

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ



دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد
گرایش سیستم های پیچیده و دینامیک غیر خطی

مطالعه‌ی بازارهای همبسته توسط مکانیک کوانتومی

بوهم

استادان راهنما : دکتر نصیری و دکتر جعفری

نگارنده : حسین خاکسار بلداجی

تاریخ دفاع

فهرست مطالب

۱	پیشگفتار	۷
۱.۱	مقدمه	۷
۲.۱	ظهور پیچیدگی در اقتصاد و طرح مسأله	۱۲
۳.۱	تاریخچه	۱۶
۲	مبانی ریاضیاتی مورد نیاز	۲۰
۳	تعیین پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای همبسته	۲۳
۱.۳	پتانسیل کوانتومی حاکم بر سود و زیان یک بازار	۲۴
۲.۳	پتانسیل کوانتومی مشترک حاکم بر سود و زیان دو بازار	۲۸
۱.۲.۳	ارائه طرح پیشنهادی تابع توزیع گاوی	۳۰
۲.۲.۳	بررسی متغیر μ برای بازارهای با واریانس یکسان، $\sigma_1 = \sigma_2$	۳۱
۲.۲.۳	بررسی متغیر μ برای بازارهای با واریانس غیر یکسان، $\sigma_1 \neq \sigma_2$	۳۴
۴.۲.۳	پتانسیل کوانتومی برای داده های واقعی	۳۷
۳.۳	جمع بندی فصل سوم	۴۳
۴	مدیریت ریسک و سبد سهام با استفاده از پتانسیل کوانتومی	۴۴
۱.۴	مقدمه ای بر مدیریت ریسک و سبد سهام	۴۴
۱.۱.۴	واریانس تعریفی دانشگاهی از ریسک	۴۶
۲.۴	مدیریت ریسک و سبد سهام توسط پتانسیل کوانتومی	۴۷
۳.۴	تضاد ریسک با بازدهی	۵۰
۴.۴	جمع بندی فصل چهارم	۵۳

۵ نتیجه گیری و پیشنهادات

فهرست تصاویر

۲۵	سری زمانی قیمت شاخص S&P500	۱.۳
۲۵	سری زمانی سود شاخص S&P500	۲.۳
۲۵	تابع توزیع احتمال سود شاخص S&P500	۳.۳
۲۶	پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500	۴.۳
۲۷	پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های هفتگی بازار S&P500	۵.۳
۲۷	پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های ماهانه بازار S&P500	۶.۳
۲۷	پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های فصلی بازار S&P500	۷.۳
	$\rho = 0, 0.5, 1$	شکل سه بعدی تابع توزیع و پتانسیل های کوانتومی مربوطه رسم شده برای	۸.۳
۳۲	$\sigma_x = \sigma_y$	و	
	$\rho = 0, 0.5, 1$	شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای	۹.۳
۳۳	$\sigma_x = \sigma_y$	و	
	$\rho = 0, 0.5, 1$	شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای	۱۰.۳
۳۵	$\sigma_x = 2\sigma_y$	و	
۳۷	داده های قیمتی بازار های نشان داده شده در شکل برای بازه	۱۱.۳
۳۸	پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات.	۱۲.۳
۴۰	پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات.	۱۳.۳
۴۱	پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات.	۱۴.۳
۴۲	پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات.	۱۵.۳
۴۶	سری زمانی قیمت شاخص S&P500	۱.۴
۴۶	سری زمانی قیمت شاخص S&P500	۲.۴
۴۷	پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500	۳.۴

۴۸	شکل شماتیک نحوه تشکیل شاخص سبد سهام با وزن های مختلف	۴.۴
۴۹	شکل شماتیک	۵.۴
۵۰	پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500	۶.۴
۵۱	سبد های سهام پیشنهادی الگوریتم ژنتیک	۷.۴
۵۱	بازدهی هر کدام از سبد های پیشنهادی شکل ۷.۴	۸.۴
۵۲	رابطه نمایی ریسک با مقیاس	۹.۴

فصل ۱

پیشگفتار

۱.۱ مقدمه

علم دارایی^۱ اصطلاحی بسیار گسترده‌است که عموماً برای مطالعه‌ی قواعد پول، سرمایه و دیگر ابزارهای مالی به کار می‌رود. این شاخه از علم از قرن‌ها قبل از میلاد در شهر بابل^۲ سرچشمه گرفت و معابد و مکان‌های امن را محلی برای ذخیره کالاهای با ارزش درآورد. در ابتدا تنها غلات تحت عنوان دارایی در این مکان‌ها ذخیره می‌شدند و بعدها گاوها و اجسام گران‌بهای دیگر نیز به جمع این کالاهای افزوده شد. قرن‌ها بعد، در دوران سامری^۳ در شهر اروک^۴، معامله‌ها به صورت قرض دادن شکل می‌گرفت و بهره‌های^۵ آن با همان کالاهای پرداخت می‌شد. در یونان و مصر باستان نیز کلمات توکوس^۶ و مس بار معنایی بهره را حمل می‌کردند. تمامی این کلمات در فرهنگ‌های مختلف به معنی افزایش سرمایه بودند و مقدار آن در دوران بابلی‌ها، طبق مستندات موجود، سالانه بیست درصد در نظر گرفته می‌شد. در ادیان مختلف نیز جبهه گیری‌های خاصی را نسبت به گرفتن انواع بهره و مداخله‌هایی را در علم دارایی شاهد هستیم. این مفهوم تا زمان قرون وسطی در اروپا توسط کلیسا و مسیحیت و در خاورمیانه توسط روحانیت دین اسلام کنترل و گسترش معانی می‌یافتد و در دیگر نقاط جهان چه به تبعیت از دین داران و چه در موازی آنان شناختی هم سطح و حتی به مراتب در سطوح پایین تراز این موضوع یافته بودند. مدت‌ها طول کشید تا اینکه کالاهای با ارزش همگی جای خود را به اسکناسی بدهنند که پشتوانه آن مقدار طلای ذخیره شده در بانک مرکزی آن منطقه به حساب می‌آمد. بی تردید کشور چین نقش مهمی را در راستای

¹Finance

²Babylon

³Samaritans

⁴Uruk

⁵Interest

⁶Tokoc

متولد شدن مفهوم پول امروزی ایفا می‌کرد. قرن‌ها قبل از به وجود آمدن سکه فلزی، در چین از پوست صدف در مبادرات کالا استفاده می‌شد. بعدها در حکومت لیدی‌ها^۱ برای اولین بار از سکه پول در بازارها استفاده شد و قرنی طول نکشید که این پدیده در کشور چین شیوع پیدا کرد و در نتیجه‌ی آن در دیگر کشورها گستردگی شد. پس از دوران قرون وسطی و وارد شدن اروپا در دوره آگاهی و ظهور انسانیت به عنوان محور اصلی زندگی به جای خداوند، چه در اروپا و چه به متعاقب آن در دیگر نقاط دنیا، اکثر مفاهیم در ابعاد مختلف زندگی انسان که تعاریف خود را پیش تر از دین قرض گرفته بودند اینک توسط علوم مختلف تجربی دوباره مورد حمله قرار گرفتند و با سرعتی باور نکردنی به کالبد دیرینه و هویت اصلی خود بازگشتند. بی تردید نیمه دوم قرن بیستم، سال‌های حیاتی در پیشرفت این علم در طول تاریخ به حساب می‌آید و به خصوص در دهه‌ی ۷۰ میلادی که اتفاقات مهمی در این دهه رخ داد. در سال ۱۹۷۳ ارز کشورها در بازارهای مالی به خرید و فروش گذاشته شد و پس از آن این بازارهای تجارت ارز بودند که ارزش اسمی این ارزها را مشخص می‌کردند. در همین سال بلک و شولز^۲ مقاله معروف قیمت گذاری گزینه‌ای^۳ را به چاپ رساندند [۱] که به خودی خود انقلابی در این علم شناخته می‌شد. مهم‌ترین اتفاقی که راه را برای تحلیل و بررسی دقیق‌تر در این حوزه فراهم کرد، ورود تجارت الکترونیکی که تنها در بازارهای بزرگ بورسی رونق داشت، به صحنه‌ی بازارهای جهانی ارز و دیگر بازارها و ثبت داده‌های تاریخی از سال ۱۹۸۰ به بعد بود. در حالی که عالمان فراوان از ابتدای قرن بیستم قدم در شناخت ماهیت علم دارایی و فرایندهای قیمت گذاری گذاشته بودند، اینک از شروع دهه‌ی ۹۰ میلادی تحلیل گران داده نیز می‌توانستد با حضور خود در این رقابت به شناخت بیشتر این علم کمک کنند. در اوایل قرن ۲۰ ام پارتو^۴ اقتصاد دان ایتالیایی از وجود یک تابع توزیع توانی^۵ در نحوه توزیع ثروت میان مردم در کشورهای مختلف سخن به میان آورد. در این تحقیق، تابع توزیع ثروت مستقل از کشور برای همه‌ی مردم از معادله‌ی $P(x) \propto x^{-\nu}$ پیروی می‌کند که مقدار ν را حدود $1/5$ بدست آورد. در همین سال‌ها بچلیر^۶ در پایان نامه دکتری خود [۲] با کمک استاد راهنمای خود پوانکاره^۷ توانسته بود تابع توزیع احتمال تغییر قیمت‌ها را در نظریه حرکت تصادفی با استفاده از معادله چپمن-کولموگروف^۸ بدست آورد. تمامی این کارها تا اواسط قرن بیستم حاوی تناقضی در ذهن عالمان بود و افراد کمتری را در تحقیق و پژوهش در این مبحث به خود جلب می‌کرد. از سال ۱۹۵۰ به بعد ریاضی دانان بسیاری علاقه مند به مدل سازی تابع توزیع احتمال تغییرات قیمت سهام‌های بورسی شدند و

¹Lydia²Black and Scholes³Option Pricing⁴Vilfredo Pareto⁵Power Law distribution⁶Bachelier⁷Poincaré⁸Random Walk⁴Chapman-Kolmogorov equation

در میان آنان افراد بسیاری نظری مندلبرات^۵ [۳]، وینر^۶، کادانوف^۷ [۴]، مونترول^۸ [۵] و محققان اندکی در موسسه سانتافه^۹ [۶] به پیشرفت این موضوع کمک بسیار کردند اما از سال ۱۹۹۰ به بعد در تاریخ علم دارایی به سبب به وجود آمدن مجلات بین رشته‌ای فراوان و برگزاری همایش‌ها و کنفرانس‌های بین المللی در این حوزه همراه با رشد چشمگیر فیزیک آماری بستری برای تحقیق و پژوهش جدی در این زمینه فراهم شد.

تا این زمان، علم دارایی به سه طبقه‌ی امور مالی عمومی^{۱۰}، امور مالی شرکت‌ها^{۱۱} و در نهایت امور مالی شخصی^{۱۲} دسته بندی می‌شد که هر کدام از این زیرشاخه‌ها تعاریف دقیق خود را تا اواسط قرن بیست به لطف افرادی چون مارکوویتز^{۱۳}، توبین^{۱۴}، شارپه^{۱۵}، بلک و شولز در میان دیگر آقایان یافته بودند و تا قبل از تحقق بحران‌های مالی اواخر قرن بیست و یکم تصور می‌شد که این علم به حد کمال خود رسیده و نیازی به درخواست کمک از دیگر علوم موجود ندارد. آری که بحران‌های مالی شوکی عمیق بر این علم و عالمان این حوزه وارد کرد، به گونه‌ای که اواخر نه تنها دست دراز به بسیاری از علوم دیگر شد، بلکه دیگر خود را محدود به سه زیر شاخه معرفی شده نمی‌دانست و مادام به دنبال درکی عمیق‌تر و فراتر از درک موجود از این علم، درست همانند کودکی به دنبال غذا می‌گشت. در اواخر قرن بیست و یکم، گویی چنان تصور می‌شد که شناخت قطره از دریای موجود در این حوزه از علم ارتباط مستقیمی با کسب دارایی و افزایش سرمایه داشت. در این دوره حساس تاریخی و در لحظه لحظه‌های بالا و پایین شدن سرمایه شخصی در بازارهای موجود، غفلت نامحسوسی نسبت به تجربی بودن این علم درست همانند دیگر علم‌ها در میان عالمان و متخصصان رواج داشت. آنان دریافته بودند که این علم، علمی تجربی است که برای توصیف آن به پارامترهای بیشماری نیاز است ولی گویا محدودیتی بر گستردگی این پارامترها قرار می‌دادند و سعی در گستردگی این علم در اجتماع و رفتارهای اجتماعی نداشتند یا اینکه با توجه به علم روز توانایی انجام این عمل را نداشتند. با پشت سر گذاشتن بحران‌های مالی آسیا و آمریکا، به آرامی بستر تفکری از جنس تحلیل رفتاری و اجتماعی علم دارایی فراهم شد به گونه‌ای که یک سر قضیه علم دارایی و سر دیگر آن علومی از جنسی دیگر بودند که علوم اجتماعی و علوم رفتاری از جمله‌ی این علوم کلیدی به حساب می‌آمدند. چنین تفکری از جنس تحلیل اجتماعی و رفتاری، اینک در نظر ریاضی دانان و فیزیک دانها آشنا به نظر می‌آمد و اتفاق آرایی از جنس حمله ریاضیاتی و مدل سازی

⁵Mandelbrot

⁶Weiner

⁷Kadanoff

⁸Monteroll

⁹Santa Fe

¹⁰Public Finance

¹¹Cooperative Finance

¹²Personal Finance

¹³Harry Markowitz

¹⁴James Tobin

¹⁵William F. Sharpe

توسط این آقایان به حل مسایل در زمینه‌ی علم دارایی بdst آمد. آری در طول تاریخ ورود علم تجربی به منظور شناخت ماهیت و کارایی مسئله‌ای همواره نیازمند زمینه‌ای از جنس احساس امنیت و آشنایی عالمان علم تجربی با مسئله مورد نظر بوده و گویی این بار این زمینه برای ورود علم تجربی به مسائل علوم دارایی نه تنها برای تحلیل داده‌های تاریخی آن بلکه ورودی از جنس شناخت ماهیتی این حوزه فراهم شده بود. اینک عالمان، علاوه بر ابزارهای ریاضیاتی و آماری دست به دامان دیگر ابزارهای شناخته شده در علوم تجربی شدند و گویی آزمایشگاه‌های خود را که تا آن موقع تنها به بخشی از این عالم تعلق داشت و محیطی برای تعیین صحت ابزارهای علوم تجربی شناخته می‌شد را به تمامیت این عالم تعمیم دادند و خود انسان‌ها و رفتارهای آنها را نیز عضوی از این عالم دانستند که در نتیجه آن به شکل‌گیری علومی از جنس رفتارشناسی انسان‌ها با استفاده از ابزارهای علم تجربی پدید آمد. از جمله بارزترین این علوم که حامل بار سنگینی از جنس یافتن جواب برای مسائل مربوط به خودآگاه آدمی و رفتارهای او بود، علوم اجتماعی کوانتمی خوانده می‌شد. عموماً تفاسیر در این حوزه از علم، علوم اجتماعی کوانتمی، توسط افراد تازه وارد در این شاخه صورت می‌گرفت و سوال مهمی را در ذهن شنوندگان و مخاطبان ایجاد می‌کرد؛ به وجود آمدن علوم اجتماعی کوانتمی به دنبال دوباره از نو فرمول بندی کردن مسایل علوم اجتماعی است و یا تنها به دنبال تفاسیر جدید از همان مسایل و فرمول بندی قبلی می‌باشد. یا به طور واضح تر، آیا این حوزه از علم به دنبال ایجاد سوال و پاسخی از جنس مدرن و جدید برای مسایل اجتماعی است و یا همتی از نوع یافتن پاسخی کامل تر و جامع تر برای مشکلات موجود دارد. اولین و مهمترین نکته‌ای که نیاز است به آن پرداخت و نگاهی اجمالی به آن انداخت این است که آیا مفهوم و مسئله مورد مطالعه، چه مسائل اجتماعی و چه مسائل هویتی و انسانی، در مقیاس ثابت پلانک، که میزانی برای کوانتمی بودن سیستم است، عمل می‌کند یا این که معنا و مفهومی از جنس کارایی در این مقیاس کوچک ندارد. در ظاهر ماجرا به وضوح مشخص است که دنیای ماکروسکوپی عملکردی در این مقیاس معلوم ندارد. با این حال اگر چنان ادعا شود که تجارب انسانی مرکز در ناحیه خودآگاه مغز می‌باشد و اجتماع چیزی جز جمع تجارب انسان‌ها نمی‌باشد، دیگر نمی‌توان با قطعیت راجع به عدم کاربرد کوانتم در این حوزه از علم سخن گفت. راجر پنروز^۱ این ایده را که مغز می‌تواند مطابق با قوانین مکانیک کوانتمی عمل کند [۲] را در سال ۲۰۱۱ در مجله‌ی کیهان‌شناسی و خودآگاه^۲ همراه با همکار خود همراف^۳ مطرح کرد [۳]. با این حال جدای از مغز و خواگاه آدمی چیز دیگری در تجربه‌های انسانی در مقیاس ثابت پلانک عمل نمی‌کند. بنابراین به کارگیری واژه‌ی علوم اجتماعی کوانتمی نیاز به دقت عمل بیشتر و تعریفی دقیق‌تر دارد. راجع به این مفاهیم و موضوعات حساس و گیج‌کننده بهتر است از تعریف کارایی^۴ آن سخن در میان آورد و تعریف هویتی آن را به آینده واگذار کرد. بر طبق آنچه گفته شد علوم اجتماعی کوانتمی

¹Roger Penrose²Journal of Cosmology on consciousness and the universe³Hameroff⁴Functionality

هدفی چون مطالعه مشکلات و مسائل علوم اجتماعی در حوزه‌های اقتصادی، دارایی، روانشناسی و جامعه‌شناسی در میان دیگر حوزه‌های مربوطه، با استفاده و کمک مفاهیمی ازدل مکانیک کوانتومی دارد. نحوه استفاده از مفاهیم و مدل‌های کوانتومی در علوم اجتماعی و اینکه حتی مفید واقع شدن این روش برای مسائل موجود و آتی دو سوال ابتدایی مهم است که ذهن خواننده را مشغول به خود می‌کند. مفید واقع شدن یا نشدن این عمل در طی ۲۰ سال گذشته در حوزه فیزیک اقتصاد مورد آزمایش قرار گرفته و یک آرامش خاطری از جنس اطمینان در کارا بودن این روش برای حل مسائلی فراتر از اقتصاد و استفاده از مدل‌های فراتر از کلاسیک در ذهن ما آدمیان ایجاد کرده است. شاید نتوان به آسانی سردمداران و بنیانگذاران این جنبش، علوم اجتماعی کوانتومی، را که به طور موازی و همزمان با جنبش فیزیک اقتصاد شکل گرفت و شروع به رشد کرد را مشخص کرد اما می‌توان با اطمینان گفت که ظهور مقاله‌ای [۹] توسط آندره خرنیکوف^۵ در سال ۱۹۹۹ تاثیری مهم بر رشد این علم نهاد. بنیادی‌ترین مسئله ای که در این مقاله و کارهای بعدی ایشان [۱۰] مورد توجه قرار گرفت نحوه مدل سازی نظریه اطلاعات با توجه به استانداردهای موجود در علوم اجتماعی بود. با این حال که این مفهوم تنها هدف علوم اجتماعی کوانتومی شناخته نمی‌شد، طبیعتاً قدم در مسیر اهدافی فراتر از توصیف و مدلسازی نظریه اطلاعات می‌گذاشت. نظریه اطلاعات، هسته اصلی بسیاری از علوم اجتماعی روز را تشکیل می‌داد و از جمله بارزترین آن علوم علم اقتصاد شناخته می‌شد که در آن، اطلاعات از جمله ورودی‌های اصلی مدل‌های فراوان قیمت گذاری‌ها بود. در فیزیک نیز توافقی گسترده راجع به ارتباطی تنگاتنگ میان اطلاعات و تابع موجی که هسته اصلی مکانیک کوانتومی است وجود داشت تا جایی که شلدون گلدشتاین، فیزیکدان معروف، نیز از اطلاعات در فیزیک تحت عنوان یک مفهوم ظهور یافته در فضا و چهارچوب مکانیک بوهمی یاد می‌کند [۱۱]. در این مسیر فیزیکدانان بسیاری تلاش در جهت تفسیر اطلاعاتی مکانیک کوانتومی کرده‌اند که عموماً تفسیری متفاوت با تفاسیر ذره ای و موجی موجود بود. این نوع تفاسیر مکانیک کوانتومی که در آن از اطلاعات به عنوان یک هسته اصلی و یک موجود غیر قابل تقلیل یاد می‌شد، راه را برای اعمال مکانیک کوانتومی در هر سیستم حاوی اطلاعات باز می‌کرد. با این حال، این ذهنیت که میوه و ثمره تفکر افرادی نظیر زیلینگر^۱، بومیستر^۲ [۱۲] و فاکس^۳ [۱۳] در میان دیگر آقایان بود و همچنان توسط اغلب فیزیکدانان مقبول واقع نشده بود، جایگاهی ارزشمند در میان عالمان و متفکران علوم اجتماعی یافته بود. گلدشتاین در کتاب خود درباره تفسیر اطلاعاتی تابع موج می‌فرمایند که اگر دیدگاه ما از تابع موج دیدگاهی چون اطلاعات باشد، آن گاه تابع موج ماهیتی از جنس متغیرهای ماکروسکوپی خواهد داشت. ایشان پس از آن می‌فرمایند که ماهیت ریاضیاتی تابع موج و هامیلتونی ناچارا به سطح میکروسکوپی حالت‌ها اشاره دارد. راه حل

⁵Andrei Khrennikov

¹Zeilinger

²Bouwmeester

³Christopher Fuchs

این مسئله سال‌ها پیش توسط لویی دوبروی^۴ در رابطه معروف بین خاصیت موجی و ذره‌ای اجسام مطرح شد. پس تابع موج با تمام خاصیت موجی بودن خود می‌تواند چنان تعبیر شود که ویژگی‌ها و رفتارهای ذره‌ای جسم مورد نظر را در خود جای دهد. تنها در این نوع تفسیر است که تابع موج نقشی از جنس اطلاعات می‌تواند به خود بگیرد. توضیحات بیشتر در این مورد همراه با ریاضیات مربوطه در فصل آینده آورده شده است. بنابراین با توجه به تعریف جامعی از علوم اجتماعی کوانتمومی که در صفحات پیش ارائه شد، اینک می‌توان با جزئیات دقیق تر راجع به اهداف علوم اجتماعی کوانتمومی سخن به میان آورد به طوری که هویت این علم بر شناخت تابع موج و اطلاعات موجود در آن همراه با مدلی مبنی بر ارتباط تابع موج، اطلاعات و ذره موردنظر بنا شده است. در فصل آینده به زبان تخصصی تر به مسائل مربوط به تابع موج و اطلاعات می‌پردازیم و در اینجا به توضیحی کیفی از این مفاهیم رضایت می‌دهیم. بر اساس آنچه گفته شد علوم اجتماعی کوانتمومی برخلاف فیزیک اقتصاد که از مدل‌های ریاضی و فیزیکی برای تفسیر و حل مسائل موجود در اقتصاد کمک می‌گرفت، به مسائلی فراتر از تنها اقتصاد می‌پردازد و شاید بتوان آن را به چند دسته و گروه کلی زیر نسبت داد:

(۱) قیمت گذاری دارایی‌های مالی

(۲) تصمیم‌گیری فرآیند شناختی

(۳) نظریه بازیهای کوانتمومی

(۴) مفاهیم علوم اجتماعی و جامعه‌شناسی

تمامی این گروه‌ها به تفصیل فراوان در مقاله آقای خرنیکوف [۱۴] آورده شده است. گروه اول که به مسائل مربوط به حوزه علم دارایی می‌پردازد مورد نظر این پایان نامه قرار دارد و بررسی دیگر گروه‌ها را به خواننده واگذار می‌کنیم.

