# MM 117 RotatingNumbers

hoshi524

#### 問題

https://www.topcoder.com/challenges/30122730 https://twitter.com/wleite/status/1253131089775865860 (gif を貼るとすごい重いのでURL を )

2	15	12	3	N: 4 P: 4 Moves: 2
1	7	11	4	Move Penalty: 3 Loc Penalty: 88 SCORE: 91
13	10	6	8	
9	14	5	16	

# Penalty 最小化

• Move Penalty =  $\Sigma$  (S - 1) ^ 1.5 S = 回転する大きさ

• Loc Penalty =  $\Sigma$  abs(gr - r) + abs(gc - c)

### 回転系問題

https://atcoder.jp/contests/rco-contest-2019-final/tasks/rco\_contest\_2019\_final\_b

まわしてそろえる

今回の方がひねってない普通の問題 Move Penalty は変わってる

	初期	状態			操作(0	03)後			操作 (0	13)後			操作(1	112)後			)後				
3	2	3	2	1	3	3	2	1	1	3	3	1	1	3	3	O	0	1	1		
3	3	1	0	1	3	2	0	1	3	2	3	1	1	3	3	О	0	1	1		
1	1	0	1	0	1	3	1	О	1	0	2	0	0	2	2	2	2	3	3		
0	0	2	2	0	0	2	2	0	0	2	2	0	0	2	2	2	2	3	3		

## 特徵



2回の回転で大きく違う状態に遷移できる

スコアをそのまま評価値にするとうまくいかない (ことがある) 要するに、左の状態を目指すより、右の状態を目指す方が手順が短いことがある

今回の問題は、大きく回転させると Move Penalty が大きくなるので考慮しなくてよかった

### <u>Move Penalty</u>

 $(S-1)^1.5$ 

$$S=2 \rightarrow MP=1$$

$$S=3 \rightarrow MP=2$$

$$S=4 \rightarrow MP=5$$

$$S=5 \rightarrow MP=8$$

$$S=6 \rightarrow MP=11$$

$$S=7 \rightarrow MP=14$$

任意の1つの Cell を移動させる場合 S=2~3 までは MP1: 距離 1 S=4 以上は、距離以上の MP がかかる

複数まとめて移動させる場合は Sが大きい方が良いので使いみちはある

## 端からつめる

Cell を移動する際に周りの Cell も移動させて壊すので、端から順に入れていく

										V 1 1 1	_
112	1	125	20	59	85	62	182	86	193	93	1
119	60	170	143	8	29	40	20	=1	1	46	1
154	27	102	191	167	17	33	110	97	148	7	1
159	50	150	83	189	44	15	57	69	163	80	
131	22	114	55	129	94	31	16	160	84	88	1
75	53	14	5	23	152	30	99	39	2	41	6
187	106	82	49	73	103	11	121	54	87	65	7
32	3/	13/	186	172	161	1/11	13	111	26	176	F

### 小さいケース

DP だと 3x3 くらいまでしかできなさそう(枝を刈れれば、4x4 くらいいける…?)

gif をよく眺めてみるとすごく効率が良い 端からつめるが基本方針だけど それより明らかに効率が良い手順が存在する

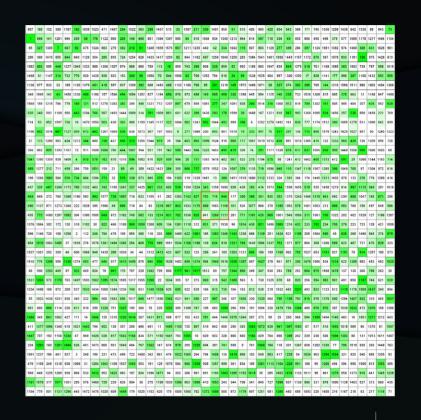
焼きなましが困難そうなので、ビームサーチになるがまともな評価関数を作るのも難しそう(判断難しい)

