

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ



دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده فیزیک

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد
گرایش سیستم های پیچیده و دینامیک غیر خطی

مطالعه‌ی بازارهای هم بسته توسط مکانیک

کوانتومی بوهم

اساتید راهنما :

دکتر سعدالله نصیری قیداری

دکتر غلامرضا جعفری

نگارنده : حسین خاکسار بلداجی

تاریخ دفاع:

یک شنبه، ۳۰ شهریور ۱۳۹۹

فهرست مطالب

| | | |
|----|-------|--|
| ۹ | ۱ | پیشگفتار |
| ۹ | ۱.۱ | مقدمه |
| ۱۴ | ۲.۱ | ظهور پیچیدگی در اقتصاد و طرح مسأله |
| ۱۸ | ۳.۱ | تاریخچه |
| ۲۳ | ۲ | مبانی ریاضیاتی مورد نیاز |
| ۲۶ | ۳ | کاربرد پتانسیل کوانتومی در مسائل اقتصادی |
| ۲۷ | ۱.۲ | استفاده از داده های تجربی در محاسبه پتانسیل کوانتومی |
| ۳۵ | ۲.۳ | استفاده از داده های تجربی بازار کالا در محاسبه پتانسیل کوانتومی |
| ۳۹ | ۳.۲ | پتانسیل کوانتومی دو بعدی حاکم بر بازدهی و حجم معاملات یک بازار |
| ۴۲ | ۴ | تعمیم پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای هم بسته |
| ۴۴ | ۱.۰.۴ | ارائه طرح پیشنهادیتابع توزیع گاووسی |
| ۴۵ | ۲.۰.۴ | بررسی متغیر μ برای بازارهای با واریانس یکسان، $\sigma_1 = \sigma_2$ |
| ۴۸ | ۳.۰.۴ | بررسی متغیر μ برای بازارهای با واریانس غیر یکسان، $\sigma_1 \neq \sigma_2$ |
| ۵۱ | ۴.۰.۴ | پتانسیل کوانتومی برای داده های واقعی |
| ۵۷ | ۱.۴ | جمع بندی فصل سوم |
| ۵۸ | ۵ | مدیریت ریسک و سبد سهام با استفاده از پتانسیل کوانتومی |
| ۵۸ | ۱.۵ | مقدمه ای بر مدیریت ریسک و سبد سهام |
| ۶۰ | ۱.۱.۵ | واریانس تعریفی دانشگاهی از ریسک |

| | | |
|----|---|--------|
| ۶۱ | مدیریت ریسک و سبد سهام توسط پتانسیل کوانتموی | ۲.۵ |
| ۶۴ | تضاد ریسک با بازدهی | ۳.۵ |
| ۶۷ | جمع بندی فصل چهارم | ۴.۵ |
| ۶۹ | نتیجه گیری و پیشنهادات | ۶ |
| ۷۱ | آ بهینه سازی چند هدفه | |
| ۷۱ | ۱.آ مقدمه | |
| ۷۲ | الگوریتم ژنتیک | ۲.آ |
| ۷۴ | تعریف کروموزوم | ۳.آ |
| ۷۵ | تولید جمعیت اولیه | ۴.آ |
| ۷۵ | الگوریتم های انتخاب | ۵.آ |
| ۷۶ | انتخاب به صورت قطعی | ۱.۵.آ |
| ۷۶ | انتخاب بر اساس تورنمنت | ۲.۵.آ |
| ۷۷ | انتخاب بر اساس مکانیزم چرخ گردان | ۳.۵.آ |
| ۷۸ | عملگرهای ژنتیکی | ۶.آ |
| ۷۹ | عملگر تقاطع | ۱.۶.آ |
| ۸۰ | عملگر جهش | ۲.۶.آ |
| ۸۱ | پیمایش برازنده | ۷.آ |
| ۸۱ | نمایش استاندارد مسائل بهینه سازی چند هدفه | ۸.آ |
| ۸۲ | نقاط بهینه پارتو | ۹.آ |
| ۸۵ | پارتو غالب (Pareto Dominance) | ۱.۹.آ |
| ۸۵ | مجموعه پارتو (Pareto Set) | ۲.۹.آ |
| ۸۵ | جبهه پارتو (Pareto Front) | ۳.۹.آ |
| ۸۵ | تحدد و تقریر مجموعه پارتو | ۴.۹.آ |
| ۸۶ | الگوریتم های مختلف حل مسائل بهینه سازی چند هدفه | ۱۰.آ |
| ۸۶ | روش ضرایب وزنی | ۱.۱۰.آ |
| ۸۷ | روش معیار سراسری | ۲.۱۰.آ |
| ۸۷ | روش Min-Max | ۳.۱۰.آ |

| | | |
|-----|-------|--|
| ۸۷ | | ۴.۱۰. آروش VEGA |
| ۸۸ | | ۱۱. آلگوریتم NSGA-II |
| ۸۹ | | ۱.۱۱. آر زیر برنامه‌ی فاصله‌ی تجمعی (CDA) |
| ۹۱ | | ب کتابخانه پایتون نوشته شده برای فصل چهارم |
| ۱۰۸ | | پ کتابخانه پایتون نوشته شده برای فصل پنجم |

فهرست تصاویر

| | | | |
|----|-------|---|------|
| ۲۸ | | سری زمانی قیمت شاخص S&P ₅₀₀ | ۱.۳ |
| ۲۸ | | سری زمانی سود شاخص S&P ₅₀₀ | ۲.۳ |
| ۲۹ | | تابع توزیع احتمال سود شاخص S&P ₅₀₀ | ۳.۳ |
| ۳۰ | | پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P ₅₀₀ | ۴.۳ |
| ۳۱ | | پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های هفتگی بازار S&P ₅₀₀ | ۵.۳ |
| ۳۱ | | پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های ماهانه بازار S&P ₅₀₀ | ۶.۳ |
| ۳۱ | | پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های فصلی بازار S&P ₅₀₀ | ۷.۳ |
| ۳۳ | | پتانسیل کوانتومی مربوط به داده های بازار S&P همراه با پتانسیل کوانتومی حاکم بر یک نویز سفید گاوی برای داده های زمانی روزانه، هفتگی، ماهانه و سالانه برداشته شده از مقاله طهماسبی [۱۶] | ۸.۳ |
| ۳۴ | | مقایسه‌ی رفتار مقیاسی پتانسیل کوانتومی برای بازارهای نوظهور و بازارهای کارآمد برداشته شده از مقاله طهماسبی [۱۶] | ۹.۳ |
| ۳۵ | | پتانسیل های کوانتومی حاکم بر بازار طلا در مقیاس های زمانی روزانه، ماهانه و سالانه برداشته شده از مقاله هاون [۵۷] | ۱۰.۳ |
| ۳۷ | | پتانسیل های کلاسیکی و کوانتومی حاکم بر بازار های نفت، طلا، نقره، مس و ذرت در مقیاس های زمانی روزانه برداشته شده از مقاله هاون [۵۷] | ۱۱.۳ |
| ۳۸ | | نیروهای کلاسیکی و پتانسیلی مربوط به پتانسیل های کلاسیکی و کوانتومی بازار ذرت، برداشته شده از مقاله طهماسبی [۱۶] | ۱۲.۳ |
| ۴۰ | | توابع توزیع و پتانسیل های کوانتومی برای متغیر های بازدهی و حجم معاملات شاخص داو جونز برداشته شده از مقاله نصیری [۱۸] | ۱۳.۳ |

| | | |
|------|--|-----|
| ۱۴.۳ | شکل گرمایی پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای متغیر های بازدهی و حجم | |
| ۴۱ | معاملات برداشته شده از مقاله نصیری [۱۸] | |
| ۱.۴ | شکل سه بعدی تابع توزیع و پتانسیل های کوانتمی مربوطه رسم شده برای ρ | |
| ۴۶ | $\sigma_x = \sigma_y = 0, 0.5, 1$ | |
| ۲.۴ | شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای | |
| ۴۷ | $\rho = 0, 0.5, 1$ | |
| ۳.۴ | شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای | |
| ۴۹ | $\sigma_x = 2\sigma_y = 0, 0.5, 1$ | |
| ۴.۴ | داده های قیمتی بازار های نشان داده شده در شکل برای بازه | |
| ۵۲ | پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات. | ۵.۴ |
| ۵۴ | پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات. | ۶.۴ |
| ۵۵ | پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات. | ۷.۴ |
| ۵۶ | پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازار های نشان داده شده در مختصات. | ۸.۴ |
| ۱.۵ | سری زمانی قیمت شاخص S&P500 | |
| ۲.۵ | وارانس محاسبه شده برای سری زمانی قیمت شاخص S&P500 | |
| ۳.۵ | پتانسیل کوانتمی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500 | |
| ۴.۵ | شکل شماتیک نحوه تشکیل شاخص سبد سهام با وزن های مختلف | |
| ۵.۵ | شکل شماتیک | |
| ۶.۵ | پتانسیل کوانتمی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500 | |
| ۷.۵ | سبد های سهام پیشنهادی الگوریتم ژنتیک | |
| ۸.۵ | بازدهی هر کدام از سبد های پیشنهادی شکل ۷.۵ | |
| ۹.۵ | رابطه نمایی ریسک با مقیاس | |
| ۱.آ | دیاگرام الگوریتم نحوه عملکرد روش های تکامل تدریجی | |
| ۲.آ | ساختار یک جمعیت ساخت شده از کروموزوم های رمز نگاری شده | |
| ۳.آ | چرخ گردان متناظر با جدول آ | |
| ۴.آ | تقاطع یک نقطه | |
| ۵.آ | تقاطع دو نقطه ای | |

| | | |
|----|-------|---|
| ۸۰ | | ۶. آ. تقاطع یکنواخت |
| ۸۰ | | ۷. آ. جهش بر روی یک کروموزوم |
| ۸۳ | | ۸. آ. مجموعه نقاط غیر برتر پارتو |
| ۸۴ | | ۹. آ. مجموعه نقاط بهینه جبهه پارتو به صورت یک خط راست |
| ۸۴ | | ۱۰. آ. توابع هدف یک مساله ساده |
| ۸۶ | | ۱۱. آ. تحدب و ت-cur در مجموعه پارتو |
| ۸۸ | | ۱۲. آ. الگوریتم VEGA |
| ۸۹ | | ۱۳. آ. جبهه بندی غیر قالب |
| ۹۰ | | ۱۴. آ. نمایی شماتیک از نحوه عملکرد الگوریتم NSGA-II |

فصل ۱

پیشگفتار

۱.۱ مقدمه

رشته امور مالی^۱ اصطلاحی بسیار گسترده‌است که عموماً برای مطالعه‌ی قواعد پول، سرمایه و دیگر ابزارهای مالی به کار می‌رود. این شاخه از علم از قرن‌ها قبل از میلاد در شهر بابل^۲ سرچشم‌می گرفت و معابد و مکان‌های امن را محلی برای ذخیره کالاهای با ارزش درآورد.

مدتها طول کشید تا اینکه کالاهای با ارزش همگی جای خود را به اسکناسی بدهنند که پشتوانه آن مقدار طلای ذخیره شده در بانک مرکزی آن منطقه به حساب می‌آمد.

بی تردید نیمه دوم قرن بیستم، سال‌های حیاتی در پیشرفت علم دارایی در طول تاریخ به حساب می‌آید و به خصوص در دهه ۷۰ میلادی که اتفاقات مهمی در این دهه رخ داد. در سال ۱۹۷۳ ارز کشورها در بازارهای مالی به خرید و فروش گذاشته شد و پس از آن این بازارهای تجارت ارز بودند که ارزش اسمی این ارزها را مشخص می‌کردند. در همین سال بلک و شولز^۳ مقاله معروف قیمت گذاری گزینه‌ای^۴ را به چاپ رساندند [۱] که به خودی خود انقلابی در این علم شناخته می‌شد. مهم‌ترین اتفاقی که راه را برای تحلیل و بررسی دقیق‌تر در این حوزه فراهم کرد، ورود تجارت الکترونیکی که تنها در بازارهای بزرگ بورسی رونق داشت، به صحنه‌ی بازارهای جهانی ارز و دیگر بازارها و ثبت داده‌های تاریخی از سال ۱۹۸۰ به بعد بود. در حالی که عالمان فراوان از ابتدای قرن بیستم قدم در شناخت ماهیت امور مالی و فرایندهای

¹Finance

²Babylon

¹Black and Scholes

³Option Pricing

قیمت گذاری گذاشته بودند، از شروع دهه ۹۰ میلادی تحلیل گران داده نیز می‌توانستد با حضور خود در این رقابت به شناخت بیشتر این علم کمک کنند. در اوایل قرن ۲۰ ام پارتو^۴ اقتصاد دان ایتالیایی از وجود یکتابع توزیع توانی^۵ در نحوه توزیع ثروت میان مردم در کشورهای مختلف سخن به میان آورد. در این تحقیق، تابع توزیع ثروت مستقل از کشور برای همه می‌مردم از معادله $P(x) \propto x^{-\nu}$ پیروی کرد که وی مقدار ۷ را حدود ۱/۵ بدست آورد. در همین سال‌ها بچلیر^۶ در پایان نامه دکتری خود [۲] با کمک استاد راهنمای خود پوانکاره^۷ توانسته بود تابع توزیع احتمال تغییر قیمت‌ها را در نظریه حرکت تصادفی با استفاده از معادله چپمن-کولموگروف^۸ بدست آورد. تمامی این کارها تا اواسط قرن بیستم حاوی تناظری در ذهن پژوهشگران بود و افراد کمتری را در تحقیق و پژوهش در این مبحث به خود جلب می‌کرد. از سال ۱۹۵۰ به بعد ریاضی دانان به مدل سازی تابع توزیع احتمال تغییرات قیمت سهام‌های بورسی علاقه مند شدند و در میان آنان افرادی نظیر مندلبرات^۹ [۳]، وینر^{۱۰}، کادانوف^{۱۱} [۴]، مونترول^{۱۲} [۵] و برخی از محققان موسسه سانتافه^{۱۳} [۶] به پیشرفت این موضوع کمک کردند اما از سال ۱۹۹۰ به بعد در تاریخ علم دارایی به سبب به وجود آمدن مجلات بین رشته‌ای و برگزاری همایش‌ها و کنفرانس‌های بین المللی در این حوزه همراه با رشد چشمگیر فیزیک آماری بستری برای تحقیق و پژوهش جدی در این زمینه فراهم شد.

تا این زمان، رشته امور مالی به سه طبقه‌ی امور مالی عمومی^{۱۰}، امور مالی شرکت‌ها^{۱۱} و درنهایت امور مالی شخصی^{۱۲} دسته بندی می‌شد که هر کدام از این زیرشاخه‌ها تعاریف دقیق خود را تا اواسط قرن بیست به لطف افرادی چون مارکوویتز^{۱۳}، توبین^{۱۴}، شارپه^{۱۵} و بلک و شولز یافته بودند و تا قبل از تحقق بحران‌های مالی اواخر قرن بیست و اوایل قرن بیست و یکم تصور می‌شد که این علم به حد کمال خود رسیده و نیازی به درخواست کمک از دیگر علوم موجود ندارد. بحران‌های مالی شوکی عمیق بر این علم و پژوهشگران

⁴Vilfredo Pareto

⁵Power Law distribution

⁶Bachelier

⁷Poincaré

⁸Random Walk

⁹Chapman–Kolmogorov equation

¹⁰Mandelbrot

¹¹Weiner

¹²Kadanoff

¹³Monteroll

¹⁴Santa Fe

¹⁵Public Finance

¹⁶Cooperative Finance

¹⁷Personal Finance

¹⁸Harry Markowitz

¹⁹James Tobin

²⁰William F. Sharpe

این حوزه وارد کرد، به گونه ای که اخیرا نه تنها به بسیاری از علوم دیگر متولّ شدند، بلکه دیگر خود را محدود به سه زیر شاخه معرفی شده نمی‌دانست. مادام به دنبال درکی عمیق تر و فراتر از درک موجود از این علم بودند، درست همانند کودکی که به دنبال غذا می‌گشت. در اوآخر قرن بیست و اوایل قرن بیست و یکم، گویی چنان تصور می‌شد که شناخت قطره از دریای موجود در این حوزه از علم ارتباط مستقیمی با کسب دارایی و افزایش سرمایه داشت. در این دوره حساس تاریخی و در لحظه لحظه‌های بالا و پایین شدن سرمایه شخصی در بازارهای موجود، غفلت نامحسوسی نسبت به تجربی بودن این علم درست همانند دیگر علوم در میان پژوهشگران و متخصصان رواج داشت. آنان دریافته بودند که این علم، علمی تجربی است که برای توصیف آن به پارامترهای بیشماری نیاز است ولی گویا محدودیتی بر گستردگی این پارامترها قرار می‌دادند و سعی در گستردن این علم در اجتماع و رفتارهای اجتماعی نداشتند یا اینکه با توجه به علم روز توانایی انجام این عمل را نداشتند. با پشت سر گذاشتن بحران‌های مالی آسیا و آمریکا، به آرامی بستر تفکری از جنس تحلیل رفتاری و اجتماعی امور مالی فراهم شد به گونه ای که یک سر قضیه امور مالی و سر دیگر آن علمی از جنسی دیگر بودند که علوم اجتماعی و علوم رفتاری از جمله‌ی این علوم کلیدی به حساب می‌آمدند. چنین تفکری از جنس تحلیل اجتماعی و رفتاری، اینک در نظر ریاضی دانان و فیزیک دانان آشنا به نظر می‌آمد و اتفاق آرایی از جنس حمله ریاضیاتی و مدل سازی توسط این پژوهشگران به حل مسائل در زمینه‌ی امور مالی بدست آمد. آری در طول تاریخ ورود علم تجربی به منظور شناخت ماهیت و کارایی مسئله‌ای همواره نیازمند زمینه‌ای از جنس احساس امنیت و آشنایی محققین علم تجربی با مسئله مورد نظر بوده و گویی این بار این زمینه برای ورود علم تجربی به مسائل امور مالی نه تنها برای تحلیل داده‌های تاریخی آن بلکه ورودی از جنس شناخت ماهیتی این حوزه فراهم شده بود. اینک دانشمندان، علاوه بر ابزارهای ریاضیاتی و آماری دست به دامان دیگر ابزارهای شناخته شده در علوم تجربی شدند و گویی آزمایشگاه‌های خود را که تا آن موقع تنها به بخشی از این عالم تعلق داشت و محیطی برای تعیین صحت ابزارهای علوم تجربی شناخته می‌شد را به تمامیت این عالم تعمیم دادند و خود انسان‌ها و رفتارهای آنها را نیز عضوی از این عالم دانستند که در نتیجه آن به شکل‌گیری علومی از جنس رفتارشناسی انسان‌ها با استفاده از ابزارهای علم تجربی پدید آمد. از جمله بارزترین این علوم که حامل بار سنگینی از جنس یافتن جواب برای مسائل مربوط به خودآگاه آدمی و رفتارهای او بود، علوم اجتماعی کوانتمومی خوانده می‌شد. عموما تفاسیر در حوزه علوم اجتماعی کوانتمومی، توسط افراد تازه وارد در این شاخه صورت می‌گرفت و سوال مهمی را در ذهن شنوندگان و مخاطبان ایجاد می‌کرد؛ به وجود آمدن علوم اجتماعی کوانتمومی به دنبال فرمول بندی مجدد مسائل علوم اجتماعی است و یا تنها به دنبال تفاسیر جدید از همان مسائل و فرمول بندی قبلی می‌باشد. یا به طور واضح‌تر، آیا این حوزه از علم به دنبال ایجاد سوال و پاسخی از جنس مدرن

و جدید برای مسایل اجتماعی است و یا همتی از نوع یافتن پاسخی کامل تر و جامع تر برای مشکلات موجود دارد. اولین و مهمترین نکته ای که نیاز است به آن پرداخت و نگاهی اجمالی به آن انداخت این است که آیا مفهوم و مسئله مورد مطالعه، چه مسائل اجتماعی و چه مسائل هویتی و انسانی، در مقیاس ثابت پلانک، که میزانی برای کوانتمی بودن سیستم است، عمل می‌کند یا این که معنا و مفهومی از جنس کارایی در این مقیاس کوچک ندارد. در ظاهر ماجرا به وضوح مشخص است که دنیای ماکروسکوپی عملکردی در این مقیاس معلوم ندارد. با این حال اگر چنان ادعا شود که تجارب انسانی متمرکز در ناحیه خودآگاه مغز می‌باشد و اجتماع چیزی جز جمع تجارب انسان‌ها نمی‌باشد، دیگر نمی‌توان با قطعیت راجع به عدم کاربرد کوانتم در این حوزه از علم سخن گفت. راجر پنروز^۱ این ایده را که مغز می‌تواند مطابق با قوانین مکانیک کوانتمی عمل کند [۷] را در سال ۲۰۱۱ در مجله‌ی کیهان‌شناسی و خودآگاه^۲ همراه با همکار خود همراه^۳ مطرح کرد [۸]. با این حال جدای از مغز و خودآگاه آدمی چیز دیگری در تجربه‌های انسانی در مقیاس ثابت پلانک عمل نمی‌کند. بنابراین به کارگیری واژه‌ی علوم اجتماعی کوانتمی نیاز به دقت عمل بیشتر و تعریفی دقیق تر دارد. راجع به این مفاهیم و موضوعات حساس و گیج کننده بهتر است از تعریف کارایی^۴ آن سخن در میان آورده و تعریف هویتی آن را به آینده واگذار کرد. بر طبق آنچه گفته شد علوم اجتماعی کوانتمی هدفی چون مطالعه مشکلات و مسائل علوم اجتماعی در حوزه‌های اقتصادی، دارایی، روانشناسی و جامعه‌شناسی در میان دیگر حوزه‌های مربوطه، با استفاده از مفاهیم مکانیک کوانتمی دارد. نحوه استفاده از مفاهیم و مدل‌های کوانتمی در علوم اجتماعی و اینکه حتی مفید واقع شدن این روش برای مسائل موجود و آتی، دو سوال نخستین مهم است که ذهن خواننده را مشغول به خود می‌کند. مفید واقع شدن یا نشدن این عمل در طی ۲۰ سال گذشته در حوزه فیزیک اقتصاد مورد آزمایش قرار گرفته و یک آرامش خاطری از جنس اطمینان در کارا بودن این روش برای حل مسائلی فراتر از اقتصاد و استفاده از مدل‌هایی فراتر از کلاسیک در ذهن مردم ایجاد کرده است. شاید نتوان به آسانی سردمداران و بنیانگذاران این جنبش، علوم اجتماعية کوانتمی، را که به طور موازی و همزمان با جنبش فیزیک اقتصاد شکل گرفت و شروع به رشد کرد را مشخص کرد اما می‌توان با اطمینان گفت که ظهور مقاله‌ای [۹] توسط آندره خرنیکوف^۵ در سال ۱۹۹۹ تاثیری مهم بر رشد این علم نهاد. بنیادی‌ترین مسئله ای که در این مقاله و کارهای بعدی ایشان [۱۰] مورد توجه قرار گرفت نحوه مدل سازی نظریه اطلاعات با توجه به استانداردهای موجود در علوم اجتماعية بود. با این حال که این مفهوم تنها هدف علوم اجتماعية کوانتمی شناخته نمی‌شد،