۲.۱ ظهور پیچیدگی در اقتصاد و طرح مسئله

در بخش قبلی مروری بر سیر تکاملی علم دارایی انجام دادیم و توضیحی کلی بر شکل‌گیری علوم اجتماعی کوانتمومی جهت پاسخ‌گویی به مسائل روز ارائه دادیم. مقصود این بخش بیشتر متوجه تلاش در جهت شکل‌گیری طرح کلی از مسئله ای است که به دنبال پاسخ آن در این پایان نامه هستیم.

در مسیر گذر و ارتباط از مکانیک کوانتمومی به سوی مکانیک بوهمنی، جمله ریاضی ای به قسمت پتانسیل معادله هامیلتونی اضافه می‌شود که فیزیک دانان از آن تحت عنوان پتانسیل کوانتمومی یاد می‌کنند. در کارهای اخیر در حوزه‌ی علم دارایی در چارچوب علوم اجتماعی کوانتمومی به خصوص کارهای تجربی شکل گرفته توسط

⁴Louis de Broglie

اساتید هاون^۱ [۱۵] و جعفری^۲ [۱۶] از نقش پتانسیل کوانتمومی موجود در مکانیک بوهی در تحلیل و بررسی بازارهای مالی سخن‌های فراوان به میان آورده شده‌است. ایشان با تاکید بر این نکته که هماظور که افزایش ۱۰ برابری قیمت یک کالا طی مدت زمان یک روزبه دور از انتظار ذهن ما آدمیان است، گویی پتانسیل کوانتمومی حاکم بر بازار آن کالا محاسبه شده توسط داده‌های تاریخی روزانه قیمت آن کالا نیز با ایجاد سدی در مسیر قیمت آن کالا از افزایش و کاهش‌های نا معقول آن جلوگیری می‌کند. در کارهای بعدی آقایان جعفری و نصیری^۳ از نقش پتانسیل حاکم بر یک بازار به خوبی چهره برداری شد به نحوی که این پتانسیل کنترل دینامیک بازار را بر عهده داشت و با محدود کردن آن بازار از دسترسی آن به مناطق ممنوعه جلوگیری می‌کرد [۱۷] [۱۸]. سوالی که در اینجا می‌توان مطرح کرد این است که آیا پتانسیل کوانتمومی توانایی حمل بار مسئولیت ابزارهای مکانیک کلاسیک و مکانیک آماری در تحلیل و بررسی سری‌های زمانی بازارهای مختلف را دارد و اگر این چنین است تا چه میزان می‌توان به صحت نتایج آن اتکا کرد. با این حال که سوال مطرح شده سوالی بسیار گسترده‌است و پاسخ دادن به آن ورای از تحمل پایان نامه کارشناسی ارشد می‌باشد، ولی همچنان می‌توان با پاسخ دادن به میکروسوالات موجود در این زمینه قدم در تکمیل این پازل بزرگ برداشت. از جمله‌ی این میکروسوالات، می‌توان پرسید که آیا تعمیم دادن پتانسیل کوانتمومی و محاسبه پتانسیل کوانتمومی مشترک برای دو بازار نیز می‌تواند همانند پتانسیل یک بعدی خود بار معنایی محدود کردن فضای فاز قابل دسترس برای دو بازار را حمل کند و آیا از این مفهوم می‌توان به میزان همبستگی دو بازار در حضور یا عدم حضور دیگر بازارها دست یافت. برای درک اهمیت این موضوع بهتر است ابتدا به اتفاقات مربوط به سال‌های ۲۰۰۷-۲۰۰۸ پرداخت و بحران مالی آن دوره را با جزئیاتی مربوطه دنبال کرد.

”زمانی که موسیقی متوقف می‌شود، از نقطه نظر قابلیت تبدیل به نقدینگی، موضوعات بسیار پیچیده خواهدند شد. اما مادامیکه موسیقی نواخته می‌شود، باید بلند شوی و برقصی. ما همچنان در حال رقص هستیم.“ در قلب بحران مالی ۲۰۰۷-۲۰۰۸ وجود یک حباب در قیمت خانه در بازار مسکن تپش می‌کند. جمله پر معنای بالا از چارلز پرینس^۱ از این واقعه حکایت دارد که سرمایه داران بسیاری از گرانی بیش از حد و غیر منطقی سبدهای اوراق بهادرشان خبر داشتند و می‌دانستند که این حباب در زمان طولانی پایدار نخواهد بود، اما همچنان درماندن در بازار مقاومت می‌کردند. شاید وقوع چنین بحرانی در ذهنشان غیر واقعی و به دور از انتظار ظاهر می‌شد. چرا که تنها چند سال قبل در شروع هزاره سوم، حضور چنین حباب مشابهی باعث بالا رفتن و سقوط شدید قیمت سهام شرکت‌های الکترونیکی شده بود ولی باعث و دلیل وقوع بحران اقتصادی به صورت گسترده

¹Emmanuel Haven

²G.Reza Jafari

³Sadollah Nasiri

¹Charles Price

نشده بود. پس سوال اصلی این است که چگونه وجود حباب در بازار مسکن در سال ۲۰۰۸ باعث بحران مالی به آن شدت در سطح جهانی شد. پاره‌ای از جواب‌ها در توسعه‌های خود بخش علم مالی در آن سال‌ها نهادینه شده‌است. یکی از این توسعه‌ها تبدیل رهن خانه‌ها به اوراق بهادر بانکی و استفاده از آن برای پشتوانه‌ای جهت دادن وام‌های کم بهره به مردم بود. به مقدار ارزش روزانه خانه‌ها اوراق بهادر موجود بود و بزرگ‌تر شدن حباب در قیمت خانه‌ها روز به روز ریسک موجود در بانک‌ها را به نحو غیر قابل پیش‌بینی افزایش می‌داد. زمانیکه ضررهای این اوراق بهادر و وام‌های مسکن بانک‌ها به فاز احتکار نقدینگی وارد شد، شرکت‌های بزرگ آمریکا شروع به یافتن مشکلات بزرگ و جدی کردند. اولین جرقه‌های این بحران در مارس سال ۲۰۰۸ با ورشکستگی شرکت بر استرنز^۲ و فروخته شدن آن به شرکت جی پی مورگان^۳ بود. در ۱۵ سپتامبر ۲۰۰۸ شرکت برادران لیمان^۴ اعلام ورشکستگی کردند که به خودی خود از بزرگترین عواقب بحران‌های مالی تاریخ به شمار می‌رود. یک روز پس از آن شرکت بزرگ بیمه‌ای آی جی^۵ اعلام کرد که خسارات سنگینی به شرکت وارد شده و بدون کمک بانک مرکزی آمریکا ورشکسته خواهد شد. با این حال با توجه به روایت گفته شده و خسارات محاسبه شده توسط صندوق مالی بین‌المللی که حدود ۲۰۰ میلیارد دلار تخمین زده بود، این بحران از مجموعه بحران‌های خفیف به حساب می‌آمد اگر ماجرا در همینجا ختم می‌شد و خسارات در همین شرکت‌های اصلی در آمریکا باقی می‌ماند.

اما چیزی که در واقعیت اتفاق افتاد پس از شکست برادران لیمان این بحران قدم در میادین بین‌المللی گذاشت و تبدیل به یک بحران جهانی شد. به طوری که بليچارد^۶ میزان خسارات وارد در سطح اقتصاد جهانی در این بازه زمانی را به بیش از ۲۶ تریلیارد دلار تخمین زد که مقداری بیش از صد برابر میزان خسارات اولیه وارد به سبب وام‌های مسکن و اوراق بهادر داشت. یکی از دلایل وقوع چنین اتفاق سهمگینی وجود شبکه‌های بین‌بانکی در سطح جهانی بود که در آن بین هر دو بانک ارتباطی از جنس وام‌های بین‌بانکی وجود داشت که در اکثر آنها به جز دو بانک مورد نظر کس دیگری از وجود و میزان چنین وام‌هایی خبر نداشت. با توجه به دانش امروزه از علم شبکه به خوبی می‌توان میزان همبستگی بین دو بانکی را محاسبه کرد که در این شبکه حضور دارند ولی با هم ارتباط مستقیمی ندارند و دریافت که غیر صفر بودن مقدار این همبستگی به دور از انتظار نیست. طبق داده‌های موجود از این شبکه که یکی از آنها شاخص لایبور^۷ می‌باشد، میزان تمایل بانک‌ها به وام دادن و گرفتن از یکدیگر درست قبل از شکست برادران لیمان در سال ۲۰۰۸ به بیشینه مقدار خود در طول تاریخ رسیده بود و این به معنای آن است که همبستگی میان اعضای آن افزایش چشمگیری یافته بود. دلیل دیگر برای جهانی شدن این

²Bear Stearns Co.

³JPMorgan Chase Co.

⁴Lehman Brothers Co.

⁵American International Group Insurance

⁶Blichard

⁷LIBOR: The London Inter-Bank Offered Rate

بحران غفلت از هم بسته بودن بازارهای کالا و بازارهای بورس بود. در بازه زمانی تحقق بحران ۲۰۰۸، شاخص S&P500 که ناقوسی از اقتصاد ایالات متحده آمریکا به شمار می‌رفت تقریباً نیمی از ارزش خود را از دست داد. با توجه به وجود همبستگی ای میان شاخص بازارهای مختلف در نقاط مختلف جهان که امروزه قابل هضم تر از دهه گذشته است، با سقوط بزرگترین عضو این شبکه، انتظاری جز سقوط دیگر اعضا در ذهن نمی‌گنجد. امروزه مفهوم وجود همبستگی میان دو بازاری که در ظاهر هیچ ارتباطی با یکدیگر ندارند، جای بیشتری در ذهن ما آدمیان نسبت به نسل‌های گذشته دارد و مشاهده‌ی چنین امری تعجب و کنجدکاوی کمتری میان نسل جدید بر می‌انگیزد. اما همچنان با توجه به مطالب گفته شده، تشخیص میزان همبستگی میان اعضا به سادگی بدون ابزارهای علمی قابل مشاهده نیست. در علم کلاسیک و در چارچوب فیزیک آماری توابع بسیار دقیق برای محاسبه‌ی این همبستگی وجود دارد و اتفاق آرایی میان عالمان این حوزه در تفسیر نتایج این توابع به صورت گسترده وجود دارد. در بخشی از این پایان نامه می‌خواهیم نشان دهیم که چگونه با استفاده از پتانسیل کوانتمی می‌توان میزانی برای همبستگی بین دو بازار یافت. از دیگر ویژگی‌های آماری به کار رفته در علم دارایی تشخیص ریسک یک سری زمانی با استفاده از ابزارهای فیزیک آماری همچون واریانس است. در بخش بعدی پایان نامه نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از پتانسیل کوانتمی می‌توان مفهومی چون ریسک را به موازات مفهوم آن در فیزیک آماری تعریف کرد و پس از آن قدم به قدم در مسیر ساخت یک ابزار کامل در کنار فیزیک آماری برای تحلیل و بررسی سری‌های زمانی در قسمت‌های مختلف علم دارایی حرکت کرد.

۳.۱ تاریخچه

منطق و اساس الگوهای شبکوانتومی^۱ بر این مفهوم استوارند که دستگاه ریاضیاتی مکانیک کوانتوم لزوماً مخصوص چهارچوب فیزیک کوانتومی نیست و کلاس کاربرد وسیع تری را در بر دارد. درست همانطور که ریاضیات و معادلات دیفرانسیلی که برای خدمت به مکانیک نیوتونی توسعه یافته بود، در زمینه های گسترده دیگری چون مهندسی، بیولوژی و اقتصاد نیز به کار گرفته شد. به همین ترتیب، با این حال که ریاضیات مکانیک کوانتوم برای توصیف پدیده هایی در جهان میکروسکوپی توسعه یافت، می توان آن را برای حل مسائلی خارج از فیزیک نیز به کار برد. مهمترین ویژگی جداگانه‌ی مکانیک کوانتومی از همتایان خود استفاده از دامنه‌ی احتمالاتی مختلط^۲ در آن است. در این نظریه، احتمالات قابل مقایسه با نتایج تجربی با استفاده از قانون بورن^۳، مرتع قدر مطلق تابع موج، در مختصات مورد نظر به دست می آید. از آنجایی که توابع موج در فضای غیر واقعی هیلبرت^۴ زندگی می کنند، دیدگاهی غیر معمول به این نظریه نسبت می دهند و مرجع این رفتار را غیر معمول بودن خود سیستم‌های کوانتومی می دانند. خواص غیر طبیعی مکانیک کوانتومی سبب ایجاد این ذهنیت شده است که برای سیستم‌های معمولی کارایی ندارد. برای مثال توصیف کارایی مغز به زبان مکانیک کوانتوم به مشکلاتی چون تفاوت در مقیاس های زمانی و مکانی می انجامد. برای رهایی از این گونه مشکلات ناچارن می باشد مقیاس‌های موجود را به سمت مقیاس‌های کوانتومی کاهش داد. این نوع کاهش گرایی^۵ از نظر آقای خرنیکوف برای کاربرد این نظریه در زمینه های مختلف خارج از فیزیک ضرورت ندارد [۱۹]. طی ۷۰ سال گذشته جدال های بسیاری میان فیزیکدانان بزرگ به منظور یافتن منشاء تصادفی بودن مکانیک کوانتوم^۶ و تقلیل آن به سمت تصادفی کلاسیک(آنسامبلی)^۷ صورت گرفته است. برای مثال در دیدگاه آقای فون نویمن^۸ تصادفی بودن در مکانیک کوانتوم غیر قابل کاهش است، در حالیکه از نظر اینشیتین مکانیک کوانتومی کشفی از یک چارچوب خاص ریاضیاتی است که توصیفی ناکامل از نمایش اطلاعات از میکروسیستم‌ها دارد. در راستای این جدال ها محوریت تلاش‌ها در جهت استفاده از ریاضیات مکانیک کوانتوم در خارج از فیزیک همچون بیولوژی، فرایند شناختی و اقتصاد در جهت کاهش مقیاس‌های فرایند مورد نظر به سمت یک فرایند کوانتومی شکل می گرفت و تمامی این تلاش‌ها بر این مفهوم استوار بود که هرچیزی در این دنیا از ذرات کوانتومی تشکیل شده است. به همین جهت تفاوت بسیاری در مقیاس‌های مدل‌های کوانتومی و مدل‌های ماکروسکوپی مشاهده می شد و ایجاد تناظری طبیعی میان آن دو بسیار

¹quantum-like

²Complex probability amplitude

³Born

⁴Hilbert space

⁵Reductionism

⁶quantum randomness

⁷Classical ensemble randomness

⁸von neumann

دشوار بود. با این حال که مکانیک کوانتومی در تفسیر طبیعت در میان فیزیکدانان حاوی مشکلات فراوانی بود و هم اکنون نیز مسائل حل نشده فراوانی چون غیر-محلی^۱ و مرگ واقعیت^۲ در میان دیگر مشکلات وجود دارد، استفاده از این واژه در خارج از فیزیک به خصوص در علوم اجتماعی و روانشناسی به شدت محبوب شد تا جایی که آقای خرنیکوف نوشتند: "ترس از ناکامل پنداشتن این نظریه نداشته باشد و همچنان به دنبال کاربردهای کوانتوم خارج از فیزیک باشد".

در این قسمت به تاریخچه مدلی که توسط اولگا چوستووا^۳ و آندره خرنیکوف در تحلیل بازارهای مالی ارائه شد، [۲۰-۲۷] می‌پردازیم. ایشان با به کارگیری ابزار مکانیک کوانتوم به مدلسازی ریاضیاتی دینامیک قیمت‌ها در بازارهای مالی پرداختند. چوستووا در مقاله خود نوشت که عوامل مالی-رفتاری (همچون انتظارات معامله‌گران) در تفسیر بوهمی مکانیک کوانتومی بهتر قابل توصیف است. در نظریه توسعه بازارهای مالی در چارچوب مکانیک بوهمی، مسیر قیمت‌ها توسط دو پتانسیل تعیین می‌شوند: پتانسیل کلاسیکی ($V(t, q)$) (که نمایانگر شرایط "سخت" بازار همچون منابع طبیعی) و پتانسیل کوانتومی ($U(t, q)$) (که نمایانگر شرایط "نرم" بازار همچون شرایط رفتاری بازار). این نظریه‌ی بوهمی از طرفی یک نظریه شبه کوانتومی برای بازارهای مالی است و کارهای آقایان سگال و سگال^۴ [۲۸]، باقی^۵ [۲۹، ۳۰]، هاون [۳۱-۳۶]، پیاتروفسکی^۶ [۴۳-۴۷] و غیره را در بر می‌گیرد. از طرفی دیگر به خاطر وجود مسیر قیمت برای تک تک اجزا (به سبب قطعی بودن^۷ نظریه‌ی بوهمی) کارهای بسیاری را در زمینه‌ی دینامیک قطعی بازارهای مالی دربر می‌گیرد. [۴۴-۴۹]

فرضیه‌ی بازارهای کارآمد:

در اقتصاد و نظریه‌های مالی، تحلیل گران از نظریه‌های تصادفی برای قیمت کالاهای استفاده می‌کردند. این تحلیل‌گران در تحلیل‌های خود مبنای را بر این فرضیه می‌گذارند که سرمایه‌گذاران منطقی رفتار می‌کنند و کالاهای خود را بر اساس انتظاراتی که از آینده آن‌ها دارند خریداری می‌کنند. در این شرایط تمامی اطلاعات موجود بر قیمت یک کالا تاثیر می‌گذارند و قیمت زمانی تغییر می‌کند که اطلاعات جدیدی به وجود آید. این مسیر با کارهای آقای بچلیر [۲]^۸ در سال ۱۸۹۰ شروع شد و در سال ۱۹۶۰ با کارهای آقایان ساموئلسون^۹ [۵۰، ۵۱] و فاما^{۱۰} [۵۲] به فرضیه بازارهای کارآمد معروف شد. شکل کامل آن را می‌توانید در کتاب آقایان متگنا^{۱۱}

¹Non-Locality

²Death of realism

³Olga Choustova

⁴Sega & Segal

⁵Baaquie

⁶Piotrowski

⁷Deterministic

⁸Bachelier

⁹Paul Samuelson

¹⁰Fama

¹¹Mantegna

استنلی^۶ [۵۳] و همچنین شیارف^۷ [۵۴] مطالعه بفرمایید. در این فرضیه، بازاری کارآمد خوانده می‌شود که اطلاعات جدید مورد دسترس به صورت آنی تاثیر خود را بر قیمت کالاهای آن بازار بگذارد. پس بنا به تعریف بازار کارآمد به سبب تاثیرگذاری آنی اطلاعات در قیمت کالاهای، در آن فرصت‌های سودآور بهره برداری وجود ندارد. اگر این جمله درست باشد، معامله کردن در بازار سرمایه تنها یک بازی شانس است. اما خریداران همواره کالاهایی را می‌خرند که امید به سودآوری در آنان دارند. پس اگر قیمت‌ها در بازارهای کارآمد بازتاب کننده تمامی اطلاعات موجود باشد، خریداران این اطلاعات ممتاز خود را از کجا می‌آورند؟ همچنین قیمت‌ها در بازارهای مالی، رفتاری تصادفی دارند یا رفتاری مشخص شده؟ دست یافته‌های جدید اقتصادی گواه بر قابل پیش‌بینی بودن بازارهای مالی تا حدود مشخصی می‌باشند. عوامل متعددی می‌توانند این مسیر را هموار تر کنند. عواملی چون وجود اصطکاک در بازارهای جهانی، وجود اختلاف‌های زمانی، تغییر شرایط مدیریتی و... به پیش‌بینی فرصت‌های سودآور کمک می‌کنند. شاید این مقدار از قابل پیش‌بینی بودن نیاز باشد تا سرمایه‌گذاران در خرید و فروش‌های خود مستاقانه‌تر عمل کنند. این عوامل گواه بر آن اند که سرمایه‌گذاران به صورت کاملاً منطقی عمل نمی‌کنند و ریسک پذیری آنان باعث به وجود آمدن اطلاعاتی تصادفی در سیستم می‌شود. این اطلاعات به صورت تصادفی ظاهر می‌شوند و بر قیمت کالاهای به صورت تصادفی تاثیر می‌گذارند. وجود چنین اطلاعات تصادفی همانطور که در بخش ۱. ۱ توضیح دادیم، به شکل گیری پژوهش در دو حوزه مالی-رفتاری و اقتصادی-رفتاری انجامید. در این حوزه‌ها به تحلیل و بررسی رفتارها و انتخاب‌های انسانی و تاثیرات آن بر سیاست‌های قیمت‌گذاری می‌پردازند. از دهه ۹۰ به بعد، پس از شکل گیری تجارت الکترونیک، علاوه بر این اطلاعات "سخت" اقتصادی همچون منابع طبیعی، ساخت و ساز کارخانجات و...، اینک اطلاعاتی از جنس "ترم" که حاصل رفتار-شناسختی مجموعه انسان‌ها بود، نیز تاثیر خود را بر بازارهای مالی نشان می‌داد. اولکا چوستووا در رویکرد جدید خود برای تحلیل بازارهای مالی فرض کرد که سرمایه‌گذاران کاملاً منطقی رفتار نمی‌کنند اطلاعات تصادفی روی قیمت‌های کالاهای تاثیر می‌گذارند. در این رویکرد، اطلاعات راجع به بازارهای مالی (شامل انتظارات افراد و سرمایه‌گذاران) توسط یک میدان اطلاعاتی (t, q) ^۸ توصیف می‌شود. این میدان در مسیری مشخص تحول می‌یابد و معادله تحول آن توسط معادله شروдинگر توصیف می‌شود. وی در مدل خود از نظریه مکانیک بومی برای شبیه سازی دینامیک قیمت‌ها در بازارهای مالی استفاده کرد [۵۵-۵۶]. سپس از همیلتونی کلاسیکی برای توصیف تحول کلاسیکی قیمت‌ها استفاده کرد و این دینامیک کلاسیکی را حاصل شرایط "سخت" مالی دانست. این شرایط سخت به علاوه رابطه‌های سخت میان معامله گران توسط یک پتانسیل کلاسیکی به صورت ریاضیاتی شرح داده می‌شدند. وی اضافه کرد که در یک بازار واقعی مالی قیمت‌های کالاهای تنها توسط پتانسیل کلاسیکی کنترل نمی‌شوند و اطلاعات و روانشناسی بازار نیز نقش مهمی را در تغییرات قیمت‌ها ایفا می‌کنند. چوستووا توضیح داد

⁶Stanley⁷Albert Shiryaev

که اینگونه عامل‌ها که به عوامل "نرم" شناخته می‌شوند، توصیف خوبی در نظریه‌ی مکانیک بوهمی دارند. پس در این مدل مسیرهای مشخص شده قیمت‌ها توسط دو پتانسیل کلاسیکی ("سخت") و پتانسیل کوانتمی ("نرم") تعیین می‌شوند. مدل شبه کوانتمی چوستورا به شدت از نظریه انعطاف پذیری جرج سوروس انگیزه گرفته است. سوروس در کتاب خود نوشته است که بازار بدون روان توسط افت و خیزهای کلاسیکی تحول می‌یابد و این افت و خیز‌ها نمی‌توانند دلیلی بر وجود روان در آن بازار باشند. وی پیشنهاد داد که از نظریه‌های غیر کولموگوفی همچون مکانیک کوانتمی برای توصیف روان بازارها کمک بگیرند. با توجه به گفته‌های سوروس، معامله گران بازارهای مالی به خاطر وجود حق انتخاب آزادانه‌ای که دارند به صورت تصادفی عمل می‌کنند و مجموعه زیادی از این اراده‌های آزاد که به ظهور یک پیچیدگی در بازار می‌انجامند، قابلیت توجیه توسط افت و خیزهای کلاسیکی ندارد.

