ensaios acústicos.

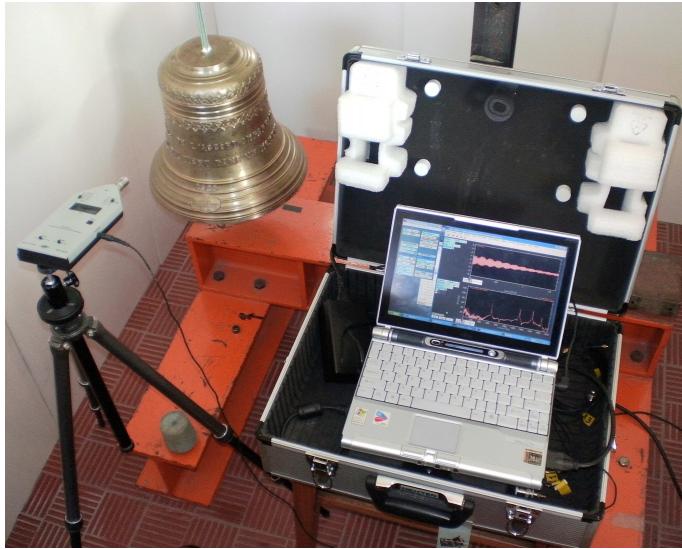


Figura 5.12: *Setup* experimental utilizado para os ensaios acústicos. Sino pendurado, sonómetro e sistema de acquisição

A Tabela 5.3 apresenta os resultados da identificação modal com base na resposta acústica. Representando os modos não identificados através das medições acústicas a cor mais clara, a Tabela 5.3 permite avaliar as diferenças entre os dois métodos. Como podemos constatar, apenas os modos com um grande movimento na direcção radial ao sino foram identificados. Sem grande surpresa, pudemos constatar que estes são os modos associados aos parciais de maior interesse para os estudos sobre sinos, nomeamente os parciais *hum*, *prime*, *tierce*, *quint*, e *nominal*. Também verificámos que apenas em alguns casos, o algoritmo conseguiu

Mode Shapes			Experiment al Bell WAV (Dec800 Sv100)	Frequency (Hz)	Damping (%)	Ratio ( $f_n/f_2$ )	Freq. relative difference accel vs wav %	Damp. relative difference accel vs wav %	Comments
General xy view	zx view								
	1 <sup>st</sup> family	2 <sup>nd</sup> family							
			1	643.43	0.006	0.5	0.2	-14	Hum
			2	644.43	0.008	0.5	0.2	14	Hum
			3	1300.10	0.011	1	0.3	-21	Fundamental
			4	1306.50	0.027	1	0.3	93	Fundamental
			5	1607.10	0.011	1.24	0.3	-31	Tierce
			7	1824.30	0.031	1.4	0.2	-6	Quint
			8	---	---	---	---	---	---
			9	---	---	---	---	---	---
			10	---	---	---	---	---	---
			11	---	---	---	---	---	---
			12	2693.40	0.055	2.07	0.5	41	Nominal
			14	3000.70	0.035	2.31	0.2	-24	(Major third)
			15	---	---	---	---	---	---
			16	3172.50	0.027	2.44	0.2	-51	
			17	---	---	---	---	---	---
			18	3308.80	0.011	2.55	0.2	-61	Fourth
			19	3313.80	0.026	2.55	0.2	4	Fourth
			20	---	---	---	---	---	---
			21	---	---	---	---	---	---
			22	3656.40	0.074	2.8	0.4	95	Bending Shell
			23	---	---	---	---	---	---
			24	3996.20	0.052	3.07	0.2	126	(Twelfth)
			25	---	---	---	---	---	---

Tabela 5.3: Sino laboratorial. Resultados da identificação modal a partir de medições acústicas.

identificar as duas famílias de modos pares para um mesmo parcial. Uma razão possível pode ser a fraca excitação de um desses dois modos pelo badalo, sendo o espectro sonoro dependente, em parte, do ponto de ataque escolhido. Finalmente, os resultados revelam também, para os modos identificados, uma excelente concordância com os resultados a partir

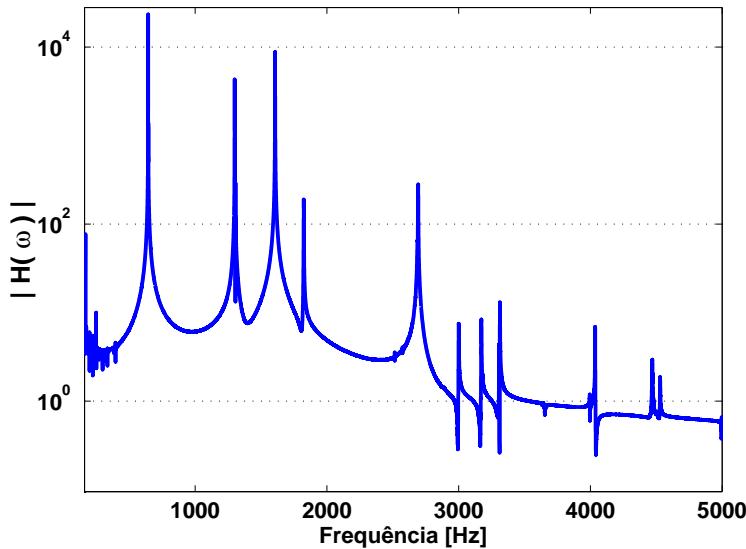


Figura 5.13: Representação espectral da função de autocorrelação do som radiado pelo sino.

das medições vibratórias através dos acelerómetros. Assim, percebemos que ao cruzar as informações extraídas pelas diversas identificações, quer com base em ensaios vibratórios quer com base em ensaios acústicos, é possível identificar os parâmetros modais com bastante confiança.

## 5.5 Discussão dos resultados

Através dos ensaios preliminares num sino experimental em laboratório foi possível desenvolver um método de identificação modal experimental adequado para identificar os parâmetros modais do sino laboratorial, em particular dos parciais de maior interesse ao nível sonoro. Como pudemos verificar através da comparação das tabelas 5.1 a 5.3, os resultados obtidos através dos três métodos apresentados neste capítulo são extremamente satisfatórios. Em particular, além de dar acesso às frequências modais, amortecimentos modais e deformadas modais dos modos identificados, o algoritmo de identificação mostrou ser altamente eficiente para identificar modos de frequências muito próximas. A utilização do método dos elementos finitos permitiu-nos validar os resultados obtidos experimentalmente e ainda facilitar a interpretação do seus resultados. Uma comparação dos resultados obtidos através das medições vibratórias e das medições acústicas permite, identificar os modos de maior interesse para o nosso estudo, sem necessidade de recurso à observação das formas modais. Desta forma,

torna-se viável uma identificação modal a partir de medições em apenas 3 pontos da malha, o que reduz drasticamente o tempo de medições e de cálculo (cerca de 3 horas para medições com 32 pontos e cerca de 1 hora com 3 pontos). Estes resultados garantiram-nos confiança na metodologia escolhida para a realização com sucesso das identificações modais dos sinos do Palácio Nacional de Mafra.



# Capítulo 6

## Resultados das identificações modais dos sinos dos carrilhões de Mafra

Neste capítulo é apresentada uma descrição do procedimento experimental utilizado nos carrilhões de Mafra, seguida da apresentação e análise dos resultados obtidos em cada carrilhão.

### *Setup* experimental

Em Mafra, o *setup* experimental utilizado foi similar ao desenvolvido em laboratório (Figura 6.1). Contudo, uma vez que nos deparamos com condições diferentes das dos ensaios laboratoriais, foram realizadas algumas adaptações. Os carrilhões encontram-se instalados nas torres do palácio a uma altura de cerca de 60 metros e os seus sinos, de vários tamanhos, estão distribuídos por uma estrutura constituída por traves de madeira na qual estão pendurados e expostos ao ar livre. Para evitar oscilações provocadas pelo vento e consequente ruído no sinal, os cabos foram colocados dentro de um tubo semi-rígido, de forma a poderem ser facilmente imobilizados. Devido à grande variedade de tamanhos dos sinos e consequente variação da gama de frequências de interesse, utilizou-se o martelo Brüel&Kjær 8202, adaptando o tipo de cabeça à gama de frequências a excitar (ver Figura 6.2). Foi ainda desenvolvido, em laboratório, um martelo de impacto instrumentado, de forma a excitar, com eficácia, a gama de frequências de interesse nos sinos de grandes dimensões (ver Figura 6.3).

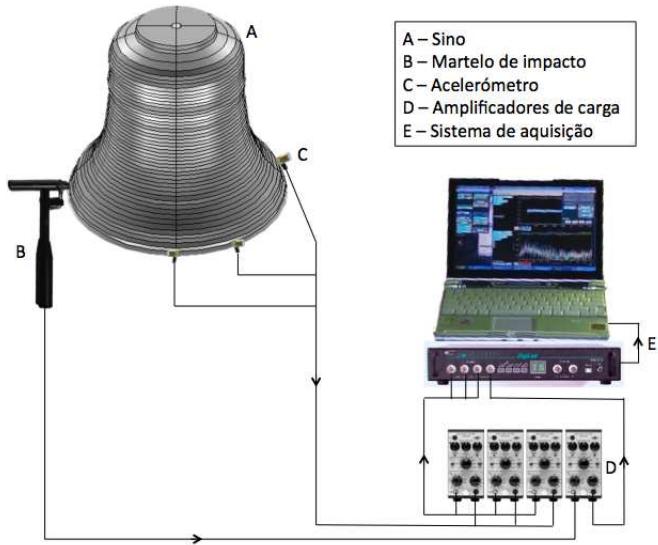


Figura 6.1: Representação do *setup* experimental utilizado em Mafra.



Figura 6.2: Martelo de impacto Brüel&Kjær 8202, vários tipos de cabeças e massa extra utilizados nos ensaios.



Figura 6.3: Martelo de impacto desenvolvido em laboratório com o intuito de excitar a gama de frequências de interesse dos sinos de maiores dimensões.

## Resultados para um sino isolado

Vamos agora apresentar os resultados obtidos para o caso de um sino isolado e ilustrar as análises possíveis através dos ensaios nos sinos em Mafra. Em primeiro lugar, vamos analisar a afinação interna de um sino, um aspecto intimamente relacionado com a sua construção, que nos pode fornecer dados importantes, nomeadamente sobre as técnicas de construção e afinação utilizadas. Assim, nas Figuras 6.4 e 6.5 encontram-se representados os desvios de afinação de cada família de modos associados aos cinco primeiros parciais do sino 27 (um sino de tamanho médio com um diâmetro máximo de 47.8 cm) relativamente aos *ratios* 0.5:1:1.2:1.5:2, tomando como referência os parciais *prime* e *nominal*, respetivamente. Para um sino com uma afinação interna perfeita, não seria possível ver as barras apresentando

todos os parciais um desvio de 0 cents. Na Figura 6.4 podemos observar que todos os parciais estão baixos relativamente ao parcial *nominal*, enquanto que os desvios são mais distribuídos se analisarmos os mesmos resultados relativamente à *prime*. Estes gráficos são duas representações dos mesmos resultados. Como podemos observar, o valor do desvio de cerca de 55 cents do parcial *hum* relativamente à *nominal* apresentado na Figura 6.4 mantém-se no caso da figura 6.5, relativamente aos mesmos parciais.

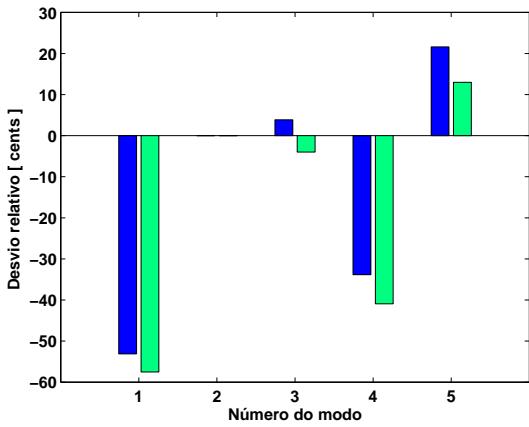


Figura 6.4: Desvios de afinação dos cinco primeiros parciais de um sino médio, relativamente ao modo *prime*. Para cada parcial, apresentamos as frequências dos dois modos pares.

