

Classificação de Imagens Sintéticas Utilizando Entropia Não-Extensiva

Horst Erdmann*, Paulo Sérgio Rodrigues†
Dept. Engenharia Elétrica - IAAA
Centro Universitário da FEI,
São Bernardo do Campo, Brasil
Email: *horste@fei.edu.br, †psergio@fei.edu.br

Abstract—The modern operating system's graphic user interface, or GUI, provide an easier way to access the functionalities of a computer in comparison to type long complex command strings through the keyboard on text terminals. With the spread of graphical operating systems like Microsoft Windows, most of the actual programs can be used only through their graphic interface. Thus, creating a problem to automate tasks interacting with the program's components like buttons, icons, textboxes, etc. In this work, it is proposed a study of syntectic image classification using the concept of non-extensive entropy proposed by Constantino Tsallis that can be used as an engine to create an automation software that can automate tasks based on computer vision techniques.

Keywords—Syntectic objects; Task automation; Non-extensive entropy.

Resumo—As interfaces gráficas ou *Graphic User Interface* (GUI) dos sistemas operacionais (SOs) modernos oferecem maneiras simplificadas para a operação das funções de um computador, ao contrário da digitação de comandos complexos em terminais de texto. Com a popularização de SOs gráficos, como por exemplo o Windows da Microsoft, a maioria dos programas atuais pode ser operada somente através de sua interface gráfica, gerando assim, a dificuldade de automação de tarefas por meio da interação com os componentes do programa como botões, ícones, caixas de texto, etc. Este trabalho propõe um estudo de classificação de objetos sintéticos utilizando o conceito de entropia não-extensiva proposta por Constantino Tsallis de forma a possibilitar a criação de um software de automação de tarefas baseado em técnicas de visão computacional.

Palavras-chave—Objetos sintéticos; Automação de tarefas; Entropia não-extensiva.

I. INTRODUÇÃO

Existem diversas tarefas realizadas em softwares que são passíveis de serem automatizadas. Entre elas se destacam o preenchimento de um formulário eletrônico por diversas vezes para o cadastro de uma grande quantidade de informações em um sistema novo. Desenvolvedores podem também desejar automatizar algumas ações para executar testes regressivos em novas versões do software que estão desenvolvendo. [3].

Atualmente, existem dois tipos de ferramentas que possibilitam a automação de processos em programas. A primeira, grava as interações do usuário de forma “cega”, ou seja, armazena as posições e cliques do mouse, além das teclas digitadas e os tempos entre cada interação. Geralmente, este tipo de automatizador deixa de funcionar se o tempo de resposta da aplicação mudar ou se os objetos mudarem de posição. Por sua vez, o segundo tipo utiliza as funcionalidades do SO para encontrar os objetos gráficos na tela e realizar as ações desejadas através de suas propriedades. Este apresenta um resultado melhor na detecção dos objetos em relação ao primeiro, uma vez que não depende da posição dos objetos na tela, mas sim de suas propriedades. No entanto, este tipo de automatizador é restrito a alguns SOs proprietários e, a detecção correta dos objetos depende diretamente da linguagem em que o programa-alvo (programa cuja função se deseja automatizar) foi escrito.

Tendo em vista as limitações dos dois tipos de ferramentas de automação citadas acima, a execução “cega” do primeiro e a dependência do SO no segundo, uma possível solução seria a criação de um software alternativo de automação de tarefas, onde o reconhecimento de objetos em é feito exclusivamente através de características visuais.

O mecanismo do software proposto é composto de três fases: Captura, Análise e Reprodução. Na etapa de Captura, para cada interação i realizada pelo usuário, são armazenados os cliques e coordenadas do mouse e a digitação do teclado em um vetor I_i enquanto a captura de tela no momento exato da interação é gravada em S_i . As informações gravadas nos vetores I e S são processadas na etapa seguinte, chamada Análise, durante a qual o objeto O_i com o qual houve a interação i é identificado. Com O_i separado do resto da imagem, é criado um vetor $f_{O_i} = \{c_1, c_2, \dots, c_3\}$ com as características que foram extraídas de O_i . Com f_{O_i} é possível fazer a classificação de O_i em uma das quatro classes estudadas: Botões, Ícones, Caixas de Texto e Áreas de Texto. Na etapa de Reprodução, o software procura O_i na tela para cada interação i gravada e, no momento em que O_i é encontrado, aplica a mesma interação I_i definida durante a gravação. Neste artigo, será apresentado o estudo feito para classificação de objetos sintéticos com o uso da entropia não-extensiva como métrica de similaridade entre duas imagens.

