



دانشگاه شهید بهشتی دانشکده فیزیک

پایاننامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد گرایش سیستمهای پیچیده و دینامیک غیرخطی

مطالعهی بازارهای همبسته توسط مکانیک کوانتومی بوهم

استادان راهنما: دکتر نصیری و دکتر جعفری

نگارنده: حسین خاکسار بلداجی

تاريخ دفاع

فهرست مطالب

۵	پیشگفتار	١
۵	۱.۱ مقدمه	
11	۲.۱ ظهور پیچیدگی در اقتصاد و طرح مسأله	
14	۳.۱ تاریخچه	
۱۸	مکانیک بوهمی، تفسیری از مکانیک کوانتومی با نتایج یکسان	۲
۱۹	مبانی ریاضیاتی مورد نیاز و کدهای برنامه نویسی	٣
۲.	تعمیم پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای همبسته	۴
77	مدیریت ریسک و سبد سهام با استفاده از پتانسیل کوانتومی	۵
۲۳	خلاصه و نتیجه گیری	۶

فهرست تصاوير

	~	
\sim \sim	 . 11	(+ + 1
1 1		
1 1		

پيش*گف*تار

۱.۱ مقدمه

علم دارایی اصطلاحی بسیار گسترده است که عموماً برای مطالعه ی قواعد پول، سرمایه و دیگر ابزارهای مالی به کار می رود. این شاخه از علم از قرنها قبل از میلاد در شهر بابل آ سرچشمه گرفت و معابد و مکانهای امن را محلی برای ذخیره کالاهای با ارزش در آورد. در ابتدا تنها غلات تحت عنوان دارایی در این مکانها ذخیره می شدند و بعدها گاوها و اجسام گرانبهای دیگر نیز به جمع این کالاها افزوده شد. قرنها بعد، در دوران سامری آ، در شهر اروک آ، معامله ها به صورت قرض دادن شکل می گرفت و بهرههای آن با همان کالاها پرداخت می شد. در یونان و مصر باستان نیز کلمات توکوس و مس بار معنایی بهره را حمل می کردند. تمامی این کلمات در فرهنگهای مختلف به معنی افزایش سرمایه بودند و مقدار آن در دوران بابلی ها، طبق مستندات موجود، سالانه بیست درصد در نظر گرفته می شد. تا این که قرنها بعد، با ظهور یهودیت گرفتن بهره در میان یهود ممنوع شناخته شد و برای اولین بار پس از سالها دین یهود سدی برابر بهره قرار گرفت. اگرچه این سد چندان محکم نبود و تنها گرفتن بهره در میان یهود را منع کردهبود و این اجازه را به بنی اسرائیل می داد که از افراد خارج از یهود بهره بگیرند، با این حال از اولین مداخلههای دین در علم دارایی بود. بعدها باز هم با آمدن مسیح و دین مسیحیت، بشدت این عمل نفی شد و معابد و مکانهای مقدس، مکانهایی برای ستایش خداوند نامیده شدند، نه محلی برای جمع آوری لوحهایی حاوی اطلاعاتی پیرامون خرید و فروش و درصد بهرههای متعاقب آن و باز هم تعبیر و تفسیر این آوری لوحهایی حاوی اطلاعاتی پیرامون خرید و فروش و درصد بهرههای متعاقب آن و باز هم تعبیر و تفسیر این

¹Finance

²Babylon

³Samaritans

 $^{^4 \}mathrm{Uruk}$

 $^{^5}$ Interest

⁶Tokoc

مفهوم به تعقیب افتاد. با آمدن اسلام و معجزه ای از جنس قرآن، گویی به تمامی این مفاهیم جان تازه ای بخشیده شد، جانی که البته برای حیات خود نیازمند بدل و جسمی عقلانی بود. در آیه ۲۷۲ سوره بقره اشاره مستقیم به این مفهوم صورت گرفته و در این آیه خداوند تجارت را حلال و ربا را حرام اعلام کرد. تجارت و ربا تا آن زمان دارای هویت و معانی ای مختص خود بودند و گویی مهر تمامی بر این مساله تاریخی بنا نهاده شد. این مفهوم تا زمان قرون وسطی در اروپا توسط کلیسا و مسیحیت و در خاورمیانه توسط روحانیت دین اسلام کنترل و گسترش معانی می یافت و در دیگر نقاط جهان چه به تبعیت از دین داران و چه در موازای آنان شناختی هم سطح و حتی به مراتب در سطوح پایین تر از این موضوع یافته بودند. مدتها طول کشید تا اینکه کالاهای با ارزش همگی جای خود را به اسکناسی بدهند که پشتوانه آن مقدار طلای ذخیره شده در بانک مرکزی آن منطقه به حساب می آمد. بی تردید کشور چین نقش مهمی را در راستای متولد شدن مفهوم پول امروزی ایفا می کرد. قرنها قبل از به وجود آمدن سکه فلزی، در چین از پوست صدف در مبادلات کالا استفاده می شد. بعدها در حکومت لیدی ها برای اولین بار از سکه یول در بازارها استفاده شد و قرنی طول نکشید که این پدیده در کشور چین شیوع پیدا کرد و در نتیجه ی آن در دیگر کشورها گسترده تر شد. پس از دوران قرون وسطی و وارد شدن اروپا در دوره آگاهی و ظهور انسانیت به عنوان محور اصلی زندگی به جای خداوند، چه در ارویا و چه به متعاقب آن در دیگر نقاط دنیا، اکثر مفاهیم در ابعاد مختلف زندگی انسان که تعاریف خود را پیش تر از دین قرض گرفته بودند اینک توسط علوم مختلف تجربی دوباره مورد حمله قرار گرفتند و با سرعتی باور نکردنی به کالبد دیرینه و هویت اصلی خود بازگشتند. بی تردید نیمه دوم قرن بیستم، سالهای حیاتی در پیشرفت این علم در طول تاریخ به حساب می آید و به خصوص در دهه ی ۷۰ میلادی که اتفاقات مهمی در این دهه رخ داد. در سال ۱۹۷۳ ارز کشورها در بازارهای مالی به خرید و فروش گذاشته شد و پس از آن این بازارهای تجارت ارز بودند که ارزش اسمی این ارزها را مشخص می کردند. در همین سال بلک و شولز ' مقاله معروف قیمت گذاری گزینه ای می را به چاپ رساندند [۱] که به خودی خود انقلابی در این علم شناخته می شد. مهم ترین اتفاقی که راه را برای تحلیل وبررسی دقیق تر در این حوزه فراهم کرد، ورود تجارت الکترونیکی که تنها در بازارهای بزرگ بورسی رونق داشت، به صحنه ی بازارهای جهانی ارز و دیگر بازارها و ثبت دادههای تاریخی از سال ۱۹۸۰ به بعد بود. در حالی که عالمان فراوان از ابتدای قرن بیستم قدم در شناخت ماهیت علم دارایی و فرایندهای قیمت گذاری گذاشته بودند، اینک از شروع دهه ی ۹۰ میلادی تحلیل گران داده نیز می توانستد با حضور خود در این رقابت به شناخت بیشتر این علم کمک کنند. در اوایل قرن ۲۰ ام پارتو^۴ اقتصاد دان ایتالیایی از وجود یک تابع توزیع توانی^۵ در نحوه توزیع ثروت میان