کاربرد این نظریه در بازار با استفاده از داده‌های تجربی واقعی اولین بار توسط آفای طهماسبی و همکارانش [۱۶] در سال ۲۰۱۵ مورد ارزیابی قرار گرفت. در این مقاله نحوه‌ی محاسبه‌ی پتانسیل کوانتمی با استفاده از داده‌های تجربی موجود از بازارهای بورسی معرفی شد و از نقش این پتانسیل در مسیر تحول دینامیک یک بازار به خوبی چهره برداری شد. پس از ایشان، آقای هاون موثر واقع شدن این مدل را برای بازارهای کالا نیز در مقاله خود به چاپ رساند [۵۷]. اما تلاش‌ها برای فهمیدن همه‌ی جانبه‌ی این تابع ریاضیاتی به اینجا ختم نشد. آفای نصیری و همکاران [۱۷ ، ۱۸] تعبیری از پتانسیل دو بعدی حاکم بر سود و حجم بازار سرمایه ارائه دادند و به خوبی نتایج بدست آمده از آن را با انتظارات موجود مقایسه کردند. در این کار پتانسیل دو بعدی برای یک بازار محاسبه می‌شد و این پتانسیل تابع متغیرهای سود و حجم معاملات بود. با الهام گیری از این سری کارهای تجربی انجام شده در پنج سال گذشته، در این پایان‌نامه میخواهیم نشان دهیم که چگونه با تعمیم این پتانسیل کوانتمی برای تعداد بیشتری از بازارها می‌توان به خواص آماری بازارها در حضور یکدیگر دست یافت.

در فصل بعدی به مبانی ریاضیاتی مورد نیاز برای محاسبه پتانسیل کوانتمی مشترک برای دو بازار خواهیم پرداخت و در فصول بعدی نشان خواهیم داد که این پتانسیل حاوی چگونه اطلاعاتی می‌تواند باشد و برای خارج کردن این اطلاعات چه قدم‌هایی را می‌بایست برداشت.

فصل ۲

مبانی ریاضیاتی مورد نیاز

در فصل قبل از حضور پتانسیلی غیر کلاسیکی در چارچوب مکانیک بوهمی سخن گفتیم و به تاریخچه‌ی کاربردی این پتانسیل در تحلیل و بررسی بازارهای مالی پرداختیم. در این فصل به مبانی ریاضیاتی مورد نیاز برای استخراج این پتانسیل از دل مکانیک کوانتمی می‌پردازیم و پلی ارتباطی میان مفاهیم فیزیکی و مفاهیم اقتصادی-دارایی ایجاد می‌کنیم.

هایلی^۱ نزدیک‌ترین همکار دیوید بوهم در توصیف کارهای بوهم می‌گوید که تلاش‌های بوهم در جهت کسب خواص کلاسیکی جهان در چارچوب مکانیک کوانتمی صورت می‌گرفت. هایلی با اشاره به تکانه کوانتمی همچون تابعی قابل تعریف از متغیرهای مکان و زمان نتیجه می‌گیرد که در حضور پتانسیل کوانتمی آنسامبلی از مسیرهای مختلف برای ذره وجود دارد و در عدم حضور این پتانسیل یک تک مسیر کلاسیکی برای ذره قابل تعریف است. فرمالیسم ریاضیاتی مکانیک بوهمی به سادگی قابل محاسبه است و در کتاب هالند^۲ با جزیيات کامل آورده شده است. مطابق با این کتاب، تابع موج را همانند هر عدد مختلط دیگری می‌توان در دستگاه قطبی به صورت زیر نمایش داد:

$$\psi(q, t) = R(q, t)e^{i\frac{S(q, t)}{\hbar}}. \quad (1.2)$$

در معادله ۱.۲ $R(q, t)$ قسمت حقیقی تابع موج است که با قدر مطلق تابع موج برابر است: $| \psi(q, t) |$ و قسمت موهومنی یا فاز تابع موج با $S(q, t)$ مشخص می‌شود. تابع موج ψ ، تابع مختلطی از مکان و زمان است

¹Hiley

²Holland

که در معادله‌ی شرودینگر که به صورت زیر برای همگان آشناست، صدق می‌کند.

$$i\hbar \frac{\partial \psi(q,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} + V(q,t)\psi(q,t). \quad (2.2)$$

اگر تابع موج نمایش داده شده در دستگاه قطبی معادله ۱.۲ را در معادله‌ی شرودینگر قرار دهیم، سمت چپ معادله‌ی شرودینگر به صورت زیر در می‌آید.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\hbar \left(\frac{\partial R}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} \right) = i\hbar \frac{\partial R}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} - R \frac{\partial S}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}}. \quad (3.2)$$

برای بدست آوردن سمت راست معادله‌ی شرودینگر، ابتدا $\frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2}$ و سپس $\frac{\partial \psi}{\partial q}$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\partial \psi}{\partial q} = \frac{\partial R}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} + \frac{i}{\hbar} \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + \frac{\partial R}{\partial q} \frac{i}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} - \frac{R}{\hbar^2} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 e^{i\frac{S}{\hbar}}, \quad (5.2)$$

که پس از ساده‌سازی‌های لازم، معادله‌ی شرودینگر به صورت زیر در می‌آید:

$$i\hbar \frac{\partial R}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} - R \frac{\partial S}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial^2 R}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} + 2 \frac{i}{\hbar} \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} - \frac{R}{\hbar^2} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 e^{i\frac{S}{\hbar}} \right] + V\psi. \quad (6.2)$$

با ضرب طرفین در $e^{-i\frac{S}{\hbar}}$ و جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی معادله شرودینگر به معادلات زیر میرسیم، که قسمت موهومی آن به صورت:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{-1}{2m} \left[2 \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} + R \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} \right] \quad (7.2)$$

و ساده سازی بیشتر:

$$2R \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{-1}{2m} \left[2R^2 \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} + 2RR \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} \right] \quad (8.2)$$

که در نهایت به معادله زیر میرسیم:

$$\frac{\partial R^2}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial q} \left(R^2 \frac{\partial S}{\partial q} \right). \quad (9.2)$$

معادله‌ی ۹.۲ به معادله پیوستگی نیز معروف است و مشاهده‌ی این امر با در نظر گرفتن اینکه $|ψ|^2$ امری واضح می‌باشد. قسمت حقیقی معادله شرودینگر نیز به سادگی به ساده سازی لازم به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 + \left(V - \frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} \right) = 0. \quad (10.2)$$

معادله‌ی ۱۰.۲ با در نظر گرفتن حد کلاسیکی $\langle \rangle_{\frac{\hbar^2}{2m}}$ به معادله همیلتون-ژاکوبی تبدیل می‌شود. بوهم جمله‌ی $\frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2}$ در معادله ۱۰.۲ را پتانسیل کوانتمی خواند و با استفاده از این تغییر به تفاسیر نظریه خود پرداخت. با توجه به گفته‌های هایلی در باب اینکه میزان قطعی بودن و غیر قطعی بودن مکانیک بوهمی توسط صفر و غیر صفر بودن پتانسیل کوانتمی به ترتیب مشخص می‌شود، و با توجه به مفاهیم شرایط کلاسیکی سخت و شرایط کوانتمی نرم مطرح شده در دیدگاه آقای چوستوفا، می‌توان به این امر تاکید داشت که پتانسیل کوانتمی در معادله ۱۰.۲ نقشی چون کنترل روان بازار را بر عهده دارد. این نقش همان نقشی است که آقای سوروس تاکید مهمی بر چهره برداری از آن داشت. در فصل بعد با استفاده از همین پتانسیل کوانتمی به بررسی و مطالعه بازارهای همبسته خواهیم پرداخت و مشخص خواهیم کرد که چگونه پارامترهای موجود در این پتانسیل قابل تفسیر در زبان بازارهای مالی خواهند بود. برای فهم بهتر این موضوع همچنان با ما در ادامه مسیر همراه باشید.

فصل ۳

تعمیم پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای همبسته

در فصل قبل با کمک تبدیل دستگاه مختصات و معادله شرودینگر توانستیم به فرمول بندی مکانیک بوهی دست یابیم و به معادلات ۹.۲ و ۱۰.۲ که به ترتیب معادلات پیوستکی و همیلتون-ژاکوبی معروف اند دست یابیم. در این فصل با تمرکز بر معادله هامیلتون ژاکوبی و به خصوص جمله پتانسیل کوانتومی موجود در آن تلاش در جهت تحلیل همبستگی میان بازارهای مالی خواهیم داشت. شکل کلی معادله همیلتون-ژاکوبی در فیزیک به صورت زیر برای همگان آشناست.

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H \left(q_1, \dots, q_n; \frac{\partial S}{\partial q_1}, \dots, \frac{\partial S}{\partial q_n}, t \right) = 0. \quad (1.3)$$

با مقایسه معادله ۱.۳ و ۱۰.۲ میتوان دریافت که $H = \frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 + \left(V - \frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} \right)$ و $\left(V - \frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} \right)$ در نقش جملات انرژی جنبشی و پتانسیلی هامیلتونی قرار دارند. بنابراین گذاشتن اسم پتانسیل بر روی جمله $\frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2}$ - توسط بوهی چندان به دور از ذهن نیست و از این بعد این جمله را با Q نشان خواهیم داد $Q = -\frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2}$. برای محاسبه پتانسیل کوانتومی Q ابتدا نیاز است که متغیرهای موجود در این جمله را به دقت شناخت. R که همان قسمت حقیقی تابع موج است و نقشی چون تابع توزیع q را بر عهده دارد، را می‌توان با داشتن متغیر مستقل q محاسبه کرد. \hbar نیز کمیتی ثابت و مستقل است و تنها در نقش مقیاس پتانسیل ظاهر می‌شود. پس تنها با داشتن دو متغیر m و q می‌توان پتانسیل مربوطه را محاسبه کرد. m در فیزیک در نقش جرم ذره ظاهر می‌شود و با اینکه جرم در ذهن شنوندگان مفهوم بسیار آشناست، در مفاهیم بنیادی فیزیک نسبت دادن تفسیری دقیق به این متغیر کار بسیار دشواری است. با این حال افراد بسیاری سعی در تفسیر این متغیر در قلب بازارهای مالی داشته اند. آقای چوستووا از جرم در بازارهای مالی به تعداد سهم‌های منتشر شده یک عضو در بازار مورد نظر یاد می‌کند به طوری که کل ارزش مالی سهم‌های منتشر شده با قیمت p از عضو زام برابر با

$m_j p_j$ است. میزان اهمیت مشخص کردن دقیق این متغیر در محاسبه پتانسیل های مشترک دو و تعداد بیشتر بازار محسوس تر خواهد بود. در این بخش که به بررسی پتانسیل یک بعدی برای یک بازار میپردازیم، جرم یک بازار درست همانند \bar{h} در مقیاس پتانسیل نقش دارد و تاثیری در شکل کلی پتانسیل نخواهد داشت. پس برای محاسبه پتانسیل کوانتموی یک بازار تنها به تعیین متغیر q نیاز داریم و بسته به نیاز این متغیر می تواند مقادیر مختلفی چون سود و زیان، حجم مبادلات و غیره را در بر گیرد.

۱.۳ پتانسیل کوانتموی حاکم بر سود و زیان یک بازار

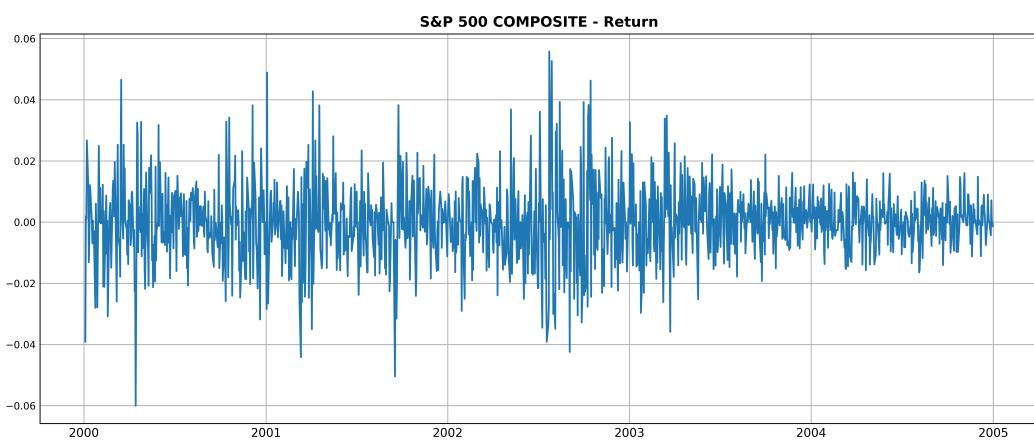
فرض کنید که میخواهیم پتانسیل کوانتموی حاکم بر سود و زیان بازار S&P500 را در بازه های مختلف محاسبه کنیم. برای شروع داده های قیمتی این بازار را برای بازه ۵ ساله بین سال های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ را بدست می آوریم. نمودار این سری زمانی در شکل ۱.۳ آورده شده است. همانطور که در شکل ۱.۳ پیداست، به دلایل و اتفاقات مالی فراوانی بازه قیمتی این شاخص نوسان زیادی داشته و بیننده درک درستی از داده های قیمتی و پول محلی محاسبه شده توسط شاخص را ندارد. برای حل این مشکل، معمولن پیشنهاد می شود که داده های لگاریتمی سود و زیان یک بازار از روی داده های قیمتی آن محاسبه شود و به جای استفاده از قیمت در محاسبه پتانسیل کوانتموی، زین پس از داده های لگاریتمی سود و زیان آن ها استفاده شود. سود و زیان لگاریتمی توسط معادله زیر قابل محاسبه است. در این معادله $r(t)$ سود در مقیاس زمانی τ نسبت به زمان t است.

$$r(t) = \ln(Price(t + \tau)) - \ln(Price(t)) \quad (2.3)$$

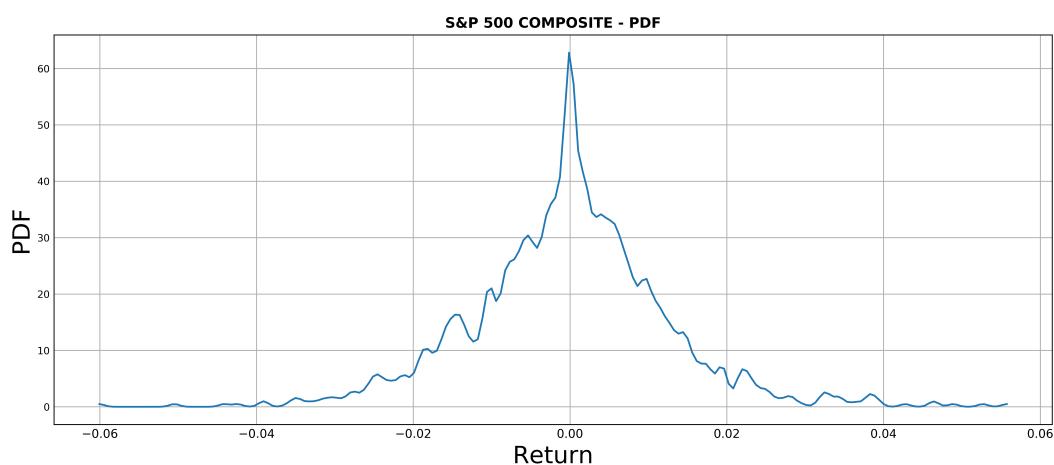
شکل ۲.۳ نمودار سود لگاریتمی روزانه را برای داده های قیمتی شکل ۱.۳ نشان می دهد. با توجه به این که داده های موجود در شکل ۲.۳ بر حسب درصد جایگذاری شده اند، خواننده های مختلف به اتفاق آرا می توانند راجع به تک تک نقاط موجود در نمودار با یک زبان صحبت کنند. برای محاسبه پتانسیل کوانتموی حاکم بر سود و زیان بازار S&P500 در بازه مشخص شده تنها یک قدم باقیست و آن هم محاسبه تابع توزیع $r(t)$ که همان پارامتر R موجود در معادله ۲.۳ است. برای محاسبه این پارامتر از کتابخوانه سای پای موجود در زبان پایتون کمک میگیریم. اگر برای داده های سود موجود در شکل ۲.۳ تابع توزیع رسم کنیم به شکل ۳.۲ میرسیم.



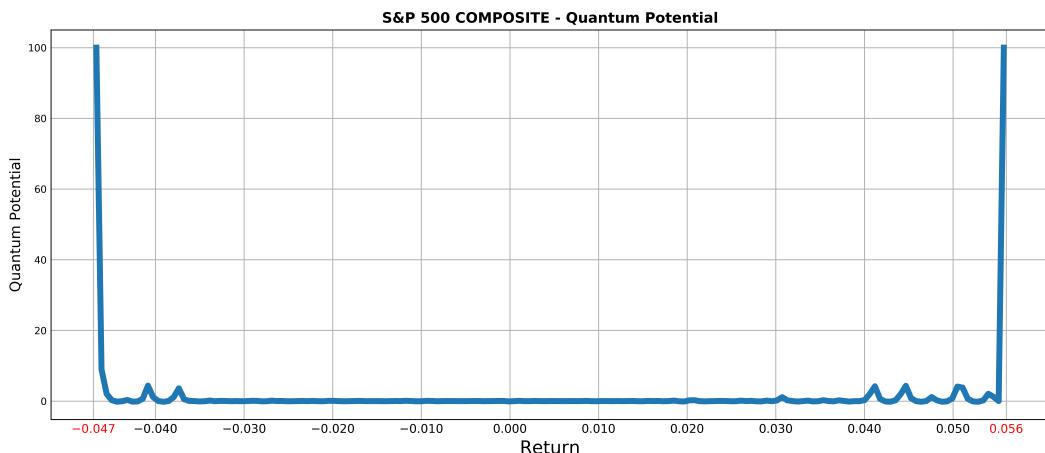
شکل ۱.۳: سری زمانی قیمت شاخص S&P500



شکل ۲.۳: سری زمانی سود شاخص S&P500

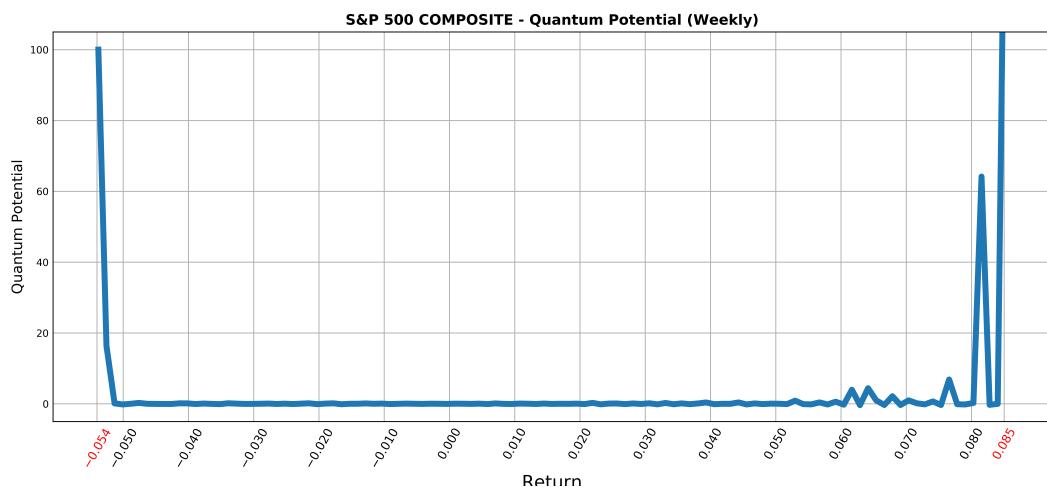


شکل ۳.۳: تابع توزیع احتمال سود شاخص S&P500

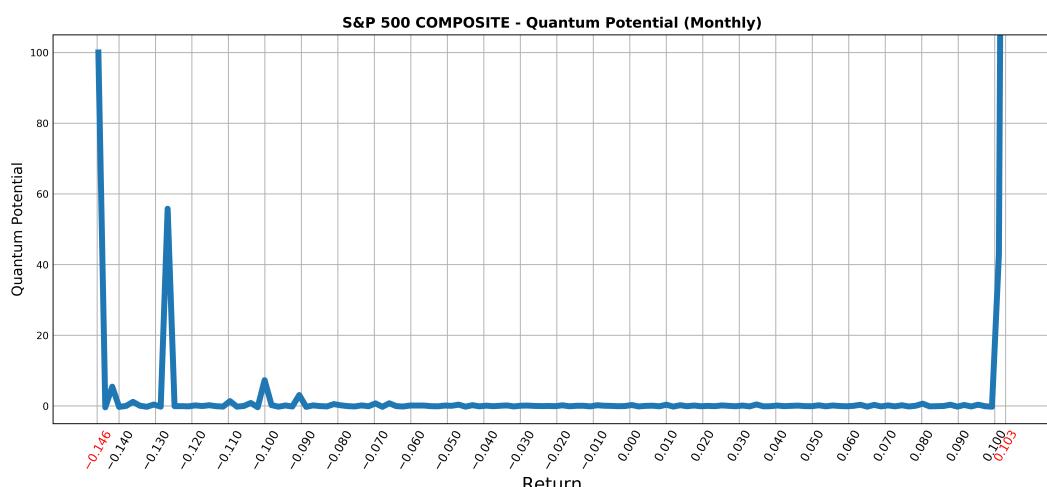


شکل ۴.۳: پتانسیل کوانتموی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500