¹Roger Penrose

²Journal of Cosmology on consciousness and the universe

³Hameroff

⁴Functionality

⁵Andrei Khrennikov

طبعتاً قدم در مسیر اهدافی فراتر از توصیف و مدلسازی نظریه اطلاعات می‌گذاشت. نظریه اطلاعات، هسته اصلی بسیاری از علوم اجتماعی روز را تشکیل می‌داد و از جمله بارزترین آن علوم علم اقتصاد شناخته می‌شد که در آن، اطلاعات از جمله ورودی‌های اصلی مدل‌های فراوان قیمت گذاری‌ها بود. در فیزیک نیز توافقی گسترده راجع به ارتباط تنگاتنگ میان اطلاعات و تابع موج که هسته اصلی مکانیک کوانتومی است وجود داشت تا جایی که شلدون گلدشتاین، فیزیکدان معروف، نیز از اطلاعات در فیزیک در چهارچوب مکانیک بوهمی یاد می‌کند [۱۱]. در این مسیر فیزیکدانان بسیاری تلاش در جهت تفسیر اطلاعاتی مکانیک کوانتومی کرده‌اند که عموماً تفسیری متفاوت با تفاسیر ذره ای و موجی موجود بود. این نوع تفاسیر مکانیک کوانتومی که در آن از اطلاعات به عنوان یک هسته اصلی و یک موجود غیر قابل تقلیل یاد می‌شد، راه را برای اعمال مکانیک کوانتومی در هر سیستم حاوی اطلاعات باز می‌کرد. با این حال، این ذهنیت که میوه و شمره تفکر افرادی نظیر زیلینگر^۱، بومیستر^۲ [۱۲] و فاکس^۳ [۱۳] در میان دیگر پژوهشگران بود و همچنان توسط اغلب فیزیکدانان مقبول واقع نشده بود، در میان متفکران علوم اجتماعی جایگاهی ارزشمند یافته بود. گلدشتاین در کتاب خود درباره تفسیر اطلاعاتی تابع موج می‌گویند که اگر دیدگاه ما از تابع موج دیدگاهی چون اطلاعات باشد، آن گاه تابع موج ماهیتی از جنس متغیرهای ماکروسکوپی خواهد داشت. ایشان پس از آن می‌گویند که ماهیت ریاضیاتی تابع موج و هامیلتونی به سطح میکروسکوپی حالت‌ها اشاره دارد. راه حل این مسئله سال‌ها پیش توسط لویی دوبروی^۴ در رابطه معروف بین خاصیت موجی و ذره ای اجسام مطرح شد. پس تابع موج با تمام خاصیت موجی بودن خود می‌تواند چنان تعبیر شود که ویژگی‌ها و رفتارهای ذره‌ای جسم مورد نظر را در خود جای دهد. تنها در این نوع تفسیر است که تابع موج نقشی از جنس اطلاعات می‌تواند به خود بگیرد. توضیحات بیشتر در این مورد همراه با ریاضیات مربوطه در فصل آینده آورده شده‌است. بنابراین با توجه به تعریف جامعی از علوم اجتماعی کوانتومی که در صفحات پیش ارائه شد، اینک می‌توان با جزئیات دقیق‌تر راجع به اهداف علوم اجتماعية کوانتومی سخن به میان آورده به طوری که هویت این علم بر شناخت تابع موج و اطلاعات موجود در آن همراه با مدلی مبنی بر ارتباط تابع موج، اطلاعات و ذره موردنظر بنا شده‌است. در فصل آینده به زبان تخصصی تر به مسائل مربوط به تابع موج و اطلاعات می‌پردازیم و در اینجا به توضیحی کیفی از این مفاهیم رضایت می‌دهیم. بر اساس آنچه گفته شد علوم اجتماعية کوانتومی برخلاف فیزیک اقتصاد که از مدل‌های ریاضی و فیزیکی برای تفسیر و حل مسائل موجود در اقتصاد کمک می‌گرفت، به مسائلی فراتر از اقتصاد می‌پردازد و شاید بتوان آن را به چند دسته و

¹Zeilinger²Bouwmeester³Christopher Fuchs⁴Louis de Broglie

گروه کلی زیر نسبت داد:

- ۱) قیمت گذاری دارایی‌های مالی
- ۲) تصمیم‌گیری فرآیند شناختی
- ۳) نظریه بازیهای کوانتومی
- ۴) مفاهیم علوم اجتماعی و جامعه‌شناسی

تمامی این گروه‌ها به تفصیل فراوان در مقاله آقای خرنیکوف [۱۴] آورده شده است. گروه اول که به مسائل مربوط به حوزه امور مالی می‌پردازد مورد نظر این پایان نامه است و بررسی دیگر گروه‌ها را به خواننده واگذار می‌کنیم.

۲.۱ ظهور پیچیدگی در اقتصاد و طرح مسئله

در بخش قبلی مروری بر سیر تکاملی علم دارایی انجام دادیم و توضیحی کلی بر شکل‌گیری علوم اجتماعی کوانتومی جهت پاسخ گویی به مسائل روز ارائه دادیم. مقصود این بخش بیشتر متوجه تلاش در جهت شکل‌گیری طرح کلی از مساله‌ای است که به دنبال پاسخ آن در این پایان نامه هستیم.

در مسیر گذر و ارتباط از مکانیک کوانتومی به سوی مکانیک بوهمنی، عبارتی به قسمت پتانسیل معادله هامیلتونی اضافه می‌شود که فیزیک دانان از آن تحت عنوان پتانسیل کوانتومی یاد می‌کنند. در کارهای اخیر در حوزه‌ی امور مالی در چارچوب علوم اجتماعی کوانتومی به خصوص کارهای تجربی شکل گرفته توسط هاون^۱ [۱۵] و جعفری [۱۶] از نقش پتانسیل کوانتومی موجود در مکانیک بوهمنی در تحلیل و بررسی بازارهای مالی سخن‌های فراوان به میان آورده شده است. ایشان با تاکید بر این نکته که هماظور که افزایش ۱۰ برابری قیمت یک کالا طی مدت زمان یک روزبه دور از انتظار ذهن مردم است، گویی پتانسیل کوانتومی حاکم بر بازار آن کالا محاسبه شده توسط داده‌های تاریخی روزانه قیمت آن کالا نیز با ایجاد سدی در مسیر قیمت آن کالا از افزایش و کاهش‌های نا معقول آن جلوگیری می‌کند. در کارهای بعدی جعفری و نصیری از نقش پتانسیل حاکم بر یک بازار به خوبی چهره برداری شد به نحوی که این پتانسیل کنترل دینامیک بازار را بر عهده داشت و با محدود کردن آن بازار از دسترسی آن به مناطق ممنوعه جلوگیری می‌کرد [۱۷] [۱۸]. سوالی که در اینجا می‌توان مطرح کرد این است که آیا پتانسیل کوانتومی توانایی حمل بار مسئولیت ابزارهای مکانیک کلاسیک و مکانیک آماری در تحلیل و بررسی سری‌های زمانی بازارهای مختلف را دارد و اگر این چنین است تا چه میزان می‌توان به صحت نتایج آن اتکا کرد. با این حال که سوال مطرح شده سوالی بسیار

^۱Emmanuel Haven

گسترده است و پاسخ دادن به آن دشوار است، ولی همچنان می‌توان با پاسخ دادن به سوالات دیگر موجود در این زمینه قدم در تکمیل این پازل بزرگ برداشت. از جمله‌ی این میکرو سوالات، می‌توان پرسید که آیا تعیین دادن پتانسیل کوانتمویی و محاسبه پتانسیل کوانتموی مشترک برای دو بازار نیز می‌تواند همانند پتانسیل یک بعدی خود بار معنایی محدود کردن فضای فاز قابل دسترس برای دو بازار را حمل کند و آیا از این مفهوم می‌توان به میزان همبستگی دو بازار در حضور یا عدم حضور دیگر بازارها دست یافت. برای درک اهمیت این موضوع بهتر است ابتدا به اتفاقات مربوط به سال‌های ۲۰۰۷-۲۰۰۸ پرداخت و بحران مالی آن دوره را با جزئیاتی مربوطه دنبال کرد.

در قلب بحران مالی ۲۰۰۷-۲۰۰۸ وجود یک حباب در قیمت خانه در بازار مسکن تپش می‌کند. سرمایه داران بسیاری از گرانی بیش از حد و غیر منطقی سبدهای اوراق بهادران خبر داشتند و می‌دانستند که این حباب در زمان طولانی پایدار نخواهد بود، اما همچنان درماندن در بازار مقاومت می‌کردند. شاید وقوع چنین بحرانی در ذهن‌شان غیر واقعی و به دور از انتظار ظاهر می‌شد. چرا که تنها چند سال قبل در شروع هزاره سوم، حضور چنین حباب مشابهی باعث بالا رفتن و سقوط شدید قیمت سهام شرکت‌های الکترونیکی شده بود ولی باعث و دلیل وقوع بحران اقتصادی به صورت گسترده نشده بود. پس سوال اصلی این است که چگونه وجود حباب در بازار مسکن در سال ۲۰۰۸ باعث بحران مالی به آن شدت در سطح جهانی شد. پاره‌ای از جواب‌ها در توسعه بخش امور مالی در آن سال‌ها نهادینه شده است. یکی از این موارد تبدیل رهن خانه‌ها به اوراق بهادر بانکی و استفاده از آن برای پشتونه‌ای جهت دادن وام‌های کم بهره به مردم بود. به مقدار ارزش روزانه خانه‌ها اوراق بهادر موجود بود و بزرگ‌تر شدن حباب در قیمت خانه‌ها روز به روز ریسک موجود در بانک‌ها را به نحو غیر قابل پیش‌بینی افزایش می‌داد. زمانیکه ضررها این اوراق بهادر و وام‌های مسکن بانک‌ها به فاز احتکار نقدینگی وارد شد، شرکت‌های بزرگ آمریکا با مشکلات بزرگ و جدی رو به رو شدند. اولین جرقه‌های این بحران در مارس سال ۲۰۰۸ با ورشکستگی شرکت بر استرنز^۲ و فروخته شدن آن به شرکت جی پی مورگان^۳ بود. در ۱۵ سپتامبر ۲۰۰۸ شرکت برادران لیمان^۴ اعلام ورشکستگی کردند که به خودی خود از بزرگ‌ترین عواقب بحران‌های مالی تاریخ به شمار می‌رود. یک روز پس از آن شرکت بزرگ بیمه ای آی جی^۵ اعلام کرد که خسارات سنگینی به شرکت وارد شده و بدون کمک بانک مرکزی آمریکا ورشکسته خواهد شد. با این حال با توجه به روایت گفته شده و خسارات

²Bear Stearns Co.

³JPMorgan Chase Co.

⁴Lehman Brothers Co.

⁵American International Group Insurance

محاسبه شده توسط صندوق مالی بین المللی که حدود ۲۰۰ میلیارد دلار تخمین زده شده بود، اگر ماجرا در همین جا ختم می شد و خسارات در همین شرکت های اصلی در آمریکا باقی می ماند، این بحران از مجموعه بحران های خفیف به حساب می آمد.

اما چیزی که در واقعیت اتفاق افتاد پس از شکست برادران لیمان این بحران قدم در میادین بین المللی گذاشت و تبدیل به یک بحران جهانی شد. به طوری که بليچارد^۶ میزان خسارات واردہ در سطح اقتصاد جهانی در این بازه زمانی را به بیش از ۲۶ تریلیارد دلار تخمین زد که مقداری بیش از صد برابر میزان خسارات اولیه واردہ به سبب وام های مسکن و اوراق بهادر داشت. یکی از دلایل وقوع چنین اتفاق سهمگینی وجود شبکه های بین بانکی در سطح جهانی بود که در آن بین هر دو بانک ارتباطی از جنس وام های بین بانکی وجود داشت که در اکثر آنها به جز دو بانک مورد نظر کس دیگری از وجود و میزان چنین وام هایی خبر نداشت. با توجه به دانش امروزه از علم شبکه به خوبی می توان میزان همبستگی بین دو بانکی را محاسبه کرد که در این شبکه حضور دارند ولی با هم ارتباط مستقیمی ندارند و دریافت که غیر صفر بودن مقدار این همبستگی به دور از انتظار نیست. طبق داده های موجود از این شبکه که یکی از آنها شاخص لایبور^۱ می باشد، میزان تمایل بانک ها به وام دادن و گرفتن از یکدیگر درست قبل از شکست برادران لیمان در سال ۲۰۰۸ به بیشینه مقدار خود در طول تاریخ رسیده بود و این به معنای آن است که همبستگی میان اعضای آن افزایش چشمگیری یافته بود. دلیل دیگر برای جهانی شدن این بحران غفلت از هم بسته بودن بازارهای کالا و بازارهای بورس بود. در بازه زمانی تحقق بحران ۲۰۰۸، شاخص S&P500 که ناقوسی از اقتصاد ایالات متحده آمریکا به شمار می رفت تقریباً نیمی از ارزش خود را از دست داد. با توجه به وجود همبستگی ای میان شاخص بازارهای مختلف در نقاط مختلف جهان که امروزه قابل هضم تر از دهه گذشته است، با سقوط بزرگترین عضو این شبکه، انتظاری جز سقوط دیگر اعضا در ذهن نمی گنجد. امروزه مفهوم وجود همبستگی میان دو بازاری که در ظاهر هیچ ارتباطی با یکدیگر ندارند، جای بیشتری در ذهن ما آدمیان نسبت به نسل های گذشته دارد و مشاهده ای چنین امری تعجب و کنجکاوی کمتری میان نسل جدید بر می انگیزد. اما همچنان با توجه به مطالب گفته شده، تشخیص میزان همبستگی میان اعضا به سادگی بدون ابزارهای علمی قابل مشاهده نیست. در علم کلاسیک و در چارچوب فیزیک آماری توابع بسیار دقیق برای محاسبه ای این همبستگی وجود دارد و اتفاق آرایی میان عالمان این حوزه در تفسیر نتایج این توابع به صورت گستردگی وجود دارد. در بخشی از این پایان نامه می خواهیم نشان دهیم که چگونه با استفاده از پتانسیل کوانتمویی می توان میزانی برای همبستگی بین دو بازار یافت. از دیگر ویژگی های آماری به کار رفته در علم دارایی تشخیص ریسک یک سری زمانی با استفاده از ابزارهای فیزیک آماری همچون

⁶Blichard

¹LIBOR: The London Inter-Bank Offered Rate

واریانس است. در بخش بعدی پایان نامه نشان خواهیم داد که چگونه با استفاده از پتانسیل کوانتموی می‌توان مفهومی چون ریسک را به موازات مفهوم آن در فیزیک آماری تعریف کرد و پس از آن قدم به قدم در مسیر ساخت یک ابزار کامل در کنار فیزیک آماری برای تحلیل و بررسی سری‌های زمانی در قسمت‌های مختلف علم دارایی حرکت کرد.

۳.۱ تاریخچه

منطق و اساس الگوهای شبکوانتومی^۱ بر این مفهوم استوارند که دستگاه ریاضیاتی مکانیک کوانتوم لزوماً مخصوص چهارچوب فیزیک کوانتومی نیست و کلاس کاربرد وسیع تری را در بر دارد. درست همانطور که ریاضیات و معادلات دیفرانسیلی که برای خدمت به مکانیک نیوتونی توسعه یافته بود، در زمینه های گسترده دیگری چون مهندسی، بیولوژی و اقتصاد نیز به کار گرفته شد. به همین ترتیب، با این حال که ریاضیات مکانیک کوانتوم برای توصیف پدیده هایی در جهان میکروسکوپی توسعه یافت، می توان آن را برای حل مسائلی خارج از فیزیک نیز به کار برد. مهمترین ویژگی جداگانه مکانیک کوانتومی از همتایان خود استفاده از دامنه ای احتمالاتی مختلط^۲ در آن است. در این نظریه، احتمالات قابل مقایسه با نتایج تجربی با استفاده از قانون بورن^۳، مربع قدر مطلقتابع موج، در مختصات مورد نظر به دست می آید. از آنجایی که توابع موج در فضای غیر واقعی هیلبرت^۴ زندگی می کنند، دیدگاهی غیر معمول به این نظریه نسبت می دهد و مرجع این رفتار را غیر معمول بودن خود سیستم های کوانتومی می دانند. خواص غیرطبیعی مکانیک کوانتومی سبب ایجاد این ذهنیت شده است که برای سیستم های معمولی کارایی ندارد. برای مثال توصیف کارایی مغز به زبان مکانیک کوانتوم به مشکلاتی چون تفاوت در مقیاس های زمانی و مکانی می انجامد. برای رهایی از این گونه مشکلات ناچارن می باشد مقیاس های موجود را به سمت مقیاس های کوانتومی کاهش داد. این نوع کاهش گرایی^۵ از نظر آقای خرنیکوف برای کاربرد این نظریه در زمینه های مختلف خارج از فیزیک ضرورت ندارد [۱۹]. طی ۷۰ سال گذشته جدال های بسیاری میان فیزیکدانان بزرگ به منظور یافتن منشاء تصادفی بودن مکانیک کوانتوم^۶ و تقلیل آن به سمت تصادفی کلاسیک(آنسامبلی)^۷ صورت گرفته است. برای مثال در دیدگاه آقای فون نویمن^۸ تصادفی بودن در مکانیک کوانتوم غیر قابل کاهش است، در حالیکه از نظر انشیتین مکانیک کوانتومی کشفی از یک چارچوب خاص ریاضیاتی است که توصیفی ناکامل از نمایش اطلاعات از میکروسیستمها دارد. در راستای این جدال ها محوریت تلاش ها در جهت استفاده از ریاضیات مکانیک کوانتوم در خارج از فیزیک همچون بیولوژی، فرایند شناختی و اقتصاد در جهت کاهش مقیاس های فرایند مورد نظر به سمت یک فرایند کوانتومی شکل می گرفت و تمامی این

¹quantum-like

²Complex probability amplitude

³Born

⁴Hilbert space

⁵Reductionism

⁶quantum randomness

⁷Classical ensemble randomness

⁸von neumann

تلاش ها بر این مفهوم استوار بود که هرچیزی در این دنیا از ذرات کوانتومی تشکیل شده است. به همین جهت تفاوت بسیاری در مقیاس های مدل های کوانتومی و مدل های ماکروسکوپی مشاهده می شد و ایجاد تناظری طبیعی میان آن دو بسیار دشوار بود. با این حال که مکانیک کوانتومی در تفسیر طبیعت در میان فیزیکدانان حاوی مشکلات فراوانی بود و هم اکنون نیز مسائل حل نشده فراوانی چون غیر-محلى^۱ و مرگ واقعیت^۲ در میان دیگر مشکلات وجود دارد، استفاده از این واژه در خارج از فیزیک به خصوص در علوم اجتماعی و روانشناسی به شدت محبوب شد تا جایی که آقای خرنیکوف نوشتند: "ترس از ناکامل پنداشتن این نظریه نداشته باشید و همچنان به دنبال کاربردهای کوانتوم خارج از فیزیک باشید".

در این قسمت به تاریخچه مدلی که توسط اولگا چوستووا^۳ و آندره خرنیکوف در تحلیل بازارهای مالی ارائه شد، [۲۰-۲۷] می پردازیم. ایشان با به کارگیری ابزار مکانیک کوانتوم به مدلسازی ریاضیاتی دینامیک قیمت ها در بازارهای مالی پرداختند. چوستووا در مقاله خود نوشت که عوامل مالی-رفتاری (همچون انتظارات معامله گران) در تفسیر بوهمی مکانیک کوانتومی بهتر قابل توصیف است. در نظریه توسعه بازارهای مالی در چارچوب مکانیک بوهمی، مسیر قیمت ها توسط دو پتانسیل تعیین می شوند: پتانسیل کلاسیکی ($V(q, t)$) (که نمایانگر شرایط "سخت" بازار همچون منابع طبیعی) و پتانسیل کوانتومی ($U(q, t)$) (که نمایانگر شرایط "ترم" بازار همچون شرایط رفتاری بازار). این نظریه بوهمی از طرفی یک نظریه شبیه کوانتومی برای بازارهای مالی است و کارهای آقایان سگال و سگال^۴ [۲۸-۴۳]، باقی [۲۹-۳۰]، هاون [۳۱-۳۶]، پیاتروفسکی^۵ [۳۷-۴۳] و غیره را در بر می گیرد. از طرفی دیگر به خاطر وجود مسیر قیمت برای تک تک اجزا (به سبب قطعی بودن^۶ نظریه بوهمی) کارهای بسیاری را در زمینه دینامیک قطعی بازارهای مالی دربر می گیرد. [۴۴-۴۹]

فرضیهی بازارهای کارآمد:

در اقتصاد و نظریه های مالی، تحلیل گران از نظریه های تصادفی برای قیمت کالاهای استفاده می کردند. این تحلیلگران در تحلیل های خود مبنا را بر این فرضیه می گذارند که سرمایه گذاران منطقی رفتار می کنند و کالاهای خود را بر اساس انتظاراتی که از آینده آنها دارند خریداری می کنند. در این شرایط تمامی اطلاعات موجود بر قیمت یک کالا تاثیر می گذارند و قیمت زمانی تغییر می کند که اطلاعات جدیدی به وجود آید.

¹Non-Locality

²Death of realism

³Olga Choustova

⁴Sega & Segal

⁵Baaquie

⁶Piotrowski

⁷Deterministic

این مسیر با کارهای بچلیر [۲]^۸ در سال ۱۸۹۰ شروع شد و در سال ۱۹۶۰ با کارهای ساموئلسون^۹ [۵۰] و فاما^{۱۰} [۵۲] به فرضیه بازارهای کارآمد معروف شد. شکل کامل آن را می‌توانید در کتاب آقایان متنگنا^۵ و

استنلی^۶ [۵۳] و همچنین شیارف^۷ [۵۴] مطالعه بفرمایید. در این فرضیه، بازاری کارآمد خوانده می‌شود که اطلاعات جدید مورد دسترس به صورت آنی تاثیر خود را بر قیمت کالاهای آن بازار بگذارد. پس بنا به تعریف بازار کارآمد به سبب تاثیرگذاری آنی اطلاعات در قیمت کالاهای در آن فرصت‌های سودآور بهره برداری وجود ندارد. اگر این جمله درست باشد، معامله کردن در بازار سرمایه تنها یک بازی شанс است. اما خریداران همواره کالاهایی را می‌خرند که امید به سودآوری در آنان دارند. پس اگر قیمت‌ها در بازارهای کارآمد بازتاب کننده تمامی اطلاعات موجود باشد، خریداران این اطلاعات ممتاز خود را از کجا می‌آورند؟ همچنین قیمت‌ها در بازارهای مالی، رفتاری تصادفی دارند یا رفتاری مشخص شده؟ دست یافتهای جدید اقتصادی گواه بر قابل پیش‌بینی بودن بازارهای مالی تا حدود مشخصی می‌باشند. عوامل متعددی می‌توانند این مسیر را هموار تر کنند. عواملی چون وجود اصطکاک در بازارهای جهانی، وجود اختلاف‌های زمانی، تغییر شرایط مدیریتی و... به پیش‌بینی فرصت‌های سودآور کمک می‌کنند. شاید این مقدار از قابل پیش‌بینی بودن نیاز باشد تا سرمایه‌گذاران در خرید و فروش‌های خود مشتاقانه‌تر عمل کنند. این عوامل گواه بر آن اند که سرمایه‌گذاران به صورت کاملاً منطقی عمل نمی‌کنند و ریسک پذیری آنان باعث به وجود آمدن اطلاعاتی تصادفی در سیستم می‌شود. این اطلاعات به صورت تصادفی ظاهر می‌شوند و بر قیمت کالاهای به صورت تصادفی تاثیر می‌گذارند. وجود چنین اطلاعات تصادفی همانطور که در بخش ۱.۱ توضیح دادیم، به شکل گیری پژوهش در دو حوزه مالی-رفتاری و اقتصادی-رفتاری انجامید. در این حوزه‌ها به تحلیل و بررسی رفتارها و انتخاب‌های انسانی و تاثیرات آن بر سیاست‌های قیمت‌گذاری می‌پردازند. از دهه ۹۰ به بعد، پس از شکل گیری تجارت الکترونیک، علاوه بر این اطلاعات "سخت" اقتصادی همچون منابع طبیعی، ساخت و ساز کارخانجات و...، اینک اطلاعاتی از جنس "نم" که حاصل رفتار-شناختی مجموعه انسان‌ها بود، نیز تاثیر خود را بر بازارهای مالی نشان می‌داد. اولکا چوستووا در رویکرد جدید خود برای تحلیل بازارهای مالی فرض کرد که سرمایه‌گذاران کاملاً منطقی رفتار نمی‌کنند اطلاعات تصادفی روی قیمت‌های کالاهای تاثیر می‌گذارند. در این رویکرد، اطلاعات راجع

⁸Bachelier

⁹Paul Samuelson

¹⁰Fama

⁵Mantegna

⁶Stanley

⁷Albert Shiryaev

به بازارهای مالی (شامل انتظارات افراد و سرمایه‌گذاران) توسط یک میدان اطلاعاتی (t, q)^{۵۴} توصیف می‌شود. این میدان در مسیری مشخص تحول می‌یابد و معادله تحول آن توسط معادله شرودینگر توصیف می‌شود. وی در مدل خود از نظریه مکانیک بومی برای شبیه سازی دینامیک قیمت‌ها در بازارهای مالی استفاده کرد [۵۵-۵۶]. سپس از همیلتونی کلاسیکی برای توصیف تحول کلاسیکی قیمت‌ها استفاده کرد و این دینامیک کلاسیکی را حاصل شرایط "سخت" مالی دانست. این شرایط سخت به علاوه رابطه‌های سخت میان معامله گران توسط یک پتانسیل کلاسیکی به صورت ریاضیاتی شرح داده می‌شدند. وی اضافه کرد که در یک بازار واقعی مالی قیمت‌های کالاها تنها توسط پتانسیل کلاسیکی کنترل نمی‌شوند و اطلاعات و روانشناسی بازار نیز نقش مهمی را در تغییرات قیمت‌ها ایفا می‌کنند. چوستووا توضیح داد که اینگونه عامل‌ها که به عوامل "ترم" شناخته می‌شوند، توصیف خوبی در نظریه مکانیک بوهی دارند. پس در این مدل مسیرهای مشخص شده قیمت‌ها توسط دو پتانسیل کلاسیکی ("سخت") و پتانسیل کوانتمی ("ترم") تعیین می‌شوند. مدل شبه کوانتمی چوستووا به شدت از نظریه انعطاف پذیری جرج سوروس انگیزه گرفته است. سوروس در کتاب خود نوشت که بازار بدون روان توسط افت و خیزهای کلاسیکی تحول می‌یابد و این افت و خیز‌ها نمی‌توانند دلیلی بر وجود روان در آن بازار باشند. وی پیشنهاد داد که از نظریه‌های غیر کولموگروفی همچون مکانیک کوانتمی برای توصیف روان بازارها کمک بگیرند. با توجه به گفته‌های سوروس، معامله گران بازارهای مالی به خاطر وجود حق انتخاب آزادانه ای که دارند به صورت تصادفی عمل می‌کنند و مجموعه زیادی از این اراده‌های آزاد که به ظهور یک پیچیدگی در بازار می‌انجامند، قابلیت توجیه توسط افت و خیزهای کلاسیکی ندارد.