¹Lvdia

 $^{^{1}}$ Black and Scholes

³Option Pricing

⁴Vilfredo Pareto

⁵Power Law distribution

مردم در کشورهای مختلف سخن به میان آورد. در این تحقیق، تابع توزیع ثروت مستقل از کشور برای همه ی مردم از معادله ی $P(x) \propto x^{-\nu}$ پیروی می کند که مقدار ν را حدود ۱/۵ بدست آورد. در همین سالها بچلیر ا در پایان نامه دکتری خود [۲] با کمک استاد راهنمای خود پوانکاره آ توانسته بود تابع توزیح احتمال تغییر قیمتها را در نظریه حرکت تصادفی با استفاده از معادله چپمن-کولمو گروف آ بدست آورد. تمامی این کارها تا اواسط قرن بیستم حاوی تناقضی در ذهن عالمان بود و افراد کمتری را در تحقیق و پژوهش در این مبحث به خود جلب می کرد. از سال ۱۹۵۰ به بعد ریاضی دانان بسیاری علاقه مند به مدل سازی تابع توزیع احتمال تغییرات قیمت سهامهای بورسی شدند و در میان آنان افراد بسیاری نظیر مندلبرات [۳]، وینر 2 ، کادانوف 2 [۴]، مونترول 2 [۵] مونترول 2 آماری بسیاری خلم دارایی به سبب به وجود آمدن مجلات بین رشتهای فراوان و برگزاری همایشها و کنفرانسهای بین ترمینه فراهم المللی در این حوزه همراه با رشد چشمگیر فیزیک آماری بستری برای تحقیق و پژوهش جدی در این زمینه فراهم شد.

تا این زمان، علم دارایی به سه طبقه ی امور مالی عمومی ۱٬ امور مالی شرکت ها ۱۱ و در نهایت امور مالی شخصی ۱۲ دسته بندی می شد که هر کدام از این زیرشاخه ها تعاریف دقیق خود را تا اواسط قرن بیست به لطف افرادی چون مارکوویتز ۱۳ توبین ۱۴ شارپه ۱۵ بلک و شولز در میان دیگر آقایان یافته بودند و تا قبل از تحقق بحران های مالی اواخر قرن بیستم و اوایل قرن بیست و یکم تصور می شد که این علم به حد کمال خود رسیده و نیازی به درخواست کمک از دیگر علوم موجود ندارد. آری که بحران های مالی شوکی عمیق بر این علم و عالمان این حوزه وارد کرد، به گونه ای که اواخر نه تنها دست دراز به بسیاری از علوم دیگر شد، بلکه دیگر خود را محدود به سه زیر شاخه معرفی شده نمی دانست و مادام به دنبال در کی عمیق تر و فراتر از درک موجود از این علم، درست همانند کودکی به دنبال غذا می گشت. در اواخر قرن بیستم و اوایل قرن بیست و یکم، گویی چنان

 $^{^{1}}$ Bachelier

²Poincaré

³Random Walk

⁴Chapman–Kolmogorov equation

 $^{^5}$ Mandelbrot

⁶Weiner

⁷Kadanoff

⁸Monteroll

⁹Santa Fe

¹⁰Public Finance

¹¹Cooperative Finance

¹²Personal Finance

¹³Harry Markowitz

¹⁴James Tobin

¹⁵William F. Sharpe

تصور می شد که شناخت قطره از دریای موجود در این حوزه از علم ارتباط مستقیمی با کسب دارایی و افزایش سرمایه داشت. در این دوره حساس تاریخی و در لحظه لحظههای بالا و پایین شدن سرمایه شخصی در بازارهای موجود، غفلت نامحسوسی نسبت به تجربی بودن این علم درست همانند دیگر علمها در میان عالمان و متخصصان رواج داشت. آنان دریافته بودند که این علم، علمی تجربی است که برای توصیف آن به پارامترهای بیشماری نیاز است ولی گویا محدودیتی بر گسترده ی این پارامترها قرار میدادند و سعی در گستردن این علم در اجتماع و رفتارهای اجتماعی نداشتند یا اینکه با توجه به علم روز توانایی انجام این عمل را نداشتند. با پشت سر گذاشتن بحرانهای مالی آسیا و آمریکا، به آرامی بستر تفکری از جنس تحلیل رفتاری و اجتماعی علم دارایی فراهم شد به گونه ای که یک سر قضیه علم دارایی و سر دیگر آن علومی از جنسی دیگر بودند که علوم اجتماعی و علوم رفتاری از جمله ی این علوم کلیدی به حساب می آمدند. چنین تفکری از جنس تحلیل اجتماعی و رفتاری، اینک در نظر ریاضی دانان و فیزیک دانها آشنا به نظر می آمد و اتفاق آرایی از جنس حمله ریاضیاتی و مدل سازی توسط این آقایان به حل مسایل در زمینه ی علم دارایی بدست آمد. آری در طول تاریخ ورود علم تجربی به منظور شناخت ماهیت و کارایی مسئله ای همواره نیازمند زمینهای از جنس احساس امنیت و آشنایی عالمان علم تجربی با مسئله مورد نظر بوده و گویی این بار این زمینه برای ورود علم تجربی به مسائل علوم دارایی نه تنها برای تحلیل دادههای تاریخی آن بلکه ورودی از جنس شناخت ماهیتی این حوزه فراهم شده بود. اینک عالمان، علاوه بر ابزارهای ریاضیاتی و آماری دست به دامان دیگر ابزارهای شناخته شده در علوم تجربی شدند و گویی آزمایشگاههای خود را که تا آن موقع تنها به بخشی از این عالم تعلق داشت و محیطی برای تعیین صحت ابزارهای علوم تجربی شناخته می شد را به تمامیت این عالم تعمیم دادند و خود انسانها و رفتارهای آنها را نیز عضوی از این عالم دانستند که در نتیجه آن به شکل گیری علومی از جنس رفتارشناسی انسانها با استفاده از ابزارهای علم تجربی پدید آمد. از جمله بارزترین این علوم که حامل بار سنگینی از جنس یافتن جواب برای مسائل مربوط به خودآگاه آدمی و رفتارهای او بود، علوم اجتماعی کوانتومی خوانده می شد. عموما تفاسیر در این حوزه از علم، علوم اجتماعی کوانتومی، توسط افراد تازه وارد در این شاخه صورت می گرفت و سوال مهمی را در ذهن شنوندگان و مخاطبان ایجاد می کرد؛ به وجود آمدن علوم اجتماعی کوانتومی به دنبال دوباره از نو فرمول بندی کردن مسایل علوم اجتماعی است و یا تنها به دنبال تفاسیر جدید از همان مسایل و فرمول بندی قبلی می باشد. یا به طور واضح تر، آیا این حوزه از علم به دنبال ایجاد سوال و پاسخی از جنس مدرن و جدید برای مسایل اجتماعی است و یا همتی از نوع یافتن پاسخی کامل تر و جامع تر برای مشکلات موجود دارد. اولین و مهمترین نکته ای که نیاز است به آن پرداخت و نگاهی اجمالی به آن انداخت این است که آیا مفهوم و مسئله مورد مطالعه، چه مسائل اجتماعی و چه مسائل هویتی و انسانی، در مقیاس ثابت پلانک، که میزانی برای کوانتومی بودن سیستم است، عمل می کند یا این که معنا و مفهومی از جنس کارایی در این مقیاس کوچک ندارد. در ظاهر ماجرا به وضوح مشخص است که دنیای ماکروسکوپی عملکردی در این مقیاس معلوم ندارد. با این حال اگر چنان ادعا شود که تجارب