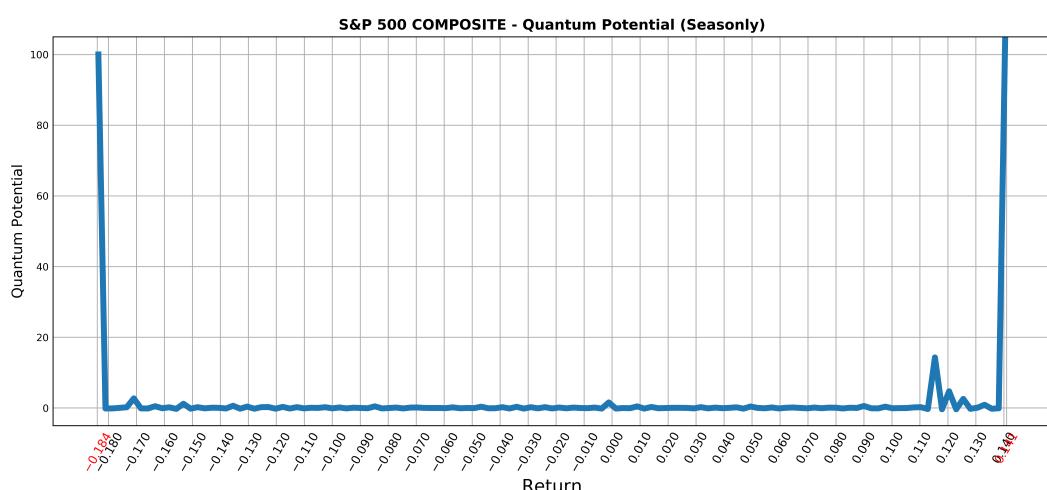
اینک با داشتن پارامتر R می توان برای محاسبه پتانسیل کوانتموی Q اقدام کرد. در مسیر این محاسبه تنها کافیست از داده های مربوط به تابع توزیع متغیر r دوبار نسبت به r مشتق بگیریم و نتیجه نهایی را بر خود تابع توزیع، R ، تقسیم کنیم. برای این کار از کتابخوانه های سای پای و نام پای موجود در زبان برنامه نویسی پایتون کمک میگیریم. شکل ۴.۳ رفتار پتانسیل کوانتموی حاکم بر بازار S&P500 را برای بازه ۵ ساله بین سال های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ نشان می دهد. همانطور که در ۴.۳ پیداست محور افقی بیانگر میزان سود بازار S&P500 و محور عمودی بیانگر اندازه ی پتانسیل کوانتموی حاکم بر این بازار در مقادیر مختلف مورد نظر سود است. خواننده با دید اول شهودی نسبت به حضور دو دیواره ی پتانسیلی بزرگ در انتهای مقادیر مثبت و منفی سود پیدا خواهد کرد. حضور این دو دیواره حاکی از آن است که نیرویی درست مشابه نیروی پتانسیل کوانتموی در مکانیک بوهمنی در این بازه ۵ ساله از تخطی های سود و زیان بازار S&P500 از مقادیری خاص ممانعت می کند. این مقادیر در شکل با علامت قرمز مشخص شده و همان جاییست که مقدار پتانسیل بسیار بزرگ تر از دیگر مقادیر خود است. شکل ۴.۳ پتانسیل کوانتموی حاکم بر داده های روزانه شاخص بازار S&P500 است و در شکل های [۷.۳-۵.۳] همین پتانسیل را برای داده های هفتگی، ماهانه و فصلی میتوان یافت.



شکل ۵.۳: پتانسیل کوانتمومی حاکم بر داده های هفتگی بازار S&P500



شکل ۶.۳: پتانسیل کوانتمومی حاکم بر داده های ماهانه بازار S&P500



شکل ۷.۳: پتانسیل کوانتمومی حاکم بر داده های فصلی بازار S&P500

تا اینجای کار به نحوه محاسبه و نمایش پتانسیل کوانتومی جاکم بر یک بازار پرداختیم و دیدیم چگونه میتوان آن را از روی داده‌های قیمتی یک بازار محاسبه کرد. در اینجا نیاز است که تحلیلی بر شکل‌های نمایش داده شده انجام شود و تفسیر آن‌ها به صورت تک به تک و همچنین مقایسه آنها با یکدیگر انجام شود.

همانظور که در شکل ۴.۲ و همچنین در شکل‌های [۷.۳-۵.۳] پیداست، دیواره‌هایی از جنس پتانسیل سد معبری روی محور سود و زیان برای بازار مورد مشاهده وجود دارند. این دیواره‌ها برای بازه‌های زمانی سرمایه گذاری جا به جا می‌شوند و اجازه‌ی سود دهی بیشتر و یا کمتر را نسبت به بازه‌های دیگر صادر می‌کنند. برای داده‌های روزانه شکل ۴.۳ این مکان این دیواره در قسمت سود دهی مثبت بزرگ‌تر از مکان این دیواره در قسمت سود دهی منفی است و همین امر حاکی از آن است که در بازه ۵ ساله مشاهده شده بازار $S&P500$ ، سری زمانی روزانه سود دهی این بازار تمایل بیشتری به سود دهی نسبت به ضرر دهی دارد. این امر در شکل ۵.۳ که مربوط به داده‌های هفتگی است هم قابل مشاهده است. برای سرمایه گذاری‌های بلند مدت تر در بازار $S&P500$ در بازه زمانی ۵ ساله ۲۰۰۵-۲۰۰۰ چه در مقیاس ماهانه و چه در مقیاس فصلی، در شکل‌های ۶.۳ و ۷.۳ قابل مشاهده است که پتانسیل کوانتومی حاکم اجازه دسترسی به فضای زیان بیشتری نسبت به سود صادر کرده است. با کمک همین امر میتوان در سرمایه گذاری‌های مدت معلوم در هر بازاری یک حس اولیه به جنس بازار مورد نظر پیدا کرد. برای اطلاعات بیشتر در فصل بعدی به صورت جزئی تر سخن خواهیم گفت. در اینجا به همین امر کفايت می‌دهیم که پتانسیل کوانتومی یک بعدی حاکم بر یک بازار نقشی چون کنترل کننده رفتارهای یاغی بازار مورد نظر و محدود کردن فضای سود و ضرر بازار مورد نظر دارد. در بخش بعدی به پتانسیل کوانتومی حاکم بر دو بازار و نحوه محاسبه آن می‌پردازیم.

۲.۳ پتانسیل کوانتومی مشترک حاکم بر سود و زیان دو بازار

در بخش قبلی به نحوه محاسبه پتانسیل کوانتومی یک بعدی جاکم بر سود و زیان یک بازار پرداختیم و نشان دادیم چگونه این پتانسیل با محدود کردن فضای سود و زیان قابل دسترس آن بازار، از تخطی‌های خارج از محدوده مجاز آن جلوگیری می‌کند. در این بخش میخواهیم به محاسبه همین مفهوم ولی این بار برای دو بازار پردازیم و تلاش کنیم به این سوال جواب دهیم که آیا پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده توسط تابع توزیع مشترک دو بازار نیز همانند پتانسیل یک بعدی فضای سود و زیان مشترک دو بازار را محدود می‌کند؟ برای رسیدن به این مفهوم پله به پله به محاسبه پتانسیل مشترک دو بازار می‌پردازیم.

برای این کار ابتدا لازم است معادله شرودینگر نوشته شده برای یک ذره در معادله ۲.۳ را برای چند ذره (دو ذره در اینجا) تعمیم دهیم و صورت پتانسیل کوانتومی تعمیم یافته برای چند(دو) ذره را بیاییم. از آنجایی که پتانسیل

خارجی نقشی در پتانسیل کوانتومی ندارد و پتانسیل کوانتومی تنها به خواص خود ذره بستگی دارد و با توجه به معادله ۳.۲

$$i\hbar \frac{\partial \psi(q_1, q_2, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla_2^2 \right) \psi(q_1, q_2, t) + V(q_1, q_2, t) \psi(q_1, q_2, t) \quad (3.3)$$

معادله شرودینگر جدای از قسمت پتانسیل خارجی اش در اضافه شدن ذرات جدید خطی است. پس به راحتی می‌توان پتانسیل کوانتومی تعمیم یافته برای n ذره را به صورت معادله ۴.۳ محاسبه کرد.

$$Q(q_1, q_2, \dots, q_n) = -\frac{\hbar}{2R(q_1, q_2, \dots, q_n)} \sum_{i=1}^n \frac{\nabla_i^2}{m_i} R(q_1, q_2, \dots, q_n). \quad (4.3)$$

در معادله ۴.۳، ∇_i^2 لالپلاسین نسبت به مختصات ذره i است. اینک با در دست داشتن صورت کلی پتانسیل کوانتومی برای چند ذره، می‌توان این پارامتر را برای هر تعداد بازار دلخواه محاسبه کرد. در این پایان نامه برای سادگی کار به محاسبه پتانسیل کوانتومی مشترک بین دو بازار می‌پردازیم. طبق معادله ۴.۲ پتانسیل کوانتومی برای چنین سیستمی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q(q_1, q_2) = -\frac{\hbar}{2R(q_1, q_2)} \left(\frac{\nabla_1^2}{m_1} R(q_1, q_2) + \frac{\nabla_2^2}{m_2} R(q_1, q_2) \right). \quad (5.3)$$

معادله ۵.۳ را می‌توان به شکل خلاصه تر زیر نوشت:

$$Q(q_1, q_2) = -\frac{\hbar}{2} \left(\frac{Q_{q_1:q_2}}{m_1} + \frac{Q_{q_2:q_1}}{m_2} \right) \quad (6.3)$$

که در آن با توجه به اینکه تنها مختصه ذره اول $\hat{r}_1 = r_1 \hat{r}$ و ذره دوم همانند ذره اول در این کار پایان نامه سود و زیان لگاریتمی در نظر گرفته شده است، $Q_{q_2:q_1}$ و $Q_{q_1:q_2}$ به صورت زیر محاسبه خواهند شد:

$$Q_{r_1:r_2} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \nabla_1^2 R(r_1, r_2) = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_1^2} \quad (7.3)$$

$$Q_{r_2:r_1} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \nabla_2^2 R(r_1, r_2) = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_2^2}. \quad (8.3)$$

پتانسیل های معادلات ۷.۳ و ۸.۳ در این کارپتانسیل های کوانتوسیل شرطی نام گذاری شده اند و هر کدام بیان گر این موضوع هستند که پتانسیل یک بعدی هر کدام از این ذرات(بازارها) در حضور ذره(بازار) دیگر چگونه عمل خواهند کرد و میزان تاثیر پذیری این پتانسیل ها از یکدیگر چه مقدار است. برای محاسبه هر کدام از پتانسیل های معادلات ۷.۳ و ۸.۳ تنها یک قدم باقی است و آن هم محاسبهتابع توزیع مشترک سود و زیان هر دو بازار دلخواه $R(r_1, r_2)$ است. قبل از اینکه به محاسبه این کمیت برای داده های واقعی بپردازیم، میخواهیم به مدلی بپردازیم که در آن تصور شده است که تابع توزیع مشترک هر دو بازار از تابع گاووسی دو بعدی پیروی می کند و برای این مدل به محاسبه پتانسیل های کوانتوسیل بحث شده در این بخش می پردازیم. برای مشاهده نتیجه این کار بخش بعدی را مطالعه بفرمایید.

۱.۲.۳ ارائه طرح پیشنهادی تابع توزیع گاووسی

در بخش قبل به ریاضیات مورد نیاز برای محاسبه پتانسیل کوانتوسیل دو بعدی مشترک برای هر دو ذره یا دو بازار دلخواه پرداختیم. در این بخش تنها به کمک معادلات ۷.۳ و ۸.۳ به ارائه طرحی میپردازیم که در آن $R(r_1, r_2)$ به کار رفته در معادلات فوق از تابعی گاووسی طبیعت می کند. این تابع گاووسی در کلی ترین حالت ممکن خود به صورت زیر قابل بیان است:

$$R(r_1, r_2) \propto \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\left(\frac{r_1}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{r_2}{\sigma_2} \right)^2 + 2\rho \left(\frac{r_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{r_2}{\sigma_2} \right) \right) \right) \quad (9.3)$$

که در آن σ_i ها واریانس سری زمانی r_i ها هستند و ρ میزان همبستگی سری های زمانی r_i ها است. برای ادامه نیاز است که پتانسیل های معادلات ۷.۳ و ۸.۳ را برای این تابع توزیع بخصوص محاسبه کنیم. هر کدام از این معادلات به راحتی و تنها یک مشتق گیری و ساده سازی ساده و پتانسیل کوانتوسیل کل نیز از معادله ۶.۳ به صورت زیر بدست می آید:

$$Q_{r_1:r_2} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_1^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} \left(\left(\frac{r_1}{\sigma_1} + \rho \frac{r_2}{\sigma_2} \right)^2 - 1 \right) \quad (10.3)$$

$$Q_{r_2:r_1} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_2^2} = \frac{1}{\sigma_2^2} \left(\left(\frac{r_2}{\sigma_2} + \rho \frac{r_1}{\sigma_1} \right)^2 - 1 \right). \quad (11.3)$$

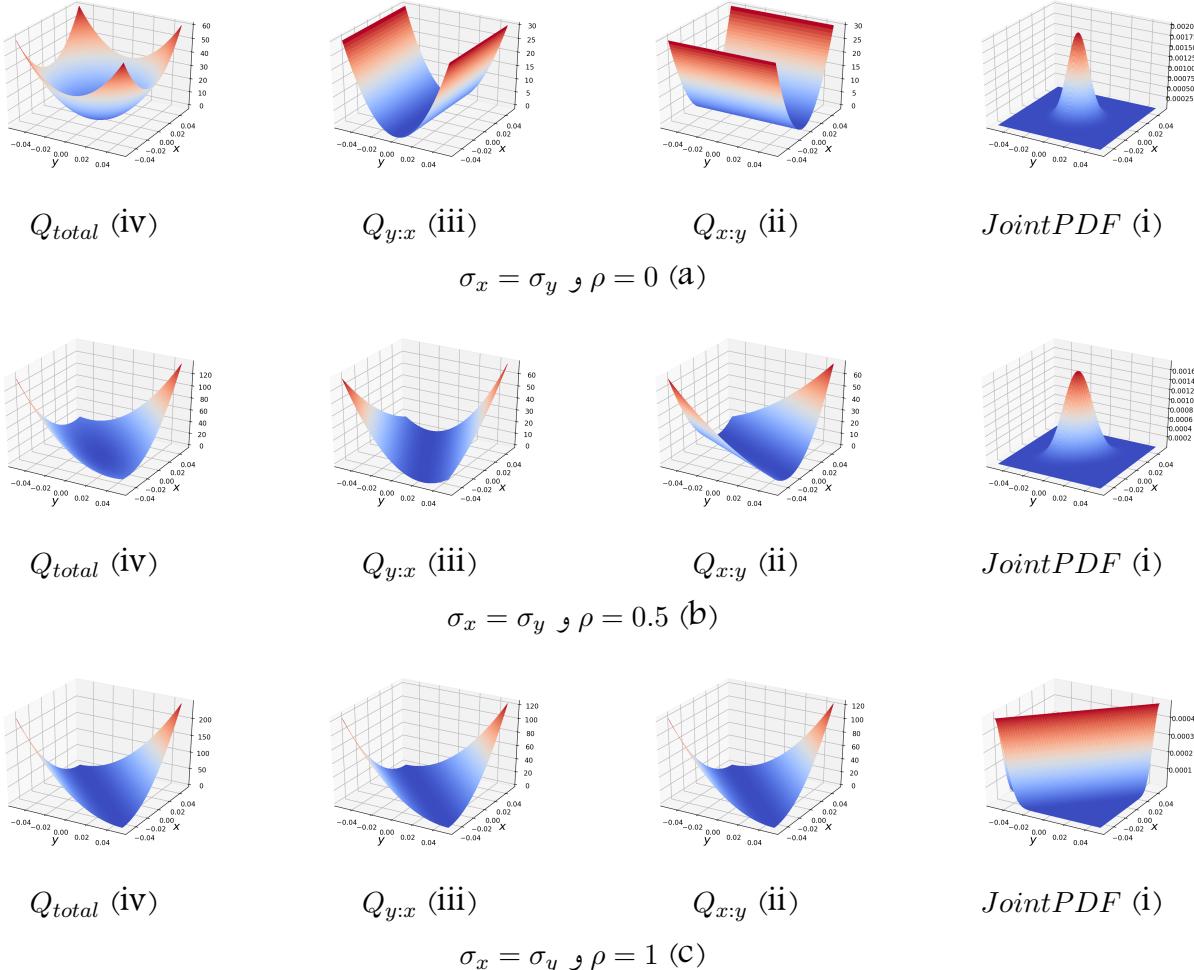
در معادلات ۱۰.۳ و ۱۱.۳، پتانسیل های کوانتموی شرطی آورده شده اند و در آن ها r_i ها متغیر مستقل مختصه بازار نام هستند که در این پایان نامه، سود و زیان لگاریتمی بازار نام در نظر گرفته شده اند.

قدم بعدی آن است که پتانسیل های $Q_{r_1:r_2}$ و $Q_{r_2:r_1}$ را طبق معادلات ۱۰.۳ و ۱۱.۳ برای مقادیر مختلف r_1 و r_2 حساب کنیم. در این مسیر r_1 و r_2 مختصات هستند و متغیر های σ_1 , σ_2 و ρ به صورت دستی و مقادیر مختلفی انتخاب می شوند. با توجه به انتخاب های مختلف از مجموعه انتخاب های در دسترس، بازارهای دوتایی با مشخصه های مختلفی ساخته خواهند شد. ρ که میزانی بر همبستگی دو بازار است و همواره مقداری بین ۱- و ۱ دارد، می تواند با کم یا زیاد اختیار شدنش وابستگی دو بازار ساختگی را کم و زیاد کند. این متغیر در کنار σ_i ها که در معادله ۹.۳ به خوبی قابل مشاهده هستند، می توانند تقارن تابع توزیع $R(r_1, r_2)$ را برهمنم زنند و به پشتونه آن باعث تغییراتی در پتانسیل های کوانتموی شوند. برای بررسی این تغییرات و تفسیر آن ها و همینطور محاسبه پتانسیل کوانتموی کل و تفسیر آن در بخش های بعدی با انتخاب مقادیر مشخصی از سه متغیر σ_1 , σ_2 و ρ به این سوال پاسخ خواهیم داد که آیا پتانسیل کوانتموی (چه از نظر هندسی و چه از نظر مقداری) می تواند تفاسیر خود را در کنار ابزار عمل های مکانیک آماری در این حوزه از علم دهد و آیا شامل برتری خاصی می شود یا خیر؟ برای یافتن این موضوع تا چند بخش بعدی با ما همراه باشید.

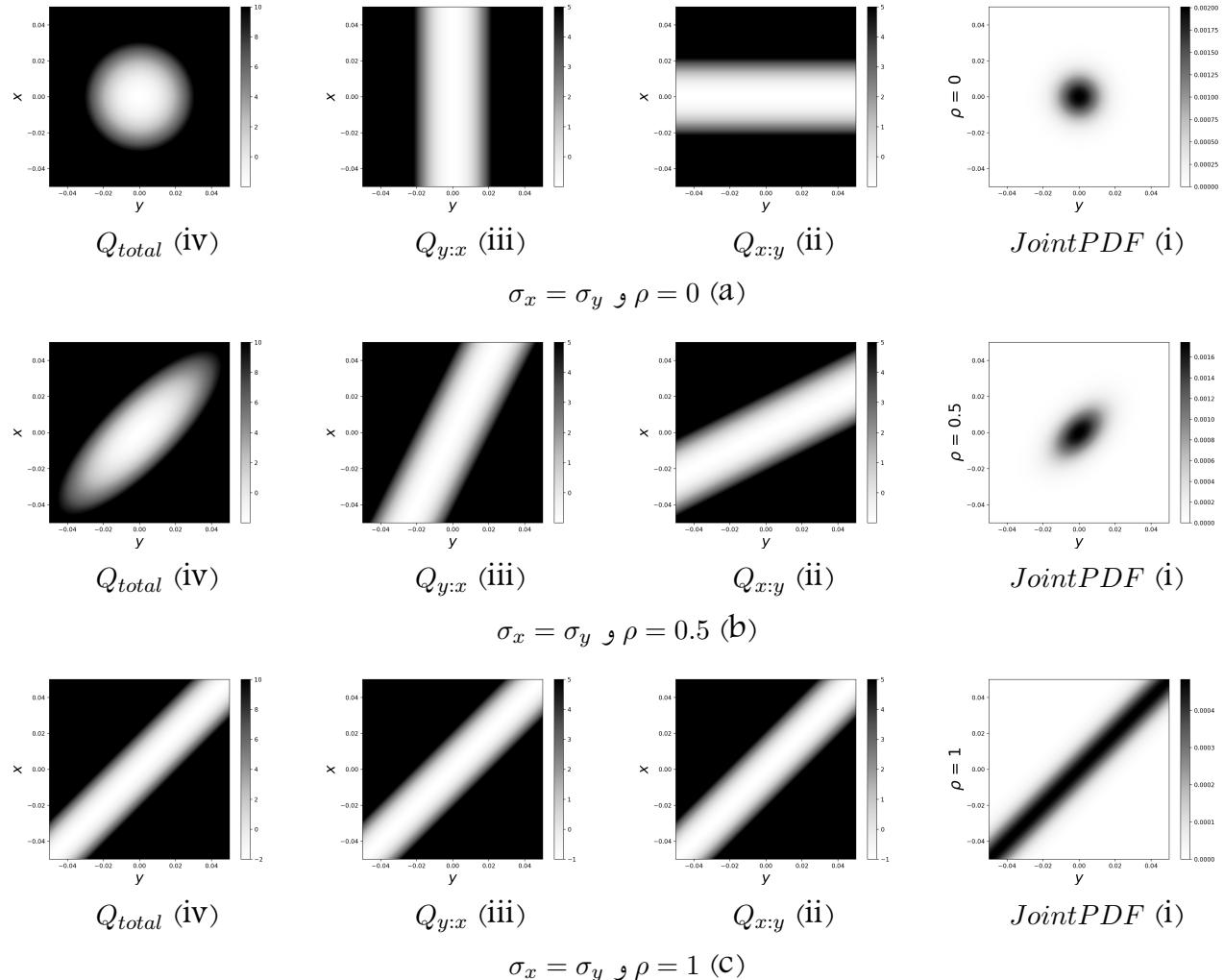
۲.۲.۳ بررسی متغیر ρ برای بازارهای با واریانس یکسان، $\sigma_1 = \sigma_2$

بیان اجازه دهیم ρ مقادیری بین صفر و یک اختیار کند در حالی که $\sigma_2 = \sigma_1$ ، و ببینیم توابع توزیع و پتانسیل های شرطی و مجموع آنها که پتانسیل کل است، چگونه رفتار می کنند. شکل ۸.۳ و ۹.۳ از زاویه ای متفاوت این توابع را برای مقادیر مختلفی از ضریب همبستگی دو بازار، ρ نشان می دهد.