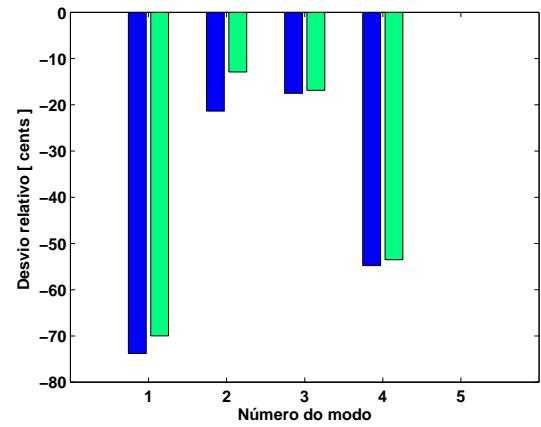


Figura 6.5: Desvios de afinação dos cinco primeiros parciais de um sino médio, relativamente ao modo *nominal*. Para cada parcial, apresentamos as frequências dos dois modos pares.

Este tipo de análise tem apenas em consideração a afinação interna de um sino individualmente o que, como veremos de seguida, não é suficiente no caso de um carrilhão. No entanto, para o caso de um sino individual, em que este não tem necessariamente que estar afinado numa relação com outros sinos mas apenas internamente com ele próprio, este tipo de análise pode servir como um critério para avaliar a qualidade da sua afinação.

Nas Figuras 6.4 e 6.5 podemos ainda observar os desvios de afinação entre as duas famílias de modos de cada parcial. A consequência sonora são batimentos originados pelas frequências próximas desses parciais, um fenómeno conhecido pelos campanólogos como *warble*.

Na Figura 6.6 é apresentada, para cada parcial, a frequência de batimentos entre as duas famílias de modos. Na horizontal, está indicado o número do parcial e, na vertical, a frequência de batimentos. Sabendo que algum *warble* é desejável [Lehr, 1997], mas que em excesso torna o som desagradável, podemos reparar, por exemplo, no caso deste sino que

apesar dos parciais 1,3,4 e 5 apresentarem batimentos moderados, o segundo parcial desvia-se bastante dos restantes, apresentando cerca de 5 batimentos por segundo. Isto permite-nos, pela primeira vez, quantificar o fenómeno do *warble* para cada sino dos carrilhões de Mafra e, assim, analisá-lo de uma forma objetiva.

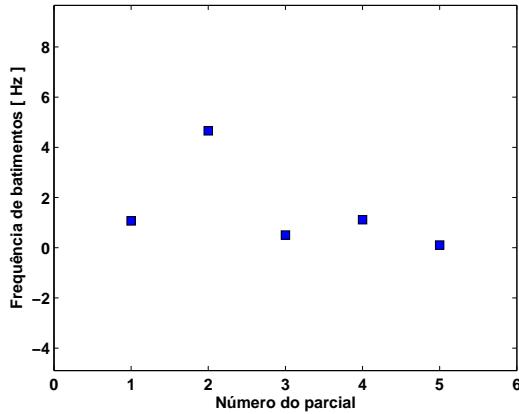


Figura 6.6: *Warble* (frequência de batimentos entre as duas famílias de modos para cada parcial) de um sino médio.

Por fim, nas Figuras 6.7 e 6.8 estão apresentados, para as duas famílias de modos de cada um dos cinco primeiros parciais, os amortecimentos e a taxa de decaimento dada como [Morse and Ingard, 1986, p.41]:

$$\tau_n = \frac{1}{\omega_{0n} \zeta_n} \quad (6.1)$$

onde  $\omega_{0n} = 2\pi f_{0n}$  é a pulsação própria do modo  $n$  considerado e  $\zeta_n$  o valor do amortecimento modal associado. Como podemos observar na Figura 6.7, à medida que a frequência aumenta, aumenta também o amortecimento. A partir das Figuras 6.7 e 6.8 podemos constatar que, à medida que aumenta a frequência e o amortecimento, a taxa de decaimento diminui.

## 6.1 Medições na torre norte

### Resultados das identificações modais

O carrilhão da torre norte é constituído por um total de 49 sinos, fundidos na sua grande maioria (45) por N. Levache. Os restantes foram fundidos por W. Witlockx (1), João Craveiro

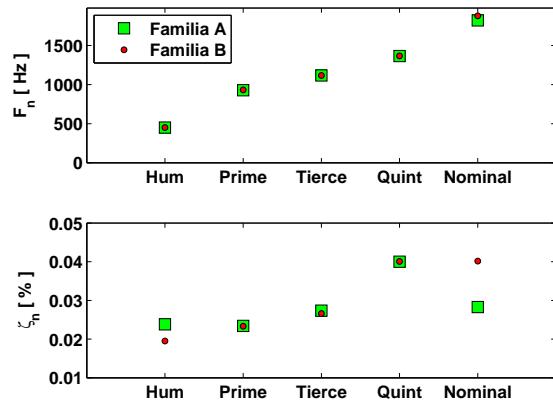


Figura 6.7: Frequências e amortecimentos modais de cada parcial de um sino médio. Sobrepostos, os valores para as duas famílias de modos.

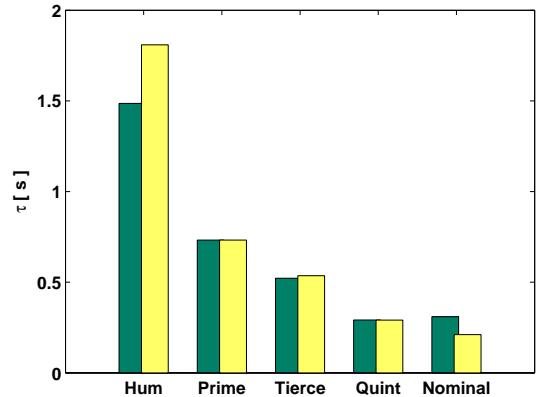


Figura 6.8: Tempo de decaimento das duas famílias de cada parcial de um sino médio.

(1) e mais dois sinos de fundidores anónimos. Além disso, um sino (com a nota escrita G4) está partido e outros encontram-se hoje pousados, não tendo sido possível efetuar medições para os mesmos.

As Tabelas 6.1 e 6.2 resumem os valores das frequências e amortecimentos modais identificados a partir das medições efetuadas no carrilhão da torre norte.

A Figura 6.9 apresenta a comparação das frequências dos cinco primeiros parciais, medidas por Lehr [Lehr, 1984] e identificadas neste estudo (utilizamos a média das frequências dos modos pares para este efeito). Como se vê na Figura 6.9, os valores das frequências identificadas coincidem com os valores de Lehr para todos os parciais em toda a tessitura do carrilhão. Além da confiança que esta observação permite relativamente às nossas identificações, uma consequência prática é a possibilidade de usar os dados fornecidos por Lehr no nosso trabalho, em particular os valores das frequências modais para os sinos em que não foi possível realizar medições, nos nossos cálculos. Assim, incluímos nos nossos dados, os valores das frequências modais dos sinos A0, B0, C1, D1, D1#, C2# e D2, aos quais nenhuma cor será atribuída nos gráficos, além dos símbolos já usados para os parciais *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

De forma semelhante à análise feita no sino laboratorial, pudemos quantificar o fenómeno do *warble* a partir das diferenças entre as frequências dos modos pares de um mesmo parcial. Nesse sentido, a Figura 6.10 apresenta as frequências de batimentos calculadas para cada par-

nº sino	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5		
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
1	$f$ (Hz)	94.42	94.54	195.18	195.27	230.49	230.56	290.99	291.12	383.42	383.44
	$\zeta$ (%)	0.012	0.014	0.017	0.020	0.020	0.017	0.050	0.063	0.030	0.029
5	$f$ (Hz)	130.21	130.30	269.29	269.50	317.85	317.98	395.84	396.08	528.05	528.15
	$\zeta$ (%)	0.013	0.011	0.014	0.017	0.020	0.015	0.029	0.025	0.038	0.035
8	$f$ (Hz)	153.64	153.71	317.42	317.61	379.57	379.66	469.54	470.36	637.72	637.90
	$\zeta$ (%)	0.019	0.023	0.016	0.017	0.020	0.019	0.037	0.027	0.032	0.033
9	$f$ (Hz)	165.65	165.88	343.12	343.77	405.75	405.83	500.73	501.08	675.59	675.66
	$\zeta$ (%)	0.013	0.007	0.008	0.014	0.017	0.019	0.035	0.027	0.034	0.032
10	$f$ (Hz)	187.69	187.70	389.60	390.18	443.96	444.22	597.82	598.26	727.52	727.81
	$\zeta$ (%)	0.013	0.017	0.025	0.021	0.026	0.030	0.038	0.039	0.026	0.026
11	$f$ (Hz)	186.85	187.18	385.89	386.20	457.90	458.23	568.87	569.18	758.40	758.98
	$\zeta$ (%)	0.015	0.012	0.017	0.021	0.027	0.023	0.029	0.050	0.032	0.034
12	$f$ (Hz)	191.86	191.92	404.98	405.30	473.29	473.44	590.62	590.93	788.36	788.40
	$\zeta$ (%)	0.016	0.013	0.019	0.017	0.022	0.021	0.030	0.029	0.036	0.030
13	$f$ (Hz)	206.21	206.30	432.61	433.81	510.26	510.43	632.22	632.40	850.35	850.71
	$\zeta$ (%)	0.018	0.017	0.016	0.017	0.024	0.0025	0.027	0.025	0.033	0.031
14	$f$ (Hz)	224.00	224.21	462.41	462.96	549.68	550.20	683.32	684.50	916.22	916.41
	$\zeta$ (%)	0.012	0.012	0.015	0.021	0.019	0.020	0.030	0.033	0.042	0.040
15	$f$ (Hz)	239.80	240.37	488.77	489.38	582.40	582.83	749.82	750.61	973.16	973.77
	$\zeta$ (%)	0.025	0.027	0.016	0.015	0.022	0.025	0.030	0.026	0.030	0.027
16	$f$ (Hz)	251.83	252.24	517.91	519.70	618.33	618.39	769.70	771.10	1029.70	1029.96
	$\zeta$ (%)	0.023	0.015	0.019	0.019	0.020	0.023	0.027	0.024	0.036	0.032
19	$f$ (Hz)	301.18	301.65	614.81	615.59	736.53	737.00	912.08	913.46	1226.64	1227.26
	$\zeta$ (%)	0.032	0.020	0.026	0.025	0.024	0.023	0.033	0.029	0.041	0.038
20	$f$ (Hz)	326.00	326.64	639.18	642.83	782.33	783.41	1008.74	1009.89	1314.64	1316.26
	$\zeta$ (%)	0.025	0.026	0.027	0.027	0.027	0.029	0.073	0.042	0.034	0.034
21	$f$ (Hz)	340.17	340.77	683.08	685.35	835.10	835.10	1018.91	1020.48	1397.49	1397.90
	$\zeta$ (%)	0.022	0.019	0.029	0.023	0.021	0.023	0.039	0.035	0.032	0.033
22	$f$ (Hz)	354.80	355.42	716.49	718.06	863.52	863.73	1075.14	1076.04	1437.83	1438.40
	$\zeta$ (%)	0.024	0.024	0.028	0.025	0.026	0.025	0.034	0.042	0.036	0.039
23	$f$ (Hz)	372.91	373.96	770.05	774.17	919.66	920.14	1147.44	1149.18	1545.13	1545.32
	$\zeta$ (%)	0.028	0.023	0.032	0.027	0.028	0.029	0.034	0.035	0.041	0.041
24	$f$ (Hz)	397.77	399.00	809.01	809.34	973.70	974.71	1195.16	1196.33	1616.93	1617.97
	$\zeta$ (%)	0.033	0.029	0.027	0.027	0.030	0.030	0.041	0.050	0.064	0.047
25	$f$ (Hz)	415.73	416.97	892.89	896.40	1042.49	1043.05	1248.88	1249.48	1751.86	1752.21
	$\zeta$ (%)	0.013	0.013	0.016	0.017	0.021	0.019	0.032	0.027	0.047	0.044
26	$f$ (Hz)	449.70	450.77	927.89	932.55	1115.96	1116.47	1364.61	1365.73	1878.97	1879.07
	$\zeta$ (%)	0.024	0.020	0.023	0.023	0.027	0.027	0.040	0.040	0.040	0.046
27	$f$ (Hz)	473.88	474.45	982.99	988.59	1157.91	1158.27	1458.47	1460.98	1936.31	1937.89
	$\zeta$ (%)	0.022	0.022	0.024	0.024	0.028	0.025	0.041	0.036	0.053	0.057
28	$f$ (Hz)	503.57	504.00	1041.47	1041.70	1244.32	1245.19	1524.27	1526.27	2093.07	2093.23
	$\zeta$ (%)	0.017	0.017	0.022	0.024	0.029	0.024	0.038	0.037	0.044	0.039
29	$f$ (Hz)	525.80	527.50	1103.00	1107.00	1312.10	1312.70	1568.4	1570.90	2178.5	2180.2
	$\zeta$ (%)	0.035	0.035	0.032	0.031	0.037	0.036	0.050	0.052	0.056	0.060
30	$f$ (Hz)	557.63	559.16	1183.17	1186.66	1395.15	1395.26	1664.76	1.66731	2315.60	2318.05
	$\zeta$ (%)	0.022	0.031	0.023	0.024	0.027	0.027	0.044	0.042	0.052	0.059