کاربرد این نظریه در بازار با استفاده از داده‌های تجربی واقعی اولین بار توسط طهماسبی و همکارانش [۱۶] در سال ۲۰۱۵ مورد ارزیابی قرار گرفت. در این مقاله نحوه محاسبه‌ی پتانسیل کوانتمی با استفاده از داده‌های تجربی موجود از بازارهای بورسی معرفی شد و از نقش این پتانسیل در مسیر تحول دینامیک یک بازار به خوبی چهره برداری شد. پس از ایشان، آقای هاون موثر واقع شدن این مدل را برای بازارهای کالا نیز در مقاله خود به چاپ رساند [۵۷]. اما تلاش‌ها برای فهمیدن همه جانبه‌ی این تابع ریاضیاتی به اینجا ختم نشد. نصیری و همکاران [۱۷، ۱۸] تغییری از پتانسیل دو بعدی حاکم بر سود و حجم بازار سرمایه ارائه دادند و به خوبی نتایج بدست آمده از آن را با انتظارات موجود مقایسه کردند. در این کار پتانسیل دو بعدی برای یک بازار محاسبه می‌شد و این پتانسیل تابع متغیرهای سود و حجم معاملات بود. با الهام گیری از این سری کارهای تجربی انجام شده در پنج سال گذشته، در این پایان نامه میخواهیم نشان دهیم که چگونه با تعمیم این پتانسیل کوانتمی برای تعداد بیشتری از بازارها می‌توان به خواص آماری بازارها در حضور یکدیگر دست یافت.

در فصل بعدی به مبانی ریاضیاتی مورد نیاز برای محاسبه پتانسیل کوانتومی مشترک برای دو بازار خواهیم پرداخت و در فصول بعدی نشان خواهیم داد که این پتانسیل حاوی چگونه اطلاعاتی می تواند باشد و برای خارج کردن این اطلاعات چه قدم هایی را می بایست برداشت.

فصل ۲

مبانی ریاضیاتی مورد نیاز

در فصل قبل از حضور پتانسیل غیر کلاسیکی در چارچوب مکانیک بوهمی سخن گفتیم و به تاریخچه‌ی کاربردی این پتانسیل در تحلیل و بررسی بازارهای مالی پرداختیم. در این فصل به مبانی ریاضیاتی مورد نیاز برای استخراج این پتانسیل از دل مکانیک کوانتمویی می‌پردازیم و پلی ارتباطی میان مفاهیم فیزیکی و مفاهیم اقتصادی-دارایی ایجاد می‌کنیم.

هایلی^۱ نزدیک‌ترین همکار دیوید بوهم در توصیف کارهای بوهم می‌گوید که تلاش‌های بوهم در جهت کسب خواص کلاسیکی جهان در چارچوب مکانیک کوانتموی صورت می‌گرفت. هایلی با اشاره به تکانه کوانتموی همچون تابعی قابل تعریف از متغیرهای مکان و زمان نتیجه می‌گیرد که در حضور پتانسیل کوانتموی آنسامبلی از مسیرهای مختلف برای ذره وجود دارد و در عدم حضور این پتانسیل یک تک مسیر کلاسیکی برای ذره قابل تعریف است. فرمالیسم ریاضیاتی مکانیک بوهمی به سادگی قابل محاسبه است و در کتاب هالند^۲ با جزئیات کامل آورده شده است. مطابق با این کتاب، تابع موج را همانند هر عدد مختلف دیگری می‌توان در دستگاه قطبی به صورت زیر نمایش داد:

$$\psi(q, t) = R(q, t)e^{i\frac{S(q, t)}{\hbar}}. \quad (1.2)$$

در معادله ۱.۲ $R(q, t)$ قسمت حقیقی تابع موج است که با قدر مطلق تابع موج برابر است: $|R(q, t)|$ و قسمت موهومنی یا فاز تابع موج با $S(q, t)$ مشخص می‌شود. تابع موج ψ ، تابع مختلطی از

¹Hiley

²Holland

مکان و زمان است که در معادله‌ی شرودینگر که به صورت زیر برای همگان آشناست، صدق می‌کند.

$$i\hbar \frac{\partial \psi(q,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} + V(q,t)\psi(q,t). \quad (2.2)$$

اگر تابع موج نمایش داده شده در دستگاه قطبی معادله ۱.۲ را در معادله‌ی شرودینگر قرار دهیم، سمت چپ معادله‌ی شرودینگر به صورت زیر در می‌آید.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = i\hbar \left(\frac{\partial R}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} \right) = i\hbar \frac{\partial R}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} - R \frac{\partial S}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}}. \quad (3.2)$$

برای بدست آوردن سمت راست معادله‌ی شرودینگر، ابتدا $\frac{\partial \psi}{\partial q}$ و سپس $\frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2}$ را به صورت زیر محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\partial \psi}{\partial q} = \frac{\partial R}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}}, \quad (4.2)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial q^2} = \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} + \frac{i}{\hbar} \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + \frac{\partial R}{\partial q} \frac{i}{\hbar} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} - \frac{R}{\hbar^2} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 e^{i\frac{S}{\hbar}}, \quad (5.2)$$

که پس از ساده سازی های لازم، معادله‌ی شرودینگر به صورت زیر در می‌آید:

$$i\hbar \frac{\partial R}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} - R \frac{\partial S}{\partial t} e^{i\frac{S}{\hbar}} = -\frac{\hbar^2}{2m} \left[\frac{\partial^2 R}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} + 2 \frac{i}{\hbar} \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} e^{i\frac{S}{\hbar}} + R \frac{i}{\hbar} \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} e^{i\frac{S}{\hbar}} - \frac{R}{\hbar^2} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 e^{i\frac{S}{\hbar}} \right] + V\psi. \quad (6.2)$$

با ضرب طرفین در $e^{-i\frac{S}{\hbar}}$ و جداسازی قسمت‌های حقیقی و موهومی معادله شرودینگر به معادلات زیر میرسیم، که قسمت موهومی آن به صورت:

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \frac{-1}{2m} \left[2 \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} + R \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} \right] \quad (7.2)$$

و ساده سازی بیشتر:

$$2R \frac{\partial R}{\partial t} = \frac{-1}{2m} \left[2R^2 \frac{\partial R}{\partial q} \frac{\partial S}{\partial q} + 2RR \frac{\partial^2 S}{\partial q^2} \right] \quad (8.2)$$

که در نهایت به معادله زیر میرسیم:

$$\frac{\partial R^2}{\partial t} + \frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial q} \left(R^2 \frac{\partial S}{\partial q} \right). \quad (9.2)$$

معادله‌ی ۹.۲ به معادله پیوستگی نیز معروف است و مشاهده‌ی این امر با در نظر گرفتن اینکه $|\psi|^2$ امری واضح می‌باشد. قسمت حقیقی معادله‌ی شرودینگر نیز به سادگی به ساده سازی لازم به صورت زیر در می‌آید:

$$\frac{\partial S}{\partial t} + \frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 + \left(V - \frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} \right) = 0. \quad (10.2)$$

معادله‌ی ۱۰.۲ با در نظر گرفتن حد کلاسیکی $\lim_{\hbar \rightarrow 0} \frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2}$ به معادله همیلتون-ژاکوبی تبدیل می‌شود. بوهم جمله‌ی ۱۰.۲ را پتانسیل کوانتموی خواند و با استفاده از این تعبیر به تفاسیر نظریه خود پرداخت. با توجه به گفته‌های هایلی در باب اینکه میزان قطعی بودن و غیر قطعی بودن مکانیک بوهمی توسط صفر و غیر صفر بودن پتانسیل کوانتموی به ترتیب مشخص می‌شود، و با توجه به مفاهیم شرایط کلاسیکی سخت و شرایط کوانتموی نرم مطرح شده در دیدگاه چوستووا، می‌توان به این امر تاکید داشت که پتانسیل کوانتموی در معادله ۱۰.۲ نقشی چون کترول روان بازار را بر عهده دارد. این نقش همان نقشی ایست که آقای سوروس تاکید مهمی بر چهره برداری از آن داشت. در فصل بعد با استفاده از همین پتانسیل کوانتموی به بررسی و مطالعه بازارهای همبسته خواهیم پرداخت و مشخص خواهیم کرد که چگونه پارامترهای موجود در این پتانسیل قابل تفسیر در زبان بازارهای مالی خواهند بود. برای فهم بهتر این موضوع همچنان با ما در ادامه مسیر همراه باشید.

فصل ۳

کاربرد پتانسیل کوانتومی در مسائل اقتصادی

در فصل اول راجع به مدلی که توسط چوستووا از کاربرد پتانسیل کوانتومی در مسائل علوم شناختی سخن گفتیم و در ادامه خرنيکوف و دیگر پژوهشگران از این مدل برای تحلیل بازار های مالی کمک گرفتند. از کارهای اولیه چوستووا در این زمینه تا سال ۲۰۱۵ تمامی پژوهش های انجام شده در قالب کارهای نظری و توصیف کیفی بازار صورت می گرفت. هاون، خرنيکوف و چوستووا در شکل گیری و پیشرفت این نظریه نقش بسیار داشتند. اولین بار در سال ۲۰۱۵ بود که این نظریه به کمک داده های تجربی واقعی مورد آزمایش قرار گرفت. در مقاله طهماسبی [۱۶] در سال ۲۰۱۵ و سپس در مقاله هاون [۵۷] در سال ۲۰۱۷ پتانسیل های کوانتومی توسط داده های تجربی با کمک الگوریتم های برنامه نویسی محاسبه شد که به صورت اختصار به تفسیر هر یک در این فصل خواهیم پرداخت.

در فصل دوم با کمک تبدیل دستگاه مختصات و معادله شرودینگر توانستیم به فرمول بندی مکانیک بوهی دست یابیم و به معادلات ۹.۲ و ۱۰.۲ که به ترتیب معادلات پیوستکی و همیلتون-ژاکوبی معروف اند دست یابیم. در این فصل با تمرکز بر معادله هامیلتون ژاکوبی و به خصوص جمله پتانسیل کوانتومی موجود در آن تلاش در جهت تحلیل همبستگی میان بازارهای مالی خواهیم داشت. شکل کلی معادله همیلتون-ژاکوبی در فیزیک به صورت زیر برای همگان آشناست.

$$\frac{\partial S}{\partial t} + H \left(q_1, \dots, q_n; \frac{\partial S}{\partial q_1}, \dots, \frac{\partial S}{\partial q_n}, t \right) = 0. \quad (1.3)$$

با مقایسه معادله ۱.۳ و ۱۰.۲ میتوان دریافت که $H = \frac{1}{2m} \left(\frac{\partial S}{\partial q} \right)^2 + \left(V - \frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} \right)$ که در آن جملات $\left(V - \frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} \right)$ در نقش جملات انرژی جنبشی و پتانسیلی هامیلتونی قرار دارند. بنابراین گذاشتن اسم پتانسیل بر روی جمله $\frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2}$ - توسط بوهیم چندان به دور از ذهن نیست و از این بعد این

جمله را با Q نشان خواهیم داد $\left(Q = -\frac{\hbar^2}{2mR} \frac{\partial^2 R}{\partial q^2} \right)$. برای محاسبه پتانسیل کوانتومی Q ابتدا نیاز است که متغیرهای موجود در این جمله را به دقت شناخت. R که همان قسمت حقیقی تابع موج است و نقشی چون تابع توزیع q را بر عهده دارد، را می‌توان با داشتن متغیر مستقل q محاسبه کرد. \hbar نیز کمیتی ثابت و مستقل است و تنها در نقش مقیاس پتانسیل ظاهر می‌شود. پس تنها با داشتن دو متغیر m و q می‌توان پتانسیل مربوطه را محاسبه کرد. m در فیزیک در نقش جرم ذره ظاهر می‌شود و با اینکه جرم در ذهن شنوندگان مفهوم بسیار آشناییست، در مفاهیم بنیادی فیزیک نسبت دادن تفسیری دقیق به این متغیر کار بسیار دشواری است. با این حال افراد بسیاری سعی در تفسیر این متغیر در قلب بازارهای مالی داشته‌اند. آقای چوستووا از جرم در بازارهای مالی به تعداد سهم‌های منتشر شده یک عضو در بازار مورد نظر یاد می‌کند به طوری که کل ارزش مالی سهم‌های منتشر شده با قیمت p از عضو زام برابر با $m_j p_j$ است. میزان اهمیت مشخص کردن دقیق این متغیر در محاسبه پتانسیل‌های مشترک دو و تعداد بیشتر بازار محسوس تر خواهد بود. در این بخش که به بررسی پتانسیل یک بعدی برای یک بازار میپردازیم، جرم یک بازار درست همانند \hbar در مقیاس پتانسیل نقش دارد و تاثیری در شکل کلی پتانسیل نخواهد داشت.

پس برای محاسبه پتانسیل کوانتومی یک بازار تنها به تعیین متغیر q نیاز داریم و بسته به نیاز این متغیر می‌تواند مقادیر مختلفی چون سود و زیان، حجم مبادلات و غیره را در بر گیرد.

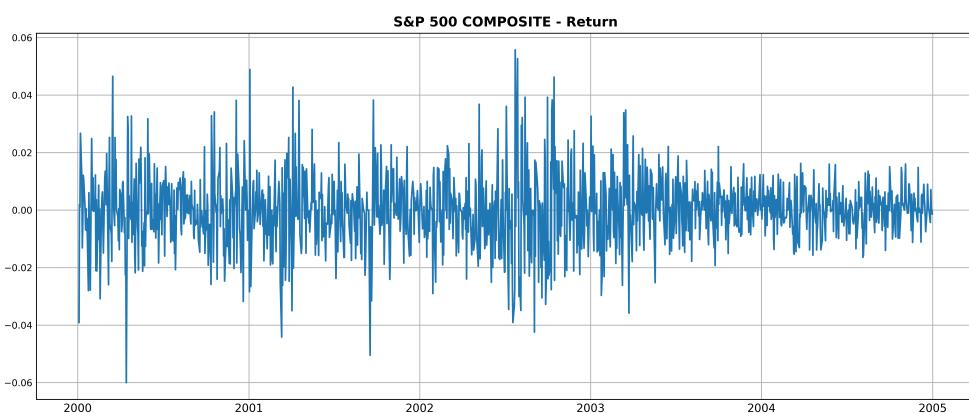
طهماسبی در مقاله خود می‌نویسد که وجود یک جفت شدگی میان قیمت‌ها در زمان‌های مختلف باعث جلوگیری از تلاطم‌های بزرگ قیمتی می‌شود و این جفت شدگی‌ها به سبب پتانسیل کوانتومی حاکم بر سود و زیان یک بازار هستند. وی در این پژوهش پتانسیل کوانتومی حاکم بر سود و زیان یک بازار را ترسیم میکند و در مورد اطلاعات موجود در آن را تفسیر می‌کند. نحوه محاسبه پتانسیل کوانتومی یک بعدی را در بخش بعد خواهیم دید.

۱.۳ استفاده از داده‌های تجربی در محاسبه پتانسیل کوانتومی

فرض کنید که میخواهیم پتانسیل کوانتومی حاکم بر سود و زیان بازار S&P500 را در بازه‌های مختلف محاسبه کنیم. برای شروع داده‌های قیمتی این بازار را برای بازه ۵ ساله بین سال‌های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ را بدست می‌آوریم. نمودار این سری زمانی در شکل ۱.۳ آورده شده است. همانطور که در شکل ۱.۳ پیداست، به دلایل و اتفاقات مالی فراوانی بازه قیمتی این شاخص نوسان زیادی داشته و بیننده درک درستی از داده‌های قیمتی و پول محلی محاسبه شده توسط شاخص را ندارد. برای حل این مشکل، معمولن پیشنهاد می‌شود که داده‌های لگاریتمی سود و زیان یک بازار از روی داده‌های قیمتی آن محاسبه شود و به جای



شکل ۱.۳: سری زمانی قیمت شاخص S&P500

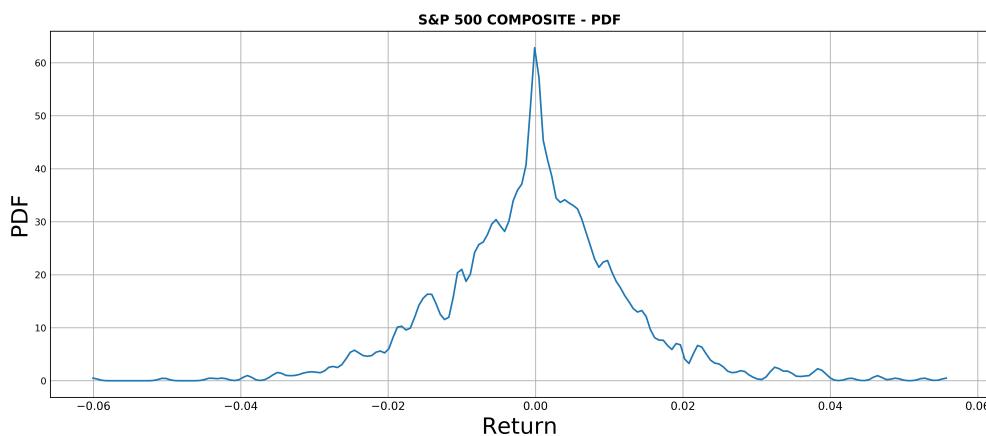


شکل ۲.۳: سری زمانی سود شاخص S&P500

استفاده از قیمت در محاسبه پتانسیل کوانتومی، زین پس از داده های لگاریتمی سود و زیان آن ها استفاده شود. سود و زیان لگاریتمی توسط معادله زیر قابل محاسبه است. در این معادله $r(t)$ سود در مقیاس زمانی τ نسبت به زمان t است.

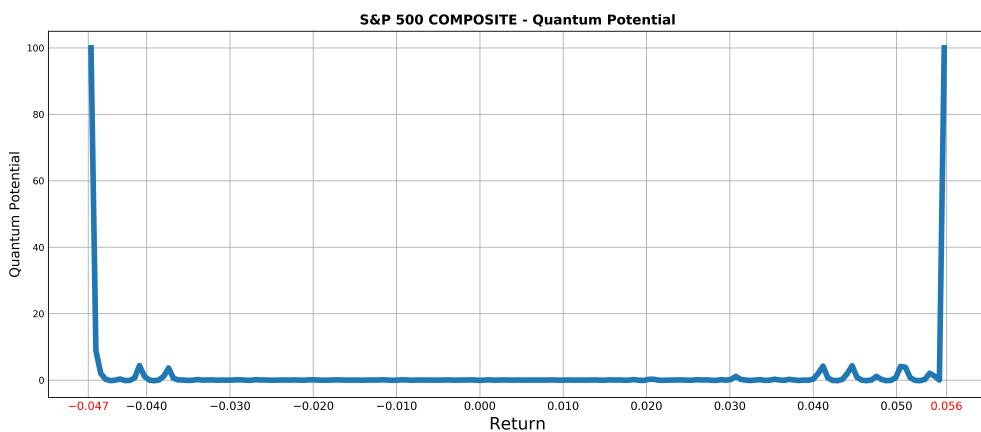
$$r(t) = \ln(Price(t + \tau)) - \ln(Price(t)) \quad (2.3)$$

شکل ۲.۳ نمودار سود لگاریتمی روزانه را برای داده های قیمتی شکل ۱.۳ نشان می دهد. با توجه به این که داده های موجود در شکل ۲.۳ بر حسب درصد جایگذاری شده اند، خواننده های مختلف به اتفاق آرا می توانند راجع به تک تک نقاط موجود در نمودار با یک زبان صحبت کنند. برای محاسبه پتانسیل کوانتومی حاکم بر سود و زیان بازار S&P500 در بازه مشخص شده تنها یک قدم باقیست و آن هم محاسبه



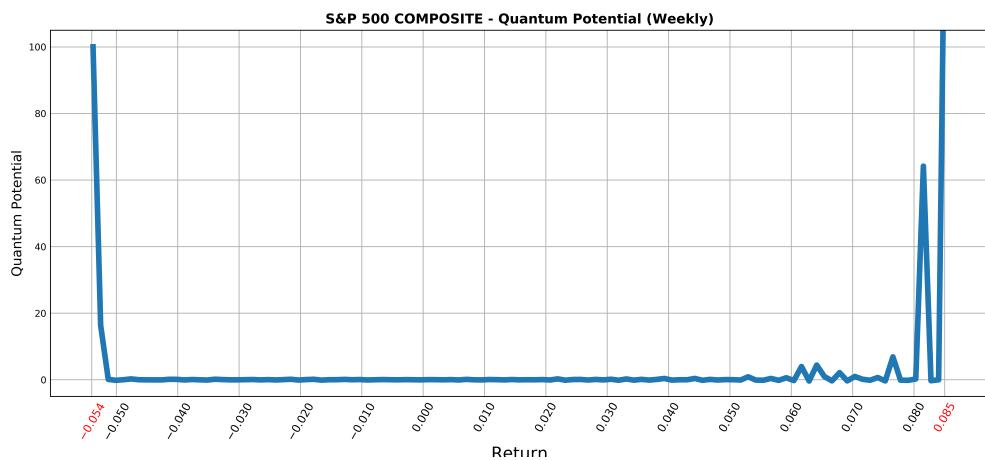
شکل ۳.۳: تابع توزیع احتمال سود شاخص S&P500

تابع توزیع $r(t)$ که همان پارامتر R موجود در معادله ۲.۳ است. برای محاسبه این پارامتر از کتابخوانه سای پای موجود در زبان پایتون کمک میگیریم. اگر برای داده های سود موجود در شکل ۲.۳ تابع توزیع رسم کنیم به شکل ۳.۳ میرسیم.

