Zadanie 1. Mamy 101 jednakowo wyglądających monet. Wiadomo, że wśród nich jest tylko jedna fałszywa - ma inną wagę od pozostałych. Wyjaśnić przy pomocy dwóch ważeń na wadze szalkowej bez odważników, czy moneta fałszywa jest cięższa, czy lżejsza od pozostałych monet.

Zadanie 2. Złączmy górną i dolną krawędź szachownicy 8×8 oraz zróbmy to samo z lewą i prawą krawędzią, otrzymując torus. Ile najwięcej skoczków da się ustawić na takiej szachownicy, by żaden z nich nie atakował drugiego?

Zadanie 3. Dla pewnej liczby całkowitej $n \geqslant 1$ wyznaczyć największą wartość funkcji

$$f(x) = \frac{x + x^2 + \ldots + x^{2n-1}}{(1 + x^n)^2}$$

dla $x > 0$ oraz wszystkie takie $x > 0$, dla których jest ona przyjmowana.

Zadanie 4. Ciąg liczb rzeczywistych dodatnich $x_0, \ldots, x_{2011}$ spełnia dwa warunki:

- $x_0 = x_{2011}$,
- $x_{i-1} + \frac{2}{x_{i-1}} = 2x_i + \frac{1}{x_i}$ dla $i = 1, 2, \ldots, 2011$.

Znaleźć największą wartość x_0, dla której istnieje taki ciąg.

Zadanie 5. Czworokąt $ABCD$ jest trapezem ($AB \| CD$). Punkty P i Q są takimi punktami należącymi odpowiednio do prostych AD i BC, że miary kątów odpowiednio $\angle BPC$ oraz $\angle AQD$ są największe. Udowodnij, że jeśli punkt P należy do odcinka AD, to miary tych dwóch kątów są równe: $|\angle BPC| = |\angle AQD|$.

Zadanie 6. Niech a, n będą dodatnimi liczbami całkowitymi oraz niech p będzie liczbą pierwszą. Udowodnij, że jeśli

$$2^p + 3^p = a^n,$$

to $n = 1$.

Zadanie 7. Liczby rzeczywiste spełniają równanie $x_1 + \ldots + x_n = 0$. Niech M i m będą odpowiednio największą i najmniejszą z tych liczb. Udowodnij, że

$$x_1^2 + \ldots + x_n^2 \leqslant -nmM.$$

Zadanie 8. Niech O będzie środkiem okręgu opisanego na trójkącie ABC, I środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC, E środkiem boku AC, F środkiem boku BC. Udowodnij, że jeśli $2|AB| = |AC| + |BC|$, to punkty O, I, E, F leżą na jednym okręgu.