

# Valószínűesszámitás Feladatmegoldások

2025/2. félév

## 1 Valószínűségek kiszámítása (ismétlés: kombinatorika)

### 1.3. Feladat:

Ha egy magyarkártya-csomagból (32 lap: piros, zöld, makk, tök) visszatevéssel húzunk három lapot, akkor mi annak a valószínűsége, hogy:

a) pontosan egy piros színű lapot húztunk?

- $A = \{\text{pontosan 1 db piros színű lapot húztunk}\}$
- $P(A) = ?$
- $\Omega = \{(P1, P1, P1), (P1, P1, P2), \dots\}$

$$P(A) = \frac{\text{kedvező}}{\text{összes}} = \frac{8 \cdot 24 \cdot 24 + 24 \cdot 8 \cdot 24 + 24 \cdot 24 \cdot 8}{32^3} = \frac{3}{1} \cdot \frac{8}{32} \cdot \frac{24}{32}$$

Megjegyzés:  $\frac{3}{1} : 3\text{db-ból választunk}, \frac{8}{32} : 1\text{db piros}$   $\frac{24}{32} : 2\text{db nem piros}$

b) legalább egy piros színű lapot húztunk?

- $B = \{\text{legalább 1 db piros színű lapot húztunk}\}$

$$1 - P(\overline{B}) = 1 - \frac{24^3}{32^3}$$

### 1.4 Feladat

Egy zsákban 10 pár cipő van. 4 db-ot kiválasztva, mi a valószínűsége, hogy van közöttük pár, ha:

a) egyformák a párok

- cipők száma:  $2 \cdot 10$  azaz 20 db

$$P(\text{lesz pár}) = 1 - P(\overline{\text{lesz pár}}) = 1 - \frac{2 \cdot \binom{10}{4}}{\binom{20}{4}}$$

### 1.5. Feladat

$n$  dobozba véletlenszerűen helyezünk el  $n$  golyót úgy, hogy bármennyi golyó kerülhet az egyes dobozokba.

- $n$  doboz  $n$  golyó

a) Mi a valószínűsége, hogy minden dobozba kerül golyó?

$$P(\text{minden dobozba kerül golyó}) = \frac{n!}{n^n}$$

Megjegyzés: összes lehetséges eset:  $n^n$  mivel egy dobozba több golyó is lehet, kedvező eset:  $n!$  mivel először  $n$ -ből lehet választani, másodikba  $(n-1)$ -ből ...

b) Annak mi a valószínűsége, hogy pontosan egy doboz marad üresen?

$$P(\text{pontosan egy doboz üres}) = \frac{n(n-1)n^{\frac{1}{2}}}{n^n}$$

?????

## 2 Feltételes valószínűség és Bayes-tétel, diszkrét valószínűségi változók

### 2.1 2.12. Feladat

Jelölje  $X$  az ötöslottón kihúzott lottószámok legkisebbikét. Adjuk meg  $X$  eloszlását!

- 90 szám, 5-öt húzunk ki
- $x := a$  legkisebb kihúzott szám
- eloszlása = ?

$$P_k = \mathbb{P}(x = k) = \frac{\binom{90-k}{4}}{\binom{90}{5}}$$

*Megjegyzés: a legkisebb szám 1-től 86ig lehet*

### 2.2 2.9. Feladat

Tegyük fel, hogy az új internet-előfizetők véletlenszerűen választott 20%-a speciális kedvezményt kap. Mi a valószínűsége, hogy 10 ismerősünk közül, akik most fizettek elő, legalább négyen részesülnek a kedvezményben?

$$P_k = \mathbb{P}(x = k) = \binom{n}{k} p^k (n-p)^{n-k}$$

$$\mathbb{P}(x \geq k) = \sum_{k=4}^{10} \mathbb{P}(x = k) = \sum_{k=4}^{10} P_k$$

$$1 - \mathbb{P}(x \leq k) = 1 - \sum_{k=0}^3 P_k$$