Tabela 6.1: Torre norte, carrilhão Levache. Valores das frequências modais e amortecimentos modais identificados.

nº sino	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5		
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
31	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	608.19 0.018	609.46 0.019	1270.12 0.020	1273.05 0.023	1510.70 0.023	1511.16 0.022	1881.65 0.031	1884.35 0.029	2548.69 0.034	2553.41 0.034
32	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	632.42 0.019	633.72 0.019	1324.65 0.024	1327.20 0.023	1564.20 0.026	1566.18 0.024	1922.58 0.034	1924.33 0.037	2637.73 0.050	2641.89 0.047
33	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	686.52 0.019	687.04 0.021	1409.96 0.023	1413.95 0.023	1680.80 0.025	1684.05 0.027	2208.24 0.037	2213.84 0.040	2874.73 0.028	2877.93 0.029
34	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	711.41 0.019	713.37 0.019	1450.46 0.022	1460.12 0.024	1744.42 0.025	1748.45 0.026	2146.34 0.035	2151.62 0.034	2913.87 0.032	2922.22 0.036
36	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	795.20 0.025	797.80 0.023	1688.25 0.029	1691.92 0.027	1964.61 0.032	1969.58 0.030	2471.77 0.040	2473.58 0.043	3303.16 0.053	3306.62 0.047
37	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	859.62 0.024	861.35 0.019	1868.10 0.021	1873.86 0.021	2142.63 0.026	2144.02 0.027	2661.72 0.029	2666.45 0.025	3584.53 0.036	3585.30 0.037
38	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	933.76 0.019	936.21 0.019	1970.44 0.019	1976.66 0.019	2308.34 0.027	2309.56 0.024	2904.83 0.032	2913.42 0.033	3889.09 0.026	3889.57 0.025
39	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	969.21 0.022	971.42 0.024	2068.67 0.023	2078.80 0.024	2392.01 0.028	2392.68 0.026	3035.88 0.039	3039.18 0.037	4024.54 0.032	4033.83 0.031
40	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	1042.28 0.023	1045.66 0.020	2072.51 0.018	2079.81 0.020	2581.01 0.028	2589.82 0.025	3142.73 0.031	3144.81 0.033	4391.98 0.027	4405.84 0.022
41	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	1081.85 0.027	1085.28 0.029	2138.63 0.041	2151.25 0.031	2627.82 0.030	2634.98 0.031	3497.97 0.040	3505.54 0.048	4497.21 0.040	4511.33 0.034
42	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	1184.97 0.028	1188.79 0.026	2310.37 0.026	2317.68 0.028	2914.28 0.032	2920.09 0.029	3679.59 0.051	3683.90 0.050	4970.16 0.025	4984.68 0.025
43	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	1254.26 0.019	1255.54 0.022	2469.94 0.021	2476.27 0.022	3083.38 0.034	3089.40 0.035	3965.11 0.073	3979.15 0.083	5244.15 0.027	5251.33 0.045
44	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	1323.53 0.023	1324.61 0.022	2476.65 0.023	2481.00 0.023	3207.41 0.039	3209.37 0.038	4027.21 0.073	4030.89 0.056	5408.37 0.025	5412.26 0.022
45	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	1401.30 0.025	1404.51 0.024	2796.80 0.031	2802.78 0.029	3434.23 0.042	3439.23 0.043	4490.67 0.104	4506.47 0.100	5785.46 0.048	5800.34 0.025

Tabela 6.2: Torre norte, carrilhão Levache. Valores das frequências modais e amortecimentos modais identificados (seguimento da Tabela 6.1).

cial em toda a tessitura do carrilhão da torre norte. Sabendo que o *warble* em excesso deve ser evitado mas que algum é até desejável (cerca de um batimento por segundo [Lehr, 1997]), podemos verificar que os sinos mais graves (G0-D♯2) apresentam uma frequência de batimentos aceitável para todos os parciais. Tal contribui, certamente, para o facto de se obter um som bastante puro nos sinos graves de N. Levache, como já observado por Lehr (1984). Além disso, verifica-se um claro aumento da frequência dos batimentos para o parcial *prime* ao longo da escala, observando-se que, à medida que os sinos se vão tornando mais pequenos (e consequentemente mais agudos), o *warble* vai aumentando para os diversos parciais. Este facto pode ser representativo de vários aspetos, nomeadamente de uma maior influência dos

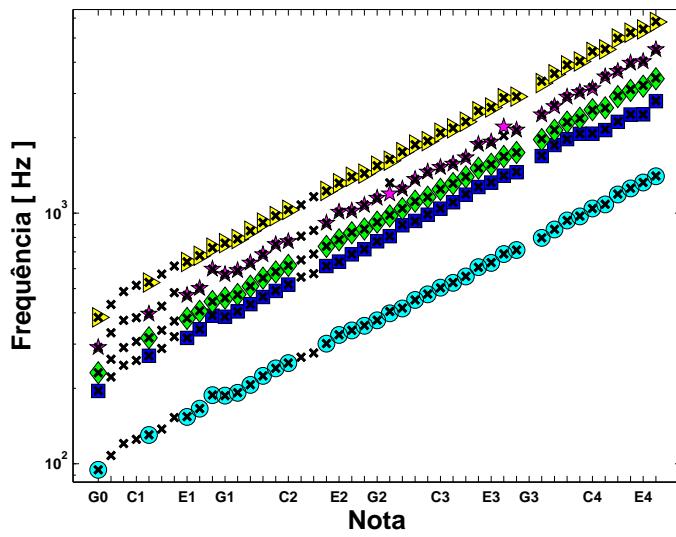


Figura 6.9: Torre norte, carrilhão Levache. Comparaçāo dos valores da frequēncias dos cinco primeiros parciais identificados com as medições publicadas por Lehr (1984) (representadas por cruzes). As frequēncias que aparecem na figura sāo as mēdias das frequēncias dos modos pares identificados. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

ornamentos nas frequēncias dos sinos mais pequenos e das dificuldades técnicas de fundir e afinar sinos pequenos garantindo a sua simetria.

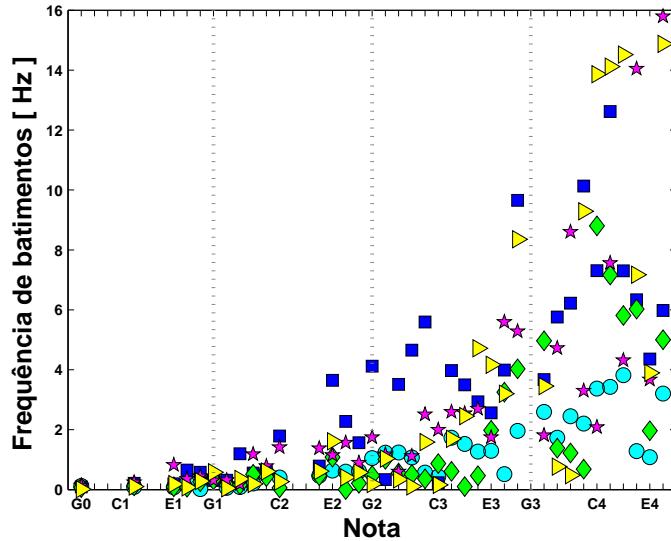


Figura 6.10: Torre norte, carrilhão Levache. Frequência de batimentos (*warble*) de cada parcial ao longo da tessitura. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

Os amortecimentos modais identificados são apresentados na Figura 6.11. Como já referido, os amortecimentos modais estão relacionados com os fenómenos de dissipação. Apesar de estes terem influência na percepção sonora, o fundidor não tem qualquer controlo sobre os mesmos, uma vez fundido o sino. Observamos na Figura 6.11 (à esquerda) que o valor dos amortecimentos modais é bastante constante para cada parcial independentemente do sinal, com uma ligeira tendência para os amortecimentos modais do parcial *nominal* serem maiores. É provável que esta observação esteja relacionada com o facto do parcial *nominal* ser ouvido nos instantes iniciais com mais intensidade do que os restantes parciais [Rossing, 1987, p.137]. Por fim, a Figura 6.11 permite ainda relacionar os amortecimentos modais com a taxa de decaimento da vibração, confirmando a *hum* ser o parcial que permanece durante mais tempo na vibração.

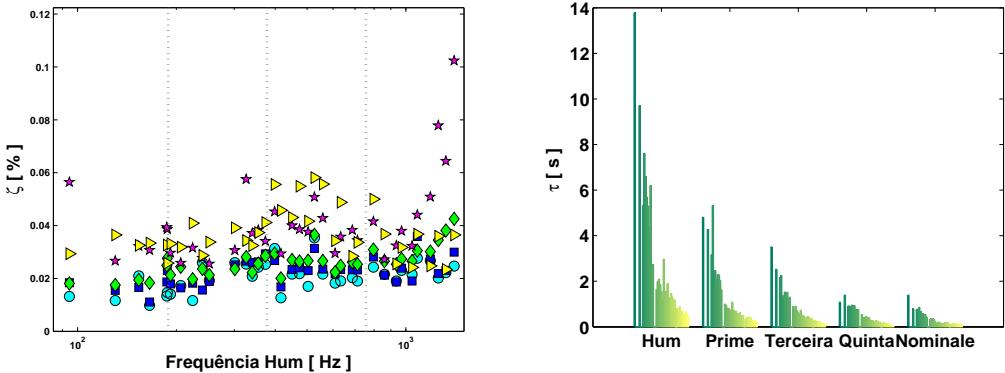


Figura 6.11: Torre norte, carrilhão Levache. Esquerda: amortecimentos dos parciais para cada sinal. Direita: taxa de decaimento dos parciais para cada sinal do carrilhão. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

## Análise dos resultados: diapasão e temperamento

Uma forma possível de determinar o diapasão e temperamento alvo de N. Levache consiste em analisar, a partir dos valores das frequências modais da Tabelas 6.1 e 6.2, os diversos intervalos musicais chave como as terceiras e as quintas. Assim, diferenças no tamanho desses intervalos são indicadores relevantes para a identificação de um temperamento. Apesar da possibilidade de deslocar para outros sítios os intervalos “falsos” na escala - muitas vezes por razões musicais - a posição desses intervalos pode ser utilizada como mais um critério para confirmar um temperamento pretendido. Por exemplo, é comum encontrar a *quinta do lobo*

entre as notas G $\sharp$  - E $\flat$  [Gaínza, 1992, p.28]. Obviamente, esta escolha tem consequências musicais, em particular nos instrumentos com afinação fixa, condicionando fortemente as tonalidades em que é possível tocar.

Sendo esses aspectos relevantes do ponto de vista musical e histórico, calculámos, numa primeira fase, os intervalos de terceiras e quintas, com base nos valores dos meios tons, calculados entre sinos sucessivos e para cada parcial, apresentados na Figura 6.12. Qualquer que seja o parcial considerado, podemos desde logo constatar uma grande dispersão nos intervalos musicais entre sinos sucessivos, em particular nos sinos graves (G0-G1). Obviamente, isso dificulta bastante a análise das terceiras e das quintas através da procura dos valores típicos definidos por cada temperamento. No entanto, verificámos, a partir da Figura 6.13, a existência de intervalos de grandezas diferentes dentro das terceiras e das quintas. Embora este facto se possa relacionar com desvios de afinação no carrilhão, é de realçar, no caso das quintas, o intervalo G $\sharp$  - E $\flat$ , a única quinta que se repete de oitava em oitava com aproximadamente 740 cents, demasiado grande relativamente ao intervalo de quinta justa (com 702 cents).