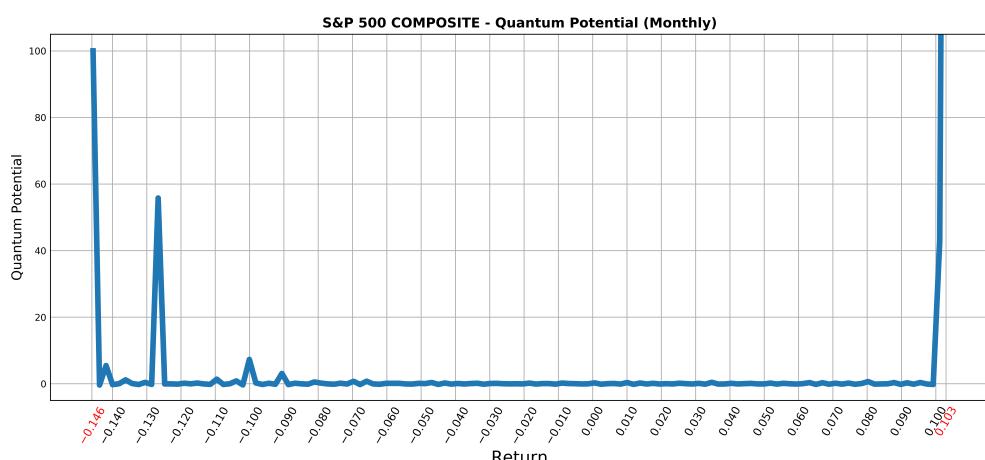


شکل ۴.۳: پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500

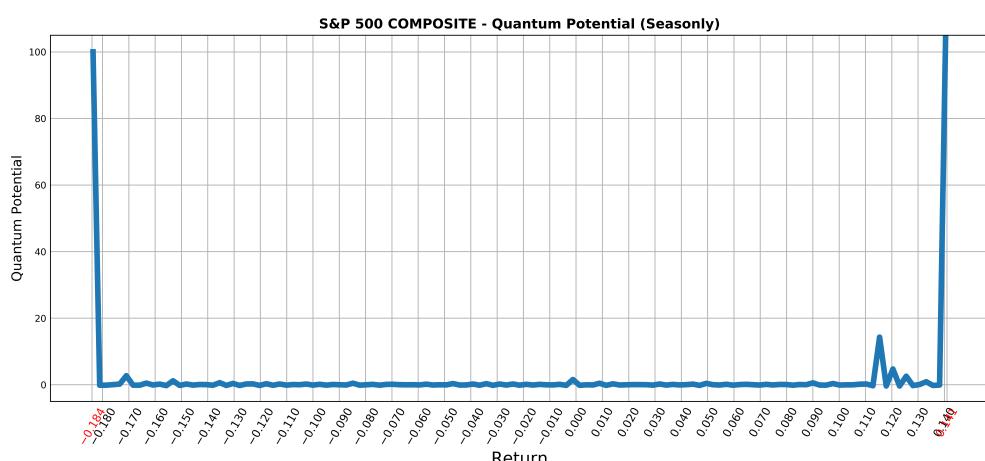
اینک با داشتن پارامتر R می توان برای محاسبه پتانسیل کوانتومی Q اقدام کرد. در مسیر این محاسبه تنها کافیست از داده های مربوط بهتابع توزیع متغیر r دوبار نسبت به r مشتق بگیریم و نتیجه نهایی را بر خودتابع توزیع، R ، تقسیم کنیم. برای این کار از کتابخوانه های سای پای و نام پای موجود در زبان برنامه نویسی پایتون کمک میگیریم. شکل ۴.۳ رفتار پتانسیل کوانتومی حاکم بر بازار S&P500 را برای بازه ۵ ساله بین سال های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ نشان می دهد. همانطور که در ۴.۳ پیداست محور افقی بیانگر میزان سود بازار S&P500 و محور عمودی بیانگر اندازه ای پتانسیل کوانتومی حاکم بر این بازار در مقادیر مختلف مورد نظر سود است. خواننده با دید اول شهودی نسبت به حضور دو دیواره ای پتانسیلی بزرگ در انتهای مقادیر مثبت و منفی سود پیدا خواهد کرد. حضور این دو دیواره حاکی از آن است که نیرویی درست مشابه نیروی پتانسیل کوانتومی در مکانیک بوهی در این بازه ۵ ساله از تخطی های سود و زیان بازار S&P500 از مقادیری خاص ممانعت می کند. این مقادیر در شکل با علامت قرمز مشخص شده و همان جاییست که مقدار پتانسیل بسیار بزرگ تر از دیگر مقادیر خود است. شکل ۴.۳ پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه شاخص بازار S&P500 است و در شکل های [۵.۳-۷.۳] همین پتانسیل را برای داده های هفتگی، ماهانه و فصلی میتوان یافت.



شکل ۳.۵: پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های هفتگی بازار S&P₅₀₀



شکل ۳.۶: پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های ماهانه بازار S&P₅₀₀



شکل ۳.۷: پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های فصلی بازار S&P₅₀₀

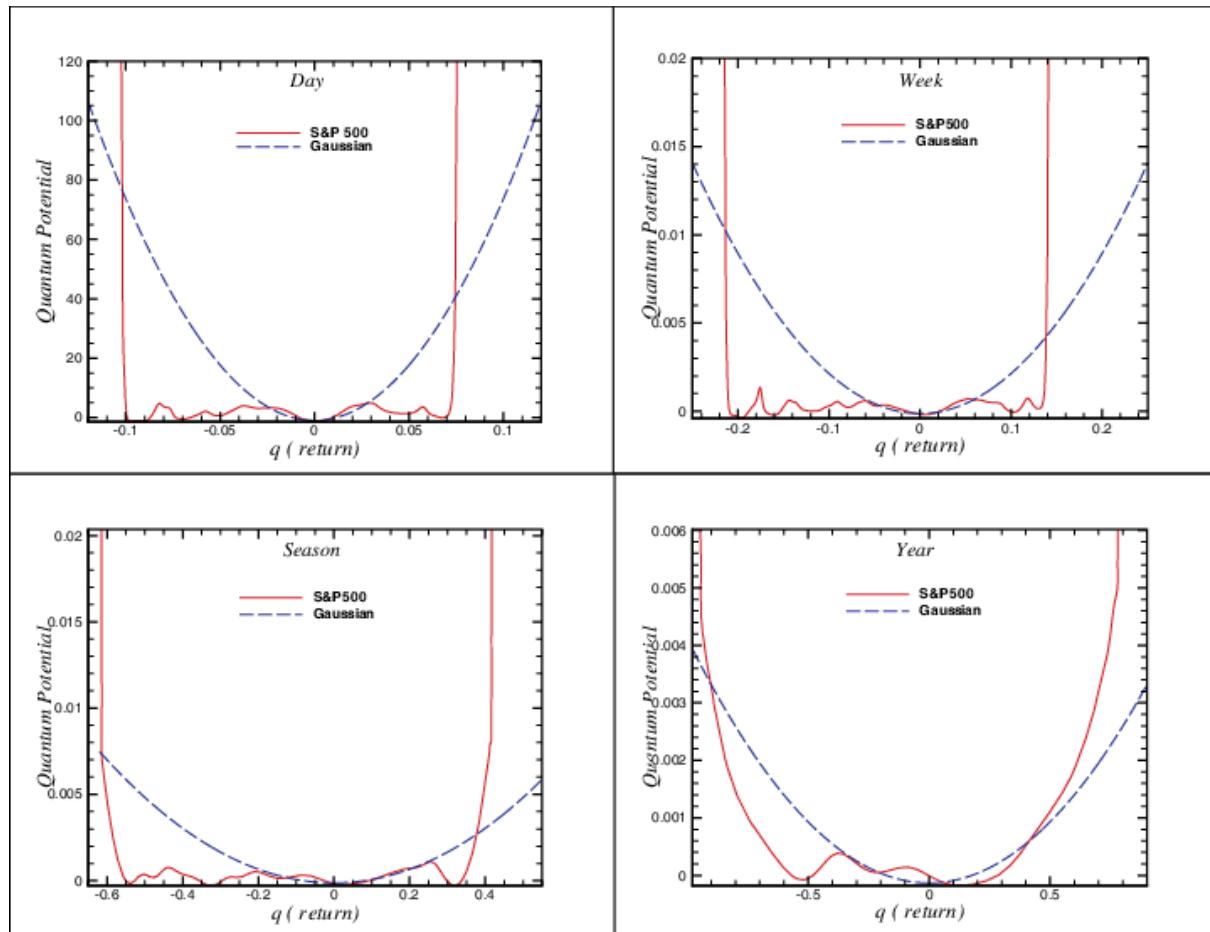
تا اینجای کار به نحوه محاسبه و نمایش پتانسیل کوانتومی جاکم بر یک بازار پرداختیم و دیدیم چگونه میتوان آن را از روی داده های قیمتی یک بازار محاسبه کرد. در اینجا نیاز است که تحلیلی بر شکل های نمایش داده شده انجام شود و تفسیر آن ها به صورت تک به تک و همچنین مقایسه آنها با یکدیگر انجام شود.

همانظور که در شکل ۴.۳ و همچنین در شکل های [۷.۳-۵.۳] پیداست، دیواره هایی از جنس پتانسیل سد معبری روی محور سود و زیان برای بازار مورد مشاهده وجود دارند. این دیواره ها برای بازه های زمانی سرمایه گذاری جا به جا می شوند و اجازه‌ی سود دهی بیشتر و یا کمتر را نسبت به بازه های دیگر صادر می کنند. برای داده های روزانه شکل ۴.۳ این مکان این دیواره در قسمت سود دهی مثبت بزرگ‌تر از مکان این دیواره در قسمت سود دهی منفی است و همین امر حاکی از آن است که در بازه ۵ ساله مشاهده شده بازار S&P500، سری زمانی روزانه سود دهی این بازار تمایل بیشتری به سود دهی نسبت به ضرر دهی دارد. این امر در شکل ۵.۳ که مربوط به داده های هفتگی است هم قابل مشاهده است. برای سرمایه گذاری های بلند مدت تر در بازار S&P500 در بازه زمانی ۵ ساله ۲۰۰۵-۲۰۰۰ چه در مقیاس ماهانه و چه در مقیاس فصلی، در شکل های ۶.۳ و ۷.۳ قابل مشاهده است که پتانسیل کوانتومی حاکم اجازه دسترسی به فضای زیان بیشتری نسبت به سود صادر کرده است. با کمک همین امر میتوان در سرمایه گذاری های مدت معلوم در هر بازاری یک حس اولیه به جنس بازار مورد نظر پیدا کرد. برای اطلاعات بیشتر در فصل بعدی به صورت جزئی تر سخن خواهیم گفت. در اینجا به همین امر کفايت می دهیم که پتانسیل کوانتومی یک بعدی حاکم بر یک بازار نقشی چون کنترل کننده رفتار های یاغی بازار مورد نظر و محدود کردن فضای سود و ضرر بازار مورد نظر دارد.

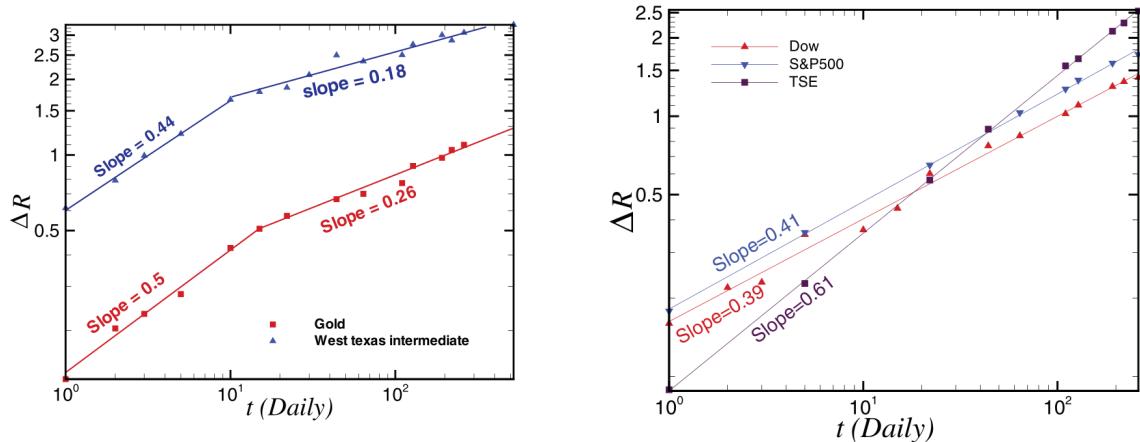
با توجه به مطالب گفته شده در قسمت مربوط به نحوه محاسبه پتانسیل یک بعدی، طهماسبی پتانسیل کوانتومی را برای مقیاس های زمانی روزانه، هفتگی، فصلی و سالانه رسم کرد و آن ها را با یکدیگر مقایسه کرد. در شکل ۸.۳ می توان نتیجه مربوط به شکل پتانسیل های کوانتومی رسم شده در مقاله طهماسبی را مشاهده کرد. وی در مورد این شکل ها چنان توضیح می دهد که هر چه پتانسیل کوانتومی برای بازار های مورد نظر از مقیاس روزانه به سمت مقیاس سالانه می رویم، پانسیل کوانتومی حاکم بر این بازارها به سمت پتانسیل کوانتومی برای یکتابع توزیع گاوی نویز سفید نزدیک تر می شود و فاصله‌ی بین دیواره ها نیز افزایش می یابد. بنابراین طبق ادعای اولیه مطرح شده در این مقاله انتظار سرمایه گذاران از اتفاقات نادر در مقیاس های زمانی بلند مدت تر بیشتر از مقیاس های زمانی کوتاه مدت تر خواهد بود.

طهماسبی نتایج مقاله خود را این چنین گزارش کرد:

الف) پتانسیل کوانتومی با ایجاد سدی پتانسیلی از تلاطم های سود و زیان مربوط به یک بازار را در



شکل ۸.۳: پتانسیل کوانتومی مربوط به داده های بازار $S\&P$ همراه با پتانسیل کوانتومی حاکم بر یک نویز سفید گاوی برای داده های زمانی روزانه، هفتگی، ماهانه و سالانه برداشته شده از مقاله طهماسبی [۱۶]



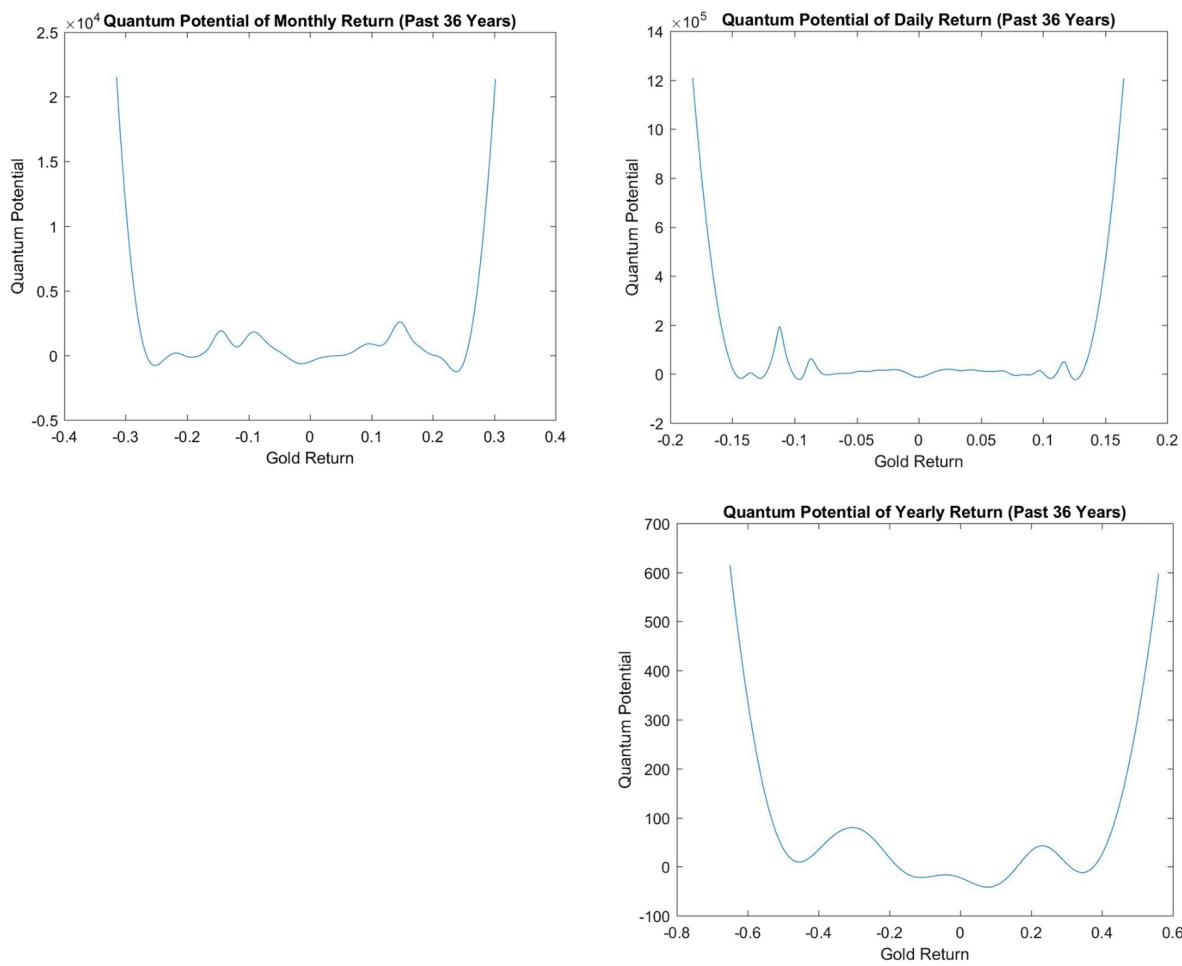
شکل ۹.۳: مقایسه‌ی رفتار مقیاسی پتانسیل کوانتوسی برای بازارهای نوظهور و بازارهای کارآمد بداشته شده از مقاله طهماسبی [۱۶]

داخل دیواره‌های پتانسیلی آن محدود می‌کند. به بیان دیگر، با زیاد شدن پتانسیل در هر نقطه از فضای فاز قابل دسترس سود و زیان، احتمال بدست آوردن آن مقدار سود و زیان کمتر خواهد شد.

ب) این محدودت‌ها به سبب وجود یک جفت شدگی در قیمت‌های روزهای مختلف به وجود می‌آیند. همچنین دم‌های تابع توزیع بازدهی نیز نقشی موثر در مکان دقیق این دیواره‌ها دارد. در نقطه مقابل، برای تابع توزیع گاوسی نویز سفید دیواره‌های پتانسیلی کاملاً عمودی نیستند و بنابراین هر چیزی می‌تواند با احتمال خود اتفاق بیافند.

ج) فاصله‌ی بین دیواره‌ها تابعی از مقیاس زمانی داده‌های مربوط به سود و زیان است و معباری دامنه نوسان سود و زیان در بازار مربوطه است. این مقیاس زمانی همچنین می‌تواند معیاری برای تعکیک بازارهای نوظهور و کارآمد باشد.

در این مقاله علاوه بر ترسیم پتانسیل کوانتوسی حاکم بر سود و زیان بازارها، رفتارهای مقیاسی بیشینه فاصله بین این دیواره‌ها برای مقیاس‌های زمانی متفاوت نیز بررسی شده است و نماهای مربوط به هر یک از بازارهای مربوطه مشخص شده است. وی در این قسمت اشاره می‌کند که با کمک این نماها می‌توان بازارهای نوظهور را از بازارهای کارآمد تشخیص داد. شکل ۹.۳ این رفتارهای مقیاسی را برای ابتدا سه شاخص TSE , $DowJones$, $S\&P500$ در یک شکل و برای بازارهای طلا و نفت در شکل دیگر نشان می‌دهد. طهماسبی نتیجه می‌گیرد که میزان کارآمدی یک بازار به صورت معکوس با نمای نشان داده شده در شکل ۹.۳ رابطه دارد.



شکل ۳.۱۰: پتانسیل های کوانتومی حاکم بر بازار طلا در مقیاس های زمانی روزانه، ماهانه و سالانه برداشته شده از مقاله هاون [۵۷]

۲.۳ استفاده از داده های تجربی بازار کالا در محاسبه پتانسیل کوانتومی

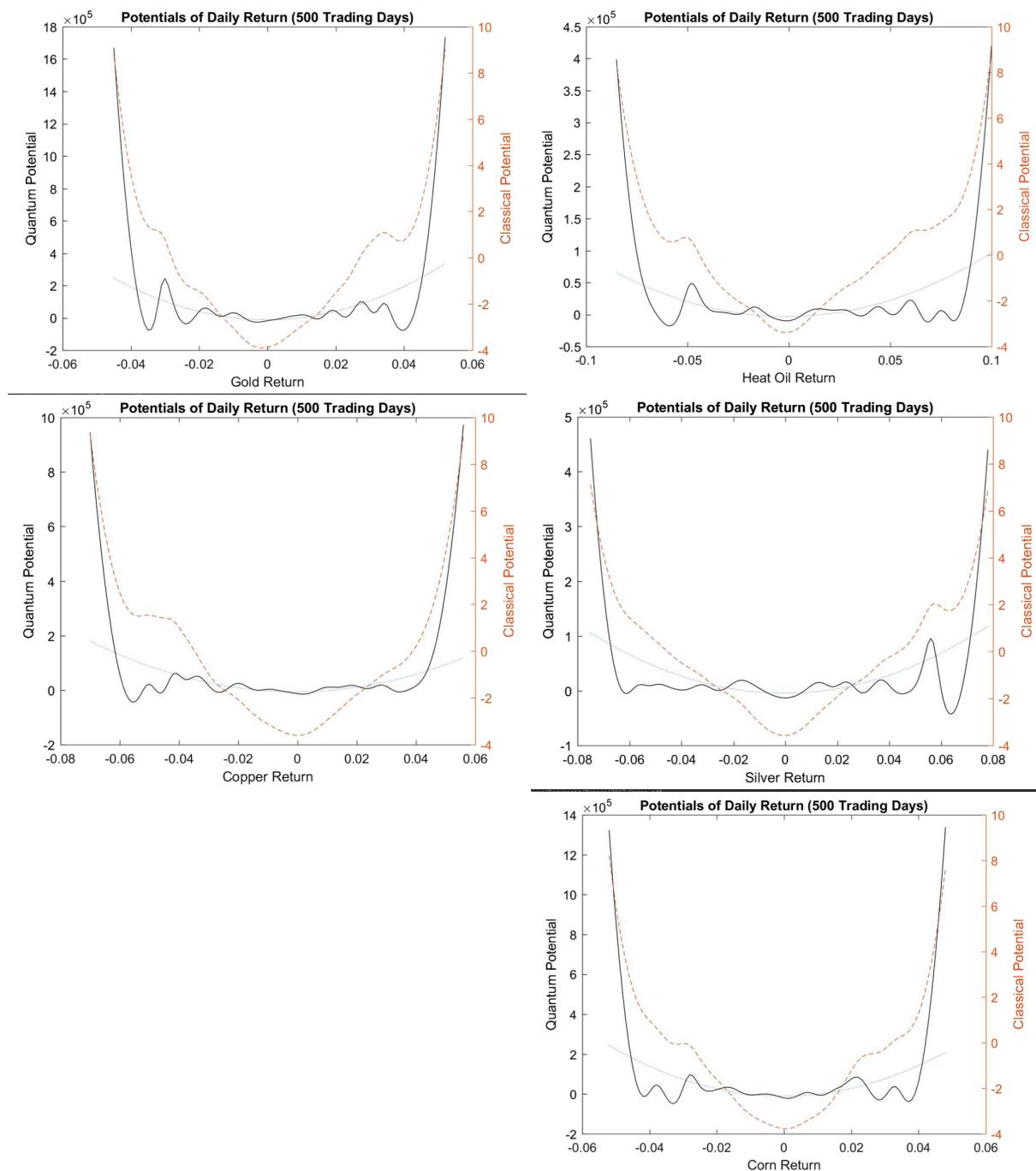
هاون در سال ۲۰۱۷ مقاله ای تحت عنوان استفاده از داده های تجربی برای تخمین پتانسیل کوانتومی در بازار کالا [۵۷] را انتشار کرد. وی در این مقاله تمرکز خود را روی تخمین پتانسیل های حقیقی و کوانتومی از داده های تجربی موجود در بازار کالا گذاشته است. هاون در این مقاله نتایج یافته شده در مقاله طهماسبی از جمله وجود دیواره و وجود یک رابطه میان زمان و تغییرات طول دیواره را برای بازار کالا نیز بازیابی کرد. وی در این مقاله با محاسبه پتانسیل های کلاسیکی و کوانتومی برای بازارهای کالا نشان می دهد که اطلاعات موجود در این مقاله ها با یکدیگر متفاوت هستند. پیشتر گفته بودیم که پتانسیل کلاسیکی نمیانگر شرایط سخت بازار همچون منابع طبیعی و پتانسیل کوانتومی نمیانگر شرایط نرم بازار همچون شرایط روان و رفتاری بازار است.

