

# Computationalphysics 1: Übungsaufgabe Numerische Integration

## Aufgabe 1: Konvergenz des Rechteckverfahrens

Jakob Hollweck

Abgabe 17.11.17

### 1 Differenz Numerisches Ergebnis - Analytisches Ergebnis

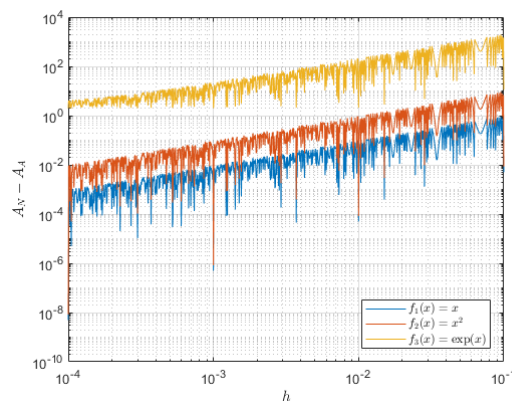


Abbildung 1:  $A_N - A_A$  über  $h$

Das erarbeitete Skript zur numerischen Integration basierend auf der Rechteckregel liefert für die Berechnung der Differenz des numerischen und analytischen Ergebnisses für  $f_1(x) = x$ ,  $f_2(x) = x^2$  und  $f_3(x) = \exp(x)$  auf dem Intervall  $[0,10]$  und der Schrittweite  $h \in [10^{-4}, 10^{-1}]$ , die in Abbildung 1 aufgezeigten Graphen. Es ist zu erkennen, dass die Differenzen zwischen numerischem und analytischem Integral mit steigendem

$h$  linear zunehmen. Dies bestätigt die Vorlesung, die hierfür das Verschwinden der ungeraden Terme der Taylorentwicklung bei der Integration über die Teilintervalle als Erklärung anbringt.

## 2 Stammfunktionen für verschiedene Startpunkte

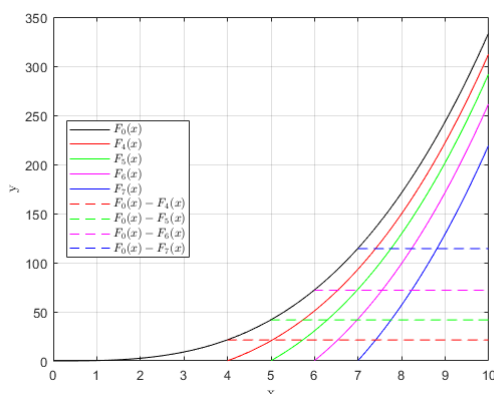


Abbildung 2: Stammfunktionen  $F_a(x)$  von  $f(x) = x^2$  für verschiedene Startpunkte  $a$

Des weiteren wurde untersucht, inwiefern das numerische Integral der Funktion  $f(x) = x^2$  von der Wahl des Startpunktes  $a$  abhängt. Abbildung 2 zeigt, dass die Wahl der Integrationsmethode dazu führte, dass nur noch langsam veränderliche Funktionen gut approximiert werden können. Der Graph zeigt, dass für größer werdende  $a$  die Qualität der Approximation abnimmt. Der Grund hierfür ist, dass größere  $a$  auch eine größere Änderung der Stammfunktion an dieser Stelle bedeuten. Dies wurde durch Differenzen der einzelnen Stammfunktionen deutlich gemacht. Dies ist auch in Abbildung 1 zu sehen, da die Funktion mit dem größten Anstieg auch den größten Fehler liefert.