انسانی متمرکز در ناحیه خودآگاه مغز میباشد و اجتماع چیزی جز جمع تجارب انسانها نمیباشد، دیگر نمیتوان با قطعیت راجع به عدم کاربرد کوانتوم در این حوزه از علم سخن گفت. راجر پنروز این ایده را که مغز می تواند مطابق با قوانین مکانیک کوانتومی عمل کند [۷] را در سال ۲۰۱۱ در مجله ی کیهانشناسی و خودآگاه ۲ همراه با همکار خود همراف مطرح کرد [۸]. با این حال جدای از مغز و خوآگاه آدمی چیز دیگری در تجربههای انسانی در مقیاس ثابت یلانک عمل نمی کند. بنابراین به کار گیری واژه ی علوم اجتماعی کوانتومی نیاز به دقت عمل بیشتر و تعریفی دقیق تر دارد. راجع به این مفاهیم و موضوعات حساس و گیج کننده بهتر است از تعریف کارایی ٔ آن سخن در میان آورد و تعریف هویتی آن را به آینده واگذار کرد. بر طبق آنچه گفته شد علوم اجتماعی کوانتومی هدفی چون مطالعه مشکلات و مسائل علوم اجتماعی در حوزههای اقتصادی، دارایی، روانشناسی و جامعهشناسی در میان دیگر حوزههای مربوطه، با استفاده و کمک مفاهیمی ازدل مکانیک کوانتومی دارد. نحوه استفاده از مفاهیم و مدلهای کوانتومی در علوم اجتماعی و اینکه حتی مفید واقع شدن این روش برای مسائل موجود و آتی دو سوال ابتدایی مهم است که ذهن خواننده را مشغول به خود می کند. مفید واقع شدن یا نشدن این عمل در طی ۲۰ سال گذشته در حوزه فیزیک اقتصاد مورد آزمایش قرار گرفته و یک آرامش خاطری از جنس اطمینان در کارا بودن این روش برای حل مسائلی فراتر از اقتصاد و استفاده از مدلهایی فراتر از کلاسیک در ذهن ما آدمیان ایجاد کردهاست. شاید نتوان به آسانی سردمداران و بنیانگذاران این جنبش، علوم اجتماعی کوانتومی، را که به طور موازی و همزمان با جنبش فیزیک اقتصاد شکل گرفت و شروع به رشد کرد را مشخص کرد اما می توان با اطمینان گفت که ظهور مقالهای [۹] توسط آندره خرنیکوف ۵ در سال ۱۹۹۹ تاثیری مهم بر رشد این علم نهاد. بنیادی ترین مسئله ای که در این مقاله و کارهای بعدی ایشان [۱۰] مورد توجه قرار گرفت نحوه مدل سازی نظریه اطلاعات با توجه به استانداردهای موجود در علوم اجتماعی بود. با این حال که این مفهوم تنها هدف علوم اجتماعی کوانتومی شناخته نمی شد، طبیعتاً قدم در مسیر اهدافی فراتر از توصیف و مدلسازی نظریه اطلاعات می گذاشت. نظریه اطلاعات، هسته اصلی بسیاری از علوم اجتماعی روز را تشکیل میداد و از جمله بارزترین آن علوم علم اقتصاد شناخته می شد که در آن، اطلاعات از جمله ورودی های اصلی مدل های فراوان قیمت گذاری ها بود. در فیزیک نیز توافقی گسترده راجع به ارتباطی تنگاتنگ میان اطلاعات و تابع موجی که هسته اصلی مکانیک کوانتومی است وجود داشت تا جایبی که شلدون گلدشتاین، فیزیکدان معروف، نیز از اطلاعات در فیزیک تحت عنوان یک مفهوم ظهور یافته در فضا و چهارچوب مکانیک بوهمی یاد میکند [۱۱]. در این مسیر فیزیکدانان بسیاری تلاش در جهت تفسیر اطلاعاتی مکانیک کوانتومی کردهاند که عموما تفسیری متفاوت با تفاسیر ذره ای و موجی موجود بود. این

¹Roger Penrose

²Journal of Cosmology on consciousness and the universe

³Hameroff

⁴Functionality

⁵Andrei Khrennikov

نوع تفاسیر مکانیک کوانتومی که در آن از اطلاعات به عنوان یک هسته اصلی و یک موجود غیر قابل تقلیل یاد می شد، راه را برای اعمال مکانیک کوانتومی در هر سیستم حاوی اطلاعات باز می کرد. با این حال، این ذهنیت که میوه و ثمره تفکر افرادی نظیر زیلینگر'، بومیستر' [۱۲] و فاکس" [۱۳] در میان دیگر آقایان بود و همچنان توسط اغلب فیزیکدانان مقبول واقع نشده بود، جایگاهی ارزشمند در میان عالمان و متفکران علوم اجتماعی یافته بود. گلدشتاین در کتاب خود درباره تفسیر اطلاعاتی تابع موج می فرمایند که اگر دیدگاه ما از تابع موج دیدگاهی چون اطلاعات باشد، آن گاه تابع موج ماهیتی ازجنس متغیرهای ماکروسکوپی خواهد داشت. ایشان پس از آن می فرمایند که ماهیت ریاضیاتی تابع موج و هامیلتونی ناچارا به سطح میکروسکوپی حالتها اشاره دارد. راه حل این مسئله سالها پیش توسط لویی دوبروی ٔ در رابطه معروف بین خاصیت موجی و ذره ای اجسام مطرح شد. پس تابع موج با تمام خاصیت موجی بودن خود می تواند چنان تعبیر شود که ویژگی ها و رفتارهای ذرهای جسم مورد نظر را در خود جای دهد. تنها در این نوع تفسیر است که تابع موج نقشی از جنس اطلاعات می تواند به خود بگیرد. توضیحات بیشتر در این مورد همراه با ریاضیات مربوطه در فصل آینده آورده شدهاست. بنابراین با توجه به تعریف جامعی از علوم اجتماعی کوانتومی که در صفحات پیش ارائه شد، اینک می توان با جزئیات دقیق تر راجع به اهداف علوم اجتماعی کوانتومی سخن به میان آورد به طوری که هویت این علم بر شناخت تابع موج و اطلاعات موجود در آن همراه با مدلی مبنی بر ارتباط تابع موج، اطلاعات و ذره موردنظر بنا شدهاست. در فصل آینده به زبان تخصصی تر به مسائل مربوط به تابع موج و اطلاعات میپردازیم و در اینجا به توضیحی کیفی از این مفاهیم رضایت می دهیم. بر اساس آنچه گفته شد علوم اجتماعی کوانتومی برخلاف فیزیک اقتصاد که از مدلهای ریاضی و فیزیکی برای تفسیر و حل مسائل موجود در اقتصاد کمک می گرفت، به مسائلی فراتر از تنها اقتصاد می پر دازد و شاید بتوان آن را به چند دسته و گروه کلی زیر نسبت داد:

- ۱) قیمت گذاری داراییهای مالی
 - ۲) تصمیم گیری فرآیند شناختی
 - ۳) نظریه بازیهای کوانتومی
- ۴) مفاهیم علوم اجتماعی و جامعه شناسی

تمامی این گروهها به تفصیل فراوان در مقاله آقای خرنیکوف [۱۴] آورده شدهاست. گروه اول که به مسائل مربوط به حوزه علم دارایی میپردازد مورد نظر این پایان نامه قرار دارد و بررسی دیگر گروهها را به خواننده واگذار میکنیم.