در این مقاله پتانسیل های کوانتومی حاکم بر بازار طلا برای مقیاس های زمانی روزانه، ماهانه و سالانه به صورت شکل ۱۰.۳ با یکدیگر مقایسه شده اند و نتایج مشابه با نتایج مقاله طهماسبی از آن برداشت شده است.

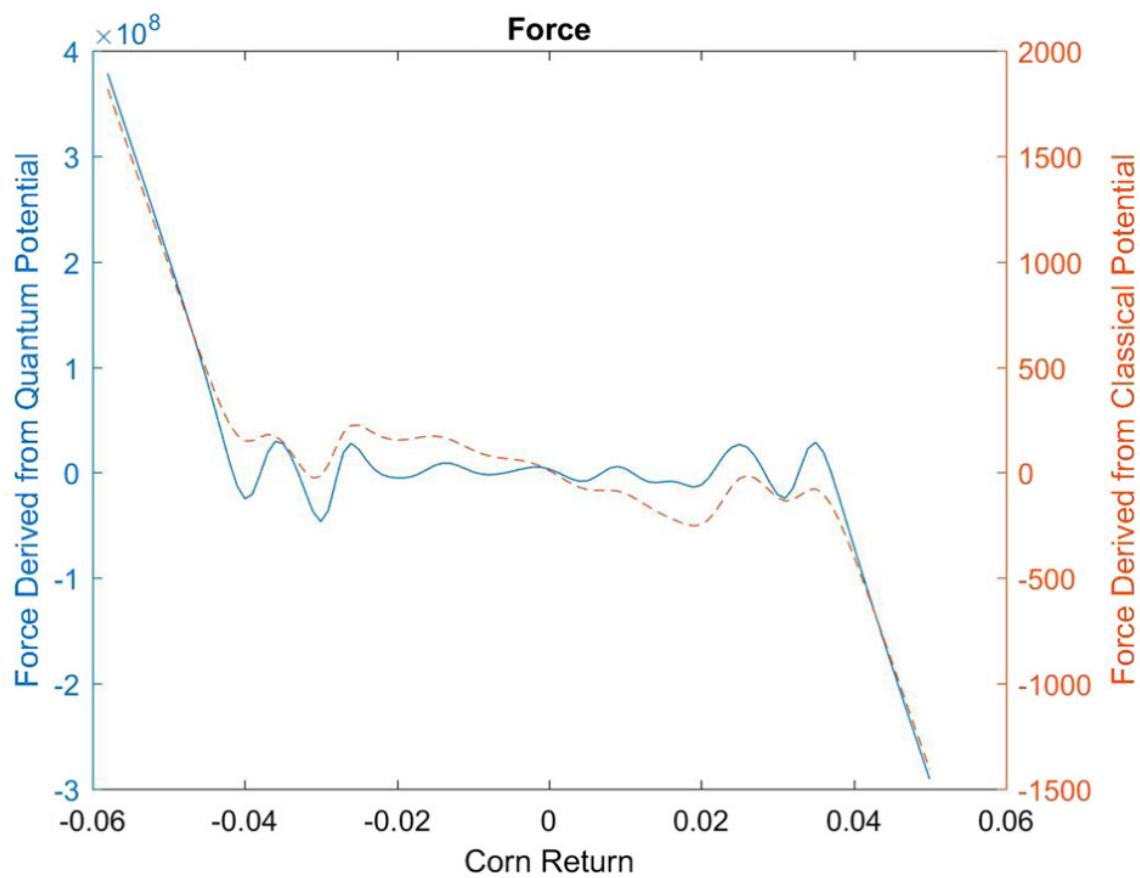
در ادامه هاون برای بازار های نفت، طلا، نقره، مس و ذرت دو پتانسیل کلاسیکی و کوانتومی را محاسبه کرده است. این پتانسیل ها را می توان در شکل ۱۱.۳ مشاهده کرد. در این شکل ها خطوط قرمز پتانسیل کلاسیکی رسم شده برای هر یک از بازار های مربوطه است. همانطور که در شکل ها مشخص است، رفتار پتانسیل های کلاسیکی و کوانتومی با یکدیگر متفاوت است. در ادامه هاون اشاره می کند که برای هر یک از این پتانسیل ها می توان نیروی مربوطه که هدایت کننده بازار است را طبق معادله $F = -\nabla U$ محاسبه کرد. نیروهای مربوط به پتانسیل های کلاسیکی و کوانتومی در شکل ۱۲.۳ آمده است. برای مقایسه این دو نیرو با یکدیگر و یافتن تفاوت میان آن دو نیز می توان از ضرایب همبستگی بین این دو کمک گرفت. این ضرایب همبستگی در شکل ۱۳.۳ آمده است. مقدار این ضرایب همبستگی برای نفت بیشترین مقدار ۰.۴۵ و برای ذرت کمترین مقدار ۰.۲۶ بدست آمده است. پس می توان نتیجه گرفت که رفتار این دو نیرو نیز می تواند با یکدیگر مشابه نباشد و ماهیتی متفاوت داشته باشد.

در پایان هاون نتیجه میگیرد که برای بازارهای کالا، دو دیواره پتانسیلی وجود دارد که مرزهای تلاطم های سود و زیان بازار مورد نظر هستند. بازه بین این دو دیواره بستگی به مقیاس زمانی استفاده شده در داده های قیمتی به کار رفته دارد. این نتیجه کاملاً با نتیجه طهماسبی [۱۶] که این پتانسیل را برای بازار های بورسی محاسبه کرده بود مطابقت دارد. در ادامه به مقایسه بین پتانسیل های کوانتومی و کلاسیکی می پردازد و بیان می کند که متفاوت بودن اشکال این دو پتانسیل با یکدیگر می تواند به متفاوت بودن اطلاعات موجود در آن ها نتیجه شود. در نهایت اظهار می کند که وجود همبستگی کم میان دو نیروی کلاسیکی و کوانتومی می تواند حاکی از آن باشد که روان و شرایط نرم حاکم بر بازار که توسط پتانسیل کوانتومی کنترل می شود می تواند از شرایط سخت بازار و عوامل اقتصادی تاثیر بگیرد (یا به صورت بر عکس).

تا اینجا مقالاتی را بررسی کردیم که در آن ها از متغیر قیمت در بازار برای متغیر مستقل استفاده کرده اند. در مقالاتی دیگر علاوه بر متغیر قیمت، از متغیر حجم معاملات نیز استفاده شده است. در قسمت بعدی به این مقالات خواهیم پرداخت.



شکل ۱۱.۳: پتانسیل های کلاسیکی و کوانتومی حاکم بر بازار های نفت، طلا، نقره، مس و ذرت در مقیاس های زمانی روزانه برداشته شده از مقاله هاون [۵۷]

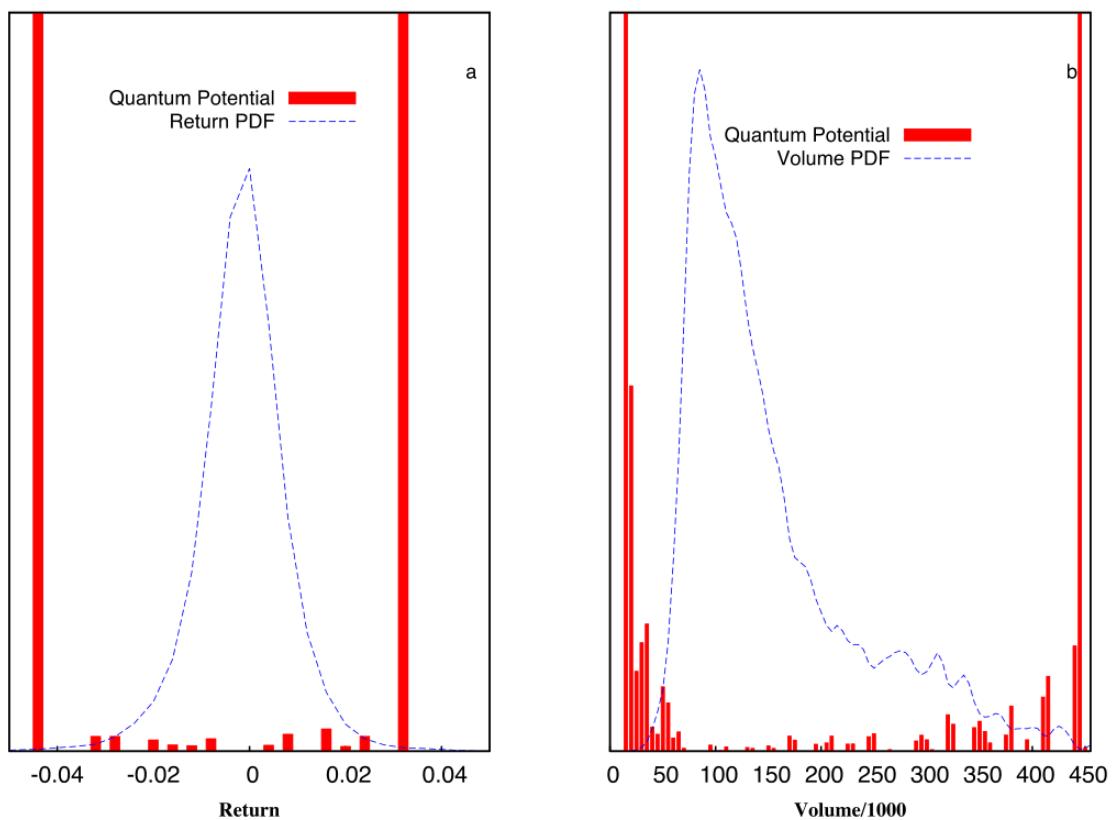


شکل ۱۲.۳: نیروهای کلاسیکی و پتانسیلی مربوط به پتانسیل های کلاسیکی و کوانتومی بازار ذرت، برداشته شده از مقاله طهماسبی [۱۶]

۳.۲ پتانسیل کوانتومی دو بعدی حاکم بر بازدهی و حجم معاملات یک بازار

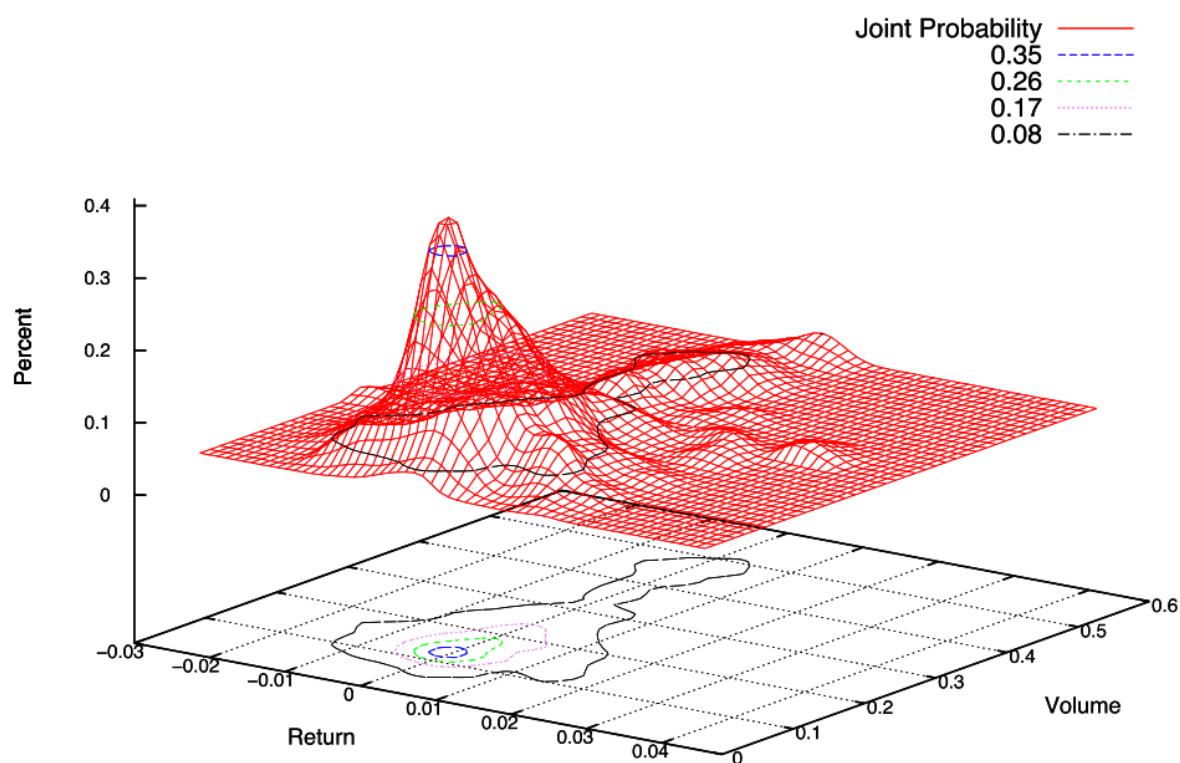
علاوه بر بازدهی سهام که یکی از عوامل تاثیرگذار در دیدگاه سرمایه‌گذاران است، حجم معاملات نیز از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. در مقاله‌ی نصیری از پتانسیل کوانتومی برای تحقیق در مورد همبستگی زمانی این دو متغیر در بازار سهام کمک گرفته شده است. [۱۸] در این پژوهش، رابطه‌ی بین تاثیر حجم معاملات بر بازدهی سهام مورد نظر بررسی شده است و در آن نتیجه گرفته شده است که پتانسیل کوانتومی جاکم بر حجم معاملات نیز همانند بازدهی عمل می‌کند و هر دو دیواره برای این متغیر نیز تشکیل می‌شود. بنا براین با محاسبه‌ی پتانسیل کوانتومی مشترک برای متغیرهای بازه‌ی و حجم یک بازار به بررسی رابطه‌ی بین این دو متغیر در بازار پرداخته شده است. در مورد نحوه محاسبه‌ی پتانسیل کوانتومی مشترک در فصل بعدی بیشتر توضیح خواهیم داد و در اینجا تنها به نتایج ارائه شده در [۱۸] کفایت می‌دهیم. پتانسیل‌های کوانتومی یک بعدی محاسبه شده برای متغیرهای بازدهی و حجم معاملات در این مقاله در شکل ۱۳.۲ آورده شده است.

همانطور که در شکل ۱۳.۲ پیداست، برای متغیر حجم نیز همانند بازدهی در پتانسیل کوانتومی دیواره پتانسیل تشکیل می‌شود. قسمت جالب تر ماجرا آنجاست که پتانسیل مشترک برای این دو متغیر رسم شود. در شکل ۱۴.۳ پتانسیل کوانتومی مشترک برای متغیرهای بازدهی و حجم معاملات را برای شاخص داو جونز مشاهده می‌کنید. در شکل؟؟ همین شکل به صورت نمودارهای گرمایی رسم شده است. تعییر هر دو شکل در مقاله [۱۸] این گونه است که با زیاد شدن حجم معاملات، ابتدا بازدهی زیاد می‌شود تا جایی که به مقدار بیشینه خود برسد و پس از آن با زیاد شدن حجم معاملات این بار بازدهی کاهش می‌یابد. در این مقاله همچنین نرخ رشد و کاهش بازدهی در شکل؟؟ محاسبه شده و گزارش شده است. پس از تفسیر این اشکال در این مقاله، نقش مهم تعمیم پتانسیل کوانتومی برای تعداد بیشتر از یک متغیر کشف شد و نحوه خواندن اطلاعات از پتانسیل‌های کوانتومی مشترک آموخته شد. در فصل‌های بعدی نشان خواهیم داد که چگونه با کمک تعمیم پتانسیل کوانتومی برای تعداد بیشتری از بازارها اطلاعات بیشتری از آن‌ها را مورد بررسی و مطالعه قرار دهیم.



شکل ۱۳.۳: توابع توزیع و پتانسیل های کوانتومی برای متغیر های بازدهی و حجم معاملات شاخص داو جونز برداشته شده از مقاله نصیری [۱۸]

S. Nasiri et al. / Physica A 512 (2018) 1104–1112



شکل ۱۴.۳: شکل گرمایی پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای متغیر های بازدهی و حجم معاملات برداشته شده از مقاله نصیری [۱۸]

فصل ۴

تعمیم پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای هم

بسته

در فصل قبل به نحوه محاسبه پتانسیل کوانتومی یک بعدی جاکم بر سود و زیان یک بازار پرداختیم و نشان دادیم چگونه این پتانسیل با محدود کردن فضای سود و زیان قابل دسترس آن بازار، از تخطی های خارج از محدوده مجاز آن جلوگیری می کند. در این بخش میخواهیم به محاسبه همین مفهوم ولی این بار برای دو بازار بپردازیم و تلاش کنیم به این سوال جواب دهیم که آیا پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده توسط تابع توزیع مشترک دو بازار نیز همانند پتانسیل یک بعدی فضای سود و زیان مشترک دو بازار را محدود می کند؟ برای رسیدن به این مفهوم پله به پله به محاسبه پتانسیل مشترک دو بازار می پردازیم.

برای این کار ابتدا لازم است معادله شرودینگر نوشته شده برای یک ذره در معادله ۲.۲ را برای چند ذره (دو ذره در اینجا) تعییم دهیم و صورت پتانسیل کوانتومی تعییم یافته برای چند (دو) ذره را بیابیم. از آنجایی که پتانسیل خارجی نقشی در پتانسیل کوانتومی ندارد و پتانسیل کوانتومی تنها به خواص خود ذره بستگی دارد و با توجه به معادله ۱.۴

$$i\hbar \frac{\partial \psi(q_1, q_2, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2}{2m_1} \nabla_1^2 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \nabla_2^2 \right) \psi(q_1, q_2, t) + V(q_1, q_2, t) \psi(q_1, q_2, t) \quad (1.4)$$

معادله شرودینگر جدای از قسمت پتانسیل خارجی اش در اضافه شدن ذرات جدید خطی است. پس به

راحتی می‌توان پتانسیل کوانتومی تعمیم یافته برای n ذره را به صورت معادله ۲.۴ محاسبه کرد.

$$Q(q_1, q_2, \dots, q_n) = -\frac{\hbar}{2R(q_1, q_2, \dots, q_n)} \sum_{i=1}^n \frac{\nabla_i^2}{m_i} R(q_1, q_2, \dots, q_n). \quad (2.4)$$

در معادله ۲.۴، ∇_i^2 لaplاسین نسبت به مختصات ذره i است. اینک با در دست داشتن صورت کلی پتانسیل کوانتومی برای چند ذره، می‌توان این پارامتر را برای هر تعداد بازار دلخواه محاسبه کرد. در این پایان نامه برای سادگی کار به محاسبه پتانسیل کوانتومی مشترک بین دو بازار می‌پردازیم. طبق معادله ۲.۴ پتانسیل کوانتومی برای چنین سیستمی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Q(q_1, q_2) = -\frac{\hbar}{2R(q_1, q_2)} \left(\frac{\nabla_1^2}{m_1} R(q_1, q_2) + \frac{\nabla_2^2}{m_2} R(q_1, q_2) \right). \quad (3.4)$$

معادله ۳.۴ را می‌توان به شکل خلاصه تر زیر نوشت:

$$Q(q_1, q_2) = -\frac{\hbar}{2} \left(\frac{Q_{q_1:q_2}}{m_1} + \frac{Q_{q_2:q_1}}{m_2} \right) \quad (4.4)$$

که در آن با توجه به اینکه تنها مختصه ذره اول $r_1 \hat{r} = \vec{q}_1$ و ذره دوم همانند ذره اول در این کار پایان نامه سود و زیان لگاریتمی در نظر گرفته شده است، $Q_{q_2:q_1}$ و $Q_{q_1:q_2}$ به صورت زیر محاسبه خواهند شد:

$$Q_{r_1:r_2} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \nabla_1^2 R(r_1, r_2) = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_1^2} \quad (5.4)$$

$$Q_{r_2:r_1} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \nabla_2^2 R(r_1, r_2) = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_2^2}. \quad (6.4)$$

پتانسیل های معادلات ۵.۴ و ۶.۴ در این کارپتانسیل های کوانتومی شرطی نام گذاری شده اند و هر کدام بیان گر این موضوع هستند که پتانسیل یک بعدی هر کدام از این ذرات(بازارها) در حضور ذره(بازار) دیگر چگونه عمل خواهند کرد و میزان تاثیر پذیری این پتانسیل ها از یکدیگر چه مقدار است. برای محاسبه هر کدام از پتانسیل های معادلات ۵.۴ و ۶.۴ تنها یک قدم باقی است و آن هم محاسبهتابع توزیع مشترک سود و زیان هر دو بازار دلخواه $R(r_1, r_2)$ است. قبل از اینکه به محاسبه این کمیت برای داده های واقعی

بپردازیم، میخواهیم به مدلی بپردازیم که در آن تصور شده است کهتابع توزیع مشترک هر دو بازار از تابع گاوسی دو بعدی پیروی می کند و برای این مدل به محاسبه پتانسیل های کوانتومی بحث شده در این بخش می پردازیم. برای مشاهده نتیجه این کار بخش بعدی را مطالعه بفرمایید.

