# صوری‌سازی ترجمه حذف وابستگی در سیستم‌های نوع محض لایه‌ای

**حسین مددی**

استاد راهنما
**دکتر مجید علی‌زاده**

سمینار کارشناسی ارشد
دانشکده ریاضی، آمار و علوم کامپیوتر
دانشکدگان علوم
دانشگاه تهران

**زمستان ۱۴۰۴**

# مسئله اصلی

**مسئله نرمال‌سازی (حدس BGK[1])**

در هر سیستم نوع محض[2]؛ نرمال‌سازی ضعیف $\overset{?}{\Longleftarrow}$ نرمال‌سازی قوی

- **فرم نرمال (NF):** عبارتی که قابل کاهش نباشد.
- **نرمال‌سازی ضعیف (WN):** وجود مسیر کاهش به فرم نرمال برای هر عبارت نوع‌پذیر.

$$A \to \cdots \to N$$

- **نرمال‌سازی قوی (SN):** عدم وجود دنباله کاهش نامتناهی برای هر عبارت نوع‌پذیر.

$$\cdots \to B \to \ldots$$

---

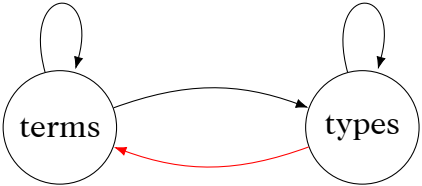
[1] Barendregt–Geuvers–Klop

[2] PTS

# چرا این مسئله دشوار است؟

در سیستم‌های وابسته؛

- انواع به عبارات وابسته‌اند.
- کاهش روی نوع اثر می‌گذارد.
- جانشینی بسیار ظریف و حساس می‌شود.



## سیستم‌های نوع محض لایه‌ای

$$\mathrm{TPTS} \subset \mathrm{PTS}$$

- اختصاص درجه به انواع و عبارات
- محدودسازی وابستگی بین درجات

$$\mathrm{TPTS} \in \mathrm{WN} \overset{?}{\Longrightarrow} \mathrm{TPTS} \in \mathrm{SN}$$

**ترجمه حذف وابستگی**

تابعی که هر سیستم نوع محض لایه‌ای را به نسخه غیروابسته آن نگاشت می‌کند.

| | |
|---|---|
| تابع ترجمه | $\lambda_S \xrightarrow{f} \lambda_{S^*}$ |
| لم | $\lambda_{S^*} \in \mathrm{SN} \implies \lambda_S \in \mathrm{SN}$ |
| نتیجه | $\lambda_S \in \mathrm{SN}$ |

**نتیجه**

حدس BGK برای سیستم‌های نوع محض لایه‌ای، برقرار است.

# هدف پایان‌نامه من

**صوری‌سازی سیستم، ترجمه و اثبات نرمال‌سازی در COQ**

چرا؟

- ظرافت بالای اثبات‌های نرمال‌سازی
- جلوگیری از شکاف‌های پنهان
- رسیدن به کتاب‌خانه‌ای قابل توسعه و گسترش

## فصل‌های اول و دوم

- بیان مفاهیم و تعاریف اولیه پیش‌نیاز
- صورت‌بندی سیستم‌های نوع محض لایه‌ای
- تعریف دقیق ترجمه حذف وابستگی
- ارائه اثبات ریاضی برای لم‌های اصلی

### ۵.۳.۲ نتیجه اصلی

**قضیه ۴۷.۲.** *فرض کنید $\lambda S$ یک سیستم نوع محض $n$ـلایه‌ای است که تا یک مقدار $i$ کامل است ($i < n$). $\lambda S$ دارای خاصیت نرمال‌سازی قوی است، اگر و تنها اگر $\lambda S^*$ چنین باشد.*

*اثبات.* از آنجایی که همه عبارات $\lambda S^*$، در $\lambda S$ نیز ساخته می‌شوند، اگر $\lambda S$ دارای خاصیت نرمال‌سازی قوی باشد آنگاه $\lambda S^*$ نیز دارای این خاصیت خواهد بود.
حال فرض کنید $\lambda S$ دارای خاصیت نرمال‌سازی قوی نباشد. پس یک دنباله کاهش نامتناهی مانند

$$M_1 \to_\beta M_2 \to_\beta \dots$$

در آن وجود دارد. طبق لم‌های ۴۴.۲ و ۴۶.۲، می‌توان گفت دنباله کاهش نامتناهی

$$\gamma(M_1) \to_\beta^+ \gamma(M_2) \to_\beta^+ \dots$$

۳۳

# کارهای باقی‌مانده

**فصل‌های سوم و چهارم**

پیاده‌سازی موارد زیر در COQ:

- سیستم نوع محض لایه‌ای
- توابع ترجمه حذف وابستگی
- صوری‌سازی خواص و لم‌ها
- صوری‌سازی قضیه اصلی

```
Inductive type : Type :=
        | base : type
        | arrow : type -> type -> type.
```