¹Este artigo é relacionado à Teste de Mestrado intitulada “Detecção e Classificação de Imagens Sintéticas Utilizando Entropia Não-Extensiva”, apresentada e aprovada em 18/12/2009

II. CLASSIFICAÇÃO DE IMAGENS

No software de automação proposto, as etapas de gravação e reprodução devem ser executadas em tempo real enquanto que a etapa de análise não necessita de tal requisito. Desta forma, a classificação das imagens é feita com dois objetivos principais: tornar o software mais robusto e diminuir a quantidade os objetos candidatos para realização do *Matching* na etapa de Reprodução. Uma das formas de se classificar uma imagem, é comparar determinadas características com aquelas das classes existentes e verificar com o qual classe o objeto mais se assemelha. Sendo assim, o processo de classificação requer duas etapas: a extração de características ou *features* dos objetos e o cálculo da similaridade entre os atributos do objeto e das classes.

A. Classes

Botões (Figura 1a) geralmente são retangulares, possuem uma única cor e palavras simples no centro. Porém, estas características não são predominantes e podem mudar na medida em que novas versões do programa-alvo forem desenvolvidas. A forma pode mudar de um retângulo com ângulos retos para outro com bordas suavizadas. A cor de fundo também pode mudar, deixando de ser homogênea para ser um degrade de cores. O texto do botão também pode variar de diversas formas, desde a aplicação de *anti-aliasing*, alteração do tipo de fonte ou substituição do texto por uma palavra mais adequada a sua função.

Ícones (Figura 1b) são pequenas figuras com um conteúdo semântico bem definido, cuja imagem está diretamente relacionada com a ação executada pelo sistema quando o objeto é ativado. Geralmente, esses objetos não variam muito em forma, cor ou textura, mas quando são trocados (em uma nova versão do programa-alvo, por exemplo), podem ter todas as suas propriedades completamente alteradas de modo a inviabilizar seu reconhecimento, a menos que seja analisado seu significado semântico. Porém, neste trabalho, não será estudada a interpretação do significado semântico de cada ícone uma vez que este tema, por si só, é suficientemente complexo para ser estudado de forma exclusiva.

Caixas de Texto (Figura 1c), assim como os botões, são em sua maioria objetos retangulares e sua cor de fundo mais comum é branco e, geralmente, não possuem texto antes da receberem dados de entrada. As alterações que estes objetos podem sofrer são variações em sua largura, variação do tipo de fonte do texto e o uso de *anti-aliasing* para as fontes. O maior obstáculo para a detecção correta deste objeto porém é a contextualização, ou seja, a capacidade do algoritmo de associar uma caixa de texto aos objetos vizinhos a ela quando existe mais de um destes elementos na tela. Este fato é comum em formulários onde se possui várias caixas de texto com características visuais exatamente iguais, porém, os dados que cada uma representa são definidos pelos textos ao lado das caixas.

Áreas de Texto (Figura 1d) são objetos dentro dos quais podem existir textos longos. Este tipo de objeto geralmente possui fundo branco, assim como as caixas de texto. Dentre as alterações que as áreas de texto podem sofrer estão as variações de largura e altura, conforme a janela que envolve a área de texto em questão é redimensionada, maximizada ou restaurada.