۱۰.۴ ارائه طرح پیشنهادی تابع توزیع گاوسی

در بخش قبل به ریاضیات مورد نیاز برای محاسبه پتانسیل کوانتومی دو بعدی مشترک برای هر دو ذره یا دو بازار دلخواه پرداختیم. در این بخش تنها به کمک معادلات ۵.۴ و ۶.۴ به ارائه طرحی میپردازیم که در آن $R(r_1, r_2)$ به کار رفته در معادلات فوق از تابعی گاوسی طبیعت می کند. این تابع گاوسی در کلی ترین حالت ممکن خود به صورت زیر قابل بیان است:

$$R(r_1, r_2) \propto \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\left(\frac{r_1}{\sigma_1} \right)^2 + \left(\frac{r_2}{\sigma_2} \right)^2 + 2\rho \left(\frac{r_1}{\sigma_1} \right) \left(\frac{r_2}{\sigma_2} \right) \right) \right) \quad (7.4)$$

که در آن σ_i ها واریانس سری زمانی r_i ها هستند و ρ میزان همبستگی سری های زمانی r_i ها است. برای ادامه نیاز است که پتانسیل های معادلات ۵.۴ و ۶.۴ را برای این تابع توزیع بخصوص محاسبه کنیم. هر کدام از این معادلات به راحتی و تنها یک مشتق گیری و ساده سازی ساده و پتانسیل کوانتومی کل نیز از معادله ۴.۴ به صورت زیر بدست می آید:

$$Q_{r_1:r_2} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_1^2} = \frac{1}{\sigma_1^2} \left(\left(\frac{r_1}{\sigma_1} + \rho \frac{r_2}{\sigma_2} \right)^2 - 1 \right) \quad (8.4)$$

$$Q_{r_2:r_1} = \frac{1}{R(r_1, r_2)} \frac{\partial^2 R(r_1, r_2)}{\partial r_2^2} = \frac{1}{\sigma_2^2} \left(\left(\frac{r_2}{\sigma_2} + \rho \frac{r_1}{\sigma_1} \right)^2 - 1 \right). \quad (9.4)$$

در معادلات ۸.۴ و ۹.۴، پتانسیل های کوانتومی شرطی آورده شده اند و در آن ها r_i ها متغیر مستقل مختلف بازار i ام هستند که در این پایان نامه، سود و زیان لگاریتمی بازار i ام در نظر گرفته شده اند. قدم بعدی آن است که پتانسیل های $Q_{r_1:r_2}$ و $Q_{r_2:r_1}$ را طبق معادلات ۸.۴ و ۹.۴ برای مقادیر مختلف r_1 و r_2 حساب کنیم. در این مسیر r_1 و r_2 مختصات هستند و متغیر های σ_1 ، σ_2 و ρ به صورت دستی

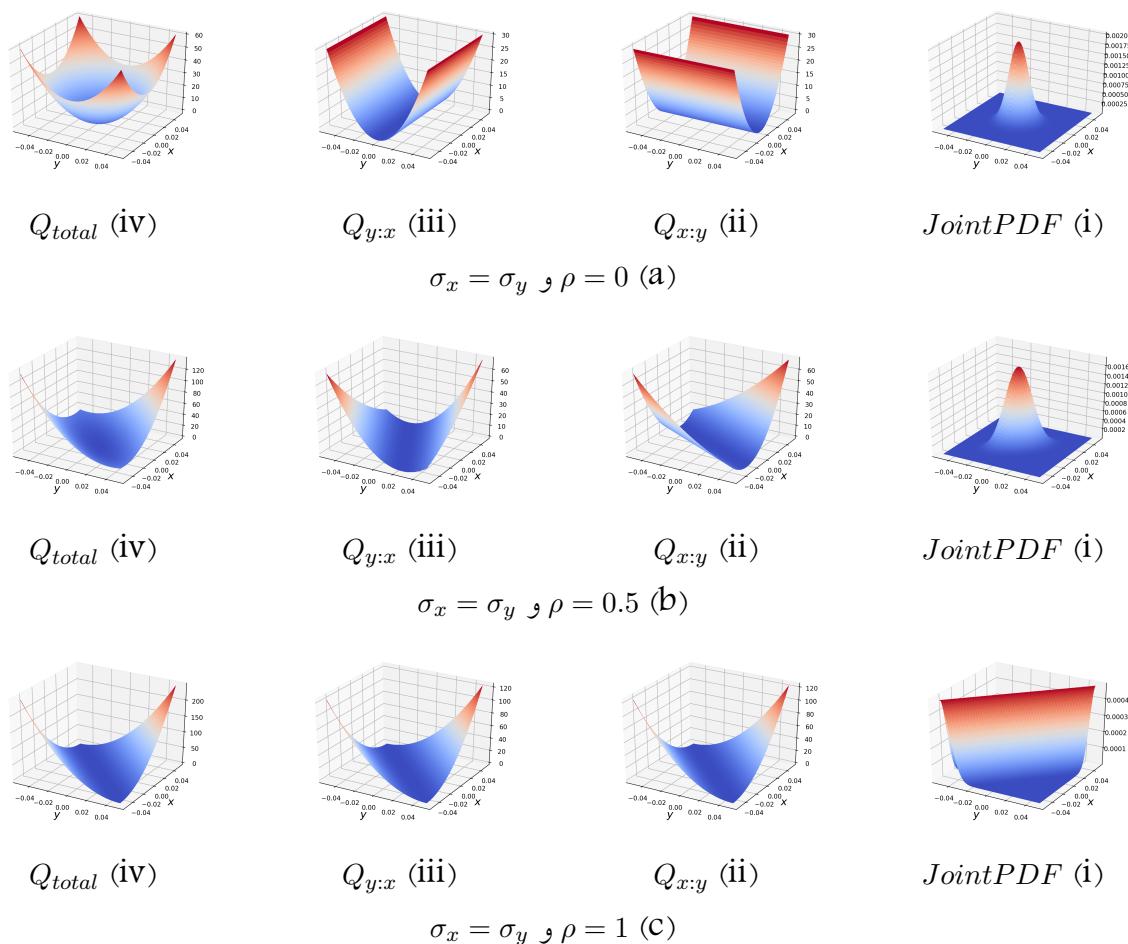
و مقادیر مختلفی انتخاب می شوند. با توجه به انتخاب های مختلف از مجموعه انتخاب های در دسترس، بازارهای دوتایی با مشخصه های مختلفی ساخته خواهند شد. که میزانی بر همبستگی دو بازار است و همواره مقداری بین ۱ – و ۱ دارد، می تواند با کم یا زیاد اختیار شدن وابستگی دو بازار ساختگی را کم و زیاد کند. این متغیر در کار σ ها که در معادله ۷.۴ به خوبی قابل مشاهده هستند، می توانند تقارن تابع توزیع $R(r_1, r_2)$ را برهمند و به پشتونه آن باعث تغییراتی در پتانسیل های کوانتومی شوند. برای بررسی این تغییرات و تفسیر آن ها و همینطور محاسبه پتانسیل کوانتومی کل و تفسیر آن در بخش های بعدی با انتخاب مقادیر مشخصی از سه متغیر σ_1 , σ_2 و ρ به این سوال پاسخ خواهیم داد که آیا پتانسیل کوانتومی (چه از نظر هندسی و چه از نظر مقداری) می تواند تفاسیر خود را در کنار ابزار عمل های مکانیک آماری در این حوزه از علم دهد و آیا شامل برتری خاصی می شود یا خیر؟ برای یافتن این موضوع تا چند بخش بعدی با ما همراه باشید.

۲۰.۴ بررسی متغیر ρ برای بازارهای با واریانس یکسان، $\sigma_1 = \sigma_2$

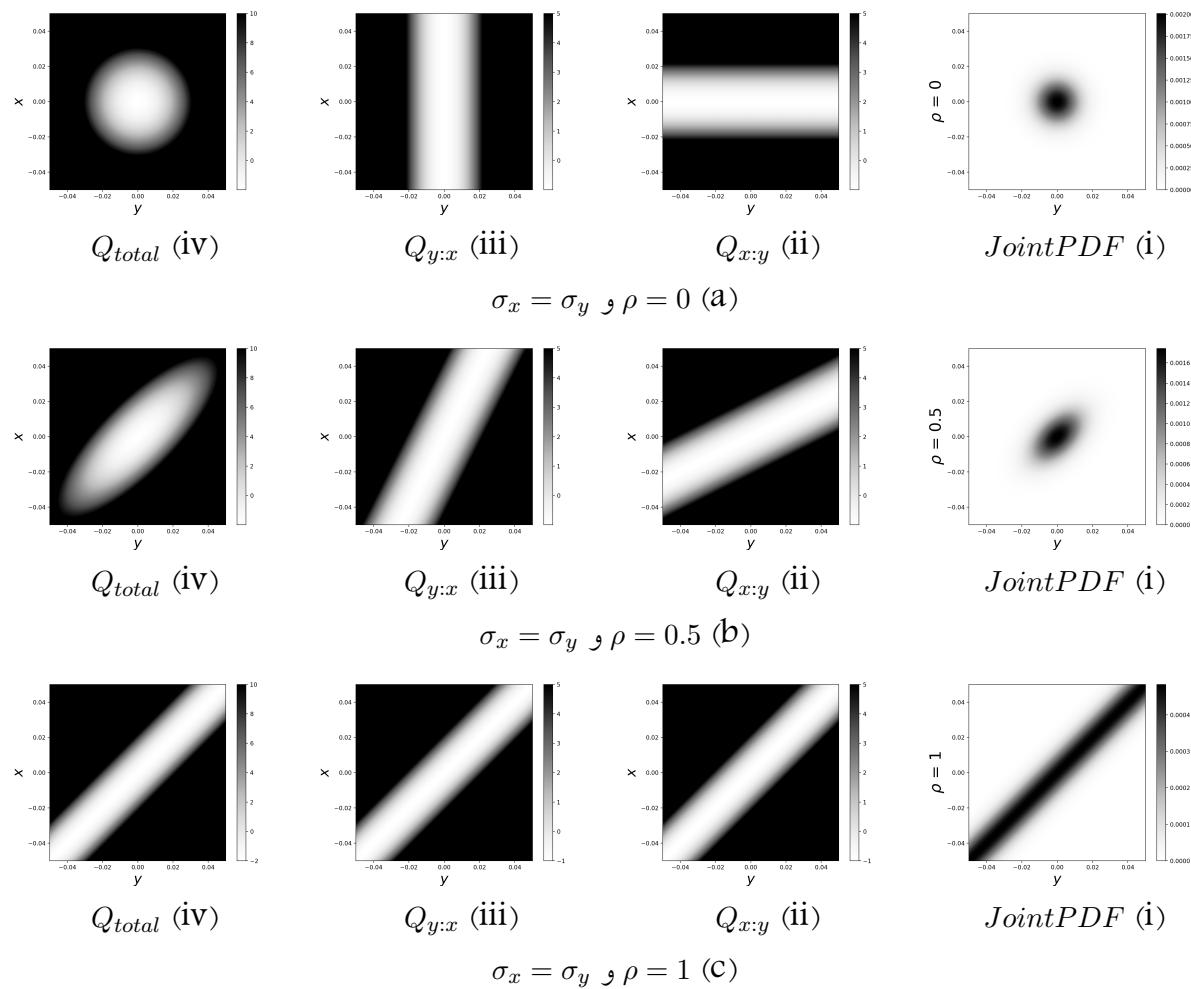
بیاین اجازه دهیم ρ مقادیری بین صفر و یک اختیار کند در حالی که $\sigma_2 = \sigma_1$ و بینیم توابع توزیع و پتانسیل های شرطی و مجموع آنها که پتانسیل کل است، چگونه رفتار می کنند. شکل ۱.۴ و ۲.۴ از زاویه ای متفاوت این توابع را برای مقادیر مختلفی از ضریب همبستگی دو بازار، ρ نشان می دهد.

در شکل ۱۱.۴ تابع توزیع مشترک تحت عنوان تابعی از r_1 و r_2 برای ضریب همبستگی، $\rho = 0$ رسم شده است. این تابع نسبت به محور های مختصات r_1 و r_2 متقارن است. در شکل های ۱۱.۴ و ۱۱۱.۴ پتانسیل های کوانتومی شرطی $Q_{r_1:r_2}$ و $Q_{r_2:r_1}$ به ترتیب برای همان مقادیر r_1 و r_2 شکل ۱۱.۴ رسم شده اند. همانطور که در شکل پیداست، این پتانسیل ها برای مقادیر $0 = \rho$ و $\sigma_1 = \sigma_2 = 0$ بر یکدیگر عمود هستند. عمود بودن این دو پتانسیل با وضوح بهتری در شکل ۲۰.۴ مشخص است. پتانسیل کوانتومی کل رسم شده در شکل سه بعدی ۱۱۴ و شکل نقشه حرارتی ۲۰۷.۴ کاملن متقارن و برش های موازی محور های مختصات آن شبیه دایره است. دایره بودن این پتانسیل برای شرایط (a) و $\rho = 0$ و $\sigma_1 = \sigma_2$ بدون خطأ و قطعی است.

در قسمت های (b) و (c) دو شکل زیر مقادیر غیر صفر ضریب همبستگی بین دو بازار بررسی شده اند. مطابق شکل های ۱.۴ و ۲.۴ با زیاد شدن ρ تابع توزیع مشترک در راستای نیمساز محور های مختصات کشیده شده و همین اتفاق مسبب چرخش پتانسیل های کوانتومی شرطی شده است. این پتانسیل ها در خلاف جهت یکدیگر شروع به چرخش میکنند و متناسب با میزان افزایش ضریب همبستگی ρ زاویه ای با



شکل ۱.۴: شکل سه بعدی تابع توزیع و پتانسیل های کوانتومی مربوطه رسم شده برای $\rho = 0, 0.5, 1$ و $\sigma_x = \sigma_y$



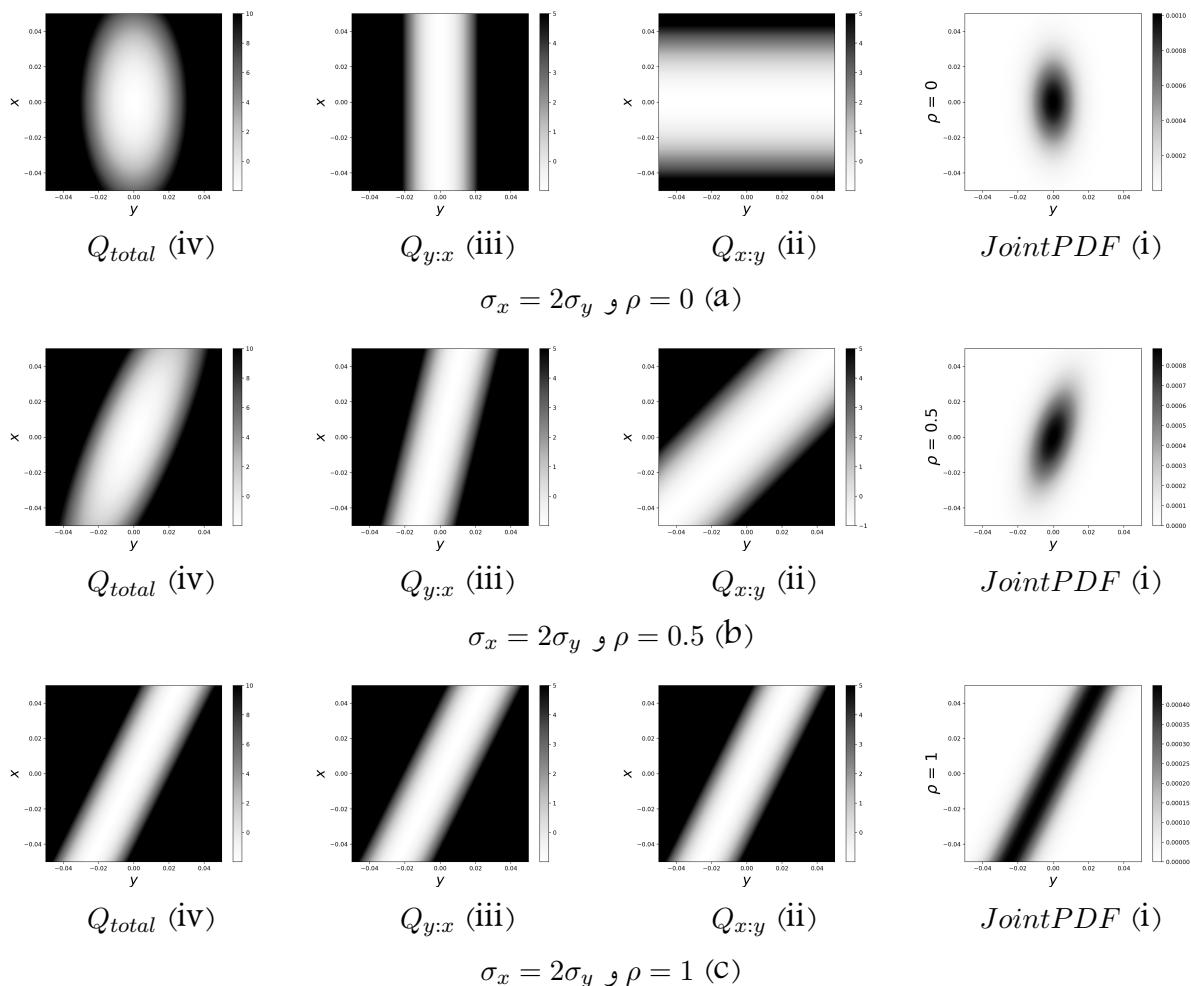
شکل ۲.۴: شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای $\rho = 0, 0.5, 1$ و $\sigma_x = \sigma_y$

محور های مختصات می سازند. چرخش این پتانسیل های کوانتومی شرطی سبب هیچ چرخشی در پتانسیل کوانتومی کل نمی شود و تنها باعث کشیده شدن این پتانسیل در راستای نیمساز محور های مختصات خواهد شد. این مساله به وضوح در شکل های ۲۱V.۴ و ۲۱V.۵ قابل مشاهده است. پس در این قسمت فهمیدیم که برای بازار های با واریانس سود یکسان، $\sigma_1 = \sigma_2$ با افزایش میزان ضریب همبستگی بین دو بازار، ρ پتانسیل های کوانتومی شرطی $Q_{r_1:r_2}$ و $Q_{r_2:r_1}$ شروع به چرخش به ترتیب در جهت و خلاف عقربه های ساعت کرده و پتانسیل کوانتومی کل Q در راستای نیمساز محورهای مختصات کشیده تر می شود.

۳.۰.۴ بررسی متغیر ρ برای بازارهای با واریانس غیر یکسان، $\sigma_1 \neq \sigma_2$

برای مقادیر مختلفی از ضریب همبستگی ρ و بازار های با واریانس سود متفاوت، $\sigma_2 \neq \sigma_1$ توابع توزیع مشترک و پتانسیل های مربوطه در شکل ۳.۴ رسم شده اند. با توجه به شکل، در قسمت (a) تابع توزیع مشترک برای دو بازار بدون همبستگی و با شرایط واریانس $2\sigma_2 = \sigma_1$ آورده شده است. با مقایسه این شکل و شکل

۲۱.۴ که همین تابع توزیع برای واریانس های برابر است، می توان نتیجه گرفت که اختلاف واریانس باعث کشیدگی تابع توزیع مشترک به سمت مختصات بازار با واریانس بیشتر می شود. این خاصیت به سادگی در ویژگی های توابع توزیع قابل مشاهده است و نکته ای جدیدی را به دانسته های ما اضافه نمی کند. لیکن در نتیجه ای این کشیدگی تابع توزیع تفاوت هایی در پتانسیل های کوانتومی مشترک نسبت به حالت قبلی، $\sigma_2 = \sigma_1$ مشاهده می شود. پتانسیل کوانتومی شرطی محاسبه شده برای داده های با واریانس بیشتر عریض تر از پتانسیل دیگری است و به همین دلیل تقارن موجود در پتانسیل کوانتومی کل بر خلاف حالت قبلی شکسته می شود. با مشاهده پتانسیل کوانتومی کل در شکل ۲۱V.۴ می توان نتیجه گرفت که برای بازار های با ضریب همبستگی صفر، پتانسیل کوانتومی تنها و تنها زمانی متقارن است که بازار ها دارای واریانس برابر باشند و این تقارن شکسته می شود زمانی که بین واریانس های آن دو اختلاف باشد و پتانسیل کل به سمت مختصات بازار با واریانس بیشتر کشیده می شود. در قسمت های (b) و (c) شکل ۳.۴ ضرایب همبستگی ۰.۵ و ۱ انتخاب شده است و توابع مربوطه رسم شده اند. همانطور که در شکل پیداست، پتانسیل های کوانتومی شرطی زوایای متفاوتی نسبت به حالت $\sigma_2 = \sigma_1$ انتخاب کرده اند و پتانسیل بازاری با واریانس بیشتر زاویه ای بزرگ تری را نسبت به دیگری طی کرده است. در نتیجه ای این چرخش های متفاوت، پتانسیل کوانتومی کل که حاصل مجموع این دو پتانسیل کوانتومی شرطی است، دیگر نسبت به محور های مختصات تقارن ندارد و نسبت به محوری متفاوت با نیمساز محورهای مختصات کشیده شده



شکل ۴.۴: شکل سه بعدی گرمایی رسم شده برای تابع توزیع و پتانسیل های مربوطه برای $\rho = 0, 0.5, 1$ و $\sigma_x = 2\sigma_y$

است. این واقعیت به خوبی در شکل های ۳iV.۴ و ۳iV.۵ قابل مشاهده است. مطابق با این دو شکل، پتانسیل کوانتومی کل به سمت مختصات بازار با واریانس بیشتر کشیده تر می شود و فضای فاز سود و زیان بازار کم واریانس تر را محدود تر می کند. این واقعه با دانسته های ما از رفتار دو بازار کنار یکدیگر به خوبی مطابقت دارد. در هر دو بازار همبسته، اجازه ی سود و زیان در بازاری بیشتر خواهد بود که در مرحله ی اول واریانس بزرگتری داشته باشد. بازاری با واریانس محدود و کم، کم ریسک تر و به طبع آن کم بازده تر خواهد بود.

اگر بخواهیم از دو ۲.۲.۳ و ۳.۲.۳ چکیده ای برای جمع بندی ارایه دهیم می توان به مطالب زیر اتکا کرد. از شکل پتانسیل های کوانتومی، چه شرطی و چه کلی، می توان موضوعات جالبی را به دو بازار مورد نظر نسبت داد. الف) اگر پتانسیل کوانتومی کل دارای تقارنی نسبت به محور های مختصات بازار اول و دوم باشد، هر دو بازار دارای واریانسی برابر خواهند بود. اگر این تقارن دایروی باشد می توان نتیجه گرفت که

دو بازار بدون همبستگی به کار خود ادامه میدهند و زندگی هر کدام تاثیری بر دیگری ندارد. این عمل در واقعیت کمتر اتفاق می‌افتد ولی می‌توان بازارهایی را مثال زد که کمترین وابستگی ممکن را با یکدیگر در زمانی مشخص دارند. دقت کنیم که در مساله ما زمان و دینامیک جایگاهی ندارد و بررسی کردن دینامیک پتانسیل‌های مربوطه خارج از محدوده تحقیق و پژوهش این پایان نامه قرار دارد. پس برای ساده سازی اولیه، هر پتانسیلی که تقارن دایروی دارد یا به این تقارن نزدیک است را دو بازار کم وابسته می‌نامیم که جا برای تحقیق روی میزان این وابستگی باز باشد.

ب) اگر پتانسیل کوانتمی کل تقارن دایروی خود را از دست بدهد، می‌توان نتیجه گرفت که میزان همبستگی دو بازار به یکدیگر بیشتر از صفر است. هر چه این پتانسیل از حالت دایروی بیشتر خارج شود و کشیدگی بیشتری پیدا کند دو ضریب همبستگی دو بازار بزرگتر خواهد بود.

ج) از بین رفتن تقارن $r_2 \leftrightarrow r_1$ نتیجه می‌هد که با دو بازار با واریانس‌های متفاوت رو در رو هستیم. شکستگی این تقارن به سمت بازاری با واریانس بزرگ‌تر خواهد بود.

برای استفاده از نتایج مطرح شده در مطالب فوق، باید این نتایج را در داده‌های واقعی مشاهده و مورد آزمایش قرار داد. به همین علت در بخش بعدی به بررسی نحوه محاسبه و تفسیر پتانسیل کوانتمی کل برای بازارهای مختلف در کشورهای متفاوت می‌پردازیم.



