

# Unscented transform VS УМНФ. Моделирование

20 августа 2018 г.

## 1 Статическая модель

### 1.1 Полярные координаты

Система наблюдения:

- $X \sim \mathcal{N}(M_X, D_X)$  — декартовы координаты объекта;
- $Y = cart2pol(X) + \nu$  — измерения в полярных координатах с помехами  $\nu \sim \mathcal{N}(M_\nu, D_\nu)$ ;
- $X_{inv} = pol2cart(Y)$  — обратное преобразование измерений.

Оценки:

- $\hat{X} = \hat{X}(Y, X_{inv})$  — УМНФ по наблюдениям и их обратному преобразованию;
- $\hat{X}_{inv} = \hat{X}_{inv}(X_{inv})$  — УМНФ по обратному преобразованию наблюдений;
- $\hat{X}_{lin} = \hat{X}_{lin}(Y)$  — УМНФ по наблюдениям (линейная оценка);
- $\hat{X}_{UT} = \hat{X}_{UT}(Y)$  — оценка, полученная с помощью Unscented transform.

#### 1.1.1 Объект близко

$$M_X = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5 \cdot \pi}{180}\right)^2 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (2)$$

#### 1.1.2 Объект близко, точные измерения

$$M_X = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (3)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5 \cdot \pi}{180 \cdot 60}\right)^2 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (4)$$

### 1.1.3 Объект далеко

$$M_X = \begin{pmatrix} 300 \\ 400 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (5)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

### 1.1.4 Объект далеко, точные измерения

$$M_X = \begin{pmatrix} 300 \\ 400 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (7)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5\pi}{180 \cdot 60}\right)^2 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (8)$$

## 1.2 Сферические координаты

Система наблюдения:

- $X \sim \mathcal{N}(M_X, D_X)$  — декартовы координаты объекта;
- $Y = \text{cart2sphere}(X) + \nu$  — измерения в полярных координатах с помехами  $\nu \sim \mathcal{N}(M_\nu, D_\nu)$ ;
- $X_{inv} = \text{sphere2cart}(Y)$  — обратное преобразование измерений.

Оценки:

- $\hat{X} = \hat{X}(Y, X_{inv})$  — УМНФ по наблюдениям и их обратному преобразованию;
- $\hat{X}_{inv} = \hat{X}_{inv}(X_{inv})$  — УМНФ по обратному преобразованию наблюдений;
- $\hat{X}_{lin} = \hat{X}_{lin}(Y)$  — УМНФ по наблюдениям (линейная оценка);
- $\hat{X}_{UT} = \hat{X}_{UT}(Y)$  — оценка, полученная с помощью Unscented transform.

### 1.2.1 Объект близко

$$M_X = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (9)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (10)$$

### 1.2.2 Объект близко, точные измерения

$$M_X = \begin{pmatrix} 30 \\ 40 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (11)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5\pi}{180 \cdot 60}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{5\pi}{180 \cdot 60}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (12)$$

### 1.2.3 Объект далеко

$$M_X = \begin{pmatrix} 300 \\ 400 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (13)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{5\pi}{180}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (14)$$

### 1.2.4 Объект далеко, точные измерения

$$M_X = \begin{pmatrix} 300 \\ 400 \\ 100 \end{pmatrix}, \quad D_X = \begin{pmatrix} 30 \cdot 30 & 0 & 0 \\ 0 & 30 \cdot 30 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}; \quad (15)$$

$$M_\nu = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad D_\nu = \begin{pmatrix} \left(\frac{5\pi}{180 \cdot 60}\right)^2 & 0 & 0 \\ 0 & \left(\frac{5\pi}{180 \cdot 60}\right)^2 & 0 \\ 0 & 0 & 30 \cdot 30 \end{pmatrix}. \quad (16)$$

## 2 Динамическая модель

## 2.1 Кубический сенсор

Система наблюдения:

$$\begin{cases} x_t = \left( \frac{x}{1+x^2} \right) + \begin{pmatrix} 1 \end{pmatrix} w_t, & t = 0, \dots, T, \quad x_0 = \eta, \\ y_t = \begin{pmatrix} x^3 + x \end{pmatrix} + \nu_t. \end{cases}$$

$$w_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{E}), \nu_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}, \mathbf{E}), \eta_t \sim \mathcal{N}\left(\begin{pmatrix} 10 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 10 \end{pmatrix}\right)$$

Пример траектории процесса и наблюдений:

- сплошная — процесс;
- пунктир — наблюдения.