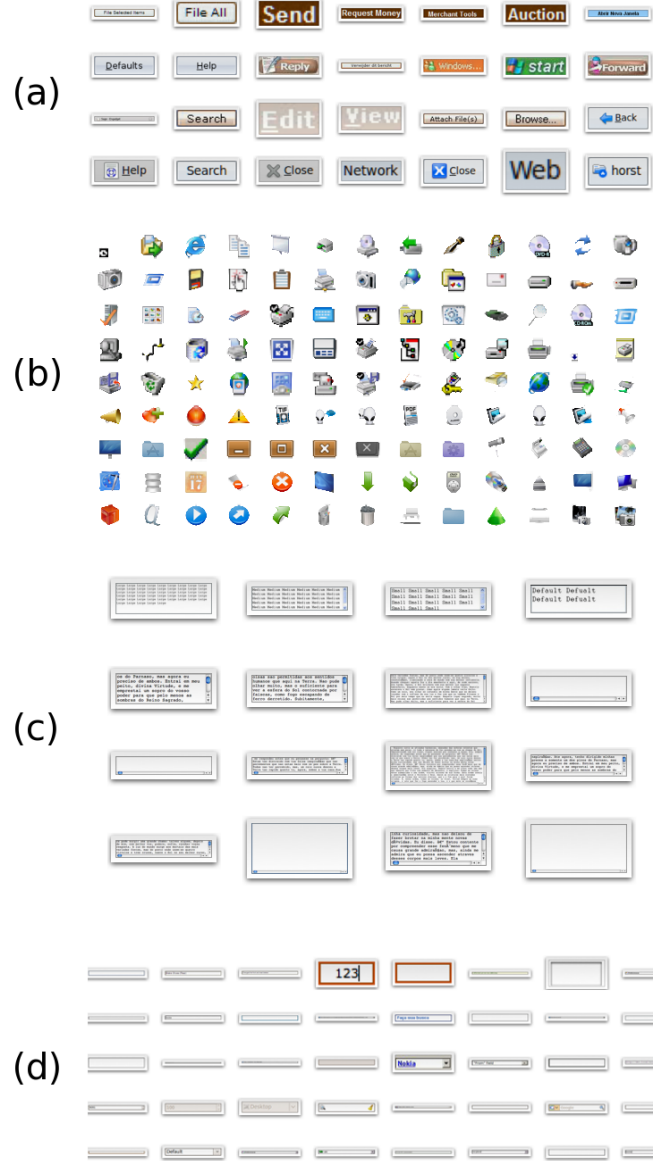


Figura 1. Base de Objetos. Botões em (a), Ícones em (b), Áreas de Texto em (c) e Caixas de Texto em (d).

B. Características Extraídas dos Objetos

As características extraídas dos objetos neste trabalho estão listadas na Tabela I. Foram selecionadas características de cores, texturas e forma de modo a representar O_i sob vários aspectos.

Tabela I
ATRIBUTOS EXTRAÍDOS DOS OBJETOS

Índice	Atributo	Tipo
F1	Histograma HSV 18-3-3	Cor
F2	Histograma da projeção vertical	Textura
F3	Histograma de raios	Forma
F4	Histograma do corte vertical	Textura
F5	Histograma do corte horizontal	Textura
F6	Histograma do corte diagonal	Textura

C. Similaridade entre Objetos

A classificação é obtido por meio do cálculo da similaridade entre f_{O_i} e o centróide G_x de cada classe. O maior valor de similaridade entre os atributos do objeto e as centróides determina a classificação do objeto. Uma forma de calcular a similaridade entre dois vetores de distribuições probabilísticas $f_{O_i} = \{f_{O_i}^1, f_{O_i}^2, \dots, f_{O_i}^n\}$ e $f_{O^T} = \{f_{O^T}^1, f_{O^T}^2, \dots, f_{O^T}^n\}$, é através do cálculo da divergência de Kullback-Leiber ou entropia relativa [23].

A Seção III, descreve em detalhes a evolução do conceito de entropia e mostra como Rodrigues e Giralaldi propuseram uma extensão da entropia de Tsallis, utilizando dois parâmetros entrópicos, q_A e q_B , proporcionais às áreas de cada distribuição e que surtiu bons resultados para segmentação em imagens naturais [14]. Dessa forma, neste trabalho será verificado se a extensão proposta pelos autores também oferece bons resultados como métrica de similaridade entre dois vetores para classificação de objetos sintéticos. Aplicando-se a generalização dos autores à divergência não-extensiva de Kullback-Leiber, tem-se a forma estendida da Equação (1):

$$Div_{KLq}(f||f') = \sum_x f(x)^{q_A} \frac{1}{1-q_A} \left(f(x)^{(1-q_A)} - f'(x)^{(1-q_B)} \right) \quad (1)$$

onde q_B pode ser calculado em função de q_A :

$$q_B = \alpha q_A \quad (2)$$

A equação 1 é uma generalização da divergência não-extensiva de Kullback-Leiber, de modo que, para $\alpha = 1$, volta-se a forma com apenas um parâmetro entrópico. A divergência de Kullback-Leiber não pode ser considerada uma distância, uma vez que, para duas distribuições probabilísticas d_1 e d_2 , $Div_{KL}(d_1||d_2) \neq Div_{KL}(d_2||d_1)$. Sendo assim, o cálculo da distância de Kullback-Leiber é feito com a soma ponderada das divergências.