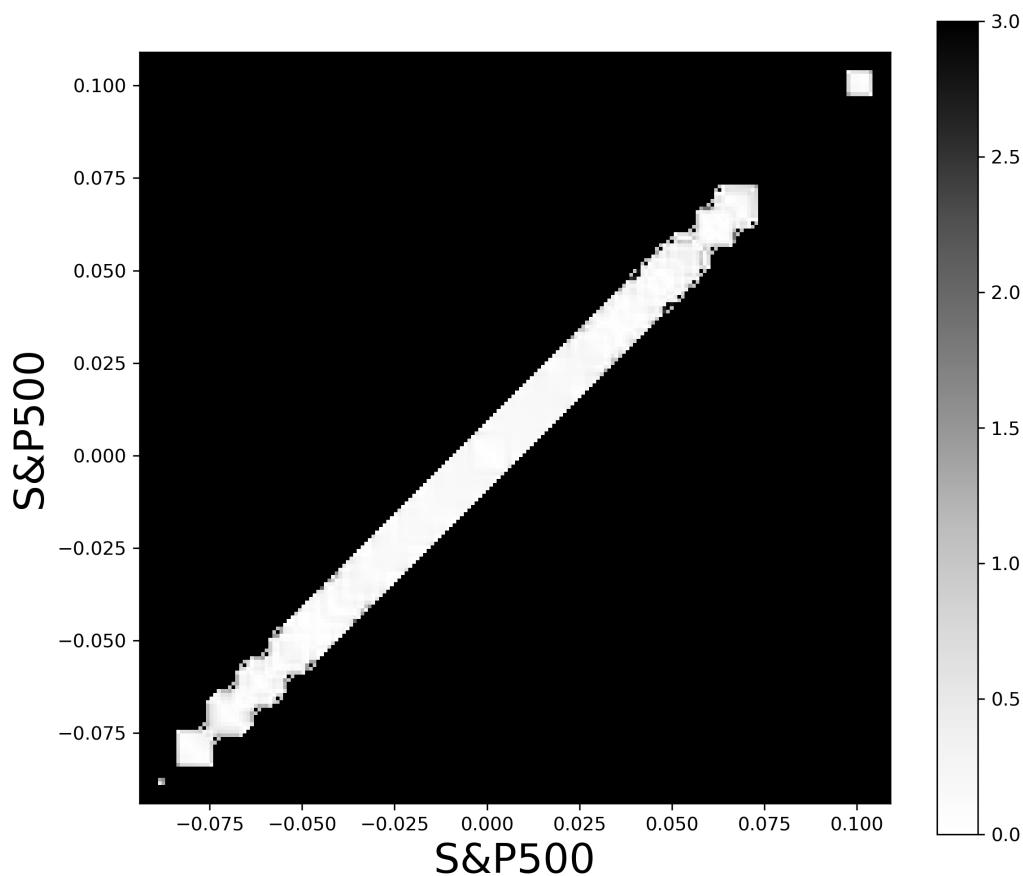
شکل ۴.۴: داده های قیمتی بازار های نشان داده شده در شکل برای بازه

۴.۰.۴ پتانسیل کوانتومی برای داده های واقعی

در بخش قبلی به نحوه تفسیر اطلاعات از روی پتانسیل کوانتومی کل محاسبه شده برای داده های ساختگی از روی یک مدل تابع توزیع مشترک گاوسی پرداختیم و نشان دادیم چگونه می توان اطلاعات آماری مورد نیاز را از روی پتانسیل های کوانتومی بدون کمک گرفتن از مکانیک آماری برداشت کرد. در این بخش می خواهیم به بررسی همین اطلاعات این بار برای داده های واقعی بپردازیم. برای این کار ابتدا لام است بتوانیم بدون اشتباه و کمترین درصدی از خطای پتانسیل کوانتومی را برای داده های واقعی رسم کنیم.

تنهای داده مورد نیاز برای محاسبات ما داده های تاریخی قیمت بازار های دلخواه ما هستند. در این قسمت از داده های قیمتی روزانه استفاده شده است. بازارهای مورد بررسی در این پایان نامه شاخص های $S\&P500$, $DowJones$, DAX , و $TOPIX$ به ترتیب از کشور های آمریکا، آمریکا، آلمان و ژاپن انتخاب شده اند. برای هر چهار شاخص انتخاب شده داده ها از روزهایی برداشته شده است که همه آن ها همزمان داده ثبت کرده باشند. نمودار قیمت های این چهار شاخص در شکل زیر آورده شده است. حواسمن باشد که به دلیل ارز مبنای متفاوت در کشورهای متفاوت لازم بوده است که این داده ها را با مقیاس های متفاوت در یک شکل بیاوریم. پس در مرحله دیداری اولیه به سادگی قابل قیاس با یکدیگر نخواهند بود.

برای محاسبه پتانسیل کوانتومی مشترک برای داده های نام بردہ به ترتیب هر یک از مراحل زیر انجام



شکل ۴.۵: پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.

می شود. الف) از داده های قیمتی هر کدام از دو بازار مورد نظر برای محاسبه پتانسیل مشترک آن ها، سود لگاریتمی محاسبه می شود.

ب) از داده های سود لگاریتمی هر دو بازار تابع توزیع مشترک بین آن دو محاسبه می شود.

ج) تابع توزیع محاسبه شده توسط یک کرنل گاووسی صاف و هموار می شود.

د) از تابع توزیع مشترک محاسبه شده توسط معادله ۳.۴ پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه می شود.

برای یافتن درک بهتر از شکل های داده واقعی نسبت به شکل های مدل ساختگی از بخش قبلی، بهتر

است ابتدا پتانسیل کوانتمی مشترکی محاسبه شود که هر دو مختصات بازار آن را یک داده تشکیل دهد.

برای مثال پتانسیل کوانتمی محاسبه شده توسط کد های برنامه نویسی ما برای بازار اول $S\&P500$ و بازار

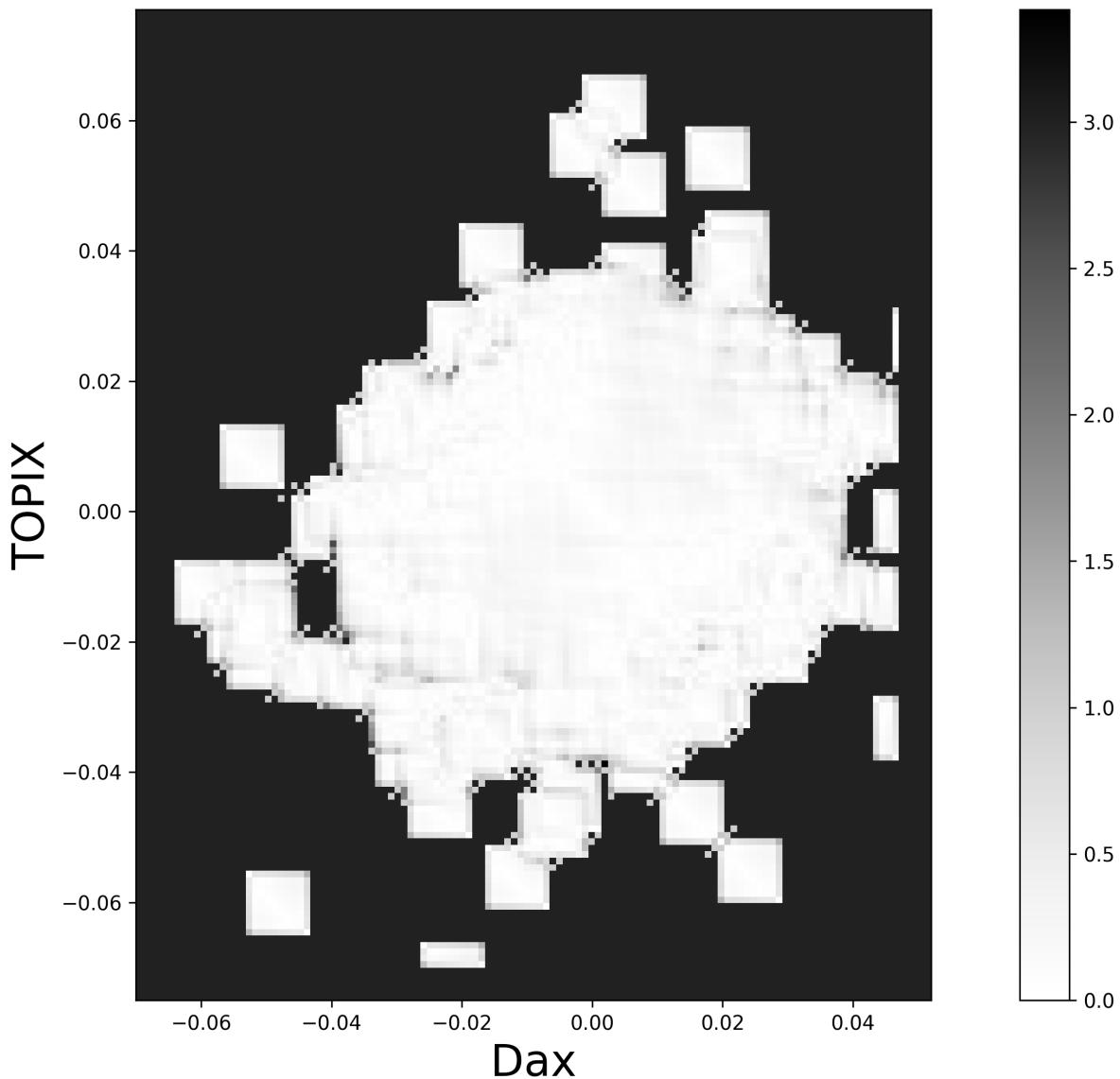
دوم هم $S\&P500$ همانند شکل ۵.۴ خواهد شد. نکاتی که باید در مورد شکل ۵.۴ متذکر شویم این است

که اعداد نمایش داده شده در هر یک از مختصات نمایان گر سود و زیان مربوط به بازار مختصات مربوطه است. قسمت های سفید رنگ چاه پتانسیل سه بعدی هستند که هرچه به سمت قسمت های خاکستری و سپس مشکی تر نزدیک می شویم، مقدار پتانسیل زیاد تر شده تا جاییکه به دیواره های پتانسیل که رنگی سیاه دارند میرسیم. اعداد نمایش داده شده در کنار شکل به صورت مقیاسی بوده و حاکی از کم و زیاد بودن پتانسیل در خانه های رنگی مربوطه هستند به طوریکه سفید به منظور عدم وجود پتانسیل و سیاه به منظور وجود سد عظیمی از پتانسیل است. با مقایسه شکل ۵.۴ با شکل ۲iv.۴ و ۳iv.۴ می توان به سادگی تفاوت بین نمودار های توابع تحلیلی و داده های واقعی را دریافت. پس حالا که فهمیدیم پتانسیل کوانتمومی مشترک برای دو بازار به شدت وابسته و دارای واریانس یکسان برای داده های واقعی چگونه است و به همراه داشتن نمونه شکل های مطرح شده در مدل گاووسی، می توان به تحلیل و بررسی هر یک از پتانسیل های کوانتمومی مشترک محاسبه شده برای هر دو بازار دلخواه مطرح شده پرداخت. با توجه به شکل های بدست آمده از داده های موجود، می توان هر دو تایی از این بازارها را تحت زیرمجموعه ای از سه گروه کم وابسته، وابسته و به شدت وابسته تقسیم بندی کرد. هر کدام از این شکل ها در یک بخش تفسیر شده اند.

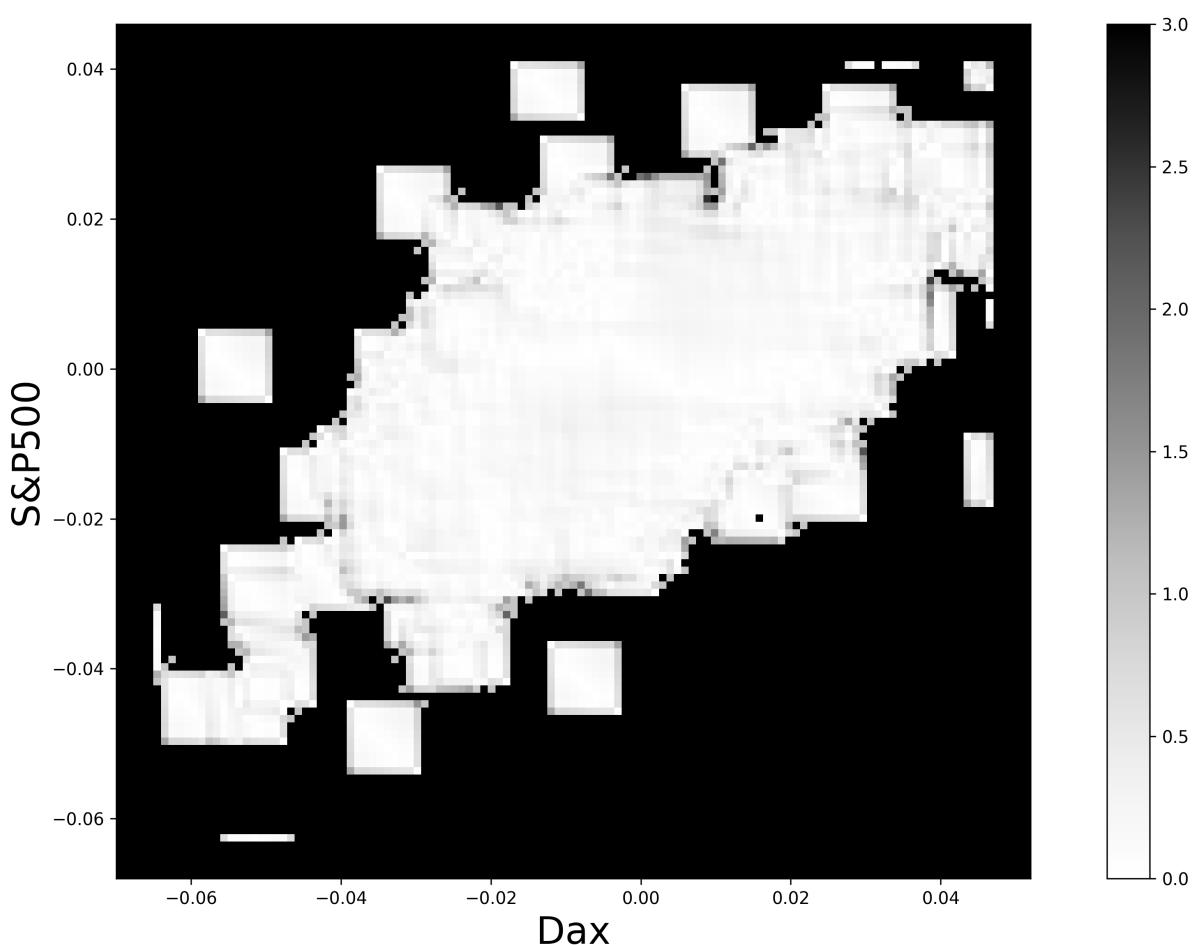
الف) پتانسیل کوانتمومی مشترک محاسبه شده برای بازار های *TOPIX* و *DAX* به عنوان دو بازار کم وابسته:

همانطور که در شکل ۶.۴ به وضوح پیداست، هر کسی با مقایسه این شکل و شکل ۲.۴ در می یابد که پتانسیل کوانتمومی محاسبه شده برای *TOPIX* و *DAX* همانند پتانسیل کوانتمومی برای ضریب همبستگی $\rho = 0$ در مدل گاووسی مطرح شده است. پتانسیل کوانتمومی برای این دو بازار تمایل به یک تقارن دایروی دارد و به سمت هیچ یک از مختصات به صورت خاص کشیدگی ندارد. از این شکل می توان در یافته که تغییر در مقدار سود و زیان هر یک از این بازارها، تاثیری بر بازار دیگر ندارد و دو بازار به صورت مستقل از یکدیگر زندگی میکنند.

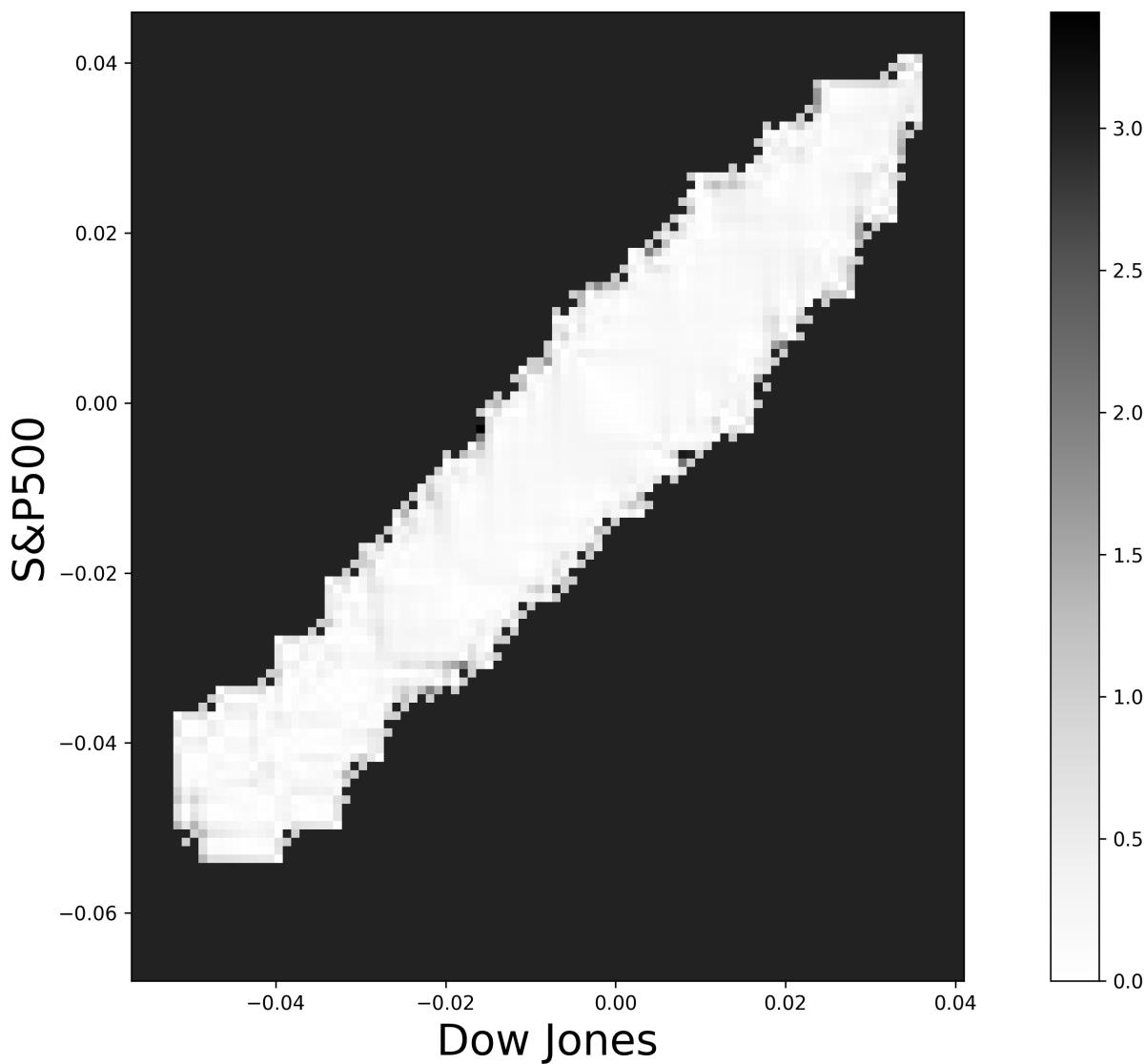
ب) پتانسیل کوانتمومی مشترک محاسبه شده برای بازارهای *S&P500* و *DAX* به عنوان دو بازار وابسته: به عنوان نمونه دوم پتانسیل کوانتمومی مشترک برای دو بازار *S&P500* و *DAX* به عنوان دو بازار وابسته در شکل ۷.۴ آورده شده است. این پتانسیل نظیر نمونه پتانسیل کشیده شده برای ضریب همبستگی $\rho = 0.5$ در مدل گاووسی مطرح شده است. با توجه به شکل می توان دریافت که شکل تقارن دایروی خود را از دست داده و تمایل به شکلی بیضوی پیدا کرده است. نکته ای مهم دیگری که می توان به آن اشاره کرد، عریض تر بودن دیواره های این پتانسیل در راستای مختصات بازار *DAX* نسبت به بازار *S&P500* است



شکل ۴.۶: پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.



شکل ۷.۴: پتانسیل کوانتمی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.



شکل ۴.۸: پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده برای بازارهای نشان داده شده در مختصات.

و هرچه این دیواره عریض تر امکان سود دهی بیشتری فراهم خواهد بود.

ج) پتانسیل کوانتومی محاسبه شده برای بازارهای *DowJowns* و *S&P500* به عنوان دو بازار به شدت وابسته:

به عنوان نمونه آخر به بررسی پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده برای دو بازار *S&P500* و *DowJowns* می پردازیم. پتانسیل کوانتومی مربوطه در شکل ۴.۸ نشان داده شده است. هم با مقایسه با مدل گاوسی مطرح شده و هم با مقایسه با شکل ۵.۴ می توان نتیجه گرفت که ضریب همبستگی بین این دو بازار بشدت زیاد بوده و به همین دلیل این دو بازار در گروه بازارهای به شدت وابسته قرار می گیرد.

۱.۴ جمع بندی فصل سوم

در این فصل با مطرح کردن یک مدل ریاضیاتی از قلب مکانیک کوانتومی بوهمی و استفاده از آن برای تحلیل و بررسی داده های تجربی بازار های مختلف دیدیم که چگونه می توان مفاهیم مکانیک آماری را توسط مکانیک کوانتومی پیاده سازی کرد. در ابتدای فصل نشان دادیم که چگونه می توان پتانسیل کوانتومی یک بعدی را برای یک بازار ترسیم کرد و در مورد مشکلات مربوطه در زمینه مدل سازی برنامه نویسی آن بحث شد. در ادامه به تعمیم این پتانسیل کوانتومی برای دو بازار پرداختیم و با ارائه مدلی گاوی نشان دادیم که پتانسیل کوانتومی مشترک محاسبه شده برای هر دو بازار دلخواه حاوی چگونه اطلاعاتی است و برای بیرون کشیدن این اطلاعات چگونه می بایست عمل کرد. در انتها با ترسیم سه پتانسیل کوانتومی دو بعدی مشترک محاسبه شده برای شاخص های متفاوت، به بررسی میزان وابستگی بین هر یک از آن دو بازار ها پرداختیم و نشان دادیم که در میان بازارهای *S&P500*, *DowJones*, *DAX*, *TOPIX*، بازارهای *TOPIX* دارای بیشترین وابستگی هستند. *DowJones* تا اینجای کار ما به تحلیل دیداری شکل های کشیده شده بسته کردیم در حالی که مسیر برای محاسبات کمی در این راستا هموار است. با تحلیل های ثانویه روی شکل ها و داده های موجود می توان میزان این همبستگی را نیز محاسبه کرد و مقایسه ساده ای با اطلاعات مشابه بدست آمده از مکانیک آماری انجام داد. امید بر این است که خواننده های این پایان نامه قدم در مسیر تحقق این سوال برداشته و به یاد داشته باشد که این قدم ها هرچه اندک در راستای این سوال های موجود در کامل شدن پازل نهایی علوم اجتماعی کوانتومی نقش مهمی خواهند داشت.

فصل ۵

مدیریت ریسک و سبد سهام با استفاده از پتانسیل کوانتومی

۱.۵ مقدمه ای بر مدیریت ریسک و سبد سهام

سال ۲۰۰۸، روزهایی که بازار سهام در حال ریزش شدید بود، یک صندوق سرمایه گذاری در حال جمع کردن پول و خرید اوراق بهادر با سرعت بسیار زیاد بود. این صندوق طی ۱۵ هفته متواتی اوراقی به ارزش ۱۰ میلیارد دلار خریداری کرد، اوراقی که همه از آن‌ها فراری بودند. گویا گردانندگان این سهام جمله معروفی از جان تمپلتون را شعار خود قرار داده بودند که میگوید: "وقتی در بازار خون راه می‌افتد وقت خریدن است." این صندوق که بعدها مشخص شد سود کلانی از این معاملات برده است، گرداننده‌ای به نام هوارد مارکس داشت. هوارد مارکس به نوشتن درباره‌ی مفهوم ریسک و بررسی آن از جنبه‌ها و جهات متعدد مشهور است و به قول خودش مهم ترین نکته در سرمایه گذاری ریسک است. تعریف گفتاری ریسک به این صورت است که اتفاقات محدودی رخ خواهد داد ولی امکان رخداد تعداد بسیار زیادتری از آن اتفاقات وجود دارد. فرار از ریسک در سرمایه گذاری از آن جایی ممکن نیست که هیچ‌کس یا علمی نمیتواند با قاطعیت آینده را پیش بینی کند. یافتن دارایی‌هایی که ارزش آن‌ها در آینده احتمالن بالا خواهد رفت کار سختی نیست و خرید تعداد کافی از این دارایی‌ها احتمالن به سود منجر خواهد شد. اما اگر ریسک خریدن این دارایی‌ها را در نظر نگرفته باشیم، در بلند مدت ضرر خواهیم کرد. در مسیر خرید هر دارایی به امید سود کردن مراحلی نیاز است طی شود که اولین آن شناخت ریسک‌های مربوط به آن دارایی است. قدم دوم شناخت دینامیک ریسک مورد نظر است، یعنی بتوانیم تشخیص دهیم که این

ریسک چه زمان هایی زیاد و چه زمان هایی کم می شود. قدم آخر برای هر سرمایه گذاری نحوه کنترل ریسک های موجود را شامل می شود.