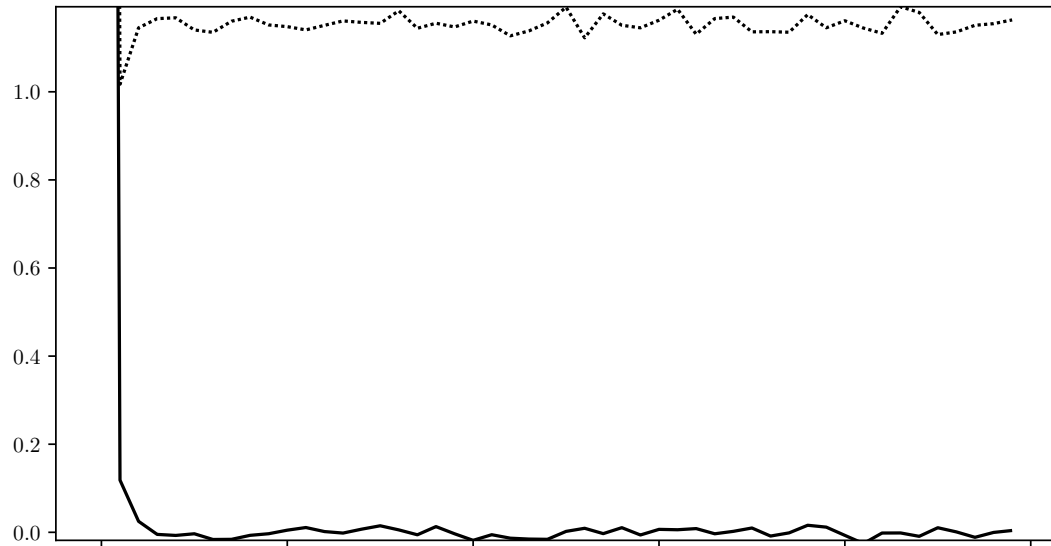


Рис. 1: Пример траектории процесса и наблюдений. Компонента 1.

Пример оценки процесса:

- черный — УМНФ;
- серый — УТ.

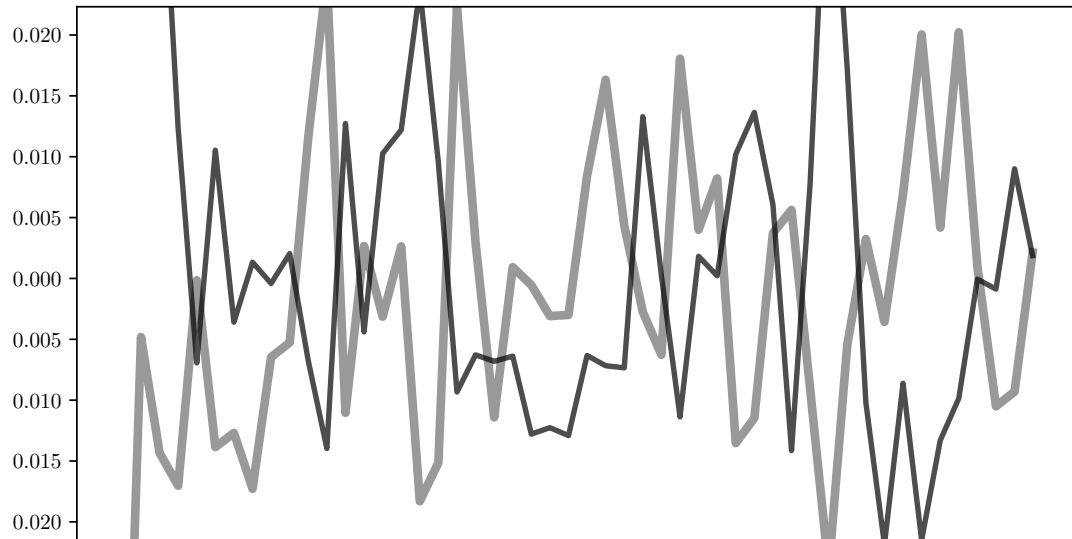


Рис. 2: Пример оценки УМНФ и UKF. Компонента 1.