در شکل ۸.۳ تابع توزیع مشترک تحت عنوان تابعی از r_1 و r_2 برای ضریب همبستگی، $0 = \rho$ رسم شده است. این تابع نسبت به محور های مختصات r_1 و r_2 متقارن است. در شکل های ۸.۳ و ۸.۴ پتانسیل های کوانتموی شرطی $Q_{r_1:r_2}$ و $Q_{r_2:r_1}$ به ترتیب برای همان مقادیر r_1 و r_2 شکل ۸.۳ رسم شده اند. همانطور که در شکل پیداست، این پتانسیل ها برای مقادیر $0 = \rho$ و $\sigma_1 = \sigma_2$ بر یکدیگر عمود هستند. عمود بودن این دو پتانسیل با وضوح بهتری در شکل ۹.۳ مشخص است. پتانسیل کوانتموی کل رسم شده در شکل سه بعدی ۹.۴ و شکل نقشه حرارتی ۹.۵ کاملن متقارن و برش های موازی محور های مختصات آن شبیه دایره است. دایره



شکل ۸.۳: شکل سه بعدی تابع توزیع و پتانسیل های کوانتموی مربوطه رسم شده برای $\sigma_x = \sigma_y = 0, 0.5, 1$ و $\rho = 0$



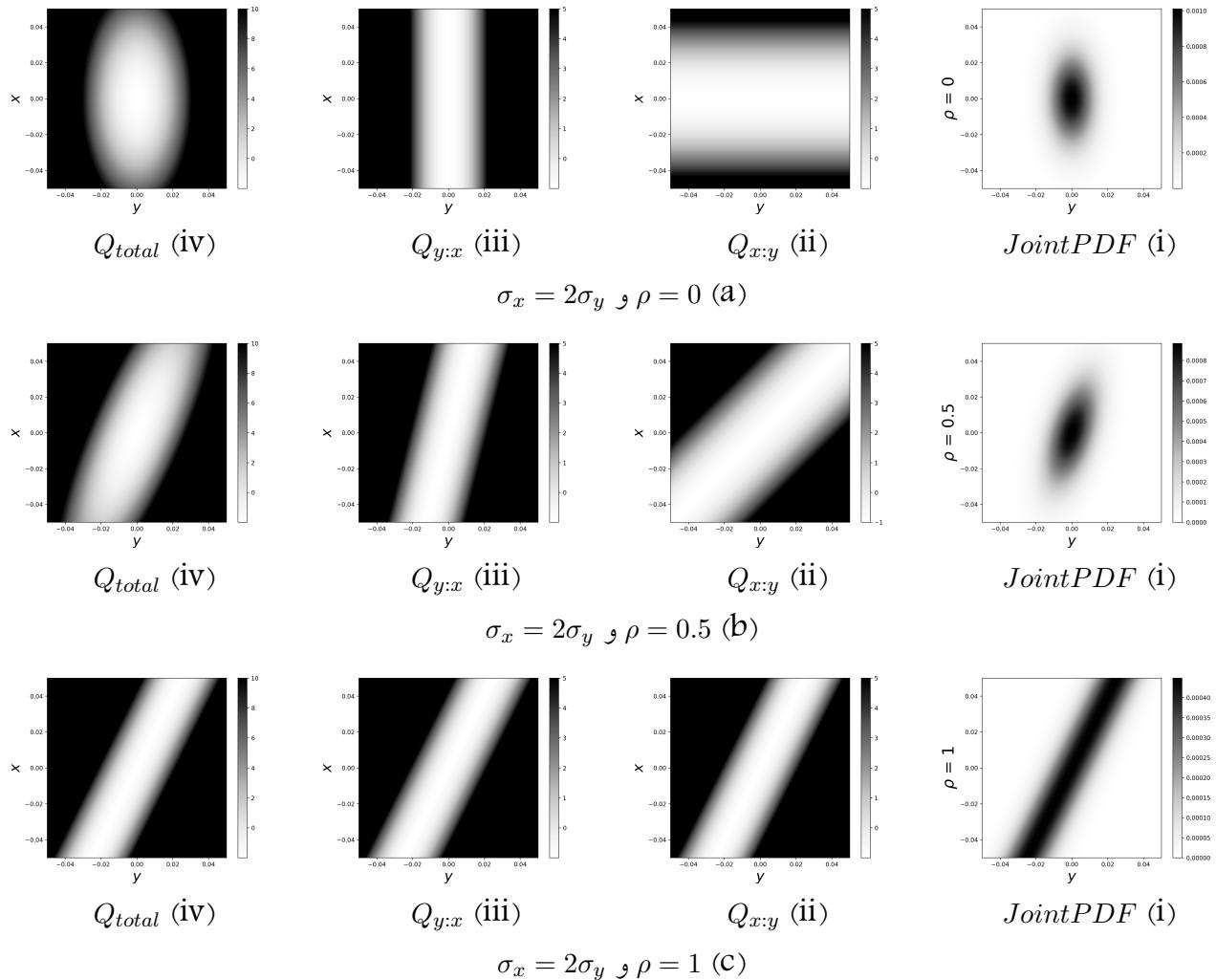
شکل ۹.۳: شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای $\rho = 0, 0.5, 1$ و $\sigma_x = \sigma_y$

بودن این پتانسیل برای شرایط $(a) \rho = 0$ و $\sigma_1 = \sigma_2$ بدون خطا و قطعی است.

در قسمت های (b) و (c) دو شکل زیر مقادیر غیر صفر ضریب همبستگی بین دو بازار بررسی شده اند. مطابق شکل های ۸.۳ و ۹.۳ با زیاد شدن ρ تابع توزیع مشترک در راستای نیمساز محور های مختصات کشیده شده و همین اتفاق مسبب چرخش پتانسیل های کوانتوسیل شرطی شده است. این پتانسیل ها در خلاف جهت یکدیگر شروع به چرخش میکنند و متناسب با میزان افزایش ضریب همبستگی ρ زاویه ای با محور های مختصات می سازند. چرخش این پتانسیل های کوانتوسیل شرطی سبب هیچ چرخشی در پتانسیل کوانتوسیل کل نمی شود و تنها باعث کشیده شدن این پتانسیل در راستای نیمساز محور های مختصات خواهد شد. این مساله به وضوح در شکل های ۹iV.۳ و ۹iV.۴ قابل مشاهده است. پس در این قسمت فهمیدیم که برای بازار های با واریانس سود یکسان، $\sigma_1 = \sigma_2$ با افزایش میزان ضریب همبستگی بین دو بازار، ρ پتانسیل های کوانتوسیل شرطی $Q_{r_1:r_2}$ و $Q_{r_2:r_1}$ شروع به چرخش به ترتیب در جهت و خلاف عقربه های ساعت کرده و پتانسیل کوانتوسیل کل Q در راستای نیمساز محورهای مختصات کشیده تر می شود.

۳.۲.۳ بررسی متغیر ρ برای بازارهای با واریانس غیر یکسان، $\sigma_1 \neq \sigma_2$

برای مقادیر مختلفی از ضریب همبستگی ρ و بازار های با واریانس سود متفاوت، $\sigma_2 \neq \sigma_1$ تابع توزیع مشترک و پتانسیل های مربوطه در شکل ۱۰.۳ رسم شده اند. با توجه به شکل، در قسمت (a) تابع توزیع مشترک برای دو بازار بدون همبستگی و با شرایط واریانس $\sigma_1 = 2\sigma_2$ آورده شده است. با مقایسه این شکل و شکل ۹i.۳ که همین تابع توزیع برای واریانس های برابر است، می توان نتیجه گرفت که اختلاف واریانس باعث کشیدگی تابع توزیع مشترک به سمت مختصات بازار با واریانس بیشتر می شود. این خاصیت به سادگی در ویژگی های تابع توزیع قابل مشاهده است و نکته ای جدیدی را به دانسته های ما اضافه نمی کند. لیکن در نتیجه ای این کشیدگی تابع توزیع تفاوت هایی در پتانسیل های کوانتوسیل مشترک نسبت به حالت قبلی، $\sigma_1 = \sigma_2$ مشاهده می شود. پتانسیل کوانتوسیل شرطی محاسبه شده برای داده های با واریانس بیشتر عریض تر از پتانسیل دیگری است و به همین دلیل تقارن موجود در پتانسیل کوانتوسیل کل بر خلاف حالت قبلی شکسته می شود. با مشاهده پتانسیل کوانتوسیل کل در شکل ۱۰iV.۳ می توان نتیجه گرفت که برای بازار های با ضریب همبستگی صفر، پتانسیل کوانتوسیل تنها و تنها زمانی متقارن است که بازار ها دارای واریانس برابر باشند و این تقارن شکسته می شود زمانی که بین واریانس های آن دو اختلاف باشد و پتانسیل کل به سمت مختصات بازار با واریانس بیشتر کشیده می شود. در قسمت های (b) و (c) شکل ۱۰.۳ ضرایب همبستگی ۰.۵ و ۱ انتخاب شده است و تابع مربوطه رسم شده اند. همانطور که در شکل پیداست، پتانسیل های کوانتوسیل شرطی زوایای متفاوتی نسبت به حالت $\sigma_1 = \sigma_2$ انتخاب کرده اند و پتانسیل بازاری با واریانس بیشتر زاویه ای بزرگ تری را نسبت به دیگری طی کرده است. در نتیجه ای



شکل ۱۰.۳: شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای $\rho = 0, 0.5, 1$ و $\sigma_x = 2\sigma_y$.

این چرخش های متفاوت، پتانسیل کوانتمومی کل که حاصل مجموع این دو پتانسیل کوانتمومی شرطی است، دیگر نسبت به محور های مختصات تقارن ندارد و نسبت به محوری متفاوت با نیمساز محورهای مختصات کشیده شده است. این واقعیت به خوبی در شکل های ۱۰.۳ و ۱۰.۴ قابل مشاهده است. مطابق با این دو شکل، پتانسیل کوانتمومی کل به سمت مختصات بازار با واریانس بیشتر کشیده تر می شود و فضای فاز سود و زیان بازار کم واریانس تر را محدود تر می کند. این واقعه با دانسته های ما از رفتار دو بازار کنار یکدیگر به خوبی مطابقت دارد. در هر دو بازار همبسته، اجازه ی سود و زیان در بازاری بیشتر خواهد بود که در مرحله ی اول واریانس بزرگتری داشته باشد. بازاری با واریانس محدود و کم، کم ریسک تر و به طبع آن کم بازده تر خواهد بود. اگر بخواهیم از دو ۲.۲.۳ و ۳.۲.۳ چکیده ای برای جمع بندی ارایه دهیم می توان به مطالب زیر اتکا کرد. از شکل پتانسیل های کوانتمومی، چه شرطی و چه کلی، می توان موضوعات جالبی را به دو بازار مورد نظر نسبت داد.

(الف) اگر پتانسیل کوانتمومی کل دارای تقارنی نسبت به محور های مختصات بازار اول و دوم باشد، هر دو بازار

دارای واریانسی برابر خواهد بود. اگر این تقارن دایروی باشد می توان نتیجه گرفت که دو بازار بدون همبستگی به کار خود ادامه میدهند و زندگی هر کدام تاثیری بر دیگری ندارد. این عمل در واقعیت کمتر اتفاق می افتد ولی می توان بازارهایی را مثال زد که کمترین وابستگی ممکن را با یکدیگر در زمانی مشخص دارند. دقت کنیم که در مساله ما زمان و دینامیک جایگاهی ندارد و بررسی کردن دینامیک پتانسیل های مربوطه خارج از محدوده تحقیق و پژوهش این پایان نامه قرار دارد. پس برای ساده سازی اولیه، هر پتانسیلی که تقارن دایروی دارد یا به این تقارن نزدیک است را دو بازار کم وابسته می نامیم که جا برای تحقیق روی میزان این وابستگی باز باشد.

ب) اگر پتانسیل کوانتموی کل تقارن دایروی خود را از دست بدهد، می توان نتیجه گرفت که میزان همبستگی دو بازار به یکدیگر بیشتر از صفر است. هر چه این پتانسیل از حالت دایروی بیشتر خارج شود و کشیدگی بیشتری پیدا کند دو ضریب همبستگی دو بازار بزرگتر خواهد بود.

ج) از بین رفتن تقارن $r_2 \leftrightarrow r_1$ نتیجه می ہد که با دو بازار با واریانس های متفاوت رو در رو هستیم. شکستگی این تقارن به سمت بازاری با واریانس بزرگ تر خواهد بود.

برای استفاده از نتایج مطرح شده در مطالب فوق، باید این نتایج را در داده های واقعی مشاهده و مورد آزمایش قرار داد. به همین علت در بخش بعدی به بررسی نحوه محاسبه و تفسیر پتانسیل کوانتموی کل برای بازار های مختلف در کشورهای متفاوت می پردازیم.



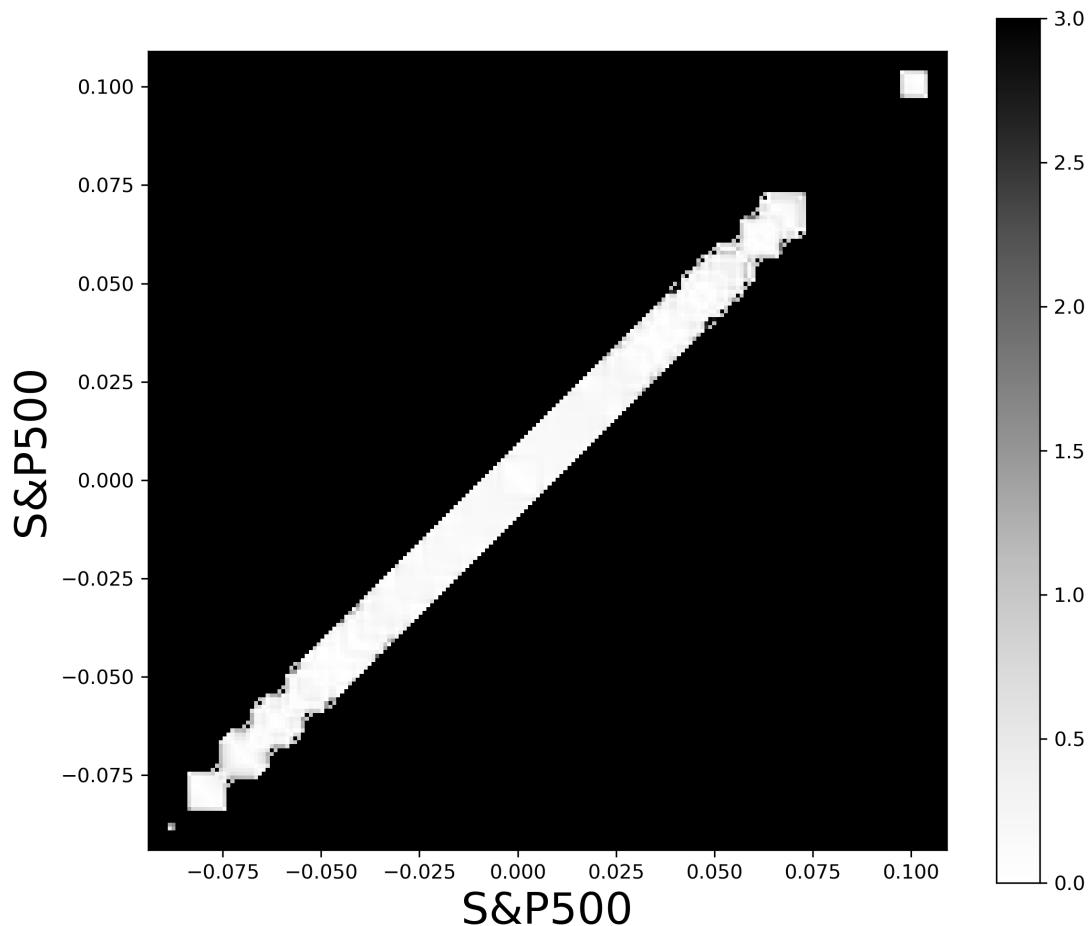
شکل ۱۱.۳: داده های قیمتی بازار های نشان داده شده در شکل برای بازه

۴.۲.۳ پتانسیل کوانتمومی برای داده های واقعی

در بخش قبلی به نحوه تفسیر اطلاعات از روی پتانسیل کوانتمومی کل محاسبه شده برای داده های ساختگی از روی یک مدل تابع توزیع مشترک گاووسی پرداختیم و نشان دادیم چگونه می توان اطلاعات آماری مورد نیاز را از روی پتانسیل های کوانتمومی بدون کمک گرفتن از مکانیک آماری برداشت کرد. در این بخش می خواهیم به بررسی همین اطلاعات این بار برای داده های واقعی پردازیم. برای این کار ابتدا لام است بتوانیم بدون اشتباه و کمترین درصدی از خطای پتانسیل کوانتمومی را برای داده های واقعی رسم کنیم.

تنها داده مورد نیاز برای محاسبات ما داده های تاریخی قیمت بازار های دلخواه ما هستند. در این قسمت از داده های قیمتی روزانه استفاده شده است. بازارهای مورد بررسی در این پایان نامه شاخص های *S&P500*, *Dow Jones*, *DAX*, و *TOPIX* به ترتیب از کشور های آمریکا، آمریکا، آلمان و ژاپن انتخاب شده اند. برای هر چهار شاخص انتخاب شده داده ها از روزهایی برداشته شده است که همه آن ها همزمان داده ثبت کرده باشند. نمودار قیمت های این چهار شاخص در شکل زیر آورده شده است. حواسمن باشد که به دلیل ارز مبنای متفاوت در کشورهای متفاوت لازم بوده است که این داده ها را با مقیاس های متفاوت در یک شکل بیاوریم. پس در مرحله دیداری اولیه به سادگی قابل قیاس با یکدیگر نخواهند بود.

برای محاسبه پتانسیل کوانتمومی مشترک برای داده های نام بردہ به ترتیب هر یک از مراحل زیر انجام می شود.
 الف) از داده های قیمتی هر کدام از دو بازار مورد نظر برای محاسبه پتانسیل مشترک آن ها، سود لگاریتمی محاسبه



شکل ۱۲.۳: پتانسیل کوانتمومی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.

می شود.

ب) از داده های سود لگاریتمی هر دو بازار تابع توزیع مشترک بین آن دو محاسبه می شود.

ج) تابع توزیع محاسبه شده توسط یک کرنل گاوسی صاف و هموار می شود.

د) از تابع توزیع مشترک محاسبه شده توسط معادله ۵.۳ پتانسیل کوانتمومی مشترک محاسبه می شود.

برای یافتن درک بهتر از شکل های داده واقعی نسبت به شکل های مدل ساختگی از بخش قبلی، بهتر است ابتدا پتانسیل کوانتمومی مشترکی محاسبه شود که هر دو مختصات بازار آن را یک داده تشکیل دهد. برای مثال پتانسیل کوانتمومی محاسبه شده توسط کد های برنامه نویسی ما برای بازار اول $S\&P500$ و بازار دوم هم $S\&P500$ همانند شکل ۱۲.۳ خواهد شد. نکاتی که باید در مورد شکل ۱۲.۳ مذکور شویم این است که اعداد نمایش داده شده در هر یک از مختصات نمایان گر سود و زیان مربوط به بازار مختصات مربوطه است. قسمت های سفید رنگ چاه

پتانسیل سه بعدی هستند که هرچه به سمت قسمت‌های خاکستری و سپس مشکی تر نزدیک می‌شویم، مقدار پتانسیل زیاد‌تر شده تا جاییکه به دبواره‌های پتانسیل که رنگی سیاه دارند میرسیم. اعداد نمایش داده شده در کنار شکل به صورت مقایسی بوده و حاکی از کم و زیاد بودن پتانسیل در خانه‌های رنگی مربوطه هستند به طوریکه سفید به منظور عدم وجود پتانسیل و سیاه به منظور وجود سد عظیمی از پتانسیل است. با مقایسه شکل ۱۲.۳ با شکل ۹.۳ و ۱۰.۳ می‌توان به سادگی تفاوت بین نمودارهای توابع تحلیلی و داده‌های واقعی را دریافت. پس حالا که فهمیدیم پتانسیل کوانتوسیل مشترک برای دو بازار به شدت وابسته و دارای واریانس یکسان برای داده‌های واقعی چگونه است و به همراه داشتن نمونه شکل‌های مطرح شده در مدل گاووسی، می‌توان به تحلیل و بررسی هر یک از پتانسیل‌های کوانتوسیل مشترک محاسبه شده برای هر دو بازار دلخواه مطرح شده پرداخت. با توجه به شکل‌های بدست آمده از داده‌های موجود، می‌توان هر دو تایی از این بازارها را تحت زیرمجموعه‌ای از سه گروه کم وابسته، وابسته و به شدت وابسته تقسیم بندی کرد. هر کدام از این شکل‌ها در یک بخش تفسیر شده‌اند.