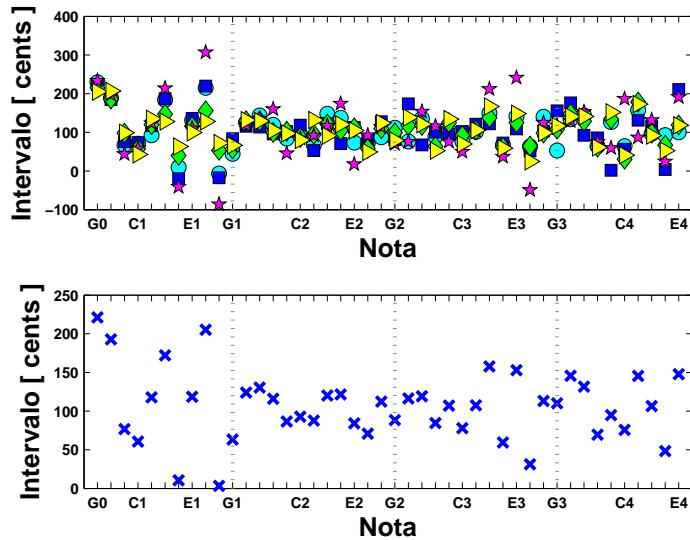


Figura 6.12: Torre norte, carrilhão Levache. Em cima: intervalos musicais entre os parciais de sinos sucessivos. Em baixo, média dos intervalos dos parciais para cada sino. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

Outra forma de procurar um temperamento, mais precisa, consiste em minimizar um erro entre um conjunto de frequências medidas e uma escala musical construída com base num

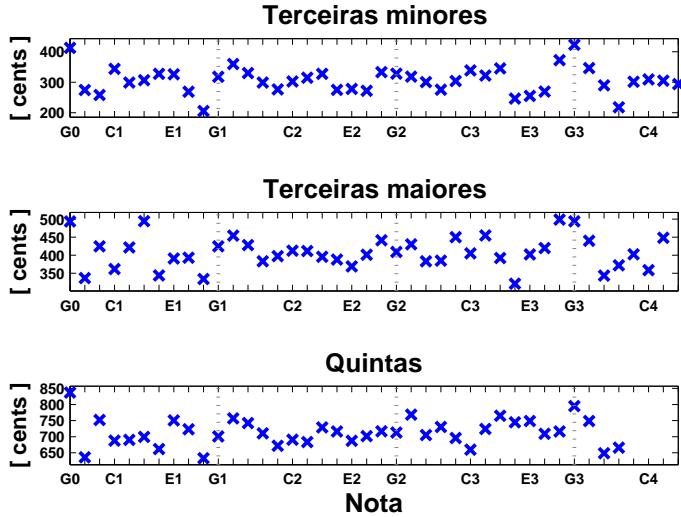


Figura 6.13: Torre norte, carrilhão Levache. Intervalos de terceiras menores, terceiras maiores e quintas. Usámos as médias dos cinco primeiros parciais de dois sinos para calcular um intervalo musical entre os dois. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

temperamento. A aplicação deste método ao caso dos carrilhões oferece-nos duas maneiras de abordar o problema: a primeira, considerando as frequências associadas a um parcial específico para cada sino, tendo apenas em conta a afinação externa do carrilhão, e a segunda, considerando, simultaneamente, o conjunto de frequências de todos os parciais para cada sino. Assim, no primeiro caso, o processo de otimização é baseado na afinação *externa*, associada ao carrilhão, enquanto que ambas as afinações - *externa* e *interna* - são consideradas no segundo caso. Para sermos mais específicos, o processo de otimização consiste em determinar um diapasão  $F_{diap}$  de modo a ajustar o conjunto de frequências medidas  $\{\mathcal{F}_{med}\}$  a uma sequência de intervalos musicais  $\{\mathcal{S}_{temp}\}$  dada pelo temperamento. Matematicamente,  $F_{diap}$  será, então, solução da equação seguinte:

$$\{\mathcal{F}_{med}\} = F_{diap} \{\mathcal{S}_{temp}\} \quad (6.2)$$

Desta forma, vários temperamentos podem ser assumidos na Equação (6.2), facilitando as comparações dos resultados obtidos para os vários temperamentos.

Na afinação atual, estandardizou-se o temperamento igual, no qual cada oitava é dividida em doze semitonos iguais [Lindley, 1980]. No entanto, no séc. XVII e XVIII, coexistiram vários temperamentos. Segundo Lindley (1980), é provável que os carrilhões destes séculos tenham

	Igual	Justo	Mesotónico				
			1/4	1/3	1/5	1/6	2/9
C	1	1	1	1	1	1	1
C#	1.0595	1.0413	1.0449	1.0374	1.0494	1.0525	1.0474
D	1.1225	1.1251	1.1180	1.1157	1.1194	1.1203	1.1188
E♭	1.1892	1.1996	1.1963	1.2	1.1941	1.1926	1.1951
E	1.2599	1.2498	1.25	1.2448	1.2531	1.2552	1.2517
F	1.3348	1.3325	1.3375	1.3389	1.3367	1.3361	1.3370
F#	1.4142	1.4061	1.3975	1.3889	1.4027	1.4063	1.4005
G	1.4983	1.5	1.4953	1.4938	1.4963	1.4969	1.4959
G#	1.5874	1.5619	1.5625	1.5496	1.5703	1.5755	1.5668
A	1.6818	1.6663	1.6718	1.6667	1.6750	1.6770	1.6736
B♭	1.7818	1.7994	1.7888	1.7925	1.7866	1.7852	1.7876
B	1.8877	1.8747	1.8692	1.8595	1.8750	1.8789	1.8724
C	2	2	2	2	2	2	2

Tabela 6.3: Definição dos temperamentos considerados neste estudo. Os valores de cada coluna correspondem aos *ratios* correspondentes a cada uma das doze notas, para cada temperamento, partindo da nota C.

sido afinados em algumas variantes do temperamento mesotônico. Assim, sete temperamentos históricos foram comparados neste estudo. Os intervalos dos temperamentos considerados, tomando a nota C como ponto de partida, são apresentados na Tabela 6.3.

Analisaremos, de seguida, os resultados obtidos supondo um hipotético temperamento mesotônico de 1/4 de comma, uma vez que este temperamento foi o mais frequentemente aceite dentro dos vários temperamentos mesotônicos [Gaínza, 1992, Lindley, 1980]. Introduzindo os valores correspondentes aos intervalos do temperamento mesotônico de 1/4 de comma (ver Tabela 6.3) no vetor  $\{\mathcal{S}_{temp}\}$  da Equação (6.2), e considerando os parciais dos sinos com notas escritas de G0-A2 (os sinos considerados num processo de otimização são aqueles entre as duas linhas vermelhas nas figuras seguintes), a otimização fornece como diapasão o valor de 432 Hz. A Figura 6.14 apresenta, sobrepostas aos valores das frequências identificadas nos ensaios experimentais, as curvas das frequências “ideais” para cada parcial ao longo da tessitura, calculadas a partir do diapasão otimizado e os intervalos musicais definidos para o temperamento mesotônico de 1/4 de comma. Assim, é fácil ter, *a priori*, uma ideia global sobre as afinações interna e externa do carrilhão Levache, relativamente a este temperamento, a partir da análise da Figura 6.14. Infelizmente, como mostra a Figura 6.15, os resultados das otimizações são tributários das frequências consideradas  $\{\mathcal{F}_{med}\}$  no processo de otimização. A Figura 6.15 foi obtida através de uma otimização considerando um

	Igual	Justo	Mesotónico				
			1/4	1/3	1/5	1/6	2/9
Hum	422.3	420.4	422.2	422.1	422.2	422.3	422.2
Prime	434.7	422.8	434.6	434.6	343.6	434.6	434.6
Tierce	435.3	429.6	432.6	431.2	433.5	434.0	433.1
Quint	429.5	427.2	430.3	430.7	430.1	429.9	430.2
Nominale	432.3	430.5	432.3	432.2	432.3	432.3	432.3
Todos	432.1	429.5	431.8	431.6	431.9	431.9	431.9

Tabela 6.4: Torre norte, carrilhão Levache. Valores dos diapasões  $F_{diap}(La_3)$  (Hz) obtidos, consoante os temperamentos pretendidos e o tipo de otimização considerada (externa ou ambas, interna e externa).

único parcial (*hum*). É particularmente instrutivo ver que, neste caso, à exceção da *hum*, os outros parciais são bastante altos relativamente aos valores otimizados. Assim, a partir das Figuras 6.14 e 6.15, vemos que duas otimizações (para temperamentos alvo iguais) conduzem a dois valores diferentes de diapason, respetivamente 422 Hz e 432 Hz. Outra ilustração da influência das frequências consideradas no processo de otimização é apresentada na Tabela 6.4. Verifica-se que o valor de desvio padrão dos diapasões calculados é de 15 Hz.

Os desvios de afinação calculados para cada parcial relativamente aos valores otimizados são apresentados na Figura 6.16. No eixo horizontal estão representadas as notas musicais dos sinos (notas escritas nos sinos), enquanto que no eixo vertical está representado o desvio. Neste tipo de figura, um carrilhão com sinos perfeitamente afinados internamente e também corretamente afinado a um nível externo, irá resultar em pontos alinhados em torno do zero, qualquer que seja o parcial.

Outra representação das informações apresentadas na Figura 6.16 é proposta na Figura 6.17, considerando os desvios de cada parcial individualmente. Em particular, isto permite uma análise detalhada das afinações internas e externas, que pode eventualmente estar relacionada com as práticas dos fundidores e os seus objetivos.

Considerando um tipo de otimização (baseado nas afinações interna e/ou externa), o método de otimização do diapason apresentado neste trabalho parece bem adequado a um estudo comparativo de diversos temperamentos hipotéticos sendo, por isso, um critério definido. Nesse sentido os erros quadráticos de cada parcial ao longo da tessitura do carrilhão foram calculados. Assim, a Figura 6.18 apresenta os erros quadráticos obtidos para diversos temperamentos e considerando as afinações interna e externa da serie de sinos G0-A2.

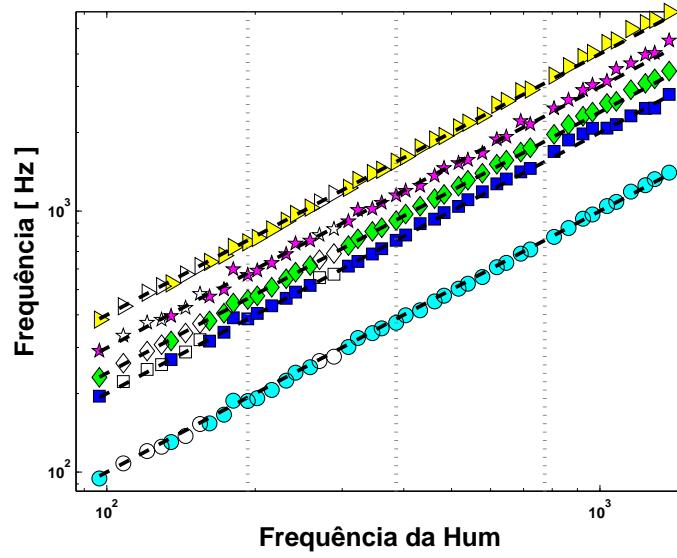


Figura 6.14: Torre norte, carrilhão Levache. Comparação das frequências medidas (pontos discretos) de cada parcial com as frequências otimizadas (tracejado), dadas pela otimização a partir de todos os parciais. Temperamento mesotônico de 1/4 de comma e  $F_{diap} = 432$  Hz. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