¹Zeilinger

²Bouwmeester

³Christopher Fuchs

⁴Louis de Broglie

۲.۱ ظهور پیچیدگی در اقتصاد و طرح مسأله

در بخش قبلی مروری بر سیر تکاملی علم دارایی انجام دادیم و توضیحی کلی بر شکلگیری علوم اجتماعی کوانتومی جهت پاسخ گویی به مسائل روز ارائه دادیم. مقصود این بخش بیشتر متوجه تلاش در جهت شکلگیری طرح کلی از مساله ای است که به دنبال پاسخ آن در این پایان نامه هستیم.

در مسیر گذر و ارتباط از مکانیک کوانتومی به سوی مکانیک بوهمی، جمله ریاضی ای به قسمت پتانسیل معادله هامیلتونی اضافه می شود که فیزیک دانان از آن تحت عنوان پتانسیل کوانتومی یاد می کنند. در کارهای اخیر در حوزه ی علم دارایی در چارچوب علوم اجتماعی کوانتومی به خصوص کارهای تجربی شکل گرفته توسط اساتید دکتر هاون ٔ [۱۵] و دکتر جعفری ٔ [۱۶] از نقش پتانسیل کوانتومی موجود در مکانیک بوهمی در تحلیل و بررسی بازارهای مالی سخنهای فراوان به میان آورده شدهاست. ایشان با تاکید بر این نکته که هماظور که افزایش ١٠ برابري قيمت يک کالا طي مدت زمان يک روزبه دور از انتظار ذهن ما آدميان است، گويي پتانسيل کوانتومي حاكم بر بازار آن كالا محاسبه شده توسط دادههای تاریخی روزانه قیمت آن كالا نیز با ایجاد سدی در مسیر قیمت آن کالا از افزایش و کاهشهای نا معقول آن جلوگیری می کند. در کارهای بعدی دکتر جعفری و دکتر نصیری ۳ از نقش پتانسیل حاکم بر یک بازار به خوبی چهره برداری شد به نحوی که این پتانسیل کنترل دینامیک بازار را بر عهده داشت و با محدود کردن آن بازار از دسترسی آن به مناطق ممنوعه جلوگیری می کرد [۱۷] [۱۸]. سوالی که در اینجا می توان مطرح کرد این است که آیا پتانسیل کوانتومی توانایی حمل بار مسئولیت ابزارهای مکانیک کلاسیک و مکانیک آماری در تحلیل و بررسی سری های زمانی بازارهای مختلف را دارد و اگر این چنین است تا چه میزان می توان به صحت نتایج آن اتکا کرد. با این حال که سوال مطرح شده سوالی بسیار گسترده است و پاسخ دادن به آن ورای از تحمل پایان نامه کارشناسی ارشد میباشد، ولی همچنان میتوان با پاسخ دادن به میکروسوالات موجود در این زمینه قدم در تکمیل این پازل بزرگ برداشت. از جمله ی این میکرو سوالات، می توان پرسید که آیا تعمیم دادن پتانسیل کوانتومی و محاسبه پتانسیل کوانتومی مشترک برای دو بازار نیز می تواند همانند پتانسیل یک بعدی خود بار معنایی محدود کردن فضای فاز قابل دسترس برای دو بازار را حمل کند و آیا از این مفهوم می توان به میزان همبستگی دو بازار در حضور یا عدم حضور دیگر بازارها دست یافت. برای درک اهمیت این موضوع بهتر است ابتدا به اتفاقات مربوط به سالهای ۲۰۰۷-۲۰۰۸ پرداخت و بحران مالی آن دوره را با جزیباتی مربوطه دنبال کرد.

¹Emmanuel Haven

²G.Reza Jafari

³Sadollah Nasiri

"زمانی که موسیقی متوقف می شود، از نقطه نظر قابلیت تبدیل به نقدینگی، موضوعات بسیار پیچیده خواهند شد. اما مادامیکه موسیقی نواخته می شود، باید بلند شوی و برقصی. ما همچنان در حال رقص هستیم".

در قلب بحران مالی ۲۰۰۷-۲۰۰۸ وجود یک حباب در قیمت خانه در بازار مسکن تیش می کند. جمله پر معنای بالا از چارلز پرینس از این واقعه حکایت دارد که سرمایه داران بسیاری از گرانی بیش از حد و غیر منطقی سبدهای اوراق بهادارشان خبر داشتند و می دانستند که این حباب در زمان طولانی پایدار نحواهد بود، اما همچنان درماندن در بازار مقاومت می کردند. شاید وقوع چنین بحرانی در ذهنشان غیر واقعی و به دور از انتظار ظاهر مى شد. چرا كه تنها چند سال قبل در شروع هزاره سوم، حضور چنين حباب مشابهى باعث بالا رفتن و سقوط شدید قیمت سهام شرکتهای الکترونیکی شده بود ولی باعث و دلیل وقوع بحران اقتصادی به صورت گسترده نشده بود. پس سوال اصلی این است که چگونه وجود حباب در بازار مسکن در سال ۲۰۰۸ باعث بحران مالی به أن شدت در سطح جهانی شد. پاره ای از جوابها در توسعههای خود بخش علم مالی در أن سالها نهادینه شدهاست. یکی از این توسعهها تبدیل رهن خانهها به اوراق بهادار بانکی و استفاده از آن برای پشتوانه ای جهت دادن وامهای کم بهره به مردم بود. به مقدار ارزش روزانه خانهها اوراق بهادار موجود بود و بزرگ تر شدن حباب در قیمت خانهها روز به روز ریسک موجود در بانکها را به نحو غیر قابل پیش بینی افزایش می داد. زمانیکه ضررهای این اوراق بهادار و وامهای مسکن بانکها به فاز احتکار نقدینگی وارد شد، شرکتهای بزرگ آمریکا شروع به یافتن مشکلات بزرگ و جدی کردند. اولین جرقههای این بحران در مارس سال ۲۰۰۸ با ورشکستگی شرکت بر استرنز ٔ و فروخته شدن آن به شرکت جی پی مورگان ٔ بود. در ۱۵ سپتامبر ۲۰۰۸ شرکت برادران لیمان ٔ اعلام ورشکستگی کردند که به خودی خود از بزرگترین عواقب بحرانهای مالی تاریخ به شمار میرود. یک روز پس از آن شرکت بزرگ بیمه ای آی جی^۵ اعلام کرد که خسارات سنگینی به شرکت وارد شده و بدون کمک بانک مرکزی آمریکا ورشکسته خواهد شد. با این حال با توجه به روایت گفته شده و خسارات محاسبه شده توسط صندوق مالی بین المللی که حدود ۲۰۰ میلیارد دلار تخمین زده شده بود، این بحران از مجموعه بحرانهای خفیف به حساب می آمد اگر ماجرا در همین جا ختم می شد و خسارات در همین شرکتهای اصلی در آمریکا باقى مىماند.

