Formeln

Jakob Hollweck

10. Oktober 2017

1 Kleiner Fermat

Der *kleine Fermatsche Satz* (nach Pierre de Fermat) ist ein wichtiger Satz der Zahlentheorie. Er besagt, dass für alle $a \in \mathbb{Z}$ und $p \in \mathbb{P}$ ($\mathbb{P}$ bezeichnet hier die Primzahlen) die Kongruenz

$$a^p \equiv a (\mathrm{mod} p)$$

gilt.

2 Fundamentalsatz der Algebra

Nach dem Fundamentalsatz der Algebra besitzt jedes Polynom $P(x) = \sum_{i=0}^{d} a_i x^i$ mit $a_i \in \mathbb{R}, a_d \neq 0$ (d heißt Grad des Polynoms) genau d komplexe Nullstellen. Ist die nichtreelle Zahl z eine Nullstelle von P, so auch ihr komplex konjugiertes $\overline{z}$. Somit lässt sich P folgendermaßen als Produkt von Linearfaktoren darstellen:

$$P(x) = a \cdot \prod_{j=1}^{r} (x - x_j) \cdot \prod_{k=1}^{s} (x - z_k)(x - \overline{z_k})$$

mit $r + 2s = d$

3 Winkelintegration

Die folgende Formel stammt aus Gaigalas *et al.*, J.Pys. B **30**, 3747 (1997).Sie beschreibt eine mögliche Form eines Zweiteilchenoperators $\hat{G}$ und sei an dieser Stelle nicht weiter erklärt, da sie nur zum Üben des Formelsatzes dient.

$$\hat{G}(I) \sim \sum_{\kappa_{12}, \sigma_{12}, \kappa'_{12}, \sigma'_{12}} \sum_{p} \theta(n\lambda, \Xi) A_p, -p^{(kk)}(n\lambda, \Xi)$$

4 Kanonische Quantisierung

Um das elektromagnetische Feld kanonisch zu quantisieren, muss man das Vektorpotential $\vec{A}$ in Moden zu entwickeln. Dargestellt ist das in der nachfolgenden Gleichung:

$$\hat{\vec{A}}(x) = \sum_J \sum_{\lambda=1}^{2} \frac{1}{\sqrt{\omega_J}} \vec{\varepsilon}_{J,\lambda} \left(e^{i\omega_J t} \mathcal{A}_{J,\lambda}(\vec{r}) \hat{a}_{J,\lambda} + e^{i\omega_J t} \tilde{\mathcal{A}}^*{}_{J,\lambda}(\vec{r}) \hat{a}^\dagger_{J,\lambda} \right) \tag{1}$$

5 Elektrodynamik

Grundlage der klassischen Elektrodynamik sind die vier Maxwellgleichungen. Hier zunächst die Divergenz und die Rotation des E-Feldes:

$$\mathrm{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

und nun für das B-Feld:

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \qquad \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0 \vec{\jmath} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Integralsätze sind meist sehr hilfreich bei Rechnen, so z. B. *Satz von Gauß-Ostrogradski* und der *Greensche Satz.*

$$\int_V \mathrm{div} \vec{F} \mathrm{d}^n V = \oint_S \vec{F} \cdot \vec{n} \mathrm{d}^{n-1} S \tag{2}$$

$$\iint_D \left(\frac{\partial g}{\partial x}(x,y) - \frac{\partial f}{\partial y}(x,y) \right) \mathrm{d}x\mathring{d}y = \oint_C (f(x,y)\mathrm{d}x + g(x,y)\mathrm{d}y) \tag{3}$$

6 Lange Gleichung

Da das folgende Matrixelement nicht auf eine Zeile passt, wurde es mit der „ multline “ Umgebung gesetzt:

$$\begin{multline} \mathcal{M}^n = 2\pi\delta(\ell - n + \ell\beta)\Delta\Phi(-1)^n e^{-in\phi} \times \left\{ e^{-in\phi} J_{n-1}(\ell_n\alpha) \left[\mathcal{I}_+ - \frac{\alpha e^{-i\phi}}{2} \mathcal{I}_0 \right] \right. \\ \left. + e^{i\varphi} J_{n+1}(\ell_n\alpha) \left[\mathcal{I}_- - \frac{\alpha e^{-i\phi}}{2} I_0 \right] + J_n(\ell_n\alpha)[\mathcal{I}_2 - \beta\mathcal{I}_0] \right\} \end{multline} \tag{4}$$