III. ENTROPIA NÃO-EXTENSIVA

A entropia foi utilizada inicialmente na área da Termodinâmica no século XIX Por Rudolf Clausius, que deu o nome de entropia para uma troca irreversível de calor. Sua definição permitiu a estruturação da teoria da Termodinâmica.

Em 1877, Ludwig Boltzmann formulou a expressão de entropia [4]. No ano seguinte, William Gibbs estendeu a expressão de Boltzmann tornando-a mais abrangente, e assim, iniciando a formulação da Mecânica Estatística [8]. Em 1948, Claude Shannon associou a entropia à quantidade de informação ao tentar maximizar a quantidade de informação que podia ser transferida em um sistema telefônico [20]. Uma mensagem que ocorre com muita frequência possui pouca informação, enquanto que uma mensagem que ocorre raramente possui muita informação [23]. Shannon então aplicou o conceito de entropia da Mecânica Estatística de Gibbs em sua medida de quantidade de informação.

A entropia de Boltzmann-Gibbs, também conhecida por entropia clássica, tem como propriedade a regra da adição, de forma que, para duas distribuições independentes $P_A = [p_1, \dots, p_n]$ e $P_B = [q_1, \dots, q_m]$, a entropia da distribuição composta $(P_A * P_B) = \{p_i q_j\}_{i,j}$ onde $1 \leq i \leq n$ e $1 \leq j \leq m$ é igual a soma das entropias de P_A e P_B [23]:

$$H(P_A * P_B) = H(P_A) + H(P_B) \quad (3)$$

As técnicas baseadas na entropia tradicional de Boltzmann-Gibbs, como por exemplo [5], [11], [6] e [13] assumem que não existem interações de longo alcance entre as características dos sistemas. No entanto, sabe-se, a partir de trabalhos como [22], [2] e [10], que podem haver interações de longo alcance tanto espaciais quanto temporais. Ou seja, interações que podem fazer com que o sistema de estudo tenha algumas de suas propriedades alteradas. No caso de imagens, uma alteração de uma característica pode fazer com que um objeto possa ser classificado de forma diferente, ou com que o sistema que o está processando tome ações diferentes, de acordo com a alteração destas propriedades. Em sistemas onde estes tipos de interações ocorrem, a entropia tradicional de Shannon não é suficiente para medir o sistema físico composto pelos objetos e suas características, necessitando de uma extensão para poder ser capaz de atender a sistemas físicos mais completos.

Em 1988, Constantino Tsallis propôs uma generalização da entropia de Boltzmann-Gibbs para atender a sistemas não-extensivos, cuja forma mais conhecida é dada pela Equação (4) [25]. Esta técnica também é conhecida por entropia não-extensiva, entropia de Tsallis ou ainda por q-entropia, devido ao parâmetro q em sua fórmula [7].

$$S_q(p) = \frac{1}{q-1} \left(1 - \sum_x p^q(x) \right) \quad (4)$$

onde: q é o parâmetro entrópico e p é a distribuição probabilística sobre a variável x .

O novo formalismo proposto por Tsallis, possibilitou o uso da entropia não-extensiva em campos onde a forma tradicional não se adequava, dentre os quais pode-se citar o movimento das Galáxias [12], análise de DNA [9], impulsos

cerebrais [24], matemática [21], [23], [7] e também no campo de visão computacional [1], [15], [26], [19].

Em 2004, Albuquerque *et. al* utilizaram o conceito de entropia não-extensiva de Tsallis para segmentação de imagens de mamografia [1]. Os autores utilizaram o histograma de tons de cinza para gerar duas distribuições probabilísticas, uma para o *foreground*, e outra para o *background* de forma que o ponto de separação entre elas é definido pela entropia máxima de cada distribuição. Esta idéia foi utilizada e estendida por Rodrigues e Giraldi nos anos seguintes [15], [16], [18], [17], [19],[14].