اما چیزی که در واقعیت اتفاق افتاد پس از شکست برادران لیمان این بحران قدم در میادین بین المللی گذاشت و تبدیل به یک بحران جهانی شد. به طوری که بلیچارد میزان خسارات وارده در سطح اقتصاد جهانی در این بازه زمانی را به بیش از ۲۶ تریلیارد دلار تخمین زد که مقداری بیش از صد برابر میزان خسارات اولیه وارده به

¹Charles Price

²Bear Stearns Co.

³JPMorgan Chase Co.

⁴Lehman Brothers Co.

⁵American International Group Insurance

⁶Blichard

سبب وامهای مسکن و اوراق بهادار داشت. یکی از دلایل وقوع چنین اتفاق سهمگینی وجود شبکههای بین بانکی در سطح جهانی بود که در آن بین هر دو بانک ارتباطی از جنس وامهای بین بانکی وجود داشت که در اکثر آنها به جز دو بانک مورد نظر کس دیگری از وجود و میزان چنین وامهایی خبر نداشت. با توجه به دانش امروزه از علم شبکه به خوبی می توان میزان همبستگی بین دو بانکی را محاسبه کرد که در این شبکه حضور دارند ولی با هم ارتباط مستقیمی ندارند و دریافت که غیر صفر بودن مقدار این همبستگی به دور از انتظار نیست. طبق دادههای موجود از این شبکه که یکی از آنها شاخص لایبور ا میباشد، میزان تمایل بانکها به وام دادن و گرفتن از یکدیگر درست قبل از شکست برادران لیمان در سال ۲۰۰۸ به بیشینه مقدار خود در طول تاریخ رسیده بود و این به معنای آن است که همبستگی میان اعضای آن افزایش چشمگیری یافته بود. دلیل دیگر برای جهانی شدن این بحران غفلت از هم بسته بودن بازارهای کالا و بازارهای بورس بود. در بازه زمانی تحقق بحران ۲۰۰۸، شاخص S&P500 که ناقوصی از اقتصاد ایالات متحده آمریکا به شمار میرفت تقریباً نیمی از ارزش خود را از دست داد. با توجه به وجود همبستگی ای میان شاخص بازارهای مختلف در نقاط مختلف جهان که امروزه قابل هضم تر از دهه گذشتهاست، با سقوط بزرگترین عضو این شبکه، انتظاری جز سقوط دیگر اعضا در ذهن نمی گنجد. امروزه مفهوم وجود همبستگی میان دو بازاری که در ظاهر هیچ ارتباطی با یکدیگر ندارند، جای بیشتری در ذهن ما آدمیان نسبت به نسل های گذشته دارد و مشاهده ی چنین امری تعجب و کنجکاوی کمتری میان نسل جدید برمی انگیزد. اما همچنان با توجه به مطالب گفته شده، تشخیص میزان همبستگی میان اعضا به سادگی بدون ابزارهای علمی قابل مشاهده نیست. در علم کلاسیک و در چارچوب فیزیک آماری توابع بسیار دقیق برای محاسبه ی این همبستگی وجود دارد و اتفاق آرایی میان عالمان این حوزه در تفسیر نتایج این توابع به صورت گسترده وجود دارد. در بخشی از این پایان نامه می خواهیم نشان دهیم که چگونه با استفاده از پتانسیل کوانتومی می توان میزانی برای همبستگی بین دو بازار یافت. از دیگر ویژگیهای آماری به کار رفته در علم دارایی تشخیص ریسک یک سری زمانی با استفاده از ابزارهای فیزیک آماری همچون واریانس است. در بخش بعدی پایان نامه نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از یتانسیل کوانتومی می توان مفهومی چون ریسک را به موازات مفهوم آن در فیزیک آماری تعریف کرد و پس از آن قدم به قدم در مسیر ساخت یک ابزار کامل در کنار فیزیک آماری برای تحلیل و بررسی سریهای زمانی در قسمتهای مختلف علم دارایی حرکت کرد.

¹LIBOR: The London Inter-Bank Offered Rate

۳.۱ تاریخچه

منطق و اساس الگو های شبه کوانتومی ابر این مفهوم استوارند که دستگاه ریاضیاتی مکانیک کوانتوم لزوماً مخصوص چهارچوب فیزیک کوانتومی نیست و کلاس کاربرد وسیع تری را در بر دارد. درست همانطور که ریاضیات و معادلات دیفرانسیلی که برای خدمت به مکانیک نیوتونی توسعه یافته بود، در زمینه های گسترده دیگری چون مهندسی، بیولوژی و اقتصاد نیز به کار گرفته شد. به همین ترتیب، با این حال که ریاضیات مکانیک کوانتوم برای توصیف پدیده هایی در جهان میکروسکویی توسعه یافت، می توان آن را برای حل مسائلی خارج از فیزیک نیز به کار برد. مهمترین ویژگی جداکنندهی مکانیک کوانتومی از همتایان خود استفاده از دامنه ی احتمالاتی مختلط آ در آن است. در این نظریه، احتمالات قابل مقایسه با نتایج تجربی با استفاده از قانون بورن ،مربع قدر مطلق تابع موج، در مختصات مورد نظر به دست می آید. از آنجایی که توابع موج در فضای غیر واقعی هیلبرت ۲ زندگی می کنند، دیدگاهی غیر معمول به این نظریه نسبت می دهند و مرجع این رفتار را غیر معمول بودن خود سیستمهای کوانتومی می دانند. خواص غیرطبیعی مکانیک کوانتومی سبب ایجاد این ذهنیت شده است که برای سیستم های معمولی کارایی ندارد. برای مثال توصیف کارایی مغز به زبان مکانیک کوانتوم به مشکلاتی چون تفاوت در مقیاس های زمانی و مکانی می انجامد. برای رهایی از این گونه مشکلات ناچارن می بایست مقیاسهای موجود را به سمت مقیاسهای کوانتومی کاهش داد. این نوع کاهش گرایی^۵ از نظر آقای خرنیکوف برای کاربرد این نظریه در زمینه های مختلف خارج از فیزیک ضرورت ندارد [۱۹]. طی ۷۰ سال گذشته جدال های بسیاری میان فیزیکدانان $^{\vee}$ بزرگ به منظور یافتن منشاء تصادفی بودن مکانیک کوانتوم $^{\circ}$ و تقلیل آن به سمت تصادفی کلاسیک $^{\vee}$ آنسامبلی صورت گرفته است. برای مثال در دیدگاه آقای فون نویمن ۲ تصادفی بودن درمکانیک کوانتوم غیر قابل کاهش است، در حالیکه از نظر انیشتین مکانیک کوانتومی کشفی از یک چارچوب خاص ریاضیاتی است که توصیفی ناكامل از نمایش اطلاعات از میكروسیستمها دارد. در راستای این جدال ها محوریت تلاشها در جهت استفاده از ریاضیات مکانیک کوانتوم در خارج از فیزیک همچون بیولوژی، فرایند شناختی و اقتصاد در جهت کاهش مقیاسهای فرایند مورد نظر به سمت یک فرایند کوانتومی شکل می گرفت و تمامی این تلاش ها بر این مفهوم استوار بود که هرچیزی در این دنیا از ذرات کوانتومی تشکیل شده است. به همین جهت تفاوت بسیاری در مقیاسهای مدل های کوانتومی و مدل های ماکروسکوپی مشاهده میشد و ایجاد تناظری طبیعی میان آن دو بسیار