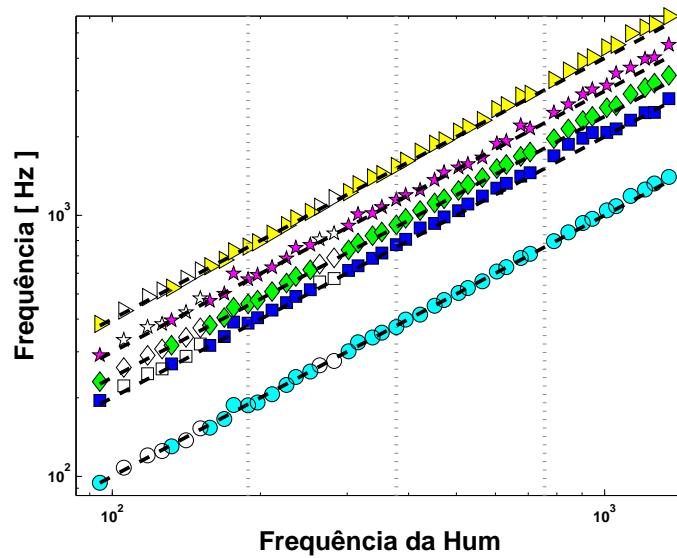


Figura 6.15: Torre norte, carrilhão Levache. Comparação das frequências medidas (pontos discretos) de cada parcial com as frequências otimizadas (tracejado), dadas pela a otimização a partir do parcial *hum*. Temperamento mesotônico de 1/4 de comma e  $F_{diap} = 422$  Hz. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

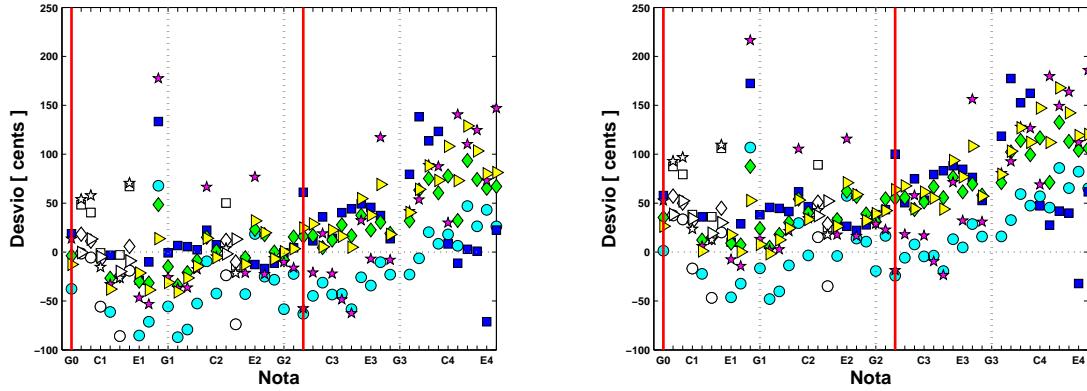


Figura 6.16: Torre norte, carrilhão Levache. Desvios de afinação. Esquerda: otimização sobre afinação interna e externa ( $F_{diap}(La_3) = 432$  Hz). Direita: otimização sobre afinação externa (parcial *hum*,  $F_{diap}(La_3) = 422$  Hz). Temperamento mesotônico 1/4 de comma. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

## 6.2 Medições na torre sul

A torre sul é atualmente constituída por 53 sinos, na sua grande maioria fundidos por W. Witlockx. Grande parte destes sinos foram reafinados em 1986 aquando do último restauro. Para este estudo, como referido na introdução desta dissertação, realizámos apenas medições nos 12 sinos mais graves deste carrilhão, não intervencionados no restauro de 1986, os quais se mantêm aparentemente no seu estado original desde a sua fundição.

Na Tabela 6.5 estão apresentados os valores das frequências e amortecimentos modais identificados experimentalmente.

Tal como no carrilhão da torre norte, para os sinos hoje pousados, incluímos nos nossos dados as frequências modais dos cinco primeiros parcias dadas por Lehr (1984), medidas antes do restauro, de forma a estudar o carrilhão da torre sul no seu conjunto.

Apresentamos nas Figuras 6.20 e 6.21 os intervalos entre sinos sucessivos e as terceiras e quintas calculadas ao longo da escala do carrilhão. Ao comparar estes resultados com os da Figura 6.12, nota-se que a dispersão dos intervalos entre sinos sucessivos é, em geral, menos pronunciada para o carrilhão Witlockx.

A Figura 6.19 ilustra alguns aspectos dos sinos do Witlockx, nomeadamente o *warble* e os amortecimentos modais.

Tendo em vista a procura de um temperamento, vemos na Figura 6.21 a presença de

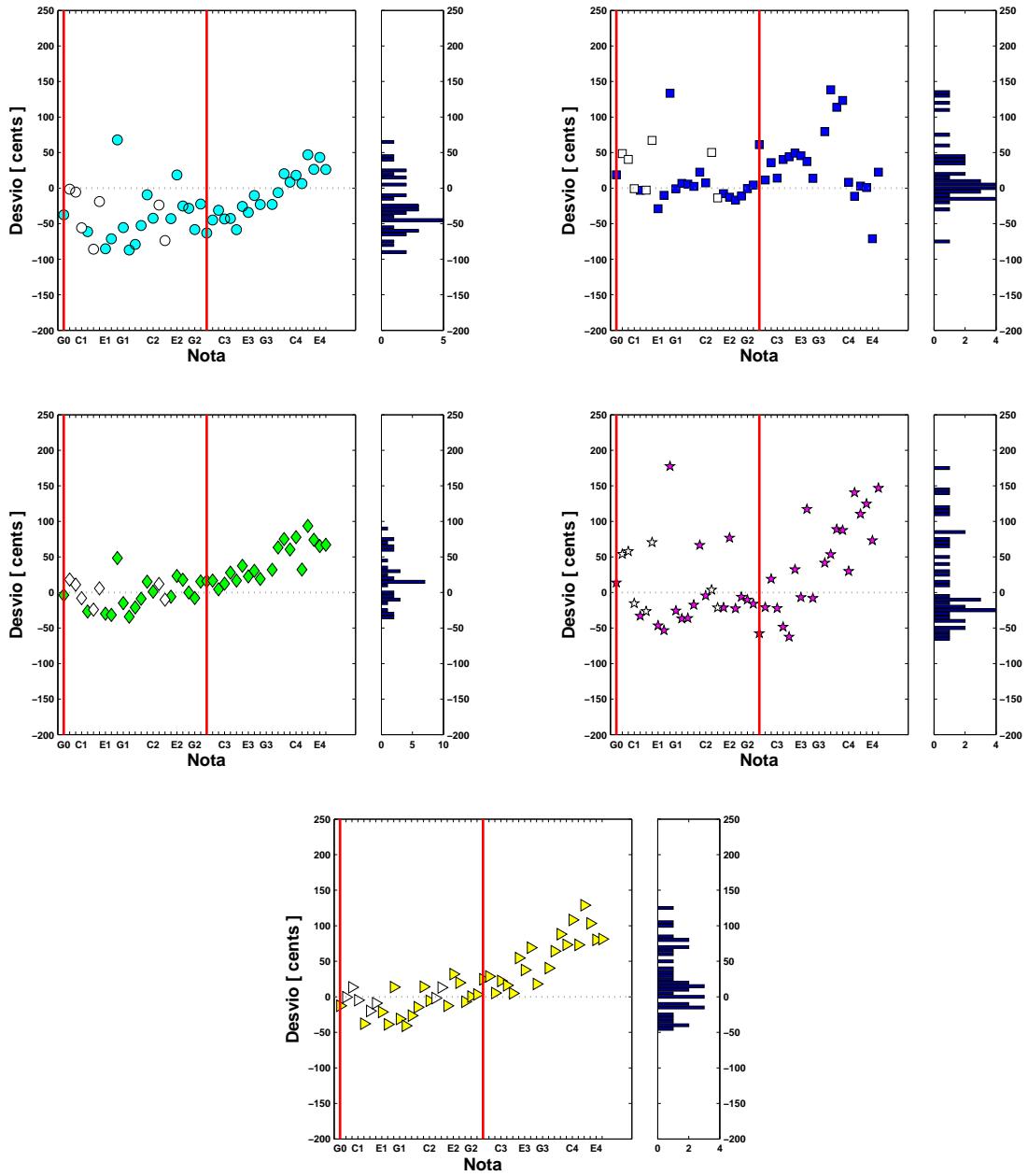


Figura 6.17: Torre norte, carrilhão Levache. Desvios de cada parcial (*hum*, *prime*, *tierce*, *quint*, *nominal*) relativamente ao diapasão otimizado. Temperamento mesotónico 1/4 de coma e  $F_{diap} = 432$  Hz. O histograma permite avaliar a dispersão dos desvios em torno do desvio nulo. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

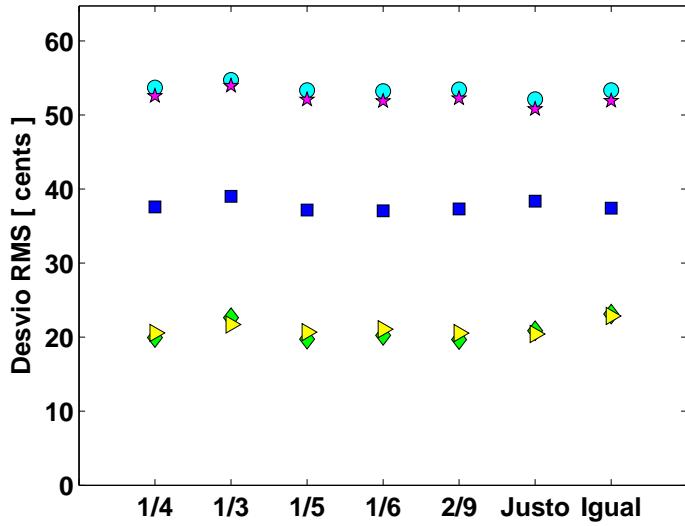


Figura 6.18: Torre norte, carrilhão Levache. Erros quadráticos em cada parcial calculados ao longo da tessitura para vários temperamentos. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

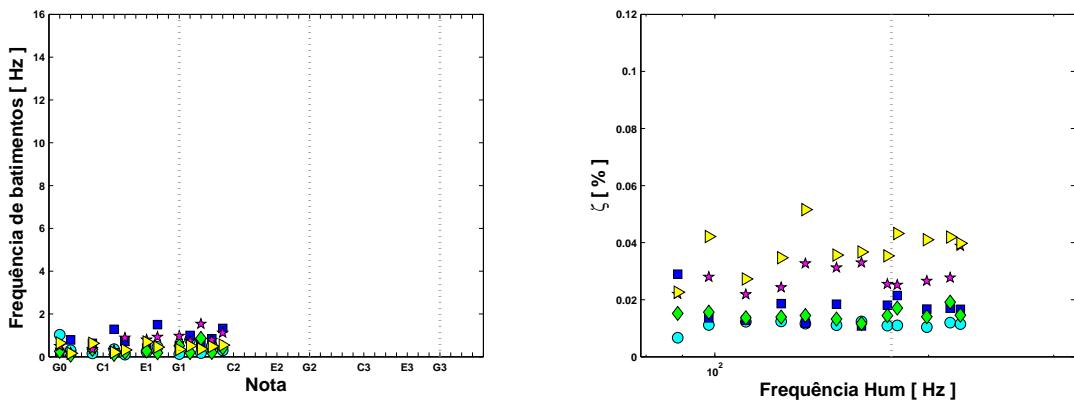


Figura 6.19: Torre sul, carrilhão Witlockx. Frequência de batimentos (*warble*) e amortecimento modal de cada parcial ao longo da tessitura. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

nº sino	Modo 1		Modo 2		Modo 3		Modo 4		Modo 5		
	A	B	A	B	A	B	A	B	A	B	
1	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	88.14 0.007	89.17 0.006	178.88 0.028	179.09 0.030	216.52 0.016	216.78 0.014	252.92 0.019	253.42 0.026	352.38 0.024	353.02 0.021
2	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	97.91 0.013	98.22 0.010	205.30 0.014	206.08 0.013	239.88 0.015	239.96 0.016	293.60 0.029	293.78 0.028	396.54 0.044	396.70 0.041
4	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	110.51 0.012	110.67 0.013	222.46 0.013	223.09 0.013	266.06 0.013	266.41 0.014	329.81 0.024	330.16 0.020	443.10 0.026	443.73 0.029
6	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	123.80 0.014	124.16 0.011	248.67 0.018	249.95 0.019	297.43 0.014	297.55 0.013	370.72 0.028	371.03 0.021	493.80 0.034	494.01 0.035
7	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	134.08 0.011	134.18 0.012	269.69 0.013	270.40 0.011	320.42 0.013	320.64 0.016	398.83 0.035	399.72 0.030	527.21 0.047	527.53 0.056
9	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	148.23 0.012	148.47 0.010	299.83 0.017	300.23 0.020	353.40 0.013	353.67 0.014	438.89 0.037	439.69 0.025	588.45 0.036	589.15 0.036
10	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	160.64 0.013	161.10 0.012	317.35 0.012	318.86 0.010	379.98 0.010	380.17 0.013	478.52 0.032	479.44 0.034	634.94 0.034	635.39 0.040
12	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	174.87 0.009	175.00 0.013	353.53 0.017	354.05 0.019	422.49 0.014	423.01 0.015	526.20 0.029	527.18 0.022	705.41 0.034	705.74 0.037
13	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	180.27 0.012	181.07 0.010	367.76 0.020	368.76 0.023	438.05 0.018	438.25 0.017	547.14 0.022	547.87 0.028	737.40 0.044	737.91 0.042
14	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	198.72 0.010	198.89 0.011	397.48 0.017	398.03 0.017	475.94 0.014	476.80 0.014	589.66 0.030	591.19 0.023	795.58 0.040	795.95 0.042
15	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	214.16 0.013	214.66 0.011	426.14 0.016	426.98 0.018	511.06 0.022	511.27 0.016	629.12 0.027	629.90 0.029	847.98 0.039	848.46 0.045
16	$f$ (Hz) $\zeta$ (%)	221.50 0.012	221.79 0.011	442.76 0.018	444.09 0.015	530.00 0.015	530.41 0.014	652.78 0.037	653.90 0.041	881.65 0.042	882.20 0.038