Статистика процесса:

- сплошная — МО процесса;
- штрих — дисперсия процесса.

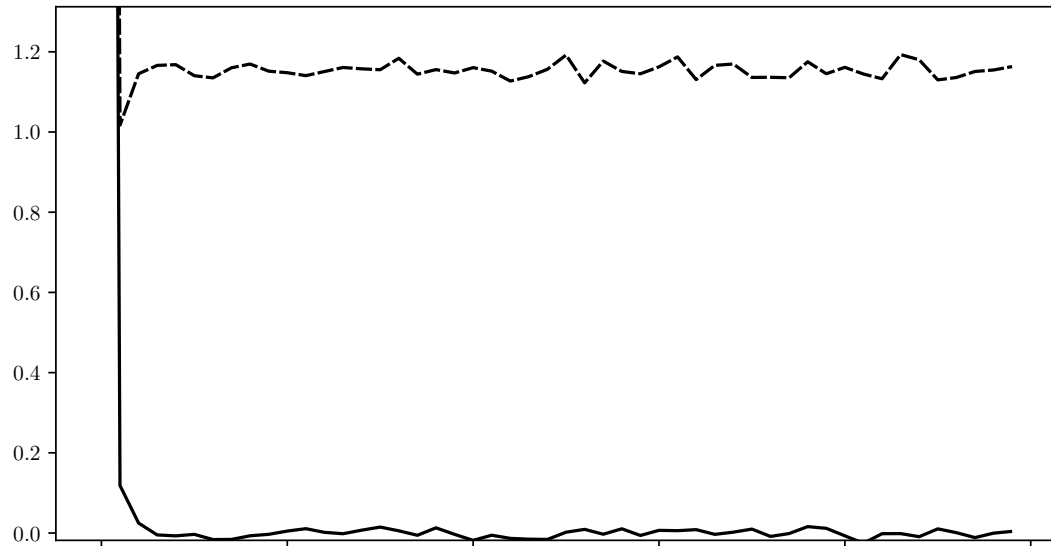


Рис. 3: Статистика процесса. Компонента 1.

Результаты фильтрации УМНФ (черные линии) и УТ (серые линии):

- сплошная — МО ошибки оценки;
- штрих — дисперсия ошибки оценки;
- пунктир — теоретическая дисперсия ошибки оценки.

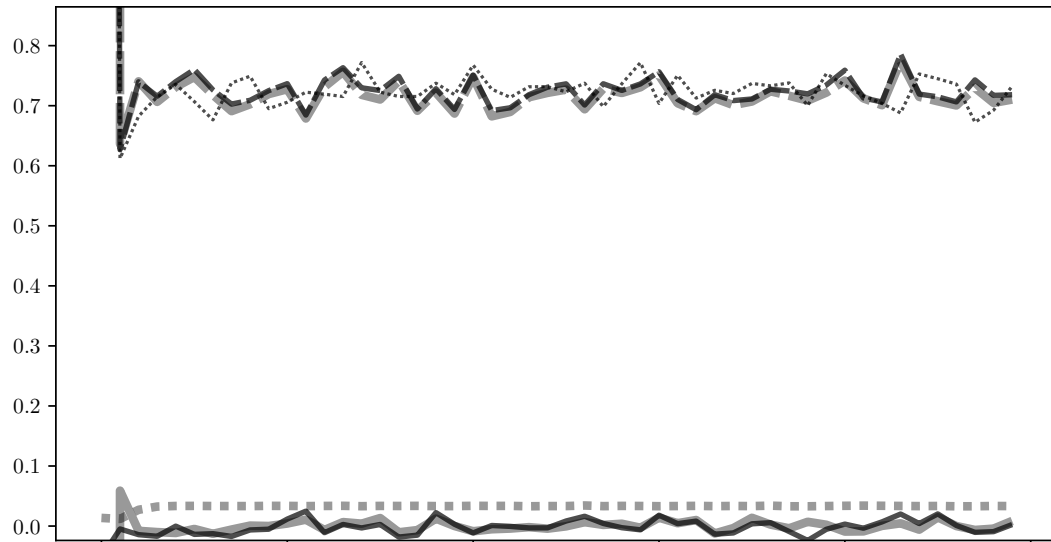


Рис. 4: Результаты фильтрации. Компонента 1.