¹quantum-like

²Complex probability amplitude

 $^{^3}$ Born

⁴Hilbert space

 $^{^5}$ Reductionism

⁶quantum randomness

⁷Classical ensumble randomness

⁸von neumann

دشوار بود. با این حال که مکانیک کوانتومی در تفسیر طبیعت درمیان فیزیکدانان حاوی مشکلات فراوانی بود و هم اکنون نیز مسائل حل نشده فراوانی چون غیر-محلی و مرگ واقعیت در میان دیگر مشکلات وجود دارد، استفاده از این واژه در خارج از فیزیک به خصوص در علوم اجتماعی و روانشناسی به شدت محبوب شد تا جایی که آقای خرنیکوف نوشتند: "ترس از ناکامل پنداشتن این نظریه نداشته باشید و همچنان به دنبال کاربردهای کوانتوم خارج از فیزیک باشید".

در این قسمت به تاریخچه مدلی که توسط اولگا چوستووا و آندره خرنیکوف در تحلیل بازارهای مالی ارائه شد، [۲۰-۲۷] می پردازیم. ایشان با به کار گیری ابزار مکانیک کوانتوم به مدلسازی ریاضیاتی دینامیک قیمت ها در بازارهای مالی پرداختند. چوستووا در مقاله خود نوشت که عوامل مالی – رفتاری (همچون انتظارات معامله گران) در تفسیر بوهمی مکانیک کوانتومی بهتر قابل توصیف است. در نظریه توسعه بازارهای مالی در چارچوب مکانیک بوهمی، مسیر قیمت ها توسط دو پتانسیل تعیین می شوند: پتانسیل کلاسیکی V(t,q) (که نمایانگر شرایط "سخت" بازار همچون منابع طبیعی) و پتانسیل کوانتومی U(t,q) (که نمایانگر شرایط "نرم" بازار همچون شرایط رفتاری بازاره یم بازار همچون شرایط آقایان سگال بازار). این نظریهی بوهمی از طرفی یک نظریه شبه کوانتومی برای بازارهای مالی است و کارهای آقایان سگال و سگال آ [۲۸]، باقی Γ [۲۸]، باقی Γ [۲۸]، باقی تمای تک تک اجزا (به سبب قطعی بودن نظریهی بوهمی) کارهای بسیاری را در زمینهی دینامیک قطعی بازارهای مالی دربر می گیرد. [۴۳–۳۲]

فرضیهی بازارهای کارآمد::

در اقتصاد و نظریه های مالی، تحلیل گران از نظریه های تصادفی برای قیمت کالاها استفاده می کردند. این تحلیلگران در تحلیل های خود مبنا را بر این فرضیه می گذارند که سرمایه گذاران منطقی رفتار می کنند و کالاهای خود را بر اساس انتظاراتی که از آینده آنها دارند خریداری می کنند. در این شرایط تمامی اطلاعات موجود بر قیمت یک کالا تأثیر می گذارند و قیمت زمانی تغییر می کند که اطلاعات جدیدی به وجود آید. این مسیر با کار های آقایان ساموئلسون ۹ [۱۸۹۰ شروع شد و در سال ۱۹۶۰ با کارهای آقایان ساموئلسون ۹ [۵۰، ۵۰] و فاما ۱۰ (۵۰) به فرضیه بازارهای کارآمد معروف شد. شکل کامل آن را می توانید در کتاب آقایان منتگنا و

¹Non-Locality

²Death of realism

³Olga Choustova

⁴Sega & Segal

⁵Baaquie

⁶Piotrowski

 $^{^7}$ Deterministic

⁸Bachelier

⁹Paul Samuelson

¹⁰Fama

 $^{^5}$ Mantegna

استنلی ۶ [۵۳] و همچنین شیارف ۲ [۵۴]مطالعه بفرمایید. در این فرضیه، بازاری کارآمد خوانده می شود که اطلاعات جدید مورد دسترس به صورت آنی تاثیر خود را بر قیمت کالاهای آن بازار بگذارد. پس بنا به تعریف بازار کارآمد به سبب تاثیر گذاری آنی اطلاعات در قیمت کالاها، در آن فرصت های سودآور بهره برداری وجود ندارد. اگر این جمله درست باشد، معامله کردن در بازار سرمایه تنها یک بازی شانس است. اما خریداران همواره کالاهایی را می خرند که امید به سودآوری در آنان دارند. پس اگر قیمت ها در بازارهای کارآمد بازتاب کننده تمامی اطلاعات موجود باشد، خریداران این اطلاعات ممتاز خود را از کجا می آورند؟ همچنین قیمت ها در بازارهای مالی، رفتاری تصادفی دارند یا رفتاری مشخص شده؟ دست یافت های جدید اقتصادی گواه بر قابل پیش بینی بودن بازارهای مالی تا حدود مشخصی می باشند. عوامل متعددی می توانند این مسیر را هموار تر کنند. عواملی چون وجود اصطکاک در بازار های جهانی، وجود اختلاف های زمانی، تغییر شرایط مدیریتی و... به پیش بینی فرصتهای سودآور کمک میکنند. شاید این مقدار از قابل پیشبینی بودن نیاز باشد تا سرمایه گذاران در خرید و فروش های خود مشتاقانه تر عمل کنند. این عوامل گواه بر آن اند که سرمایه گذاران به صورت کاملاً منطقی عمل نمی کنند و ریسک پذیری آنان باعث به وجود آمدن اطلاعاتی تصادفی در سیستم میشود. این اطلاعات به صورت تصادفي ظاهر مي شوند و بر قيمت كالاها به صورت تصادفي تاثير مي گذارند. وجود چنين اطلاعات تصادفي همانطور که در بخش ۱. ۱ توضیح دادیم، به شکل گیری پژوهش در دو حوزه مالی-رفتاری و اقتصادی-رفتاری انجامید. در این حوزه ها به تحلیل و بررسی رفتار ها و انتخاب های انسانی و تاثیرات آن بر سیاست های قیمت گذاری می پردازند. از دهه ۹۰ به بعد، پس از شکل گیری تجارت الکترونیک، علاوه بر این اطلاعات "سخت" اقتصادی همچون منابع طبیعی، ساخت وساز کارخانجات و ...، اینک اطلاعاتی از جنس "نرم" که حاصل رفتار-شناختی مجموعه انسانها بود، نیز تاثیر خود را بر بازارهای مالی نشان میداد. اولکا چوستووا در رویکرد جدید خود برای تحلیل بازارهای مالی فرض کرد که سرمایه گذاران کاملاً منطقی رفتار نمیکنند اطلاعات تصادفی روی قیمت های کالاها تاثیر می گذارند. در این رویکرد، اطلاعات راجع به بازارهای مالی (شامل انتظارات افراد و سرمایه گذاران) توسط یک میدان اطلاعاتی $\Psi(t,q)$ توصیف می شود. این میدان در مسیری مشخص تحول می یابد و معادله تحول آن توسط معادله شرودینگر توصیف می شود. وی در مدل خود از نظریه مکانیک بومی برای شبیه سازی دینامیک قیمت ها در بازارهای مالی استفاده کرد[۵۵-۵۵]. سیس از همیلتونی کلاسیکی برای توصیف تحول كلاسيكي قيمتها استفاده كرد و اين ديناميك كلاسيكي را حاصل شرايط "سخت" مالي دانست. اين شرايط سخت به علاوه رابطه های سخت میان معامله گران توسط یک پتانسیل کلاسیکی به صورت ریاضیاتی شرح داده می شدند. وی اضافه کرد که در یک بازار واقعی مالی قیمتهای کالاها تنها توسط پتانسیل کلاسیکی کنترل نمی شوند و اطلاعات و روانشناسی بازار نیز نقش مهمی را در تغییرات قیمت ها ایفا می کنند. چوستووا توضیح داد