O valor do parâmetro entrópico q que propicia o resultado mais adequado depende diretamente do problema e geralmente é obtido experimentalmente após algumas execuções do algoritmo com valores diferentes de q . Além disso, é possível demonstrar que a entropia de Tsallis não é aditiva, uma vez que, para duas distribuições aleatórias independentes $A = [p_1, \dots, p_n]$ e $B = [q_1, \dots, q_m]$, a entropia da distribuição composta ($A * B$) não é igual a soma das entropias de A e B , diferentemente da entropia clássica. A esta propriedade dá-se o nome de pseudo-aditividade [1]. Esta propriedade nos fornece uma medida de informação da distribuição composta ($A * B$) e é de fundamental importância para a segmentação de imagens baseada em entropia não-extensiva.

A segmentação de uma imagem digital é o processo no qual uma imagem é decomposta em partes diferentes, geralmente denominadas Primeiro Plano (ou *foreground*) e plano de fundo (ou *background*). Uma das formas de se separar o *foreground* do *background*, é através do agrupamento de pixels conforme sua luminosidade: inicialmente é definido um ponto de corte t , pixels com luminosidade maior que t são agrupados no primeiro plano enquanto que os demais pixels são agrupados no plano de fundo. A definição de t pode ser feita manualmente, de forma adaptativa, ou ainda utilizando entropia não-extensiva [1]. Nesta última forma, o histograma H de cores é dividido em duas partes H_A e H_B , com o ponto de separação variando do início ao fim do histograma. Para cada posição de H , são calculadas as entropias das duas partes do Histograma S_{H_A} e S_{H_B} . Então, utilizando-se a pseudo-aditividade, descobre-se o ponto de comparação $topt$ ótimo, para o qual $S_q(A * B)$ é máximo.

Em 2009, Rodrigues e Giraldi propuseram uma extensão para a equação de Tsallis adicionando mais um parâmetro entrópico na Equação (4) [14]:

$$S_{q_A, q_B}(A * B)(t) = \frac{1 - \sum_{i=1}^t (p_A)^{q_A}}{q_A - 1} + \frac{1 - \sum_{i=t+1}^k (p_B)^{q_B}}{q_B - 1} + (1 - \frac{q_A + q_B}{2}) \cdot \frac{1 - \sum_{i=1}^t (p_A)^{q_A}}{q_A - 1} \cdot \frac{1 - \sum_{i=t+1}^k (p_B)^{q_B}}{q_B - 1} \quad (5)$$

Nota-se que, para $q_A = q_B = q$, a Equação (5) volta a forma

de Tsallis dada pela Equação (4).

Um problema que ocorre na utilização da entropia de Tsallis é a definição do valor de q . Assim sendo, Rodrigues e Giraldi, propuseram um método para cálculo automático do valor de q [19]. Dado que a entropia máxima de uma distribuição X ocorre quando todos os estados de X , (x_1, x_2, \dots, x_n) possuem a mesma probabilidade, então a entropia máxima de uma distribuição X , S_{MAX} é dada pela Equação (6).

$$S_{MAX} = \frac{1}{q-1} [1 - n(p^q(x))] \quad (6)$$

onde: q é o parâmetro entrópico e n é o total de elementos da distribuição X .

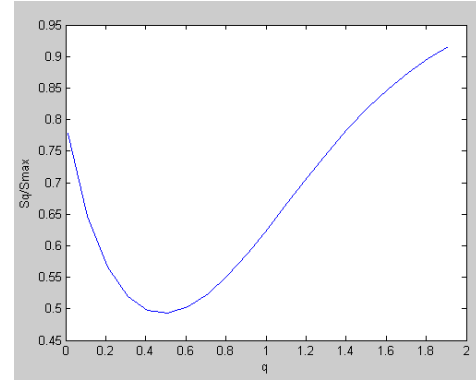


Figura 2. Adaptada de [19]. Cálculo automático do valor de q .

Quanto menor for a relação entre a entropia S_q produzida por um valor q e a entropia máxima S_{MAX} de um sistema, maior é a informação contida no sistema ou seja, o valor ótimo de q pode ser calculado minimizando a função S_q/S_{MAX} [19]. Dessa forma, para cada imagem, é calculada a relação entre a entropia S_q e a entropia máxima S_{MAX} variando-se o valor de q na faixa de $[0,01, 0,02, \dots, 2,0]$, e verificando para qual valor S_q/S_{MAX} é mínimo, como pode-se observar na Figura 2.