NxN どのくらいまでビームサーチでいけるか実験する必要あり Loc Penalty=0 にする必要はないので 最悪、細かいところは気にしないで良さそう

## 大きいケース 最大:40x40

全体をビームサーチは到底できなさそうなので 小さい問題に分解する必要がある

端からつめる必要があるので 最上、最下、最左、最右のどれか 行列単位で順に入れていく…のが普通



## 優勝者考察

Psyho さんが 2 位以下を大きく離して優勝

1位:99

2位以下:91以下

score から約1割くらい penalty が低い

R	ank	U	Jser		Score		
Final 📺	Provisional	Rating 🖶	Username 🖶	Final 📮	Provisional	Time 🖶	
1	1	2749	Psyho	99.02031	98.94882	30 Apr 2020 00:42:19	History (3)
2	2	2590	tomerun	91.37678	89.67719	29 Apr 2020 20:37:29	History (2)
3	3	2666	Milanin	88.87623	88.80232	29 Apr 2020 10:49:00	History (3)
4	5	2264	Daiver19	88.41422	86.19065	30 Apr 2020 02:59:50	History (22)
5	4	1889	simanman	88.05218	86.9307	30 Apr 2020 01:25:05	History (42)
6	6	2185	yowa	84.77582	85.6745	29 Apr 2020 10:57:36	History (4)
7	7	2398	imazato	84.51998	82.93959	29 Apr 2020 18:55:01	History (18)
8	9	2195	EvbCFfp1XB	84.48671	82.13889	29 Apr 2020 17:55:42	History (6)
9	8	2265	sullyper	82.60673	82.58648	30 Apr 2020 00:42:38	History (11)
10	10	1763	sas4eka	81.96	80.79994	29 Apr 2020 22:44:35	History (11)

## Psyho さん 優勝

Forums: https://apps.topcoder.com/forums/?module=Thread&threadID=955063&start=0&mc=3#2406205 source code: https://pastebin.com/SqvXmJ8S

That was a really nice problem with some interesting complexity. Probably one of the very few ones where I had to use pen & paper.

#### Key observations:

P doesn't matter, you should (almost) always fully solve the board. The baseline solution is to just move numbers one by one, row by row. There are probably some cases for small boards when fully solving is suboptimal but I decided to ignore those.

The penalty function is a little bit unusual in that 2x2 & 3x3 are really cheap, 4x4-6x6 are expensive and then it gets cheaper the larger they get.

Most of the moves are independent of each other and so the number of states explode quickly. Vanilla beam search will struggle here with anything bigger than tiny.

I use a divide-and-conquer (puzzle part) solution with beam search (pathfinding part) as a building block.

I have two basic cost functions and beam search is run with one of them. Standard manhattan distance (with potential non-linear scaling) and "split" function where every number is converted to a binary value that tells which subrectangle it belongs to. The value is the distance to the correct subrectangle. The second one greatly simplifies the complexity during splitting and makes it easier to detect duplicated states. There's a variation of latter one with simultanoues 4-way split.

#### **Building blocks:**

solve full>: Solve NxM. Small -> beam search. Medium -> do a special 4-way split + 4 x standard beam search. Big -> run solve split.

solve\_split>: Split NxM. Small -> beam search (with "split" cost function). Big Square-ish -> run enable\_split and solve 2 subrectangles separately. Rectangle -> Assume NxM (where N>M). Divide roughly into NxM/2 and NxM/2, solve separately and join them by a big180TM MxM rotation in the middle.

enable\_split: Make sure that two subrectangles with solved separately. In order to enable that, they need to have an exact number of each type of cell. This is achieved by a counting surplus/demand for each subrectangle and then by applying our standard binary labels to missing/surplus cells and running our standard beam search with split function.

It may sound a bit confusing but it's actually quite clear when you look in the code.

The key parts were the parallel split (that is possible thanks to enable\_split) to reduce the overall size of grid search runs. And the big180TM move to join results from two different subproblems - that way we never really have to cover huge distances for any numbers outside of the big moves.