 $^{^6}$ Stanley

⁷Albert Shiryaev

که اینگونه عاملها که به عوامل "نرم" شناخته می شوند، توصیف خوبی در نظریهی مکانیک بوهمی دارند. پس در این مدل مسیرهای مشخص شده قیمت ها توسط دو پتانسیل کلاسیکی("سخت") و پتانسیل کوانتومی("نرم") تعیین می شوند. مدل شبه کوانتومی چوستووا به شدت از نظریه انعطاف پذیری جرج سوروس انگیزه گرفته است. سوروس در کتاب خود نوشته است که بازار بدون روان توسط افت و خیزهای کلاسیکی تحول می یابد و این افت و خیزها نمی توانند دلیلی بر وجود روان در آن بازار باشند. وی پیشنهاد داد که نظریههای غیر کولموگروفی همچون مکانیک کوانتومی برای توصیف روان بازارها کمک بگیرند. با توجه به گفته های سوروس، معامله گران بازارهای مالی به خاطر وجود حق انتخاب آزادانه ای که دارند به صورت تصادفی عمل می کنند و مجموعه زیادی از این اراده های آزاد که به ظهور یک پیچیدگی در بازار می انجامند، قابلیت توجیه توسط افت و خیزهای کلاسیکی ندارد.

کاربرد این نظریه در بازار با استفاده از داده های تجربی واقعی اولین بار توسط آقای طهماسبی و همکارانش [۱۶] در سال ۲۰۱۵ مورد ارزیابی قرار گرفت. در این مقاله نحوه ی محاسبه ی پتانسیل کوانتومی با ساتفاده از داده های تجربی موجود از بازارهای بورسی معرفی شد و از نقش این پتانسیل در مسیر تحول دینامیک یک بازار به خوبی چهره برداری شد. پس از ایشان، آقای هاون موثر واقع شدن این مدل را برای بازارهای کالا نیز در مقاله خود به چاپ رساند [۵۷]. اما تلاش ها برای فهمیدن همه جانبه ی این تابع ریاضیاتی به اینجا ختم نشد. آقای نصیری و همکاران[۱۸ ، ۱۸] تعبیری از پتانسیل دو بعدی حاکم بر سود و حجم بازار سرمایه اراعه دادند و به خوبی نتایج بدست آمده از آن را با انتظارات موجود مقایسه کردند. در این کار پتانسیل دو بعدی برای یک بازار محاسبه می شد و این پتانسیل تابع متغیرهای سود و حجم معاملات بود. با الهام گیری از این سری کارهای تجربی انجام شده در این پایان نامه میخواهیم نشان دهیم که چگونه با تعمیم این پتانسیل کوانتومی برای تعداد بیشتری از بازارها می توان به خواص آماری بازارها در حضور یکدیگر دست یافت.

در قسمت های بعدی نشان خواهیم داد که

مکانیک بوهمی، تفسیری از مکانیک کوانتومی با نتایج یکسان

آیا این فصل نیاز است؟

مبانی ریاضیاتی مورد نیاز و کدهای برنامه نویسی

تعمیم پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای همبسته

مدیریت ریسک و سبد سهام با استفاده از پتانسیل کوانتومی

خلاصه و نتیجه گیری

كتابنامه

- [1] Black, Fischer, and Myron Scholes. "The pricing of options and corporate liabilities." Journal of political economy TA1: (1977) .964-977
- [Y] Bachelier, L. (1900) Théorie de la spéculation. Annales scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure, 1997)
- [٣] Mandelbrot, Benoit B. "The variation of certain speculative prices." Fractals and scaling in finance. Springer, New York, NY, 1999 (1997)
- [*] Kadanoff, Leo P. "From simulation model to public policy: An examination of Forrester's" Urban Dynamics"." Simulation 9.19:(19V1) .79A-791
- [\Delta] Montroll, Elliott W., and Wade W. Badger. Introduction to quantitative aspects of social phenomena. Gordon and Breach, 1994
- [9] Anderson, P. W., and K. J. Arrow. "D. Pines (eds.)(19AA), The Economy as an Evolving Complex System, Redwood City."
- [v] Penrose, Roger. Shadows of the Mind. Vol. . * Oxford: Oxford University Press, . 199*
- [A] Hameroff, Stuart R. "Quantum coherence in microtubules: A neural basis for emergent consciousness?." Journal of consciousness studies 1.1:(1994) .11A-91
- [4] Khrennivov, Andrei. "Classical and quantum mechanics on information spaces with applications to cognitive, psychological, social, and anomalous phenomena." Foundations of Physics V.74:(1444) .1.4A-1.50

[1.] Khrennikov, A. Yu. "Information Dynamics in Cognitive, Psychological." Social and Anomalous Phenomena. Kluwer (7...*)

- [11] Goldstein, Sheldon. "Bohmian mechanics and quantum information." Foundations of Physics 4.40: (1010). "ADD-TTD
- [17] Bouwmeester, Dirk, and Anton Zeilinger. "The physics of quantum information: basic concepts." The physics of quantum information. Springer, Berlin, Heidelberg, 17... 14-1
- [۱۳] Fuchs, Christopher A. "Quantum mechanics as quantum information (and only a little more)." arXiv preprint quant-ph/-۲-۵-۳۹ (۲۰۰۲)
- [14] Khrennikov, A. Y. "Ubiquitous Quantum Structure from Psychology to Finance. Springer." (1.1.)
- [10] Shen, C., and E. Haven. "Using empirical data to estimate potential functions in commodity markets: some initial results." International Journal of Theoretical Physics 17.09:(7.17) .*1.*-*-47
- [19] Tahmasebi, F., et al. "Financial market images: a practical approach owing to the secret quantum potential." EPL (Europhysics Letters) T.1.4:(7.16) .T...
- [1V] Nasiri, Sina, Eralp Bektas, and Gholamreza Jafari. "Risk Information of Stock Market Using Quantum Potential Constraints." Emerging Trends in Banking and Finance. Springer, Cham, 17.1A 1874–187
- [\A] Nasiri, Sina, Eralp Bektas, and G. Reza Jafari. "The impact of trading volume on the stock market credibility: Bohmian quantum potential approach." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications $\Delta Y : (Y \cdot VA) : VY VY \cdot Y$
- [14] Khrennikov, Andrei Y. Ubiquitous quantum structure. Springer, 17.14
- [Y.] Choustova, Olga. Pilot wave quantum model for the stock market. No. quantph/. 1.9177. . Y. . 1

[Y1] Choustova, Olga. "Bohmian mechanics for financial processes." Journal of Modern Optics v-9.01:(Y--Y).1111-1111

- [YY] Choustova, Olga. "Price-Dynamics of Shares and Bohmian Mechanics: Deterministic or Stochastic Models." AIP Conference Proceedings. Vol. AAA No. .)