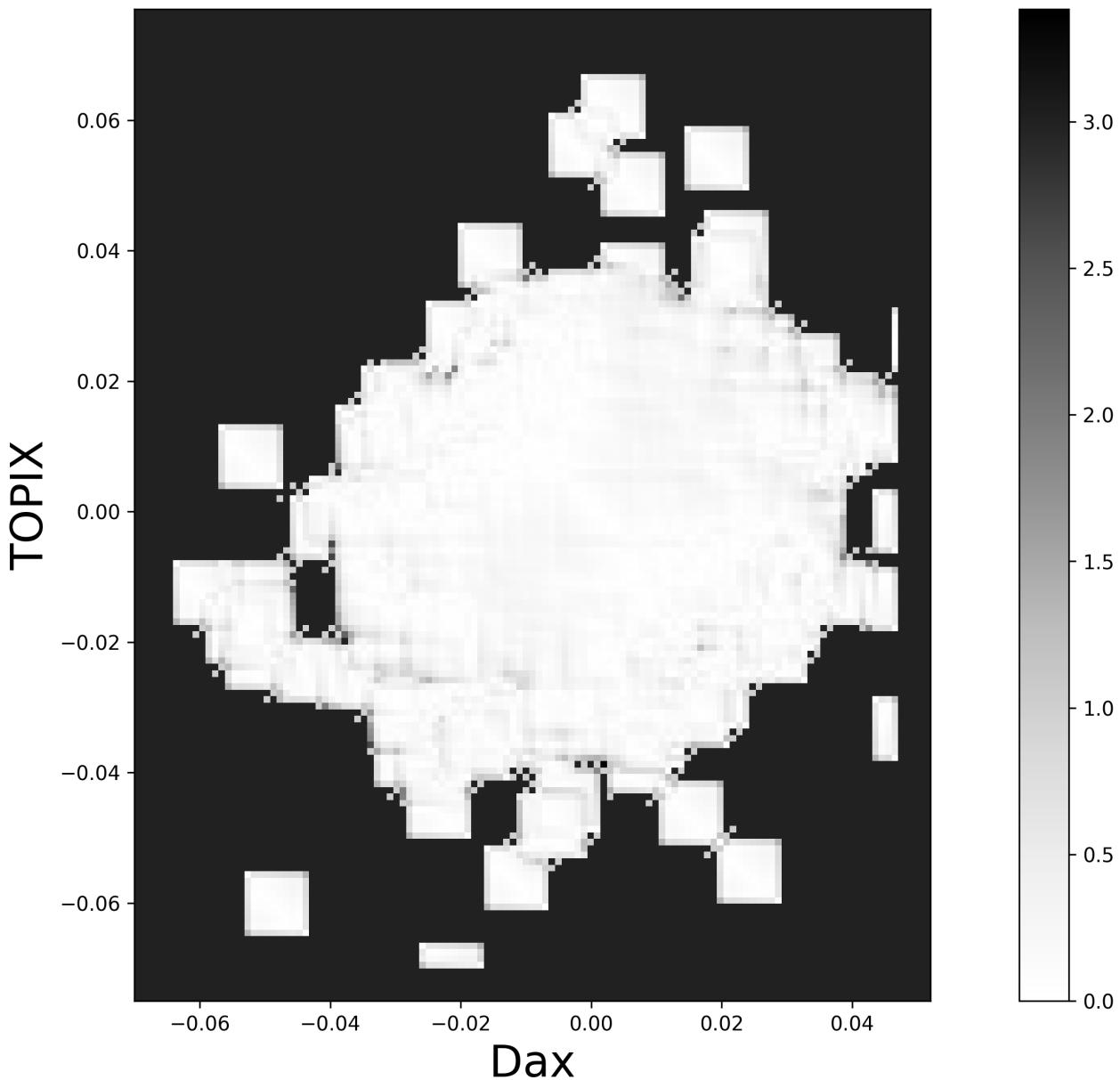
الف) پتانسیل کوانتوسیل مشترک محاسبه شده برای بازارهای *TOPIX* و *DAX* به عنوان دو بازار کم وابسته:

همانطور که در شکل ۱۳.۳ به وضوح پیداست، هر کسی با مقایسه این شکل و شکل ۹.۳ در می‌یابد که پتانسیل کوانتوسیل محاسبه شده برای *TOPIX* و *DAX* همانند پتانسیل کوانتوسیل برای ضریب همبستگی $\rho = 0$ در مدل گاووسی مطرح شده است. پتانسیل کوانتوسیل برای این دو بازار تمایل به یک تقارن دایروی دارد و به سمت هیچ یک از مختصات به صورت خاص کشیدگی ندارد. از این شکل می‌توان در یافت که تغییر در مقدار سود و زیان هر یک از این بازارها، تاثیری بر بازار دیگر ندارد و دو بازار به صورت مستقل از یکدیگر زندگی می‌کنند.

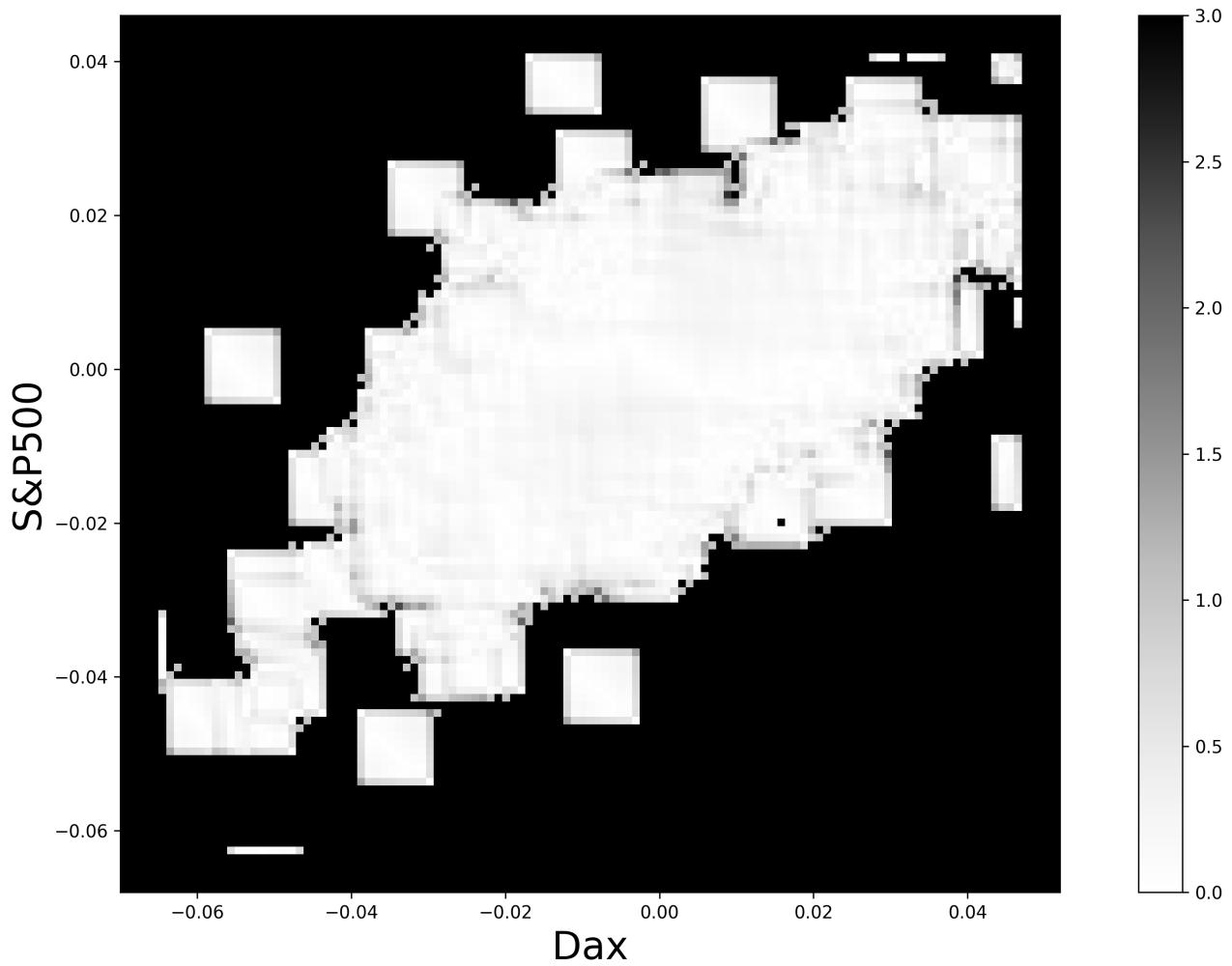
ب) پتانسیل کوانتوسیل مشترک محاسبه شده برای بازارهای *S&P500* و *DAX* به عنوان دو بازار وابسته: به عنوان نمونه دوم پتانسیل کوانتوسیل مشترک برای دو بازار *S&P500* و *DAX* به عنوان دو بازار وابسته در شکل ۱۴.۳ آورده شده است. این پتانسیل نظیر نمونه پتانسیل کشیده شده برای ضریب همبستگی $\rho = 0.5$ در مدل گاووسی مطرح شده است. با توجه به شکل می‌توان دریافت که شکل تقارن دایروی خود را از دست داده و تمایل به شکلی بیضوی پیدا کرده است. نکته‌ی مهم دیگری که می‌توان به آن اشاره کرد، عریض‌تر بودن دیواره‌های این پتانسیل در راستای مختصات بازار *DAX* نسبت به بازار *S&P500* است و هرچه این دیواره عریض‌تر امکان سود دهی بیشتری فراهم خواهد بود.

ج) پتانسیل کوانتوسیل محاسبه شده برای بازارهای *DowJowns* و *S&P500* به عنوان دو بازار به شدت وابسته:

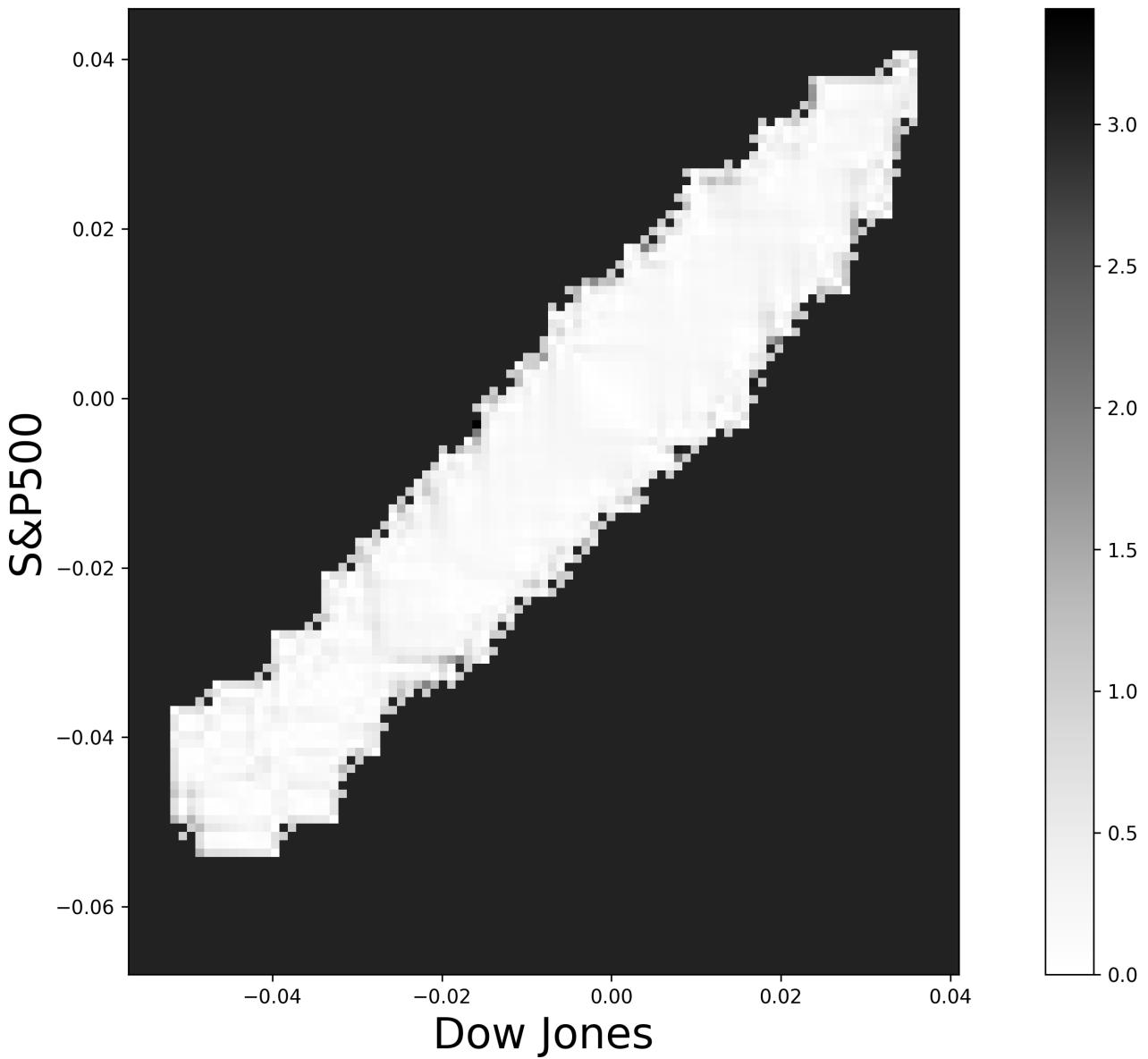
به عنوان نمونه آخر به بررسی پتانسیل کوانتوسیل مشترک محاسبه شده برای دو بازار *S&P500* و *DowJowns*



شکل ۱۳.۳: پتانسیل کوانتموی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.



شکل ۱۴.۳: پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.



شکل ۳.۱۵: پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.

می پردازیم. پتانسیل کوانتمومی مربوطه در شکل ۱۵.۳ نشان داده شده است. هم با مقایسه با مدل گاووسی مطرح شده و هم با مقایسه با شکل ۱۲.۳ می توان نتیجه گرفت که ضریب همبستگی بین این دو بازار بشدت زیاد بوده و به همین دلیل این دو بازار در گروه بازارهای به شدت وابسته قرار می گیرد.

۳.۳ جمع بندی فصل سوم

در این فصل با مطرح کردن یک مدل ریاضیاتی از قلب مکانیک کوانتمومی بوهمی و استفاده از آن برای تحلیل و بررسی داده های تجربی بازارهای مختلف دیدیم که چگونه می توان مفاهیم مکانیک آماری را توسط مکانیک کوانتمومی پیاده سازی کرد. در ابتدای فصل نشان دادیم که چگونه می توان پتانسیل کوانتمومی یک بعدی را برای یک بازار ترسیم کرد و در مورد مشکلات مربوطه در زمینه مدل سازی برنامه نویسی آن بحث شد. در ادامه به تعمیم این پتانسیل کوانتمومی برای دو بازار پرداختیم و با ارائه مدلی گاووسی نشان دادیم که پتانسیل کوانتمومی مشترک محاسبه شده برای هر دو بازار دلخواه حاوی چگونه اطلاعاتی است و برای بیرون کشیدن این اطلاعات چگونه می بایست عمل کرد. در انتها با ترسیم سه پتانسیل کوانتمومی دو بعدی مشترک محاسبه شده برای شاخص های متفاوت، به بررسی میزان وابستگی بین هر یک از آن دو بازارها پرداختیم و نشان دادیم که در میان بازارهای بازارهای *DAX* و *TOPIX* دارای کمترین وابستگی هستند.

تا اینجا کار ما به تحلیل دیداری شکل های کشیده شده بسته کردیم در حالی که مسیر برای محاسبات کمی در این راستا هموار است. با تحلیل های ثانویه روی شکل ها و داده های موجود می توان میزان این همبستگی را نیز محاسبه کرد و مقایسه ساده ای با اطلاعات مشابه بدست آمده از مکانیک آماری انجام داد. امید بر این است که خواننده های این پایان نامه قدم در مسیر تحقق این سوال برداشته و به یاد داشته باشد که این قدم ها هرچه اندک در راستای این سوال های موجود در کامل شدن پازل نهایی علوم اجتماعی کوانتمومی نقش مهمی خواهند داشت.

فصل ۴

مدیریت ریسک و سبد سهام با استفاده از پتانسیل کوانتو می

۱.۴ مقدمه ای بر مدیریت ریسک و سبد سهام

سال ۲۰۰۸، روزهایی که بازار سهام در حال ریزش شدید بود، یک صندوق سرمایه گذاری در حال جمع کردن پول و خرید اوراق بهادر با سرعت بسیار زیاد بود. این صندوق طی ۱۵ هفته متواتی اوراقی به ارزش ۱۰ میلیارد دلار خریداری کرد، اوراقی که همه از آن‌ها فراری بودند. گویا گردانندگان این سهام جمله معروفی از جان تمپلتون را شعار خود قرار داده بودند که میگوید: "وقتی در بازار خون راه می‌افتد وقت خریدن است." این صندوق که بعدها مشخص شد سود کلانی از این معاملات برده است، گرداننده‌ای به نام هاوارد مارکس داشت. هاوارد مارکس به نوشتن درباره‌ی مفهوم ریسک و بررسی آن از جنبه‌ها و جهات متعدد مشهور است و به قول خودش مهم ترین نکته در سرمایه گذاری ریسک است. تعریف گفتاری ریسک به این صورت است که اتفاقات محدودی رخ خواهد داد ولی امکان رخداد تعداد بسیار زیادتری از آن اتفاقات وجود دارد. فرار از ریسک در سرمایه گذاری از آن جایی ممکن نیست که هیچ کس یا علمی نمیتواند با قاطعیت آینده را پیش بینی کند. یافتن دارایی‌هایی که ارزش آن‌ها در آینده احتمالن بالا خواهد رفت کار سختی نیست و خرید تعداد کافی از این دارایی‌ها احتمالن به سود منجر خواهد شد. اما اگر ریسک خریدن این دارایی‌ها را در نظر نگرفته باشیم، در بلند مدت ضرر خواهیم کرد. در مسیر خرید هر دارایی به امید سود کردن مراحلی نیاز است طی شود که اوین آن شناخت ریسک‌های مربوط به آن دارایی است. قدم دوم شناخت دینامیک ریسک مورد نظر است، یعنی بتوانیم تشخیص دهیم که این ریسک چه زمان‌هایی زیاد و چه زمان‌هایی کم می‌شود. قدم آخر برای هر سرمایه گذاری نحوه کنترل ریسک‌های موجود را شامل می‌شود.

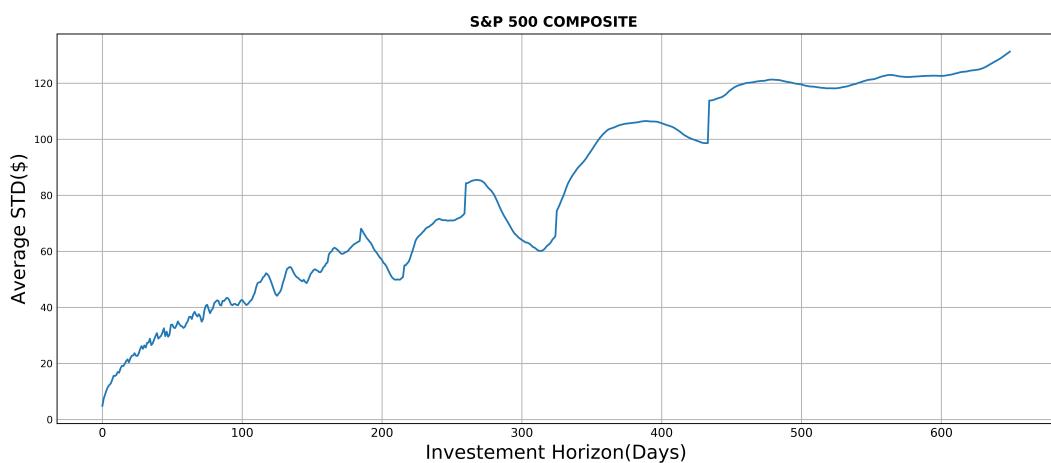
اهمیت شناخت ریسک در آن جاییست که اولاً انسان ذاتی ریسک گریز دارد و از عدم اطمینان و عدم قطعیت خوشش نمی‌آید و دوماً میزان سود و ضرر از خرید یا فروش هر دارایی رابطه‌ای مستقیم با میزان ریسک موجود در آن دارایی دارد. برای مثال دو دارایی مختلف را در نظر بگیریم که سرمایه گذاری در آن‌ها سودی یکسان خواهد داشت ولی ریسک متفاوتی دارند، بدیهی است که سرمایه گذاران در درجه اول آن دارایی ای را انتخاب می‌کنند که ریسک کمتری دارد. اگر در ابتدا قیمت این دو دارایی برابر باشد، تمایل سرمایه گذاران به خرید دارایی کم ریسک تر قمتش را بالا می‌برد و در نتیجه آن به فرض ثابت بودن سود، بازدهی سرمایه گذاری پایین می‌آید. این وضعیت در مورد دارایی پر ریسک تر بر عکس عمل می‌کند و عدم تمایل سرمایه گذار به خرید دارایی به علت ریسک زیاد موجود در آن، قیمت دارایی را کمتر و کمتر می‌کند و به فرض ثابت بودن سود، بازدهی سرمایه گذاری در آن بالا می‌رود و خرید آن را کمی جذاب‌تر می‌کند. این مثال مکانیسم بازار برای ایجاد تعادل بین بازدهی و ریسک است.

در نظریه مدیریت مالی جدید، ریسک برابر تلاطم یا واریانس در نظر گرفته می‌شود و برای مثال هر قدر قیمت دارایی در بازار ملاطم‌تر باشد، ریسک بالاتری خواهد داشت. در همین ابتدای تعریف ریسک نظر افرادی چون وارن بافت و هاوارد مارکس با نظریه پردازها که ریسک را تلاطم قیمت میدانند متفاوت است. در دیدگاه این افراد ریسک برابر تلاطم قیمت نیست بلکه برابر تلاطم ارزش ذاتی دارایی است. قیمت حاصل کشمکش‌ها و برهمکنش‌های فعالان بازار است، بازاری که می‌تواند همیشه کارامد نباشد و گاهی فعالان بازار همانطور که دیدیم تخمین درستی از ارزش دارایی‌ها ندارند. گاهی اوقات نیز عدم تواافق فعالان بازار بر روی ارزش دارایی نیز باعث زیاد شدن تلاطم در قیمت آن دارایی و به طبع آن زیاد شدن ریسک منجر می‌شود که این موضوع در نظر افراد ارزش نگری چون وارن بافت تعریفی درست از ریسک را دارا نمی‌باشد. در نگاه این افراد ریسک به معنای احتمال از دست رفتن دائمی سرمایه است. در حقیقت هیچ کدام از این نگرش‌ها به تنها یک تعریفی جامع و کامل از ریسک نیستند و از نظر دیدگاه اینجانب ریسک موضوعی شخصی است و برای هر معامله مقدار مشخص و متفاوتی نسبت به معامله دیگر دارد.

سرمایه گذاران در هر زمان دلخواهی حس رضایت کافی نداشته باشند می‌توانند پول خود را از صندوق‌های سرمایه گذاری بیرون بکشند. همین امر باعث می‌شود که مدیران صندوق‌های سرمایه گذاری دیدگاهی کوتاه مدت نسبت به ریسک داشته باشند و برای راضی نگه داشتن سرمایه گذاران تلاطم‌های قیمت در بازه‌های کوتاه مدت را در خرید و فروش‌های خود در نظر بگیرند. به بیان خلاصه‌تر هرچه افق سرمایه گذاری کوتاه‌تر شود، به تعریف نظریه پردازها از ریسک نزدیکتر می‌شویم. برای بهتر متوجه شدن این موضوع بهتر است آن را در داده‌های واقعی نمایش دهیم.