I'd imagine there are many different overall strategies here that all yield somewhat similar results.

#### Random interesting bits:

Since I haven't included any "combo moves" in my state transition, I rely on decent beam width in order to arrive at the solution. Because of this and because of unpredictability of my execution time, I believe I use only half alotted time or less. Doubling beam width gives me ~1.5%.

It's quite probable that I will fail few cases since I have no time checks and no fallback if one of the beam search runs fails to find solution.

Somewhat silly/cool idea if someone had way too much time: after developing a set of approaches for every NxM rectangle and gathering stats about them (average score & running times), you can do DP over all of that in order to find a nearly-optimal way of solving each problem instance.

Using dist^1.75 instead of dist for normal beam search gave me ~1% improvement.

I only do 2x2 & 3x3 rotations outside of big180TMs. With 4x4 I actually get worse score. This may hint that there's a room for improvement for finding a better penalty function

## DeepL 翻訳

興味深い複雑さを持った本当に素晴らしい問題でした。おそらく、ペンと紙を使わなければならなかった数少ない問題の一つです。

重要な観察事項です。

Pは重要ではありません。基本的な解法は、数字を一行ずつ動かしていくことです。小さな盤の場合、完全に解くことが最適ではない場合もあるでしょうが、私はそれを無視することにしました。

ペナルティ関数は、2x2と 3x3 が本当に安く、4x4-6x6 が高く、大きくなるほど安くなるというちょっと変わったものです。

ほとんどの手はお互いに独立しているので、状態の数はすぐに爆発します。バニラのビームサーチは、小さいものよりも大きいものには苦戦するでしょう。

私は、ビームサーチ(経路探索の部分)を構成要素として、分割と征服(パズルの部分)のソリューションを使用しています。

私は2つの基本的なコスト関数を持っていて、ビームサーチはそのうちの1つで実行されます。標準的なマンハッタン距離(潜在的な非線形スケーリングを含む)と "分割"関数では、すべての数値がどのサブレクタングルに属するかを示す二進法の値に変換されます。値は、正しい長方形までの距離です。2番目のものは、分割時の複雑さを大幅に単純化し、重複した状態の検出を容易にします。後者のバリエーションとして、同時4分割があります。 ブロックを構成しています。

solve full>: NxM を解く。 Small -> ビームサーチ。 Medium -> 特別な 4 分割 +4×標準ビームサーチを行う。大 -> solve\_split\_を実行。

solve\_split>: NxM を分割。小 -> ビームサーチ("split" のコスト関数を使って)。 Big Squar-ish -> enable\_split を実行し、2 つのサブレクタングルを別々に解く。長方形→ NxM を仮定(ここでは N>M)。 NxM/2 と NxM/2 に大まかに分けて、別々に解いて、真ん中で big180TM の MxM 回転で結合する。

enable\_split を有効にします。2つのサブレクタングルが別々に解けていることを確認してください。それを有効にするためには、彼らはセルの各タイプの正確な数を持っている必要があります。これは、各サブレクタングルの余剰/需要をカウントし、不足/余剰セルに標準的なバイナリラベルを適用して、スプリット関数を使って標準的なビームサーチを実行することによって達成されます。

少し混乱しているように聞こえるかもしれませんが、実際にはコードを見ると非常にはっきりしています。

重要な部分は、グリッド検索の全体的なサイズを小さくするための並列分割(これは enable\_split のおかげで可能です)です。そして、2 つの異なるサブプロブレムからの結果を結合するための big180TM の移動です。

全体的な戦略はいろいろあると思いますが、どれも似たような結果になります。

ランダムに面白いことを紹介します。

私は状態遷移に「コンボの動き」を含めていないので、解決策にたどり着くためには、適切なビーム幅に頼っています。これと実行時間の予測不可能性のため、半分以下の時間し か使っていないと思います。ビーム幅を2倍にすると1.5%程度になります。