 American Institute of Physics, Y...V
- [۲۳] Choustova, Olga. "Quantum modeling of nonlinear dynamics of stock prices:

 Bohmian approach." Theoretical and Mathematical Physics ۲.۱۵۲ :(۲۰۰۷) –۱۲۱۳

 .۱۲۲۲
- [۲۴] Choustova, Olga. "Quantum model for the price dynamics: the problem of smoothness of trajectories." Journal of mathematical analysis and applications

 1.578: (۲۰۰۸) .574-749
- [۲۵] Choustova, Olga. "Application of Bohmian mechanics to dynamics of prices of shares: Stochastic model of Bohm–Vigier from properties of price trajectories."

 International Journal of Theoretical Physics ۱.۴۷:(۲۰۰۸) .۲۶۰–۲۵۲
- [19] Choustova, Olga. "Quantum-like Viewpoint on the Complexity and Random-ness of the Financial Market." Coping with the Complexity of Economics. Springer, Milano, 199-07
- [YV] Khrennikov, A. Yu. "p-adic quantum mechanics with p-adic valued functions."

 Journal of mathematical physics Y.YY: (1991) .9YV-9YY
- [YA] Segal, Wiliam, and I. E. Segal. "The Black—Scholes pricing formula in the quantum context." Proceedings of the National Academy of Sciences V.90:(199A) 4.VY
 . 4.VO
- [۲4] Baaquie, Belal E. Quantum finance: Path integrals and Hamiltonians for options and interest rates. Cambridge University Press, 2000

[r.] Baaquie, Belal E. "Quantum mechanics and option pricing." Department of Physics, National University of Singapore, July YA. (Y...)

- [٣١] Haven, Emmanuel E. "A discussion on embedding the Black–Scholes option pricing model in a quantum physics setting." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications ۴-۳.۳۰۴:(۲۰۰۲) .۵۲۴-۵۰۷
- [TT] Haven. Emmanuel. "A Black-Scholes Schr\dinger option price: bit'versus 'qubit'." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications T-1.TTF: (T.TT) -T.1
- [٣٣] Haven, Emmanuel. "The wave-equivalent of the Black-Scholes option price: an interpretation." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications ٢-١.٣۴۴ :(٢٠٠٢) .١٢٥-١٢٢
- [٣۴] Haven, Emmanuel. "Analytical solutions to the backward Kolmogorov PDE via an adiabatic approximation to the Schrdinger PDE." Journal of mathematical analysis and applications ٢.٣١١ :(٢٠٠٥) . ۴۴۴–۴٣٩
- [٣۵] Haven, Emmanuel. "Bohmian mechanics in a macroscopic quantum system."

 AIP Conference Proceedings. Vol. A. No. American Institute of Physics, 3. 9
- [٣۶] Khrennikov, Andrei Yu, and Emmanuel Haven. "Quantum mechanics and violations of the sure-thing principle: The use of probability interference and other concepts." Journal of Mathematical Psychology ۵.۵۳:(۲۰۰۹) .٣٨٨-٣٧٨
- [٣٧] Piotrowski, Edward W., and Jan S\(\text{adkowski}\). "Quantum-like approach to financial risk: quantum anthropic principle." arXiv preprint quant\(\text{-ph/-11-45}\). (\(\text{(1.1)}\)
- [MA] Piotrowski, Edward W., and J. S\(\text{adkowski}\), "Quantum market games." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications Y=\(\text{.T\Y}\): \(\text{..Y\Y}\). \(\text{..Y\Y}\)

کتاب نامه

[rq] Piotrowski, Edward W., Jan S\(\text{adkowski}\), and Jacek Syska. "Interference of quantum market strategies." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications \(\frac{4}{7}\cdot \cdot \cd

- [*•] Piotrowski, Edward W., and Jan S\u00edadkowski. "An invitation to quantum game theory." International Journal of Theoretical Physics \u00e4.*Y:(\u00e4.*Y).1.49\u00e41.49
- [*\] Piotrowski, Edward W. "Fixed point theorem for simple quantum strategies in quantum market games." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications

 Y-1.TTF:(Y-T).Y--199
- [47] Piotrowski "Edward W." and Jan S\(\text{adkowski}\) "Quantum games in finance."

 Quantitative Finance 9.4 :(\(\text{1.44}\)) .9V-9\(\text{1}\)
- [۴٣] Piotrowski, Edward W., Mangorzata Schroeder, and Anna Zambrzycka. "Quantum extension of European option pricing based on the Ornstein-Uhlenbeck process." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications 1.٣۶٨:(۲۰۰۶) ۱۷۶
- [۴۴] Granger, C. W. "Is chaotic economic theory relevant for economics? A review essay." Journal of International and Comparative Economics T: (۱۹۹۴) .۱۴۵–۱۳۹
- [40] Barnett, William A., and Apostolos Serletis. "Martingales, nonlinearity, and chaos." Journal of Economic Dynamics and Control v-0.74:(7...) .v74-v-v
- [49] Benhabib, Jess, ed. Cycles and chaos in economic equilibrium. Princeton University Press, 1997
- [۴۷] Brock, William A., and Chera L. Sayers. "Is the business cycle characterized by deterministic chaos?." Journal of monetary economics ۱.۲۲:(۱۹۸۸) .۹۰-۷۱
- [4A] Campbell, John Y., et al. The econometrics of financial markets, princeton University press, 1999

[44] Hsieh, David A. "Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets." The journal of finance 0.49: (1991) .\AVV=\AT9

- [a·] Samuelson, Paul A. "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly."

 The world scientific handbook of futures markets. . Y. 19 . YA-YA
- [al] Samuelson, Paul A. "Rational theory of warrant pricing." Henry P. McKean Jr. Selecta. Birkhouser, Cham, 17.10.177-190
- [at] Malkiel, Burton G., and Eugene F. Fama. "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work." The journal of Finance 7.76: (1900) .*10-707
- [ar] Stanley, H. Eugene, and Rosario N. Mantegna. An introduction to econophysics.

 Cambridge University Press, Cambridge, 17...
- [04] Shiryaev, Albert N. Essentials of stochastic finance: facts, models, theory. Vol. x World scientific, 1999
- [DD] Bohm, D., B. J. Hiley, and P. Holland. "Book-Review-the Undivided Universe-an Ontological Interpretation of Quantum Theory." Nature 799: (1997) . *Y.
- [\$\rightarrows P. Pylkk\under nen. "Active information and cognitive science—A reply to Kiesepp\under." Brain, mind and physics :(\\\\\) \A\rightarrows \(\lambda \)
- [av] Shen, C., and E. Haven. "Using empirical data to estimate potential functions in commodity markets: some initial results." International Journal of Theoretical Physics 17.09:(۲۰۱۷) .*1.*-*-47

كتابنامه كتابنامه