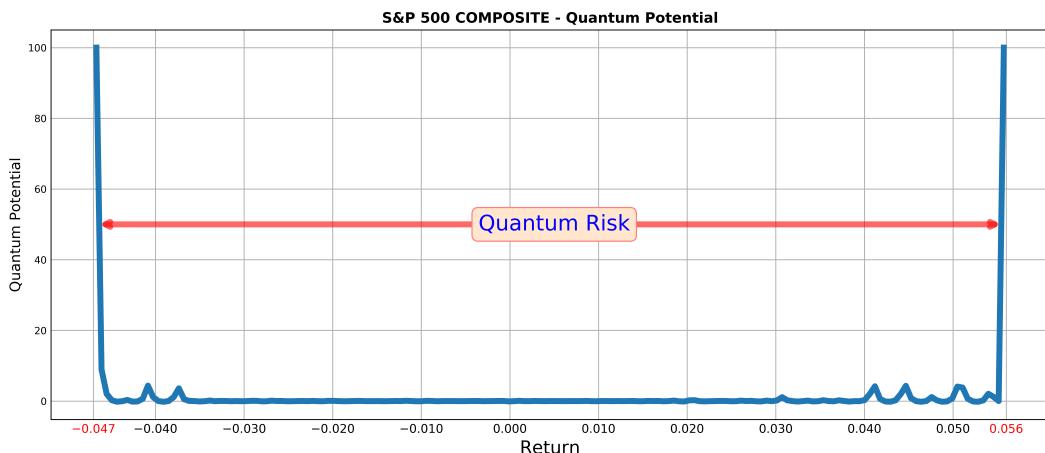
شکل ۱.۴: سری زمانی قیمت شاخص S&P500



شکل ۲.۴: سری زمانی قیمت شاخص S&P500

۱.۱.۴ واریانس تعریفی دانشگاهی از ریسک

نمودار داده های قیمتی شاخص $S\&P500$ برای سال های بین ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ در شکل ۱.۴ رسم شده است. اگر بخواهیم تعریف ریسک به عنوان تلاطم قیمت را برای این داده ها به صورت روزانه نشان دهیم باید واریانس سری زمانی قیمت آن را رسم کنیم. شکل ۲.۴ میانگین واریانس سری زمانی شکل ۱.۴ را برای سرمایه گذاری با افق دید ۲ تا ۶۰۰ روزه را نشان می دهد. با توجه به شکل ۲.۴ به وضوح مشخص است که هر چه مدت سرمایه گذاری در این شاخص طی سال های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ بیشتر شده است، ریسک موجود در این سرمایه گذاری افزایش یافته است. این همان تعریف نظریه پردازها از ریسک موجود در یک سری زمانی است. در این قسمت از پایان نامه میخواهیم نشان دهیم که آیا می توان تعریف کمی دیگری را در کنار واریانس برای ریسک تعریف کرد و آیا با کنترل کردن پتانسیل کوانتمومی می توان برای یک سری زمانی ریسک تعریف کرد و از آن برای مقایسه با



شکل ۴.۳: پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500

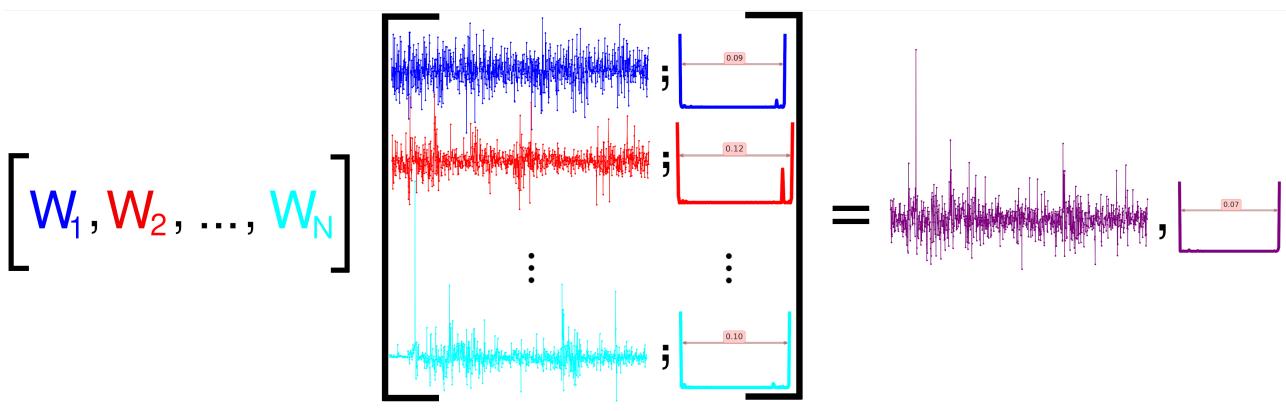
تعاریف دیگر ریسک کمک گرفت. از اینجا به بعد به نحوه محاسبه ریسک با کمک پتانسیل کوانتومی میپردازیم.

۲.۴ مدیریت ریسک و سبد سهام توسط پتانسیل کوانتومی

در فصل سوم نشان دادیم که چگونه می توان پتانسیل کوانتومی یک بعدی حاکم بر سود و زیان یک بازار را محاسبه کرد. در ادامه این فصل میخواهیم با در نظر گرفتن فاصله‌ی بین دو دیواره مشخص شده در شکل ۴.۴ تحت عنوان ریسک موجود در آن بازار به بررسی ریسک موجود در بازار های مختلف پردازیم و با مقایسه آن با واریانس تحت عنوان ریسک کلاسیکی به تشکیل سبد سهام مناسب پردازیم. واژه مناسب در دیدگاه افراد و صندوق های سرمایه گذاری مختلف، متفاوت است و هر کدام از آن ها بسته به نوع هدف سرمایه گذاری دنبال جنبه ای متفاوت از سود هستند. در کار این پایان نامه سبدی را مناسب میبینیم که دارای کمترین ریسک ممکن در بین تمامی سبد های ممکن باشد و همچنین در بین تمامی سبد های با ریسک کمینه، حاوی سود بیشینه باشد. برای این کار ابتدا لازم است که نموداری شماتیک از نحوه ایجاد سبد سهام با در نظر گرفتن ریسک هر کدام را داشته باشیم. شکل ۴.۴ به صورت کلی تشکیل سبد سهام از هر تعداد دلخواه سری زمانی قیمتی را نشان می دهد.

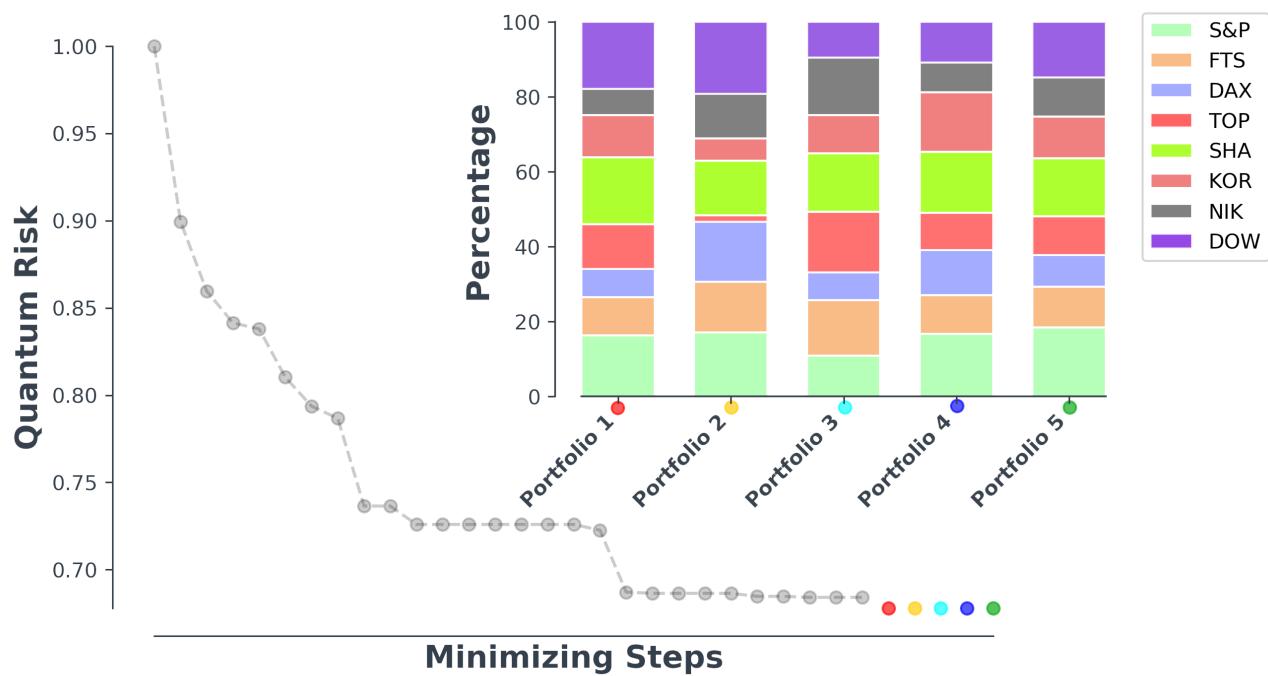
برای هر تعداد دلخواه سهم می توان سبدی با وزن های مربوطه تشکیل داد که شاخص سود و زیان این سبد از معادله زیر بدست می آید.

$$\bar{r}(t) = \sum_{i=1}^N w_i r_i(t) \quad (1.4)$$



شکل ۴.۴: شکل شماتیک نحوه تشکیل شاخص سبد سهام با وزن های مختلف

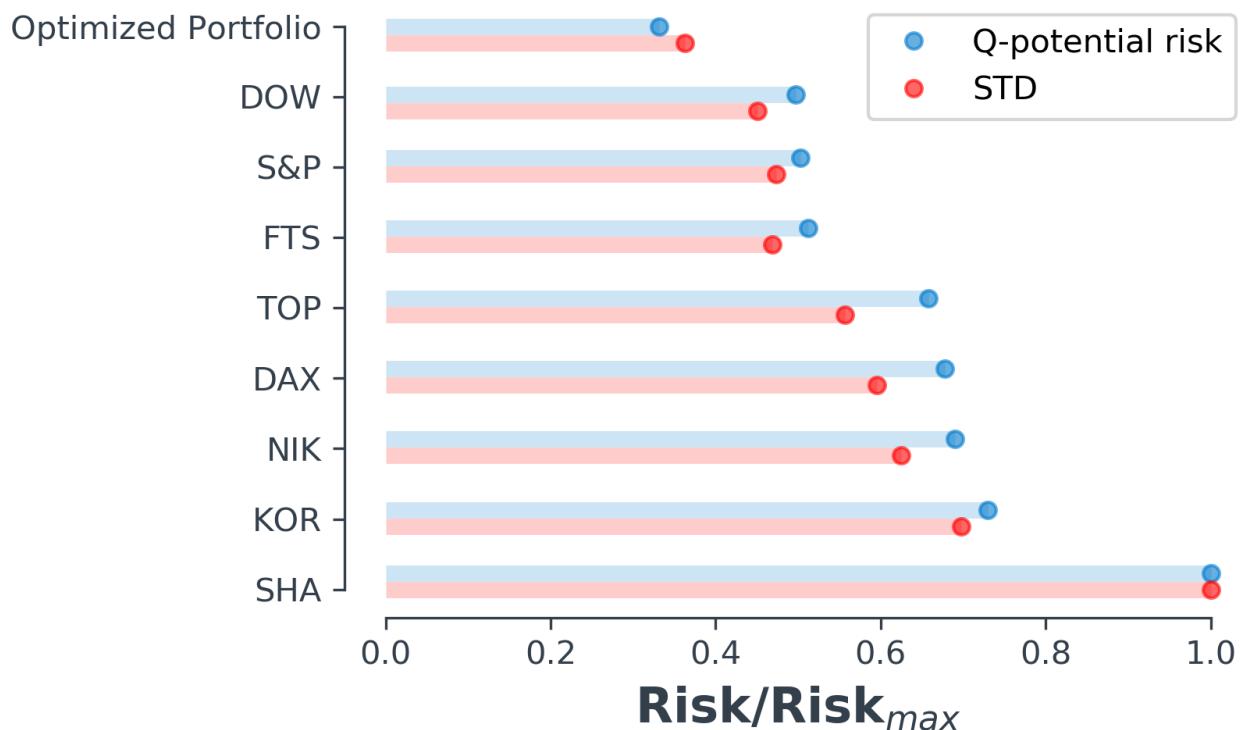
که در آن W_i ها وزن های هر کدام از سهام های در نظر گرفته در سبد مورد نظر هستند. در ادامه کار با استفاده از الگوریتم ژنتیک تلاش در جهت یافتن وزن های مناسبی خواهیم کرد که سبد نهایی متتشکل از این وزن ها دارای کمترین ریسک ممکن در بین تمامی گزینه های موجود باشند. الگوریتم ژنتیک الگوریتمی محبوب در میان کد نویسان است که معمولا برای یافتن اکسترمم های توابع چند متغیره از آن استفاده می شود. در کار این پایان نامه از زبان برنامه نویسی پایتون برای پیاده سازی این الگوریتم کمک گرفته شده است. اگر این برنامه را برای سبدی متتشکل از ۸ شاخص بزرگ دنیا همچون, *S&P500composite*, *DowJonesindustrial*, *ShanghaiSEA* و *KoreaSEcomposite NIKKEI225*, *DAX30performance*, *FTSE100*, *TOPIX*, اجرا کنیم، فرایند کمینه شدن ریسک شاخص سبد سهام در شکل ۵.۴ قابل مشاهده است. همانطور که در شکل ۵.۴ پیداست، در مرحله نهایی کمینه کردن تعدادی سبد سهام با ریسک کمینه یکسان وجود دارند. این مساله چندان به دور از انتظار هم نیست چرا که سهم های مختلف کاملن از یکدیگر مستقل نیستند و تعداد بیشماری حالت برای کمینه ریسک در بین تمامی حالات ممکن موجود است. پنج حالت ممکن برای برنامه اجرا شده در شکل ۵.۴ نشان داده شده اند. به وضوح در این شکل شماتیک پیداست که این سبد ها با یکدیگر متفاوت بوده در حالی که همه آن ها متعلق به یک گروه از سبد ها با ریسک یکسان هستند. هر کدام از این پنج سبد مشخص شده در شکل ۵.۴ از نقطه نظر ریسک کوانتومی با یکدیگر برابر بوده و اگر تنها همین پارامتر در خرید دارایی هائز اهمیت بود هیچ کدام از این پنج سبد بر دیگری ارجحیت خاصی نداشتند. این در حالی است که برای انتخاب سبد تعداد بیشماری پارامتر وجود دارد که می توان از آن ها برای فیلتر کردن سبد های موجود استفاده کرد. سوال خوبی که می توان در این قسمت پرسید این است که ترتیب اعمال فیلتر ها اهمیت خاصی دارد یا خیر؟ یعنی اگر در ابتدا سبد های پر بازده را جدا کرده و از بین آن ها دنبال سبد های کم ریسک گشته نتیجه یکسانی با انتخاب ابتدا سبد های کم ریسک و سپس پر بازده دارد یا خیر؟ پاسخ دادن به این سوال ورای کار این پایان نامه قرار دارد و خواننده می تواند به راحتی به دنبال پاسخ این سوالات بگردد.



شکل ۵.۴: شکل شماتیک

شکل ۶.۴ ریسک و واریانس هر کدام از شاخص های استفاده شده در برنامه الگوریتم ژنتیک را در کنار ریسک و واریانس سبد متشکل از این شاخص ها با وزن های پیدا شده در این الگوریتم را نشان می دهد. هر کدام از ریسک های بدست آمده تقسیم بر ریسک شانگهای که بزرگترین ریسک موجود در بین دیگر شاخص ها را دارد، شده است. به این ترتیب ریسک های نمایش داده شده مقیاسی بوده و مقایسه بین هر کدام از آن ها ساده تر انجام خواهد شد. با مشاهده در شکل ۶.۴ در می یابیم که شاخص های داوجونز و اس اند پی آمریکا کمترین ریسک و شاخص شانگهای چین بیشترین ریسک را در بین هر یک از هشت شاخص دیگر دارد. این در حالی است که سبد سهام متشکل از تک تک این شاخص ها با وزن های مناسب پیدا شده در الگوریتم ژنتیک برنامه، ریسکی کمتر از حتی شاخص های داوجونز و اس اند پی دارد. با تفکری سطحی می توان پی برد که ریسک سبد تابعی خطی از ریسک اجزا تشکیل دهنده آن سبد نیست و اگر چنان بود، ریسک سبد در کمترین حالت خود زمانی بود که سبد متشکل از صد درصد سهم داوجونز بود و ریسک آن برابر ریسک شاخص داوجونز قرار می گرفت. در حالی که این اتفاق مطابق با شکل ۶.۴ رخ نداده است.

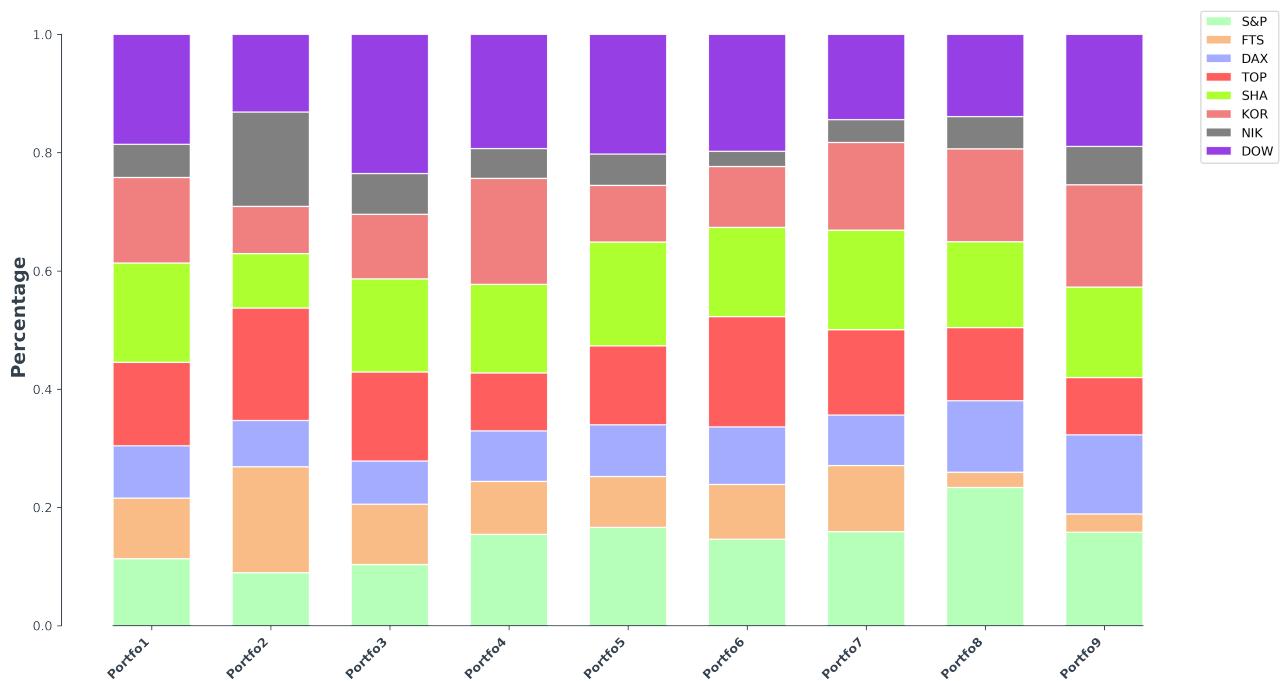
برای مقایسه بهتر واریانس که نماینده ریسک در بین نظریه پردازان است هم در کنار ریسک کوانتومی خارج شده از پتانسیل کوانتومی رسم شده است. همانطور که پیداست در اکثر شاخص های رسم شده واریانس مقداری کمتر از ریسک کوانتومی اختیار کرده است و تنها در مورد سبد نهایی این مقدار متفاوت نمایان شده است.



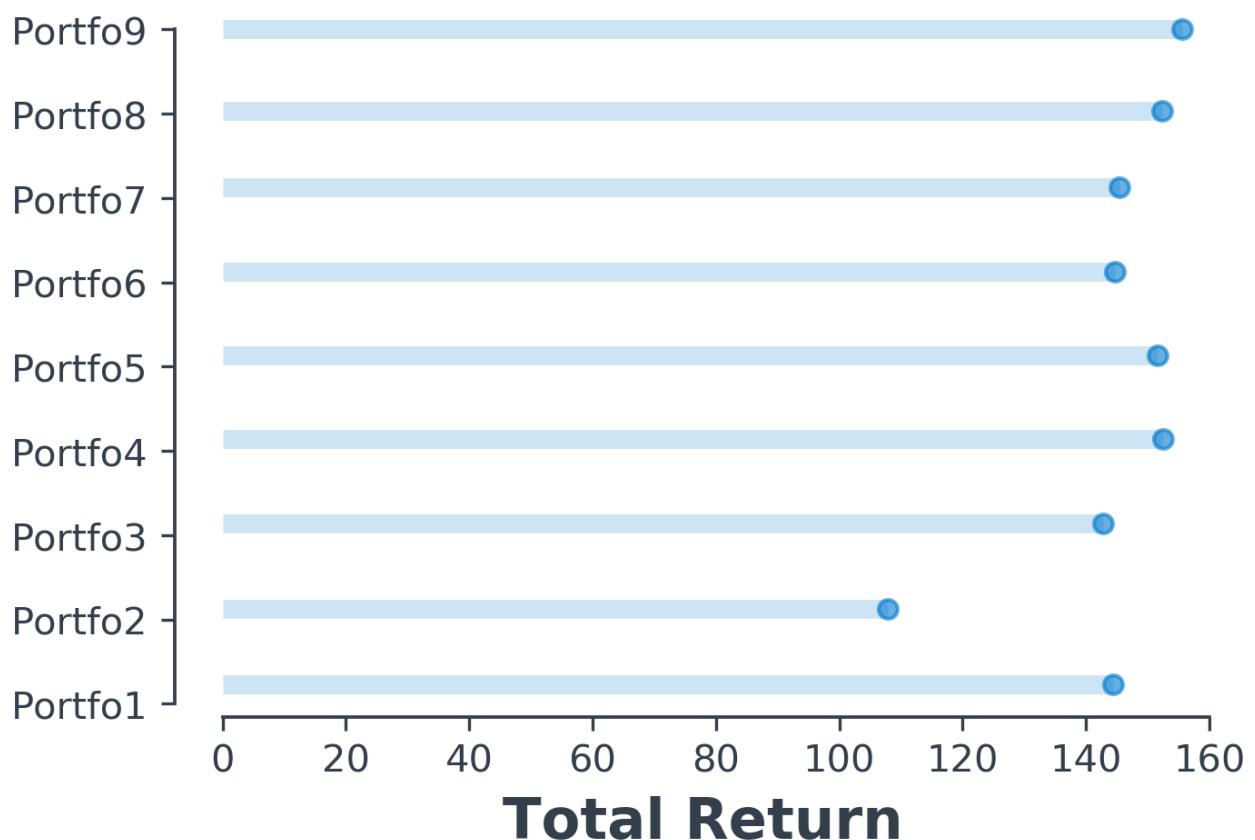
شکل ۶.۴: پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P۵۰۰