IV. DADOS DE TREINAMENTO

Para a classificação dos objetos de interesse é necessária uma base de dados com exemplos de objetos de cada classe. O desempenho de um algoritmo classificador supervisionado depende diretamente da base de dados utilizada para seu treinamento. Para criação da base de imagens utilizada neste trabalho foram extraídas capturas de tela de seis fontes de dados independentes, cada uma com um SO diferente e com cinquenta aplicações instaladas. Foi executada uma rotina de navegação aleatória que abre cada aplicativo e simula o clique do mouse em posições aleatórias e então captura a imagem da tela no momento da interação. Em seguida, cada objeto existente em cada imagem é recortado manualmente e rotulado de conforme sua classe, resultando em quatro conjuntos de objetos sintéticos, um para cada classe. Esta

coletânea de imagens tem como propósito a extração de atributos comuns aos objetos de cada classe, como pode-se observar na Figura 1.

V. RESULTADOS OBTIDOS

Foram examinados cinco métodos diferentes para fazer a classificação dos objetos: distância euclidiana, e divergência de Kullback-Leiber em suas variações clássica, não-extensiva, estendida e com os valores de q calculados automaticamente, também chamada de divergência de Kullback-Leiber automatizada.

A. Critério de Avaliação

O resultado do algoritmo de classificação é dado como correto quando a classe em que o objeto é classificado é a mesma na qual o objeto foi rotulado inicialmente. Com cada um dos algoritmos analisados são executadas as classificações de todos os objetos da base de dados que não fazem parte do grupo de treinamento, resultando no total de classificações corretas para cada classe em cada experimento. Ao final da execução do algoritmo, a quantidade de objetos classificados corretamente é contabilizada e dividida pelo total de objetos, resultando em um percentual de desempenho onde 100% significa que todos os elementos foram classificados corretamente.

B. Experimentos Realizados

A principal finalidade destes experimentos é verificar se o uso da divergência de Kullback-Leiber como métrica de similaridade entre vetores propicia uma boa classificação de objetos de SOs. O experimento realizado com distância euclidiana serve de base de comparação, a partir da qual, os desempenhos dos outros algoritmos serão avaliados.

No primeiro experimento, foi utilizada a distância euclidiana como métrica de similaridade. O desempenho do algoritmo pode ser observado no gráfico da Figura 3a. Os melhores desempenhos obtidos com este algoritmo foram as classificações de caixas de texto e ícones, respectivamente com 96,26% e 84,95% enquanto que o menor desempenho foi o da classificação de botões. No entanto, todos os objetos foram classificados corretamente com desempenho maior que 63% nas quatro classes estudadas.

O segundo experimento foi realizado com a distância clássica de Kullback-Leiber como medida de similaridade e seu desempenho pode ser observado no gráfico da Figura 3b. Os melhores desempenhos obtidos com este algoritmo foram as classificações de ícones e caixas de texto, respectivamente com 86,39% e 83,73% enquanto que o menor desempenho foi o da classificação de áreas de texto.

A distância não-extensiva de Kullback-Leiber foi utilizada no terceiro experimento. O resultado obtido com esta técnica depende do valor de q utilizado. Assim, este algoritmo foi executado para diferentes valores de q , variando no intervalo entre 0,1 e 2. O melhor desempenho do algoritmo foi obtido