Tabela 6.5: Torre sul, carrilhão Witlockx. Frequências modais e valores dos amortecimentos modais identificados.

alguns padrões bastante regulares, que se repetem de oitava em oitava, principalmente nas terceiras menores (entre B♭-C♯, E♭-F♯ e F-G♯) e em algumas quintas aumentadas. Como já referido, estas análises são dificultadas no caso dos carrilhões, devido aos eventuais desvios na afinação interna e externa do carrilhão que são inerentes aos processos de fundição e afinação. Em particular, é frequente as quintas serem afinadas apenas globalmente pelos fundidores [Hart, 1972, Lehr, 1984]. Mesmo assim, estas observações revelam, sem dúvida, a escolha de um temperamento específico pelo fundidor, provavelmente do tipo mesotônico, tendo em conta os tipos de terceiras e quintas aparentes.

A Tabela 6.6 apresenta os valores dos diapasões obtidos para os temperamentos estudados (ver Tabela 6.3) considerando os sinos com notas escritas G0-E3. Verifica-se que o desvio padrão dos valores do diapason é de cerca de 2 Hz. Além disso, apesar de (ainda) não se saber o temperamento alvo, o método desenvolvido neste trabalho fornece-nos um valor do diapason

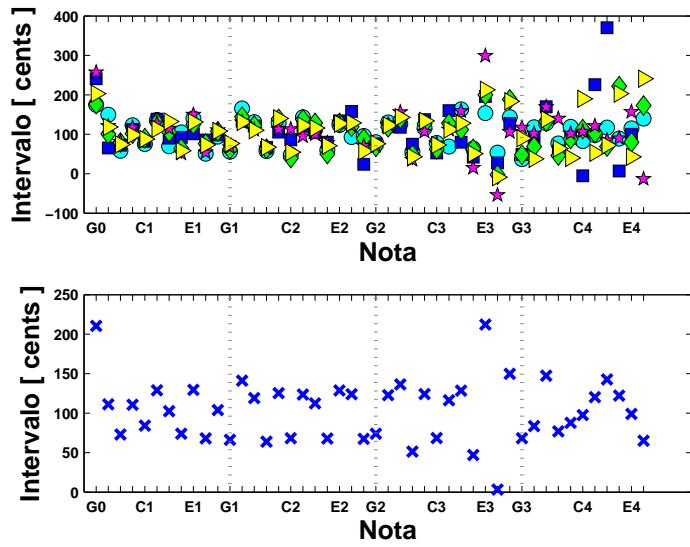


Figura 6.20: Torre sul, carrilhão Witlockx. Em cima: intervalos musicais entre os parciais de sinos sucessivos. Em baixo, média dos intervalos dos parciais para cada sino. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

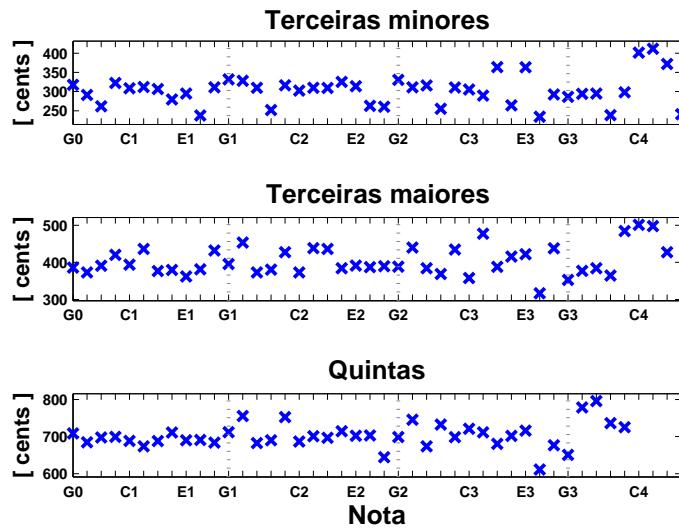


Figura 6.21: Torre sul, carrilhão Witlockx. Intervalos de terceiras menores, terceiras maiores e quintas. Usámos as médias dos cinco primeiros parciais de dois sinos para calcular um intervalo musical entre os dois.

	Igual	Justo	Mesotónico				
			1/4	1/3	1/5	1/6	2/9
Hum	395.7	393.3	395.2	394.9	395.4	395.5	395.3
Prime	398.3	395.8	397.7	397.4	397.9	398.0	397.8
Tierce	401.5	395.6	398.6	397.1	399.5	400.1	399.1
Quint	392.1	389.3	392.4	392.5	392.3	392.3	392.3
Nominale	397.8	395.3	397.2	397.5	397.4	397.5	397.3
Todos	396.9	393.9	396.2	395.8	396.5	396.6	396.4

Tabela 6.6: Torre sul, carrilhão Witlockx. Valores dos diapasões  $F_{diap}(La_3)$  (Hz) obtidos consoante os temperamentos pretendidos e o tipo de otimização considerada (externa ou ambas, interna e externa).

$F_{diap}(La_3)$  de aproximadamente 396 Hz para o carrilhão da torre sul, com a particularidade do resultado não ser dependente da maneira de fazer a otimização. Este valor equivale a 180 cents abaixo do atual diapasão (440 Hz). Uma das razões pelas quais o diapasão encontrado é constante independentemente do tipo de otimização escolhida, vem certamente de uma rigorosa afinação interna dos sinos. Outra explicação centra-se, certamente nas dificuldades sentidas pelo fundidor em respeitar um temperamento sendo, por um lado, subtis as diferenças entre os vários tipos de temperamento (em particular no caso dos mesotónicos) e, por outro lado, difícil o controlo absoluto do processo de construção de sinos. Ou seja, é fortemente provável que a margem de erro do fundidor ultrapasse a precisão necessária para respeitar um sistema de afinação.

As Figuras 6.22 e 6.23 mostram os desvios de afinação interna e externa do carrilhão Witlockx relativamente aos vários temperamentos considerados. Apesar dos desvios serem claramente inferiores e menos dispersos do que no caso do carrilhão Levache, a comparação dessas figuras não permite distinguir os critérios de afinação pretendidos por Witlockx. Se é evidente que a afinação do carrilhão não foi feita no temperamento igual, não é fácil a comparação dos resultados para os temperamentos justo e os vários temperamentos mesotónicos. Nestas condições, nem o critério dos erros quadráticos nos permite concluir qual o temperamento alvo, como é ilustrado na Figura 6.24.

Em conclusão, a Figura 6.25 apresenta os desvios de cada parcial, individualmente, para uma análise mais detalhada dos desvios de afinação. Desta forma, colocámos em evidência que os desvios de afinação dos parcias *hum*, *prime* e, em particular, *nominal*, são mais pequenos que para os restantes. Esta observação traduz uma eventual maior preocupação

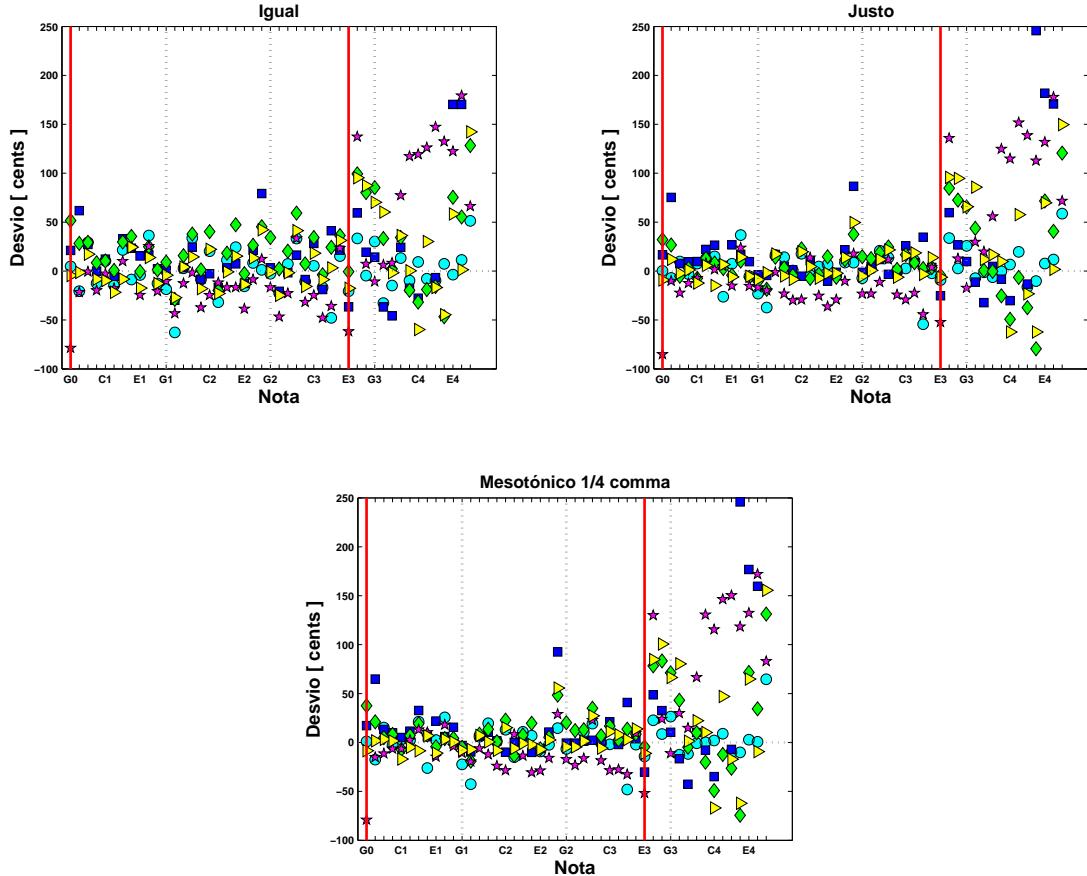


Figura 6.22: Torre sul, carrilhão Witlockx. Desvios de afinação interna e externa relativamente ao diapasão otimizado para vários temperamentos. Temperamento igual, justo e temperamento mesotônico de  $1/4$  de comma. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

por parte do Witlockx com a afinação desses três parciais que formam oitavas entre si, um facto frequentemente referido na literatura sobre carrilhões. Além disso, note-se que a *hum* é o único parcial com desvios aceitáveis em toda a escala do carrilhão. Este facto pode estar certamente relacionado quer com aspectos de percepção sonora, quer com aspectos técnicos, dado os fundidores sentirem mais dificuldade em alcançar uma afinação interna aceitável no caso dos sinos agudos. Geralmente, para os sinos pequenos, é privilegiada a afinação apenas dos parciais *hum* e *prime*, uma vez que os restantes parciais se situam numa zona de frequências muito altas em que o ouvido praticamente não extrai informação para uma sensação de altura ([Henrique, 2007]). Assim, é interessante notar que, apesar dos fundidores afinarem os sinos de forma a que todos os parciais formem entre si uma escala cromática ao longo de toda