۳.۴ تضاد ریسک با بازدهی

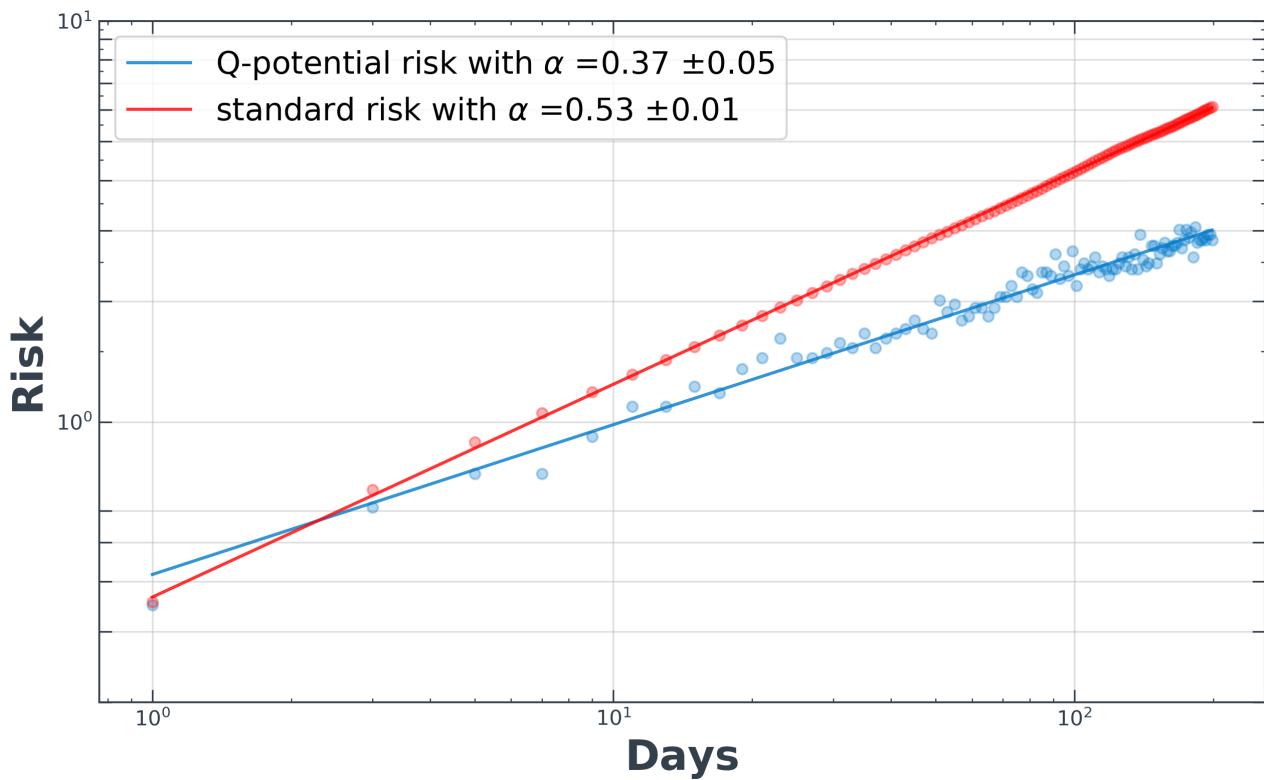
در ابتدای فصل نشان دادیم که چگونه بازار تعادل بین ریسک و بازدهی را نگه می دارد. در این بخش می خواهیم نشان دهیم که این تعادل در بین سبد های پیشنهادی الگوریتم ژنتیک چگونه برقرار است و آیا می توان در بین تعادل بیشمار تبگهی موجود پیشنهادی این برنامه، تفکیک از نقطه نظر میزان بازدهی کرد. برای این کار یکی از بهترین کار های ممکن این است که سبد های پیشنهادی برنامه الگوریتم ژنتیک را تشکیل دهیم و با استفاده از داده های تاریخی میزان بازدهی کل این سبد را در بازه مشخص بسنجیم. برای این کار با دیگر برنامه الگوریتم ژنتیک را اجرا می کنیم و این بار تعداد ۹ عدد سبد هم ریسک را از بین سبد های با تبهگنی یکسان جدا میکنیم. این نه سبد در شکل ۷.۴ آورده شده ایند. برای هر کدام از این سبد ها بازدهی محاسبه شده در شکل ۸.۴ آورده شده است. با توجه در این شکل می توان نتیجه ابتدایی گرفت که سبد نهم از بین سبد های نشان داده شده بازدهی بیشتری نسبت به دیگر سبد ها را به خود اختصاص داده است. این در حالی است که سبد دوم در میدان رقابت با دیگر سبد ها شکست خورده است. در این فصل نشان دادیم که چگونه می توان با استفاده از فیلتر های مختلف سبد سهام دلخواه خود را پیدا کرد و در این مسیر از فیلتر های کوانتومی برای جداسازی سبد های سهام کمک گرفتیم. همانطور که در پیشگفتار گفته شد هدف اولیه برای اثبات درستی استفاده از مکانیک کوانتومی در تحلیل بازارهای مالی مقایسه تمامی فیلتر های آن با فیلتر های استاندارد موجود، در اینجا واریانس تحت عنوان ریسک



شکل ۷.۴: سبدهای سهام پیشنهادی الگوریتم ژنتیک



شکل ۸.۴: بازدهی هر کدام از سبدهای پیشنهادی شکل ۷.۴



شکل ۹.۴: رابطه نمایی ریسک با مقیاس

استاندارد است. برای مقایسه ریسک کوانتمی و ریسک استاندارد واریانس بهتر است به مقایسه این دو در سری های زمانی با مقیاس های متفاوت بپردازیم. برای این مقایسه کافی است یک سبد پیشنهادی الگوریتم ژنتیک را برای مقیاس های یک روز، دو روز الی دویست روز تشکیل دهیم. شکل ۹.۴ مقدار ریسک کوانتمی و ریسک استاندارد را برای هر کدام از این مقیاس ها نشان می دهد. همانطور که در این شکل پیداست در بازه های زمانی دو روزه خرید و فروش از نقطه نظر ریسک استاندارد ریسک بزرگتری از نقطه نظر ریسک کوانتمی دارد ولی از بازه های دو روز به بعد ریسک کوانتمی مقدار ریسک کمتری را نشان می دهد. از شکل ۹.۴ مشخص است که یک رابطه نمایی بین مقیاس و ریسک وجود دارد. این رابطه از معادله زیر با نمایهای مربوطه نشان داده شده در شکل پیروی می کند.

$$Risk(\tau) \propto \tau^\alpha. \quad (2.4)$$

همانطور که در شکل ۹.۴ به وضوح پیداست نمای بحرانی برای ریسک استاندارد بزرگ تر از نمای بحرانی برای ریسک کوانتمی است و این بیان گر این موضوع است که ریسک کوانتمی نسبت به ریسک استاندارد آینده بهتری را برای این سبد پیش بینی می کند.

۴.۴ جمع بندی فصل چهارم

در این فصل با استفاده از کنترل پتانسیل کوانتمومی معیاری برای ریسک سری های زمانی تعریف کردیم و نشان دادیم که این معیار در مقایسه با معیار کلاسیکی خود که واریانس است چگونه عمل می کند. در ادامه به بررسی مدیریت سبد سهام با هدف یافتن سبدی که دارای کمترین ریسک در بین تمامی انتخاب های ممکن است، سبد هایی را معرفی کردیم که در کمینه ریسک قرار داشتند و تبهگن بودند. از نقطه نظر کمترین ریسک هیچ اولویتی بین این سبد ها وجود نداشت ولی از نقطه نظر میزان بازدهی، تفاوت هایی در بین آن ها مشاهده شد. در نهایت نشان دادیم که چگونه می توانیم این تفاوت ها را نمایان کنیم و در مسیر انتخاب بهترین سبد ممکن از نقطه نظر کمترین ریسک و بیشترین بازدهی حرکت کنیم.

فصل ۵

نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پایان نامه از ابتدا صحبت از آن بود که چگونه ابزارهای مستقل ریاضیاتی که برای پاسخگویی به مسائلی خاص از علم به وجود آمده اند می توانند پاسخگو در دیگر زمینه های زندگی بشر نیز باشند. یکی از این ابزارها مکانیک کوانتومی است که برای پاسخ گویی به سوالات موجود در میکروسیستم های فیزیکی تولد یافته است.

در فصل اول سخن از این به میان آمد که آیا مکانیک کوانتومی توانایی یافتن پاسخ نیازهای بشر و رای مسائل مربوط به اتم و موضوعات وابسته را دارد؟ اگر دارد کدامین جنبه از مشکلات آدمیان را می تواند تحلیل کند و جواب های آن تا چه حد قابل مقایسه با دیگر ابزارهای موجود است؟ آیا مکانیک کوانتومی اراده قدم گذاشتن در مسیر حل مشکلاتی (همچون مشکلات فرایند شناختی، تحلیل روانشناسی بازار و غیره) که ابزارهای موازی با آن تاب نفس کشیدن در آن ها را ندارند، دارد؟

برای یافتن این چنین سوالات فضولی را مرتب کردیم که مقدمه ای بر تحریک جنبش علوم اجتماعی کوانتومی هستند. از جمله این فصول، فصل سوم این پایان نامه، تعمیم پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای همبسته و فصل چهارم مدیریت ریسک و سبد سهام به کمک پتانسیل کوانتومی هستند.

در فصل سوم با ارائه مدلی پیشنهادی برای تابع توزیع سود و ضرر یک بازار، رفتار پتانسیل کوانتومی مشترک را در موقعیت های متفاوت ترسیم کردیم. نشان دادیم که پتانسیل کوانتومی مشترک برای بازارهای با وابستگی زیاد چگونه نسبت به بازارهای با وابستگی کم تغییر می کند. همچنین برای داده های واقعی بازارهای مختلف از سراسر دنیا این پتانسیل را ترسیم کردیم و در ادامه تحلیل آنها دریافتیم که پتانسیل کوانتومی مشترک همانند ابزارهای کلاسیکی موجود به خوبی از وجود همبستگی بالا میان شاخص های *Dow Jones* و *S&P500* و همچنین از وجود همبستگی کم میان بازارهای *DAX* و *TOPIX* جکایت می کند.

ناید این گونه برداشت کرد که اطلاعات خروجی از پتانسیل کوانتومی همان اطلاعات موجود در تابع همبستگی مکانیک آماری است و چیزی جدید به دانسته های قبلی ما اضافه نکرده است. می بایست حواسمن باشد همانگونه

که فضا و چارچوب این دو ابزار(مکانیک کوانتمی و مکانیک آماری) به کلی متفاوت از یکدیگر بوده، میزان اطلاعات خروجی از هر کدام از این دو ابزار به کلی با یکدیگر متفاوت است. یادمان باشد که هدف در این قسمت نشان دادن این موضوع بود که مکانیک کوانتمی هم همانند برادر بزرگتر خود مکانیک آماری می تواند پاسخگو در مسائل موجود باشد.

در ادامه در فصل چهارم نیز با کمک پتانسیل کوانتمی حاکم بر یک بازار نشان دادیم که چگونه شکل پتانسیل کوانتمی می تواند منعکس کننده ریسک موجود در آن بازار برای سرمایه گذاری باشد و با مقایسه این ابزار با تابع واریانس موجود در مکانیک آماری شباهت ها و تفاوت های موجود در این دو مفهوم را بررسی کردیم. از جمله تفاوت های قابل بحث در این حوزه بیشتر بودن ریسک پتانسیل کوانتمی یک بازار نسبت به واریانس آن بازار است در حالی که سبد ساخته شده با در نظر گرفتن پتانسیل کوانتمی ریسک کمتری در بلند مدت نسبت به واریانس داشته است.

بررسی این دو کار در این پایان نامه نمونه کوچکی از کارهای قابل اجرا برای نشان دادن قدرت مکانیک کوانتمی در یافتن جواب مشکلات جدید جوامع امروزی است. اولین و مهمترین قدم برای مستحکم تر کردن این مفهوم استفاده از مدل های غیر گاووسی در مدل پیشنهادی برای تابع توزیع سود و زیان بازارهاست. غیر گاووسی بودن بازارها در کارهای مقاله های مختلف بررسی شده است و خوب است که دانشجوهای مشتاق در ابتدا به بررسی مدل های غیر گاووسی در تابع توزیع به کار رفته در پتانسیل کوانتمی بپردازنند.

كتاب نامه

- [۱] Black, Fischer, and Myron Scholes. "The pricing of options and corporate liabilities." *Journal of political economy* ۳.۸۱ : (۱۹۷۳) . ۶۵۴-۶۳۷
- [۲] Bachelier, L. .(۱۹۰۰) *Théorie de la spéculation*. *Annales scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure*, ۸۶-۲۱
- [۳] Mandelbrot, Benoit B. "The variation of certain speculative prices." *Fractals and scaling in finance*. Springer, New York, NY, . ۱۹۹۷ . ۴۱۸-۳۷۱
- [۴] Kadanoff, Leo P. "From simulation model to public policy: An examination of Forrester's" *Urban Dynamics*". " *Simulation* ۶.۱۶ : (۱۹۷۱) . ۲۶۸-۲۶۱
- [۵] Montroll, Elliott W., and Wade W. Badger. *Introduction to quantitative aspects of social phenomena*. Gordon and Breach, . ۱۹۷۴
- [۶] Anderson, P. W., and K. J. Arrow. "D. Pines (eds.) (۱۹۸۸). *The Economy as an Evolving Complex System*, Redwood City."
- [۷] Penrose, Roger. *Shadows of the Mind*. Vol. ۱. Oxford: Oxford University Press, . ۱۹۹۴
- [۸] Hameroff, Stuart R. "Quantum coherence in microtubules: A neural basis for emergent consciousness?" *Journal of consciousness studies* ۱.۱ : (۱۹۹۴) . ۱۱۸-۹۱
- [۹] Khrennivov, Andrei. "Classical and quantum mechanics on information spaces with applications to cognitive, psychological, social, and anomalous phenomena." *Foundations of Physics* ۷.۲۹ : (۱۹۹۹) . ۱۰۹۸-۱۰۶۰

- [۱۰] Khrennikov, A. Yu. "Information Dynamics in Cognitive, Psychological." Social and Anomalous Phenomena. Kluwer .(۲۰۰۴)
- [۱۱] Goldstein, Sheldon. "Bohmian mechanics and quantum information." Foundations of Physics ۴.۴۰ : (۲۰۱۰) .۳۵۵-۳۳۵
- [۱۲] Bouwmeester, Dirk, and Anton Zeilinger. "The physics of quantum information: basic concepts." The physics of quantum information. Springer, Berlin, Heidelberg. ۲۰۰۰ .۱۴-۱
- [۱۳] Fuchs, Christopher A. "Quantum mechanics as quantum information (and only a little more)." arXiv preprint quant-ph/۰۲۰۵۰۳۹ .(۲۰۰۲)
- [۱۴] Khrennikov, A. Y. "Ubiquitous Quantum Structure from Psychology to Finance. Springer." .(۲۰۱۰)
- [۱۵] Shen, C., and E. Haven. "Using empirical data to estimate potential functions in commodity markets: some initial results." International Journal of Theoretical Physics ۱۲.۵۶ : (۲۰۱۷) .۴۱۰۴-۴۰۹۲
- [۱۶] Tahmasebi, F., et al. "Financial market images: a practical approach owing to the secret quantum potential." EPL (Europhysics Letters) ۳.۱۰۹ : (۲۰۱۵) .۳۰۰۰۱
- [۱۷] Nasiri, Sina, Eralp Bektas, and Gholamreza Jafari. "Risk Information of Stock Market Using Quantum Potential Constraints." Emerging Trends in Banking and Finance. Springer, Cham. ۲۰۱۸ .۱۳۸-۱۳۲
- [۱۸] Nasiri, Sina, Eralp Bektas, and G. Reza Jafari. "The impact of trading volume on the stock market credibility: Bohmian quantum potential approach." Physica A: Statistical Mechanics and its Applications ۵۱۲ : (۲۰۱۸) .۱۱۱۲-۱۱۰۴
- [۱۹] Khrennikov, Andrei Y. Ubiquitous quantum structure. Springer. ۲۰۱۴
- [۲۰] Choustova, Olga. Pilot wave quantum model for the stock market. No. quant-ph/۰۱۰۹۱۲۲. ۲۰۰۱

- [۲۱] Choustova, Olga. "Bohmian mechanics for financial processes." *Journal of Modern Optics* ۷-۶.۵۱ : (۲۰۰۴) . ۱۱۱۱-۱۱۱۱
- [۲۲] Choustova, Olga. "Price-Dynamics of Shares and Bohmian Mechanics: Deterministic or Stochastic Models?" *AIP Conference Proceedings*. Vol. ۸۸۹ No. ۱ American Institute of Physics, ۲۰۰۷
- [۲۳] Choustova, Olga. "Quantum modeling of nonlinear dynamics of stock prices: Bohmian approach." *Theoretical and Mathematical Physics* ۲.۱۵۲ : (۲۰۰۷) - ۱۲۱۳ . ۱۲۲۲
- [۲۴] Choustova, Olga. "Quantum model for the price dynamics: the problem of smoothness of trajectories." *Journal of mathematical analysis and applications* ۱.۳۴۶ : (۲۰۰۸) . ۳۰۴-۲۹۶
- [۲۵] Choustova, Olga. "Application of Bohmian mechanics to dynamics of prices of shares: Stochastic model of Bohm–Vigier from properties of price trajectories." *International Journal of Theoretical Physics* ۱.۴۷ : (۲۰۰۸) . ۲۶۰-۲۵۲
- [۲۶] Choustova, Olga. "Quantum-like Viewpoint on the Complexity and Randomness of the Financial Market." *Coping with the Complexity of Economics*. Springer, Milano, ۲۰۰۹ . ۶۶-۵۲
- [۲۷] Khrennikov, A. Yu. "p-adic quantum mechanics with p-adic valued functions." *Journal of mathematical physics* ۴.۳۲ : (۱۹۹۱) . ۹۳۷-۹۳۲
- [۲۸] Segal, William, and I. E. Segal. "The Black–Scholes pricing formula in the quantum context." *Proceedings of the National Academy of Sciences* v.۹۵ : (۱۹۹۸) - ۴۰۷۲ . ۴۰۷۵
- [۲۹] Baaquie, Belal E. *Quantum finance: Path integrals and Hamiltonians for options and interest rates*. Cambridge University Press, ۲۰۰۷

- [۳۰] Baaquie, Belal E. "Quantum mechanics and option pricing." Department of Physics, National University of Singapore, July ۲۸ .(۲۰۰۵)
- [۳۱] Haven, Emmanuel E. "A discussion on embedding the Black–Scholes option pricing model in a quantum physics setting." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۴-۳.۳۰۴ : (۲۰۰۲) .۵۲۴-۵۰۷
- [۳۲] Haven, Emmanuel. "A Black–Scholes Schrödinger option price: 'bit' versus 'qubit'." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۲-۱.۳۲۴ : (۲۰۰۳) -۲۰۱ .۲۰۶
- [۳۳] Haven, Emmanuel. "The wave-equivalent of the Black–Scholes option price: an interpretation." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۲-۱.۳۴۴ : (۲۰۰۴) .۱۴۵-۱۴۲
- [۳۴] Haven, Emmanuel. "Analytical solutions to the backward Kolmogorov PDE via an adiabatic approximation to the Schrödinger PDE." *Journal of mathematical analysis and applications* ۲.۳۱۱ : (۲۰۰۵) .۴۴۴-۴۳۹
- [۳۵] Haven, Emmanuel. "Bohmian mechanics in a macroscopic quantum system." *AIP Conference Proceedings*. Vol. ۸۱. No. ۱ American Institute of Physics, ۲۰۰۶
- [۳۶] Khrennikov, Andrei Yu, and Emmanuel Haven. "Quantum mechanics and violations of the sure-thing principle: The use of probability interference and other concepts." *Journal of Mathematical Psychology* ۵.۵۳ : (۲۰۰۹) .۳۸۸-۳۷۸
- [۳۷] Piotrowski, Edward W., and Jan Sładkowski. "Quantum-like approach to financial risk: quantum anthropic principle." *arXiv preprint quant-ph/110046* .(۲۰۰۱)
- [۳۸] Piotrowski, Edward W., and J. Sładkowski. "Quantum market games." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۲-۱.۳۱۲ : (۲۰۰۲) .۲۱۶-۲۰۸

- [٤٩] Piotrowski, Edward W., Jan Sładkowski, and Jacek Syska. "Interference of quantum market strategies." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ٤-٣.٣١٨ : (٢٠٠٣) .٥٢٨-٥١٦
- [٤٠] Piotrowski, Edward W., and Jan Sładkowski. "An invitation to quantum game theory." *International Journal of Theoretical Physics* ٥.٤٢ : (٢٠٠٣) .١٠٩٩-١٠٨٩
- [٤١] Piotrowski, Edward W. "Fixed point theorem for simple quantum strategies in quantum market games." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ٢-١.٣٢٤ : (٢٠٠٣) .٢٠٠-١٩٦
- [٤٢] Piotrowski , Edward W., and Jan Sładkowski. "Quantum games in finance." *Quantitative Finance* ٦.٤ : (٢٠٠٤) .٦٧-٦١
- [٤٣] Piotrowski, Edward W., Małgorzata Schroeder, and Anna Zambrzycka. "Quantum extension of European option pricing based on the Ornstein–Uhlenbeck process." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ١.٣٦٨ : (٢٠٠٦) -١٧٦ .١٨٢
- [٤٤] Granger, C. W. "Is chaotic economic theory relevant for economics? A review essay." *Journal of International and Comparative Economics* ٣ : (١٩٩٤) .١٤٥-١٣٩
- [٤٥] Barnett, William A., and Apostolos Serletis. "Martingales, nonlinearity, and chaos." *Journal of Economic Dynamics and Control* ٧-٥.٢٤ : (٢٠٠٠) .٧٢٤-٧٠٣
- [٤٦] Benhabib, Jess, ed. *Cycles and chaos in economic equilibrium*. Princeton University Press, ١٩٩٢
- [٤٧] Brock, William A., and Chera L. Sayers. "Is the business cycle characterized by deterministic chaos?" *Journal of monetary economics* ١.٢٢ : (١٩٨٨) .٩٠-٧١
- [٤٨] Campbell, John Y., et al. *The econometrics of financial markets*. princeton University press, ١٩٩٧

- [٤٩] Hsieh, David A. "Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets." *The journal of finance* 5.46 :(١٩٩١) .١٨٧٧-١٨٣٩
- [٥٠] Samuelson, Paul A. "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly." *The world scientific handbook of futures markets.* .٢٠١٦ .٣٨-٢٥
- [٥١] Samuelson, Paul A. "Rational theory of warrant pricing." Henry P. McKean Jr. *Selecta.* Birkhäuser, Cham, .٢٠١٥ .٢٣٢-١٩٥
- [٥٢] Malkiel, Burton G., and Eugene F. Fama. "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work." *The journal of Finance* 2.25 :(١٩٧٠) .٤١٧-٣٨٣
- [٥٣] Stanley, H. Eugene, and Rosario N. Mantegna. *An introduction to econophysics.* Cambridge University Press, Cambridge, .٢٠٠٠
- [٥٤] Shiryaev, Albert N. *Essentials of stochastic finance: facts, models, theory.* Vol. .٣ World scientific, .١٩٩٩
- [٥٥] Bohm, D., B.J. Hiley, and P. Holland. "Book-Review—the Undivided Universe—an Ontological Interpretation of Quantum Theory." *Nature* 366 :(١٩٩٣) .٤٢٠
- [٥٦] Hiley, Basil, and P. Pylkkänen. "Active information and cognitive science—A reply to Kieseppä." *Brain, mind and physics* :(١٩٩٧) .٨٥-٦٤
- [٥٧] Shen, C., and E. Haven. "Using empirical data to estimate potential functions in commodity markets: some initial results." *International Journal of Theoretical Physics* 12.06 :(٢٠١٧) .٤١٠٤-٤٠٩٢