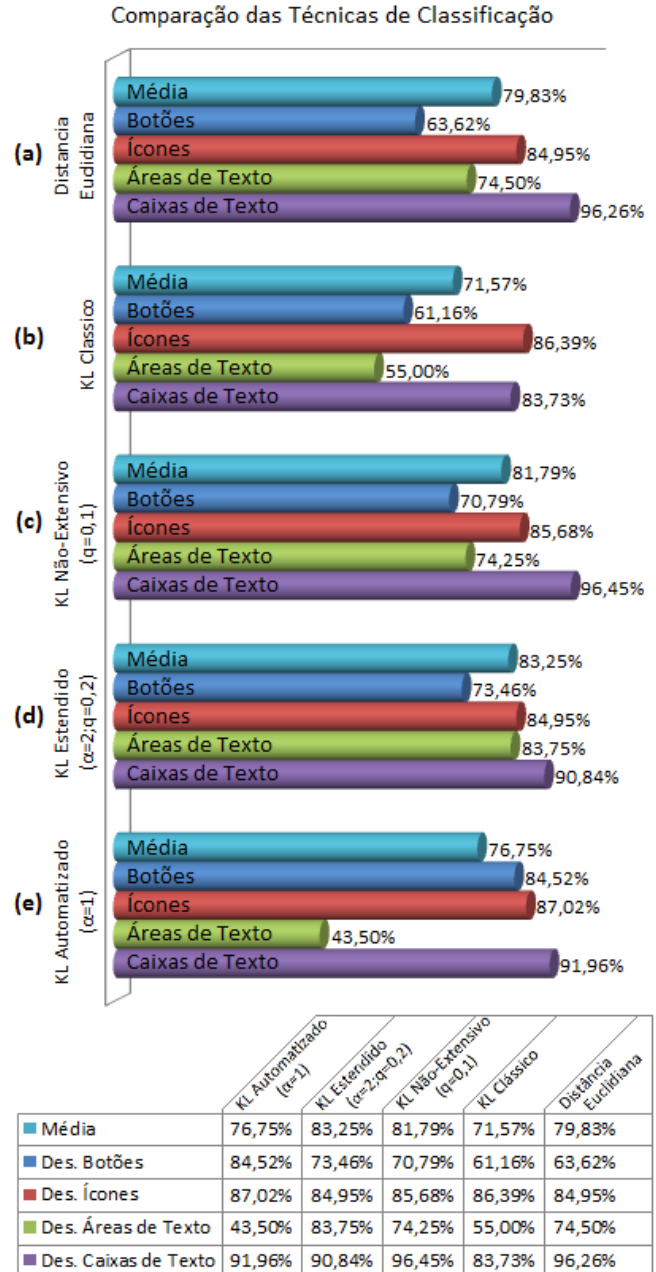


Figura 3. Comparação dos desempenhos dos algoritmos utilizados para classificação de objetos sintéticos

com o valor de $q = 0,1$ e pode ser observado no gráfico da Figura 3c.

Na forma estendida da q -distância de Kullback-Leiber conforme a Equação (1), o resultado obtido depende dos valores de q_1 e α utilizados. Dessa forma, este algoritmo foi executado para diferentes combinações desses valores, variando q_1 no intervalo entre 0,01 e 2 e α no intervalo entre 0,5 e 9. A Figura 3d mostra o melhor do desempenho geral obtido para $\alpha = 2,0$ e $q_1 = 0,02$.

No último experimento, foi utilizada forma estendida da q-distância de Kullback-Leiber com o cálculo de q_1 feito de forma automatizada. Uma vez que o resultado depende do valor de α , foram utilizados valores de α , variando entre 0,5 e 9. No gráfico da Figura 3e, pode-se observar o desempenho obtido com o parâmetro $\alpha = 1,00$, que proporcionou a melhor classificação obtida com esta técnica.

VI. CONCLUSÕES

Os experimentos executados neste trabalho demonstram que a classificação de objetos utilizando entropia não-extensiva teve o melhor desempenho em relação às outras. Com o valor de q fixado em 0,1, foi obtido o desempenho médio de quase 82%, que também foi o melhor resultado obtido na classificação com distância de Kullback-Leiber não-extensiva estendida quando os parâmetros entrópicos q_1 e q_2 tinham respectivamente os valores iguais a 0,02 e 0,04. Isso pode acontecer devido ao fato de que esta técnica faz uso de dois parâmetros de ajuste, q_1 e α , que permitem maior flexibilidade para atingir o melhor resultado.

