

ANALIZA ZESPOLONA

Zadania kwalifikacyjne na WWW7

Streszczenie

Za rozwiązanie każdego z podpunktów zadania 1 można otrzymać 3 punkty, za każdy przykład zadania 2 można otrzymać 2 punkty. Próg kwalifikacyjny wynosi 70%, czyli 42 punktów. Jednak mniej niż 40% z każdej części dyskwalifikuje z udziału w warsztatach. Zadania są proste, więc warto zrobić wszystkie przykłady celem poćwiczenia. Rozwiązania zadań, najlepiej w formacie \LaTeX lub PDF, proszę przysłać na adres: GM280435@STUDENTS.MIMUW.EDU.PL Termin wysyłania rozwiązań upływa 5 lipca.

1 ZADANIA Z LICZB ZESPOLONYCH

1. Przedstawić w postaci $a + bi$ podane liczby zespolone:
 $a)(2 + i)(3 - i) + (2 + 3i)(3 + 4i)$; $b)(1 - i)^3$; $c)i^{98}$; $d)i^{77}$; $e)\frac{(5+i)(7-6i)}{3+i}$;
2. Rozwiązać równania:
 $a)z^2 = 3 - 4i$; $b)z^2 = 5 - 12i$; $c)z^2 - (1 + i)z + 6 + 3i = 0$; $d)z^2 - 5z + 4 + 10i = 0$;
3. Obliczyć moduły liczb:
 $a)\sqrt{3} - i$; $b)(1 + i)^{99}$; $c)(-\frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2})^{2010}$;
4. Rozwiązać równania: $a)z^* = z^2$; $b)|z| - z = 1 + 2i$;
5. Znaleźć figurę geometryczną opisaną równaniem:
 $a)|z| = 1$; $b)|z + i| = 5$; $c)|z| \leq 2$; $d)|z| \geq 4$; $e)2 \leq |z| \leq 5$; $f)|z - i| = |z + i|$;
 $g)z = -z^*$;
6. Przedstawić w postaci trygonometrycznej liczby zespolone:
 $a)i$; $b)-1$; $c)-i$; $d)\pm 1 \pm i$; $e)-1 + \sqrt{3}i$; $f)-\sqrt{3} + i$;
7. Rozwiązać równania:
 $a)zz^* + (z - z^*) = 3 + 2i$; $b)i(z + z^*) + i(z - z^*) = 2i - 3$;
8. Obliczyć pierwiastki n -tego stopnia z jedności. Podać interpretację geometryczną.
9. Wyrazić w postaci wielomianów od $\sin x$ i $\cos x$ funkcje: $a)\sin 4x$; $b)\cos 4x$; $c)\sin 5x$;
 $d)\cos 5x$; $e)\sin^5 x$ (wsk. dwumian Newtona);
10. Obliczyć sumę: $S = \cos x + \cos 2x + \cos 3x + \dots + \cos nx$.

2 ZADANIA Z ANALIZY MATEMATYCZNEJ

W każdym zadaniu obliczyć całkę, a potem dokonać sprawdzenia przez zróżniczkowanie.
(Wsk.) całkowanie przez podstawienie, przez części lub rozkład na ułamki proste.

1. $\int (x^2 + 5)^3 dx$

2. $\int \tan^2 x dx$

3. $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}$

4. $\int \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^2}} dx$

5. $\int \frac{dx}{1+e^x}$

6. $\int x \cos x dx$

7. $\int \arctan x dx$

8. $\int \frac{x dx}{(x+1)(x+2)}$

9. $\int \frac{x dx}{(x-1)(x^2+1)}$

10. $\int \frac{2^{x+1} - 5^{x-1}}{10^x} dx$

11. $\int \frac{6x^3 + x^2 - 2x + 1}{2x-1} dx$

12. $\int \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}$

13. $\int \cos(4x) \cos(7x) dx$

14. $\int \frac{\sin(2x)}{1+\sin^2 x} dx$

15. $\int x^3 \ln x dx$

POWODZENIA!