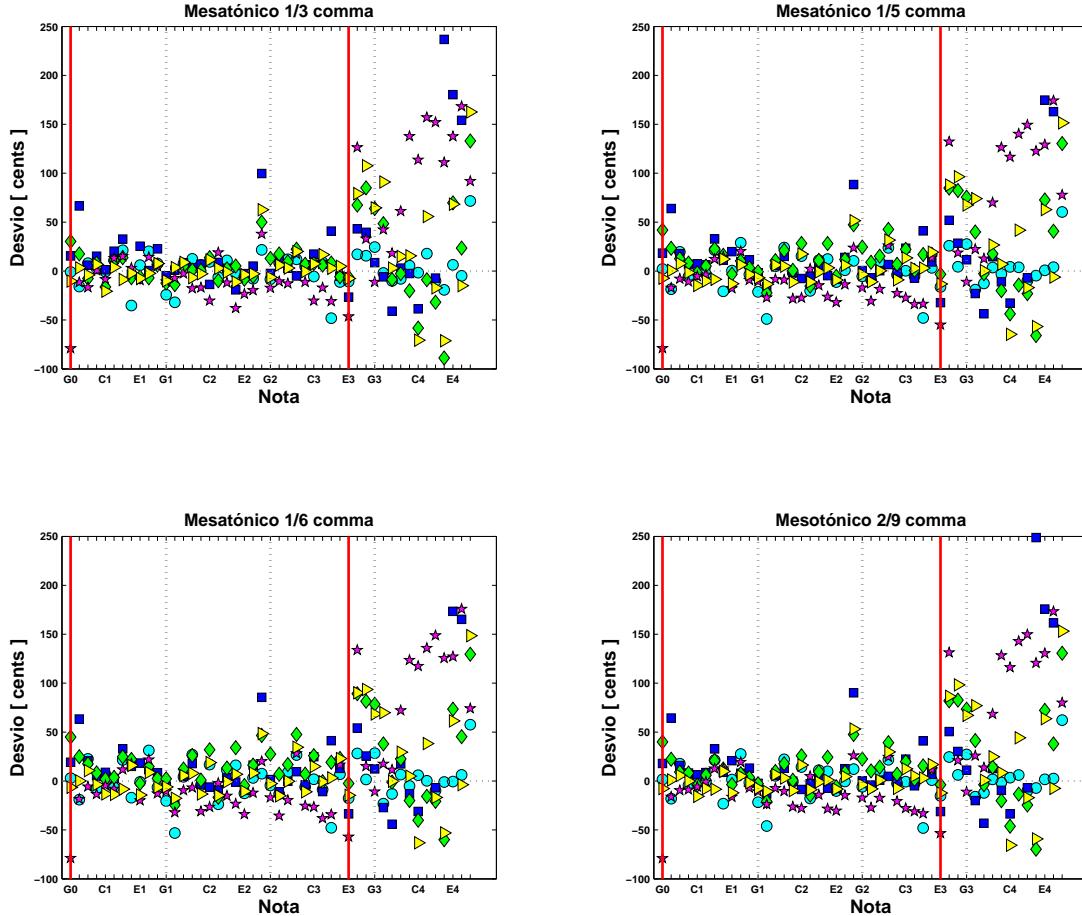


Figura 6.23: Torre sul, carrilhão Witlockx. Desvios de afinação interna e externa relativamente ao diapasão otimizado para vários temperamentos. Temperamento mesotônico 1/3 de comma, temperamento mesotônico 1/5 de comma, temperamento mesotônico 1/6 de comma, temperamento mesotônico 2/9 de comma. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

a tessitura, existe, dependendo da gama de frequências, uma preocupação em afinar, com maior precisão, um ou outro parcial.

### 6.3 Discussão dos resultados

Os resultados das identificações modais dos dois carrilhões foram expostos, numa primeira fase, em “bruto”, apresentando-se os valores das frequências e amortecimentos modais de cada sino, sendo depois sujeitos, numa segunda fase, a uma análise, de forma a determinar o diapasão de cada carrilhão, considerando vários temperamentos alvo e utilizando um método

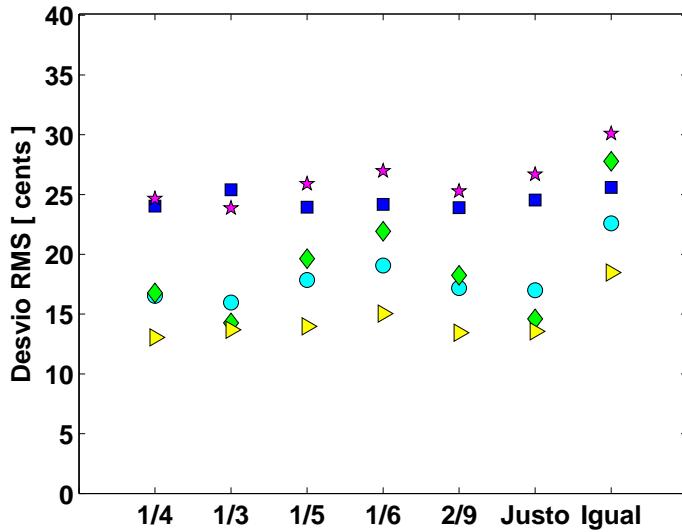


Figura 6.24: Torre sul, carrilhão Witlockx. Erros quadráticos em cada parcial calculados ao longo da tessitura para vários temperamentos. Símbolos: *hum* ( $\circ$ ), *prime* ( $\square$ ), *tierce* ( $\triangle$ ), *quint* ( $\star$ ) e *nominal* ( $\triangleright$ ).

de otimização.

Se os desvios medidos confirmam que Witlockx dominava a arte de fundir e afinar os carrilhões, como frequentemente referido na literatura, os resultados do carrilhão da torre norte não são fáceis de analisar. Tal deve-se ao facto dos sinos Levache não se encontrarem afinados internamente, o que condiciona fortemente as conclusões sobre a afinação externa deste carrilhão. Assim, não se pode concluir um diapasão claro para este carrilhão, sendo os resultados tributários da maneira de efetuar os cálculos de otimização. Pelo contrário, os ensaios realizados no carrilhão da torre sul fornecem indicações interessantes no que diz respeito à sua afinação. Em particular, encontramos um diapasão próximo de 396 Hz para o instrumento, o que equivale a 180 cents abaixo do diapasão atual. Infelizmente, não foi possível identificar um temperamento alvo, uma vez que os desvios de afinação deste carrilhão são superiores às diferenças existentes entre os vários temperamentos considerados neste estudo.

A comparação dos resultados dos desvios de afinação dos dois carrilhões expõe claramente um problema prático. Mesmo sem ter a possibilidade de concluir quais os objetivos de Levache relativamente ao diapasão do seu carrilhão, é interessante observar que os valores fornecidos através das diversas otimizações apresentam diferenças significativas relativamente ao valor

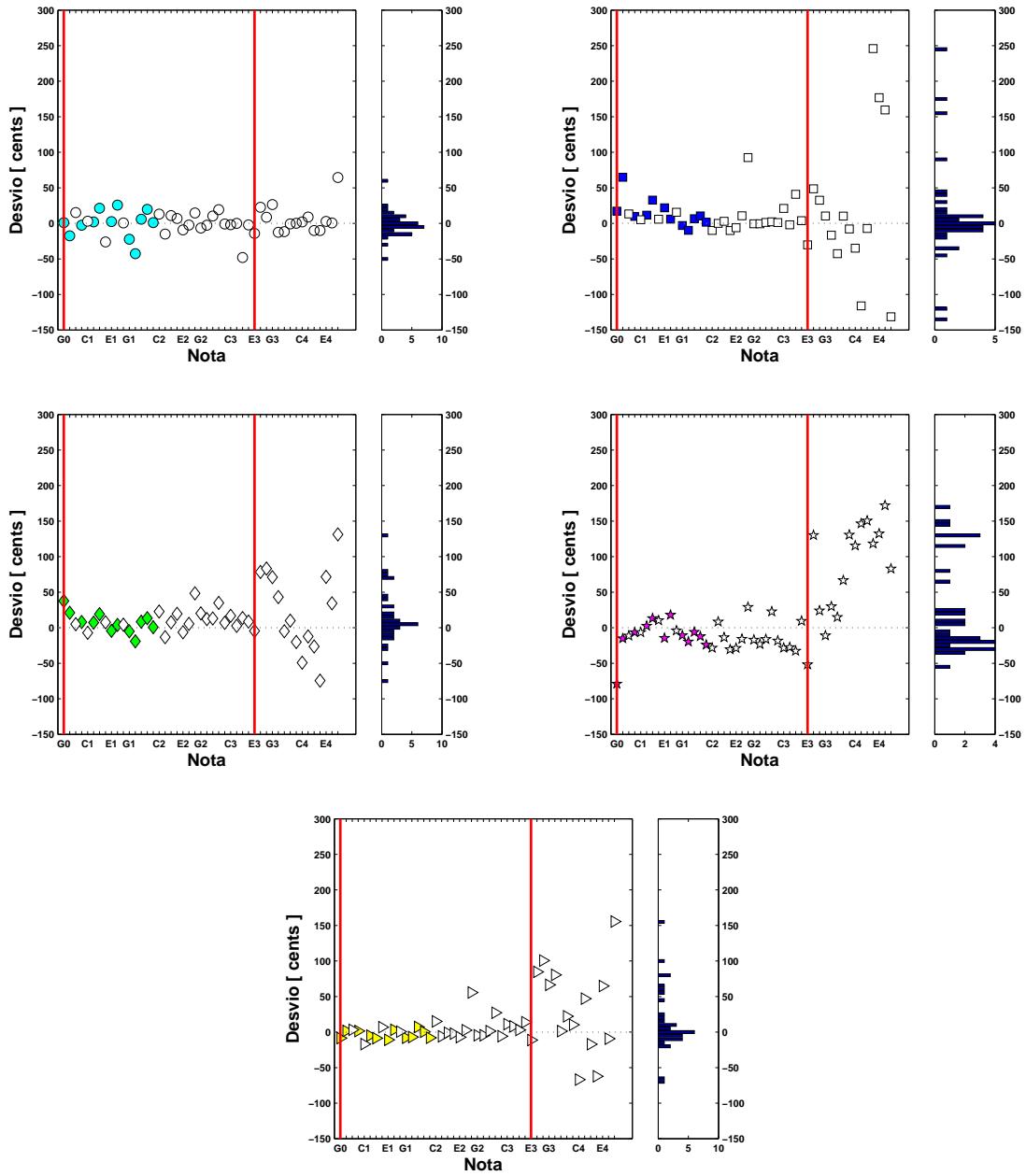


Figura 6.25: Torre sul, carrilhão Witlockx. Desvios de cada parcial (*hum, prime, tierce, quint, nominal*) relativamente ao diapasão otimizado. Temperamento mesotônico  $1/4$  de coma e  $F_{diap} = 396$  Hz. O histograma permite avaliar a dispersão dos desvios em torno do desvio nulo. Símbolos: *hum* (○), *prime* (□), *tierce* (△), *quint* (★) e *nominal* (▷).

obtido, no caso do carrilhão Witlockx. Assim, diferenças entre 110 e 150 cents existentes entre os diapasões dos dois carrilhões, segundo os cálculos apresentados, levam-nos a pensar em consequências musicais que sugerem grandes dificuldades para a interpretação de uma obra musical nestes dois carrilhões, em simultâneo.

Por fim, uma observação interessante, que merece ser estudada no futuro, e que poderia explicar, em parte, as diferenças substanciais na qualidade sonora dos dois carrilhões, é a aparente presença de marcas de afinação nos sinos originais Witlockx, enquanto que os sinos Levache não revelam indícios de tentativas de afinação, o que nos leva a suspeitar que os sinos tenham sido instalados na torre norte tal como saíram dos moldes. Em particular, essas marcas aparecem no interior dos sinos, ao nível dos ombros, num zona que permite, geralmente, afinar a fundamental dos sinos sem perturbar a afinação dos outros parciais.



# Capítulo 7

## Conclusões e perspetivas

A presente dissertação apresenta uma caracterização do estado de afinação atual dos dois carrilhões do Palácio Nacional de Mafra, dois instrumentos musicais históricos notáveis, um deles ainda na sua forma original, tornando-se um testemunho raro de um instrumento musical do século XVIII em Portugal.