REFERÊNCIAS

- [1] M. Albuquerque, I. Esquef, and A. Mello. Image thresholding using tsallis entropy. *Journal of Statistical Physics*, 25:1059–1065, 2004.
- [2] C. Beck. Non-extensive statistical mechanics approach to fully develop hydrodynamic turbulence. *Chaos, Solitons and Fractals*, 13:499–506, 2002.
- [3] P. Bernardo and F. Kon. A importância dos testes automatizados. *Engenharia de Software Magazine*, 3:54–57, 2008.
- [4] L. Boltzmann. Further studies on the thermal equilibrium of gas molecules. *Wissenschaftliche Abhandlungen*, 1:275–370, 1872.
- [5] M. Bolzan, L. Sá, F. Ramos, C. Neto, and R. Rosa. Modelo da entropia generalizada aplicada aos sinais turbulentos medidos na camada limite superficial do pantanal. Trabalho do DCM - LAC / INPE, 2004.
- [6] R. Coppi and P. D’Urso. Fuzzy unsupervised classification of multivariate time trajectories with the shannon entropy regularization. *Comput. Stat. Data Anal.*, 50(6):1452–1477, 2006.
- [7] I. Esquef. Técnicas de entropia em processamento de imagens. Master’s thesis, Centro Brasileiro de Pesquisas Físicas, 2002.
- [8] J. Gibbs. A method of geometrical representation of the thermodynamic properties of substances by means of surfaces. *Transactions of the Connecticut Academy*, 2:382–404, 1873.
- [9] Karmeshu and A. Krishnamachari. *Neural Information Processing*. Springer Berlin / Heidelberg, 2004.
- [10] S. Martin, G. Morison, W. Nailon, and T. Durrani. Fast and accurate image registration using tsallis entropy and simultaneous perturbation stochastic approximation. *ELECTRONICS LETTERS*, 40(10), May 2004.
- [11] A. Martínez-Finkelshtein and J. Sánchez-Lara. Shannon entropy of symmetric pollaczek polynomials. *J. Approx. Theory*, 145(1):55–80, 2007.
- [12] A. Nakamichi and M. Morikawa. Is galaxy distribution non-extensive and non-gaussian? *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 341:215 – 233, 2004.
- [13] F. J. Piera and P. Parada. On convergence properties of shannon entropy. *Probl. Inf. Transm.*, 45(2):75–94, 2009.
- [14] P. Rodrigues and G. Giraldi. Improving the non-extensive tsallis non-extensive medical image segmentation based on tsallis entropy. *Pattern Analysis and Application*, Submitted, 2009.
- [15] P. Rodrigues, G. Giraldi, R. Chang, and J. Suri. Object tracking in image sequence combining hausdorff distance, non-extensive entropy in level set formulation. *Topics in Biomedical Engineering International Deformable Models*, pages 477–515, 2005.
- [16] P. Rodrigues, G. Giraldi, R. Chang, and J. Suri. Non-extensive entropy for cad systems of breast cancer images. In IEEE Computer Society, editor, *Proceedings of Brazilian Symposium on Computer Graphics and Image Processing*, pages 121–128, 2006.
- [17] P. Rodrigues, G. Giraldi, and J. Suri. *Object Tracking Combining Hausdorff Distance, HSV Histogram and Non-Extensive Entropy*, volume 1, chapter 15. Springer, 2006.
- [18] P. Rodrigues, G. Giraldi, J. Suri, and R. Chang. Non-extensive entropy for cad systems for breast cancer images. In IEEE Computer Society, editor, *International Symposium on Computer Graphics and Image processing, SIBIGRAPI’06*, pages 121–128, Manaus, 2006.
- [19] Paulo S. Rodrigues and Gilson A. Giraldi. Computing the q-index for tsallis nonextensive image segmentation. *Computer Graphics and Image Processing, Brazilian Symposium on*, 0:232–237, 2009.
- [20] C. Shannon and W. Weaver. The mathematical theory of communication. *University of Illinois Press, Urbana*, 1948.
- [21] K. Tadaki. The tsallis entropy and the shannon entropy of a universal probability. *CoRR*, abs/0805.0154, 2008.
- [22] A. Taruya and M. Sakagami. Gravitational catastrophe and tsallis’ generalized entropy of self-gravitating systems. *Physica A*, 307:185–206, 2002.
- [23] A. Tavares. Aspectos matemáticos da entropia. Master’s thesis, Universidade de Aveiro, 2003.
- [24] S. Tong, A. Malhotra, Y. Zhu, and N. Thakor. Parameterized entropy analysis of eeg following hypoxic-ischemic brain injury. *Physics Letters A*, 314(5-6):354 – 361, 2003.
- [25] C. Tsallis. Possible generalization of boltzmann-gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, 52:479–487, 1988.
- [26] Y. Zhang and L. Wu. Pattern recognition via pcnn and tsallis entropy. *Sensors*, 8(11):7518–7529, 2008.