ビーム幅を2倍にすると1.5%程度になりますが、タイムチェックがないので、失敗することはほとんどありません。

もし時間がありすぎる人がいたら、ちょっとばかばかしい/クールなアイデアがあるかもしれません:すべての NxM 矩形に対してアプローチのセットを開発し、それらについての統計情報 (平均スコアと実行時間)を集めた後で、各問題のインスタンスを解くためのほぼ最適な方法を見つけるために、それらすべての DP を行うことができます。通常のビーム探索では dist の代わりに dist^1.75 を使うことで 1% 程度の改善が得られました。

私は big180TMs 以外では 2x2 と 3x3 の回転しかしていません。 4x4 では、実際にはスコアが悪くなります。これは、より良いペナルティ関数を見つけるための改善の余地がある ことを示唆しているかもしれません。

## 小さく分割する

112	117	125	20	59	85	182	161	86	193	93	137	92	68		29	49	1	2	5	86	85	50	28	80	36	97	92	68
119	60	170	143	8	28	62	110	71	1	46	124	35	61		20	33	17	16	75	7	35	55	82	64	83	93	65	9
154	27	102	191	167	40	33	69	97	148	7	136	48	56		15	45	59	31	47	91	71	8	81	37	69	11	56	41
159	50	150	83	189	29	17	44	121	163	80	9	118	153		60	4	34	18	43	90	46	40	27	52	70	14	84	38
131	22	114	55	129	94	165	57	99	39	160	181	169	127		57	44	77	87	61	48	30	24	53	12	54	78	23	79
75	53	14	152	103	172	138	16	141	31	84	63	196	90		58	72	62	76	74	63	88	25	94	66	39	51	42	13
187	106	82	23	73	11	104	144	15	30	88	77	158	38		32	19	73	89	6	21	3	67	22	95	26	10	98	96
32	34	134	5	49	186	192	51	111	2	135	188	128	72	•	187	117	114	159	127	119	158	168	108	121	152	134	153	137
108	177	180	147	42	113	65	164	120	176	179	190	155	21		173	170	143	131	102	155	118	191	112	182	167	124	196	193
19	81	37	133	156	151	41	43	105	54	87	174	140	149		144	129	189	161	184	174	128	106	150	107	111	181	163	176
146	70	12	175	185	173	26	78	184	101	79	4	10	66		147	105	185	172	160	169	145	154	177	120	110	136	148	140
168	166	107	91	116	67	123	25	18	3	24	96	98	95		133	99	186	103	104	101	130	139	166	125	122	180	138	149
178	89	171	6	100	47	76	45	183	195	194	142	74	13		175	146	141	116	157	100	188	178	162	192	123	126	151	135
132	58	139	126	52	36	64	122	145	162	130	157	109	115		132	171	156	113	183	142	115	164	190	165	109	179	195	194

14x14 → 7x7 \* 4 に分割

## 後付考察

端からつめる場合、多くの部分が壊れる → 効率が悪くなりがち

ビームサーチ解は壊れる部分を緩和している小さい問題に分割する方法はビームサーチが適用可能な箇所が増えるのでその分、scoreが改善している…気がする

小さく分割するコストがどれくらいになるのか少し想像しづらい。実験するしかないか?

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98
99	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112
113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124	125	126
127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154
155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166	167	168
169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180	181	182
183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196

## 詳細:コード読み中・・・

7x7 以下は分割せずそのまま解く 評価値は、dist^1.75

「まわしてそろえる」が部分問題として出てくる

時間を使い切ってない ビームサーチの時間管理が面倒 何らかの答えをもっておきたいが、ビームサーチが not 頻出なので枯れない

答えを知った後だと、極めて自然なアプローチに感じる

#### Link

https://togetter.com/li/1501039

https://bitbucket.org/tomerun/marathon/src/master/MM117/memo.md