Um aspeto original desta dissertação consistiu na aplicação de técnicas avançadas de acústica musical para caracterizar e analisar os sinos e carrilhões numa perspetiva histórica, utilizando uma metodologia rigorosa e sistemática para abordar problemáticas físicas, musicais e históricas, fornecendo um alcance multidisciplinar a este trabalho.

Numa primeira parte, foi realizada uma abordagem que envolveu o cruzamento de dados históricos e acústicos dos carrilhões, de forma a evidenciar, além de características genéricas dos sinos e dos carrilhões, questões relacionadas com a sua construção e a afinação. Se a revisão da literatura confirmou a importância singular do carrilhão e a sua gradual evolução na história europeia, evidenciou, por outro lado, importantes lacunas sobre o conhecimento dos processos de afinação usados pelos grandes fundidores, em particular da “era de ouro” dos carrilhões, que se viveu nos séc. XVII e XVIII.

Sendo a afinação de carrilhões um processo extremamente complexo que implica, para além da afinação interna dos sinos individualmente, a sua afinação conjunta com os restantes de forma a obter uma sequência musical ordenada, parece-nos de particular interesse que as futuras investigações sejam focadas nesta fase do processo de construção, com base na análise das técnicas existentes em diversos domínios, a partir do séc. XVII. Provavelmente, isso permitiria esclarecer a razão pela qual, como foi observado neste trabalho, o carrilhão da torre sul apresenta, sem dúvida, uma melhor afinação do que o carrilhão da torre norte.

Numa segunda parte, foi desenvolvido um método de identificação modal experimental para estudar detalhadamente o comportamento vibratório dos sinos. Este método, baseado na adaptação de modelos analíticos a medições vibratórias, permitiu caracterizar e compreender, do ponto de vista físico, a dinâmica complexa dos sinos e, além disso, confirmar resultados existentes na literatura. Para complementar os resultados vibratórios, foram ainda realizados ensaios com base nos sons dos sinos, de forma a perceber as relações entre os modos vibratórios e as características tímbricas de um sino. Foram obtidos dados bastante completos sobre as frequências, os amortecimentos e as deformas modais de um sinal em laboratório, bem como as componentes espectrais do som radiado. De particular interesse, foi o facto de a metodologia utilizada nos ter permitido distinguir as duas famílias de modos que surgem num parcial do som, tornando possível uma caracterização objetiva do fenómeno *warble*, que condiciona substancialmente a qualidade sonora dos sinos, assim como os amortecimentos modais que foram identificados.

Uma vez validado o método através de cálculos utilizando um modelo de elementos finitos, foi considerada a aplicação dessa metodologia experimental aos sinos dos carrilhões de Mafra. Na sequência dos ensaios realizados, obtivemos uma base de dados detalhada sobre o comportamento vibratório dos sinos dos dois carrilhões que se encontram no seu estado original, o que permitiu abordar questões de musicologia histórica, nomeadamente o diapasão e o temperamento dos carrilhões. Assim, os resultados das identificações modais foram sujeitos a uma análise, de forma a determinar o diapasão de cada carrilhão, considerando vários temperamentos alvo e utilizando um método de otimização. Os cálculos realizados forneceram indicações interessantes ao nível da afinação. Em particular, se o diapasão encontrado para o carrilhão Witlockx é próximo de 396 Hz, a análise não permitiu obter respostas conclusivas sobre o diapasão do carrilhão Levache, devido, principalmente, a uma grande dispersão das frequências dos parciais identificados para cada sino. Pelo contrário, ao analisar o carrilhão da torre sul, os resultados confirmam as indicações da literatura no que diz respeito às competências de Witlockx para fundir e afinar carrilhões. Infelizmente, mesmo com uma afinação aceitável na maior parte da tessitura do carrilhão, não foi possível identificar o temperamento pretendido por Witlockx sendo os desvios de afinação do carrilhão da torre sul superiores às diferenças existentes entre os vários temperamentos considerados neste estudo.

Os resultados desta dissertação apontam vários caminhos que poderão ser explorados no futuro. Em particular, o levantamento preciso e detalhado do estado da afinação atual

dos carrilhões será precioso de forma a reunir uma base de dados de grande utilidade para estudos futuros e/ou num futuro restauro dos carrilhões. Além disso, num âmbito mais geral, a metodologia desenvolvida neste trabalho poderá ser aplicada noutras estudos musicológicos, em particular sobre sinos, sendo a abordagem inicial apresentada focada nos componentes elementares do carrilhão. Também, o valor do diapasão obtido para o carrilhão Witlockx merece um enquadramento histórico futuro, em particular para relacionar este valor com outros encontrados em instrumentos musicais da mesma época. Finalmente, a aplicação do conhecimento dos fenómenos físicos deverá permitir, como foi o caso nesta dissertação, a obtenção de novos conhecimentos para a musicologia.



# Bibliografia

- [Bagot, 1997] Bagot, H. (1997). The bell – where do we stand today? In *Fifth International Congress on Sound and Vibration*.
- [Curtiss and Giannini, 1933] Curtiss, A. N. and Giannini, G. M. (1933). Some notes in the character of bell tones. *J.Acoust.Soc.Am.*, 5:159–166.
- [Doderer, 2002] Doderer, G. (2002). Subsídios novos para a história dos órgãos da basílica de mafra. *Revista Portuguesa de Musicologia*, 12:87–128.
- [Fahy and Gardonio, 2007] Fahy, F. and Gardonio, P. (2007). *Sound and Structural vibration*. Elsevier, New York.
- [Fleisher, 1996] Fleisher, H. (1996). Schwingung und tonhohe von glockenspielglocken. *Forschungs - und Seminarberichte aus dem Gebiet Technische Mechanik und Flächentragwerke* 1/96.
- [Flescher and Rossing, 1998] Flescher, N. H. and Rossing, D. (1998). *The Physics of Musical Instruments*. Springer, New York, 2nd edition.
- [Gandra and Caetano, 1993] Gandra, M. J. and Caetano, A. (1993). *Carrihões de Mafra: roteiro monográfico*. Mafra: Serviços de Cultura da C.M.M, Mafra.
- [Gaínza, 1992] Gaínza, J. (1992). *Afinacion y Temperamento en la Musica Occidental*. Alianza Música, Madrid.
- [Grutzmacher et al., 1965] Grutzmacher, M., Kallenbach, W., and E., N. (1965). Akustica untersuchengen an kirchenglocken. *Acustica*, 16:34–45.
- [Hart, 1972] Hart, L. (1972). *Campanology, A Handbook for the Carillonneur*. Ann Arbor, Michigan.
- [Henrique, 2007] Henrique, L. (2007). *Acústica Musical*. Fundação Calouste Gulbenkian, Lisboa, 2nd edition.
- [Heuven, 1949] Heuven, E. W. v. (1949). *Acoustical measurements on church-bells and carillons*. Gebroeders Van Cleef.
- [Hibberts, 2008] Hibberts, W. A. (2008). *The Quantification of strike pitch and pitch shifts in church bells*. PhD thesis, The Open University : Faculty of Mathematics, Computing and Technology, United Kingdom.

- [Hornbostel and Sachs, 1914] Hornbostel, M. and Sachs, C. (1914). Systematik der musikinstrumente. *Zeitschrift für Ethnologie*, 46:553–590. Tradução inglesa: “Classification of musical instruments”, *Galpin Society Journal* 14, p. 3-29 (tradução de Anthony Baines and Klaus Wachsmann), 1961.
- [Jones, 1928] Jones, A. (1928). The vibration of bells. *Phys. Rev.*, 31:1092–1102.
- [Juang, 1994] Juang, J. (1994). *Applied System Identification*. PTR Prentice-Hall, Inc., New Jersey.
- [Kobayashi, 1993] Kobayashi, A. (1993). *Handbook on Experimental Mechanics*. SEM, Bethel.
- [Lehr, 1965] Lehr, A. (1965). *Contemporary Dutch Bell-founding art*. <http://www.hibberts.co.uk>.
- [Lehr, 1984] Lehr, A. (1984). *De twee klokkenspelen op het nationaal paleis te Mafra*. Athanasius Kircher Stichting, Asten.
- [Lehr, 1987] Lehr, A. (1987). *The Designing of Swinging Bells and Carillon Bells in the Past and Present*. Athanasius Kircher Foundation, Asten.
- [Lehr, 1997] Lehr, A. (1997). The removal of warbles or beats in the sound of a bell. *Acta Acústica*, 86:550–556.
- [Lindley, 1980] Lindley, M. (1980). Temperaments. In Stanley, S., editor, *The New Grove Dictionary of Musical Instruments*, volume 18, pages 660–674. Macmillan Publishers Limited, London.
- [Maia and Silva, 1997] Maia, N. and Silva, J. (1997). *Theoretical and Experimental Modal Analysis*. Wiley, New York.
- [McLachlan and Cabrera, 2002] McLachlan, N. and Cabrera, D. (2002). Calculated pitch sensations for new musical bell designs. *in Proceedings of the 7th International Conference on Music Perception and Cognition*.
- [Meirovitch, 1997] Meirovitch, L. (1997). *Principles and techniques of vibrations*. Prentice-Hall, New Jersey.
- [Morse and Ingard, 1986] Morse, P. M. and Ingard, K. (1986). *Theoretical acoustics*. Princeton University Press, New Jersey.
- [Ozakca and Gogus, 2004] Ozakca, M. and Gogus, M. (2004). Structural analysis and optimization of bells using finite elements. *Journal of New Music Research*, 33:61–69.
- [Park et al., 2008] Park, H., Kang, Y., and Kim, S. (2008). Dual mode tuning strategy of a slightly asymmetric ring. *Journal of the Acoustical Society of America*, 123:1383–1391.
- [Park et al., 2009] Park, H., Kang, Y., and Kim, S. (2009). Identification of beat characteristics and damping ratios of bell type structures using wavelet transform. *Applied Acoustics*, 63:901–910.

- [Perrin et al., 1983] Perrin, R., Charnley, T., and Depont, J. (1983). Normal modes of the modern english church bell. *Journal of Sound and Vibration*, 90:29–49.
- [Perrin et al., 1995] Perrin, R., Charnley, T., and Swallowe, G. M. (1995). On the tuning of church and carillon bells. *Applied Acoustics*, 46:83–101.
- [Price, 1933] Price, P. (1933). *The carillon*. Oxford University Press, London.
- [Randall, 1987] Randall, R. (1987). *Frequency analysis*. Brüel and Kjaer, Glostrup.
- [Rice, 1915] Rice, W. (1915). *Carillons of Belgium and Holland*. Cambridge University Press, New York.
- [Rossing, 1987] Rossing, T. D. (1987). *Science of Percussion Instruments*, volume 3 of *Series in Popular Science*. World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., London.
- [Rossing and Perrin, 1987] Rossing, T. D. and Perrin, R. (1987). Vibrations of bells. *Applied Acoustics*, 20:41–70.
- [Rossing et al., 1988] Rossing, T. D., Perrin, R., Sathoff, H. J., and Peters, R. W. (1988). Vibrational modes of a tuned handbell. *J. Acoust. Soc. Am.*, 76:263–1267.
- [Rossing, 1984] Rossing, T. D. E. (1984). *Acoustics of Bells*. Van Nostrand Reinhold, Stroudsburg, Pennsylvania.
- [Schoofs et al., 1987] Schoofs, A., Asperen, F., Maas, P., and Lehr, A. (1987). Computation of bell profiles using structural optimization. *Music Perception*, 4:245–254.
- [Sebastian, 2008] Sebastian, L. (2008). *História da fundição sineira em Portugal: Do sino medieval da igreja de São Pedro de Coruche à actualidade*. Câmara Municipal de Coruche, Museu Municipal de Coruche, Coruche.
- [Singiresu, 2005] Singiresu, S. (2005). *The Finite Element Method in Engineering*. Elsevier, New York.
- [Swallowe et al., 1990] Swallowe, G., Perrin, R., Charnley, T., Parry, D., Webster, G., Mills, G., and Low, K. (1990). Warble in carillon bells: an investigation using neutron diffraction. *Applied Acoustics*, 30:267–278.
- [Terhardt and Seewann, 1984] Terhardt, E. and Seewann, M. (1984). Auditive und objektive bestimmung der schlagtonhöhe von historischen kirchenglocken. *Acustica*, 54:55–66.
- [Tyzzer, 1930] Tyzzer, F. G. (1930). Characteristics of bell vibrations. *J. Franklin Inst.*, 210:55–66.