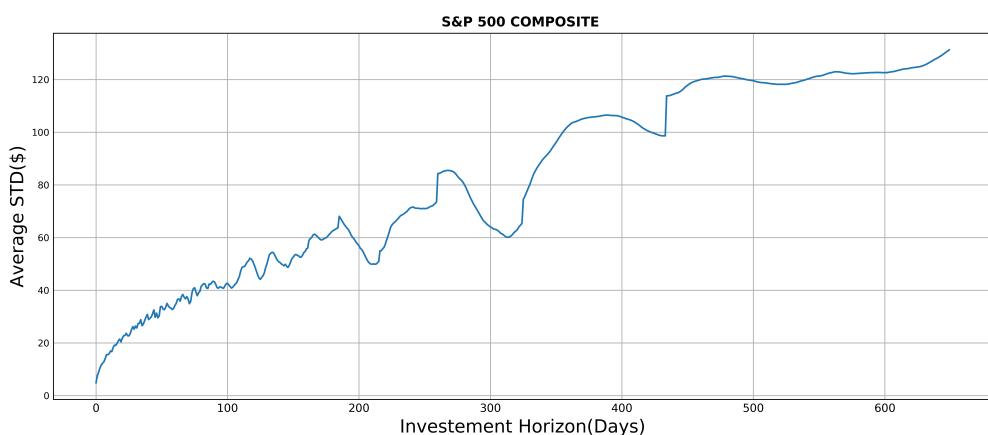
اهمیت شناخت ریسک در آن جاییست که اولاً انسان ذاتی ریسک گریز دارد و از عدم اطمینان و عدم قطعیت خوشش نمی آید و دوماً میزان سود و ضرر از خرید یا فروش هر دارایی رابطه ای مستقیم با میزان ریسک موجود در آن دارایی دارد. برای مثال دو دارایی مختلف را در نظر بگیریم که سرمایه گذاری در آن ها سودی یکسان خواهد داشت ولی ریسک متفاوتی دارند، بدیهی است که سرمایه گذاران در درجه اول آن دارایی ای را انتخاب می کنند که ریسک کمتری دارد. اگر در ابتدا قیمت این دو دارایی برابر باشد، تمایل سرمایه گذاران به خرید دارایی کم ریسک تر قمتش را بالا می برد و در نتیجه آن به فرض ثابت بودن سود، بازدهی سرمایه گذاری پایین می آید. این وضعیت در مورد دارایی پر ریسک تر بر عکس عمل می کند و عدم تمایل سرمایه گذار به خرید دارایی به علت ریسک زیاد موجود در آن، قیمت دارایی را کمتر و کمتر می کند و به فرض ثابت بودن سود، بازدهی سرمایه گذاری در آن بالا می رود و خرید آن را کمی جذاب تر می کند. این مثال مکانیسم بازار برای ایجاد تعادل بین بازدهی و ریسک است.

در نظریه مدیریت مالی جدید، ریسک برابر تلاطم یا واریانس در نظر گرفته می شود و برای مثال هر قدر قیمت دارایی در بازار ملاطم تر باشد، ریسک بالاتری خواهد داشت. در همین ابتدایی تعریف ریسک نظر افرادی چون وارن بافت و هاوارد مارکس با نظریه پردازها که ریسک را تلاطم قیمت میدانند متفاوت است. در دیدگاه این افراد ریسک برابر تلاطم قیمت نیست بلکه برابر تلاطم ارزش ذاتی دارایی است. قیمت حاصل کشمکش ها و برهمکنش های فعالان بازار است، بازاری که می تواند همیشه کارامد نباشد و گاهی فعالان بازار همانطور که دیدیم تخمین درستی از ارزش دارایی ها ندارند. گاهی اوقات نیز عدم توافق فعالان بازار بر روی ارزش دارایی نیز باعث زیاد شدن تلاطم در قیمت آن دارایی و به طبع آن زیاد شدن ریسک منجر می شود که این موضوع در نظر افراد ارزش نگری چون وارن بافت تعریفی درست از ریسک را دارا نمی باشد. در نگاه این افراد ریسک به معنای احتمال از دست رفتن دائمی سرمایه است. در حقیقت هیچ کدام از این نگرش ها به تنها یک تعریفی جامع و کامل از ریسک نیستند و از نظر دیدگاه اینجانب ریسک موضوعی شخصی است و برای هر معامله مقدار مشخص و متفاوتی نسبت به معامله دیگر دارد.

سرمایه گذاران در هر زمان دلخواهی حس رضایت کافی نداشته باشند می توانند پول خود را از صندوق های سرمایه گذاری بیرون بکشند. همین امر باعث می شود که مدیران صندوق های سرمایه گذاری دیدگاهی کوتاه مدت نسبت به ریسک داشته باشند و برای راضی نگه داشتن سرمایه گذاران تلاطم های قیمت در بازه های کوتاه مدت را در خرید و فروش های خود در نظر بگیرند. به بیان خلاصه تر هر چه افق سرمایه



شکل ۱.۵: سری زمانی قیمت شاخص S&P500

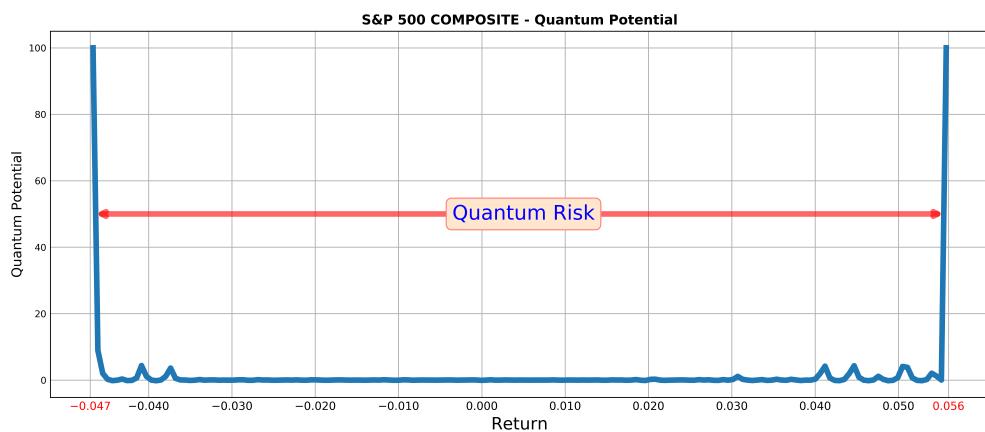


شکل ۲.۵: وارانس محاسبه شده برای سری زمانی قیمت شاخص S&P500

گذاری کوتاه تر شود، به تعریف نظریه پردازها از ریسک نزدیکتر می شویم. برای بهتر متوجه شدن این موضوع بهتر است آن را در داده های واقعی نمایش دهیم.

۱.۱.۵ واریانس تعریفی دانشگاهی از ریسک

نمودار داده های قیمتی شاخص S&P500 برای سال های بین ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ در شکل ۱.۵ رسم شده است. اگر بخواهیم تعریف ریسک به عنوان تلاطم قیمت را برای این داده ها به صورت روزانه نشان دهیم باید واریانس سری زمانی قیمت آن را رسم کنیم. شکل ۲.۵ میانگین واریانس سری زمانی شکل ۱.۵ را برای سرمایه گذاری با افق دید ۲ تا ۶۰۰ روزه را نشان می دهد. با توجه به شکل ۲.۵ به وضوح مشخص است که هر چه مدت سرمایه گذاری در این شاخص طی سال های ۲۰۰۰ تا ۲۰۰۵ بیشتر شده است، ریسک

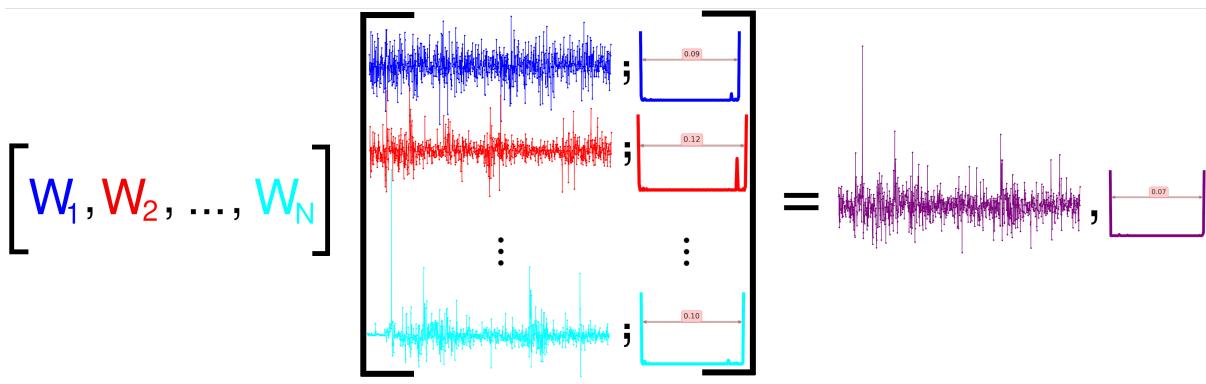


شکل ۳.۵: پتانسیل کوانتومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P500

موجود در این سرمایه گذاری افزایش یافته است. این همان تعریف نظریه پردازها از ریسک موجود در یک سری زمانی است. در این قسمت از پایان نامه میخواهیم نشان دهیم که آیا می توان تعریف کمی دیگری را در کنار واریانس برای ریسک تعریف کرد و آیا با کنترل کردن پتانسیل کوانتومی می توان برای یک سری زمانی ریسک تعریف کرد و از آن برای مقایسه با تعاریف دیگر ریسک کمک گرفت. از اینجا به بعد به نحوه محاسبه ریسک با کمک پتانسیل کوانتومی میپردازیم.

۲.۵ مدیریت ریسک و سبد سهام توسط پتانسیل کوانتومی

در فصل سوم نشان دادیم که چگونه می توان پتانسیل کوانتومی یک بعدی حاکم بر سود و زیان یک بازار را محاسبه کرد. در ادامه این فصل میخواهیم با در نظر گرفتن فاصله‌ی بین دو دیواره مشخص شده در شکل ۳.۵ تحت عنوان ریسک موجود در آن بازار به بررسی ریسک موجود در بازار های مختلف بپردازیم و با مقایسه آن با واریانس تحت عنوان ریسک کلاسیکی به تشکیل سبد سهام مناسب بپردازیم. واژه مناسب در دیدگاه افراد و صندوق های سرمایه گذاری مختلف، متفاوت است و هر کدام از آن ها بسته به نوع هدف سرمایه گذاری دنبال جنبه ای متفاوت از سود هستند. در کار این پایان نامه سبدی را مناسب میبینیم که دارای کمترین ریسک ممکن در بین تمامی سبد های ممکن باشد و همچنین در بین تمامی سبد های ریسک کمینه، حاوی سود بیشینه باشد. برای این کار ابتدا لازم است که نموداری شماتیک از نحوه ایجاد سبد سهام با در نظر گرفتن ریسک هر کدام را داشته باشیم. شکل ۴.۵ به صورت کلی تشکیل سبد سهام از هر تعداد دلخواه سری زمانی قیمتی را نشان می دهد.



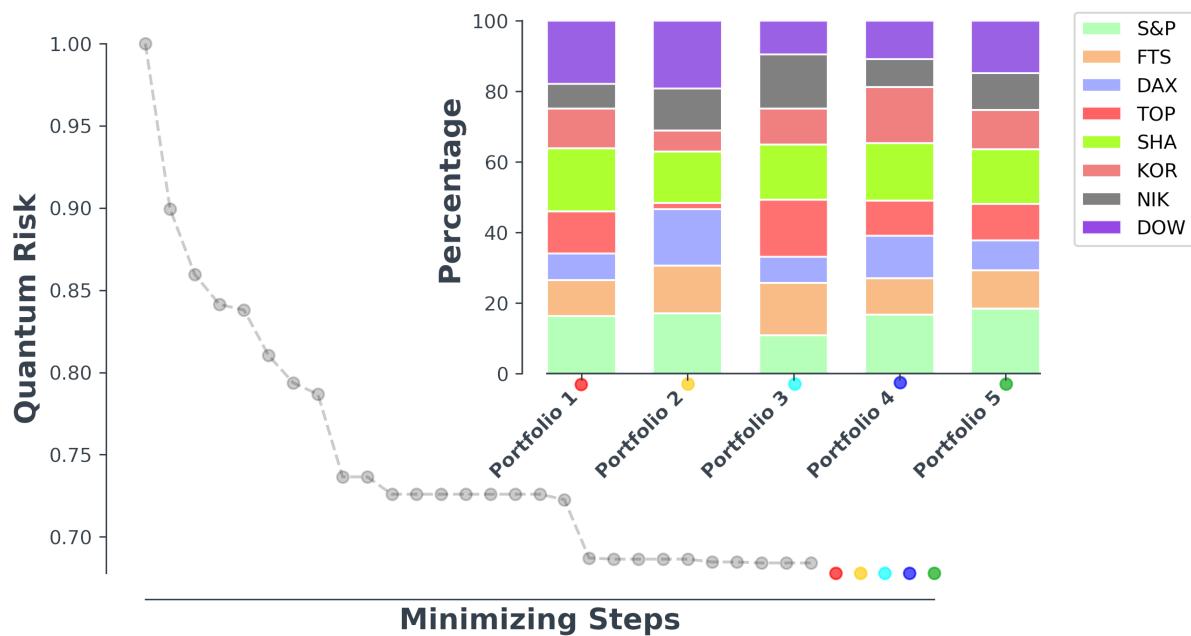
شکل ۴.۵: شکل شماتیک نحوه تشکیل شاخص سبد سهام با وزن های مختلف

برای هر تعداد دلخواه سهم می توان سبدی با وزن های مربوطه تشکیل داد که شاخص سود و زیان این سبد از معادله زیر بدست می آید.

$$\bar{r}(t) = \sum_{i=1}^N w_i r_i(t) \quad (1.5)$$

که در آن w_i ها وزن های هر کدام از سهام های در نظر گرفته در سبد مورد نظر هستند. در ادامه کار با استفاده از الگوریتم ژنتیک تلاش در جهت یافتن وزن های مناسبی خواهیم کرد که سبد نهایی مشکل از این وزن ها دارای کمترین ریسک ممکن در بین تمامی گزینه های موجود باشند. الگوریتم ژنتیک الگوریتمی محبوب در میان کد نویسان است که معمولاً برای یافتن اکسترمم های توابع چند متغیره از آن استفاده می شود. در کار این پایان نامه از زبان برنامه نویسی پایتون برای پیاده سازی این الگوریتم کمک گرفته شده است. توضیحات بیشتر در مورد نحوه کار کردن این الگوریتم و کدهای برنامه نویسی مربوطه به پیوست پایان نامه مراجعه فرمایید.

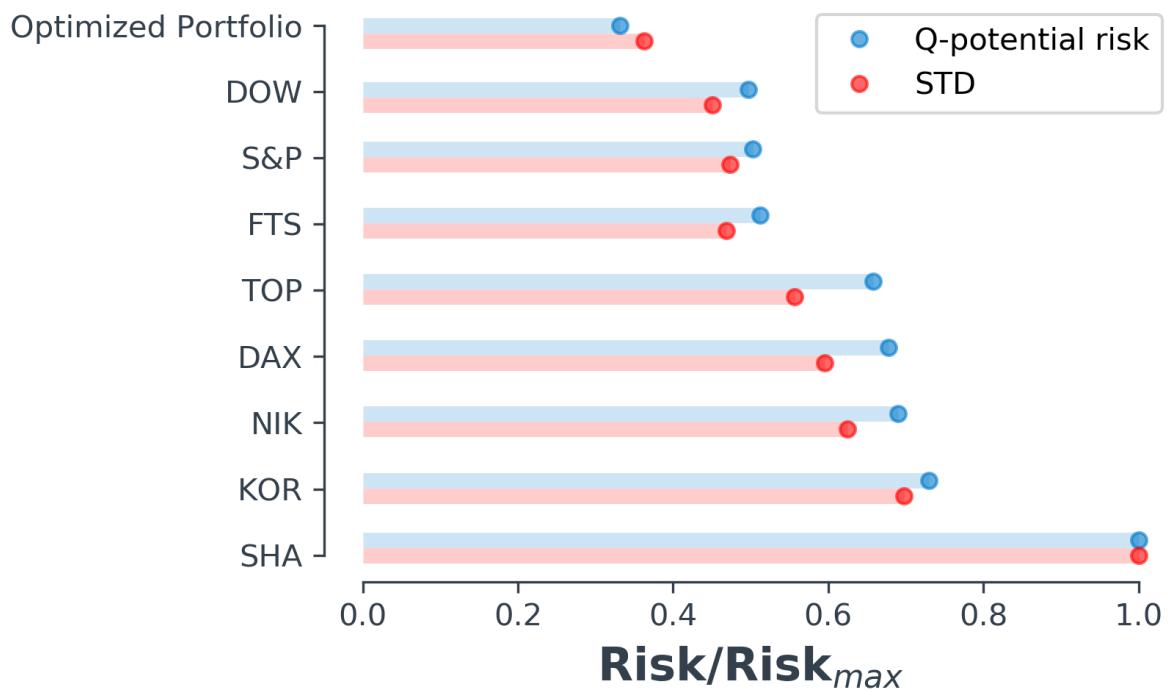
اگر این برنامه را برای سبدی مشکل از ۸ شاخص بزرگ دنیا همچون Dow Jones industrial, Korea SE composite NIKKEI 225, DAX 30 performance, FTSE 100, TOPIX, S&P 500 composite, و Shanghai SEA و Shangai SEA اجرا کنیم، فرایند کمینه شدن ریسک شاخص سبد سهام در شکل ۵.۵ قابل مشاهده است. همانطور که در شکل ۵.۵ پیداست، در مرحله نهایی کمینه کردن تعدادی سبد سهام با ریسک کمینه یکسان وجود دارند. این مساله چندان به دور از انتظار هم نیست چرا که سهم های مختلف کاملاً از یکدیگر مستقل نیستند و تعداد بیشماری حالت برای کمینه ریسک در بین تمامی حالات ممکن موجود است. پنج حالت ممکن برای برنامه اجرا شده در شکل ۵.۵ نشان داده شده اند. به وضوح در این شکل شماتیک پیداست که این سبد ها با یکدیگر متفاوت بوده در حالی که همه آن ها متعلق به یک گروه از سبد ها با



شکل ۵.۵: شکل شماتیک

ریسک یکسان هستند. هر کدام از این پنج سبد مشخص شده در شکل ۵.۵ از نقطه نظر ریسک کوانتمومی با یکدیگر برابر بوده و اگر تنها همین پارامتر در خرید دارایی هائز اهمیت بود هیچ کدام از این پنج سبد بر دیگری ارجحیت خاصی نداشتند. این در حالی است که برای انتخاب سبد تعداد بیشماری پارامتر وجود دارد که می‌توان از آن‌ها برای فیلتر کردن سبدهای موجود استفاده کرد. سوال خوبی که می‌توان در این قسمت پرسید این است که ترتیب اعمال فیلتر‌ها اهمیت خاصی دارد یا خیر؟ یعنی اگر در ابتدا سبدهای پر بازده را جدا کرده و از بین آن‌ها دنبال سبدهای کم ریسک گشت نتیجه یکسانی با انتخاب ابتدا سبدهای کم ریسک و سپس پر بازده دارد یا خیر؟ پاسخ دادن به این سوال ورای کار این پایان نامه قرار دارد و خواننده می‌تواند به راحتی به دنبال پاسخ این سوالات بگردد.

شکل ۶.۵ ریسک و واریانس هر کدام از شاخص‌های استفاده شده در برنامه الگوریتم ژنتیک را در کنار ریسک و واریانس سبد متشكل از این شاخص‌ها با وزن‌های پیدا شده در این الگوریتم را نشان می‌دهد. هر کدام از ریسک‌های بدست آمده تقسیم بر ریسک شاخص شانگهای که بزرگترین ریسک موجود در بین دیگر شاخص‌ها را دارد، شده است. به این ترتیب ریسک‌های نمایش داده شده مقیاسی بوده و مقایسه بین هر کدام از آن‌ها ساده‌تر انجام خواهد شد. با مشاهده در شکل ۶.۵ در می‌یابیم که شاخص‌های داو جونز و اس‌ان‌پی آمریکا کمترین ریسک و شاخص شانگهای چین بیشترین ریسک را در بین هر یک از هشت شاخص دیگر دارد. این در حالی است که سبد سهام متشكل از تک تک این شاخص‌ها با وزن‌های مناسب پیدا شده در الگوریتم ژنتیک برنامه، ریسکی کمتر از حتی شاخص‌های داو جونز و اس‌ان‌پی



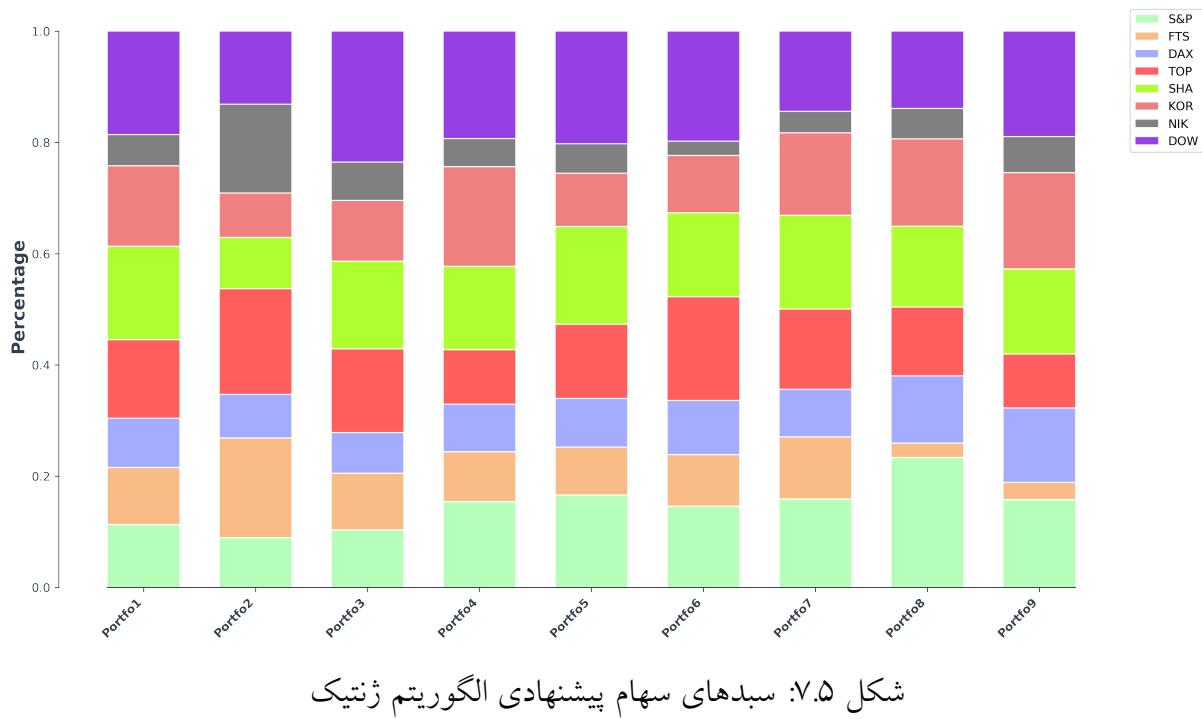
شکل ۶.۵: پتانسیل کوانتمومی حاکم بر داده های روزانه بازار S&P₅₀₀

دارد. با تفکری سطحی می توان پی برد که ریسک سبد تابعی خطی از ریسک اجزا تشکیل دهنده آن سبد نیست و اگر چنان بود، ریسک سبد در کمترین حالت خود زمانی بود که سبد متشكل از صد درصد سهم داو جونز بود و ریسک آن برابر ریسک شاخص داو جونز قرار می گرفت. در حالی که این اتفاق مطابق با شکل ۶.۵ رخ نداده است.

برای مقایسه بهتر واریانس که نماینده ریسک در بین نظریه پردازان است هم در کنار ریسک کوانتمومی خارج شده از پتانسیل کوانتمومی رسم شده است. همانطور که پیداست در اکثر شاخص های رسم شده واریانس مقداری کمتر از ریسک کوانتمومی اختیار کرده است و تنها در مورد سبد نهایی این مقدار متفاوت نمایان شده است.

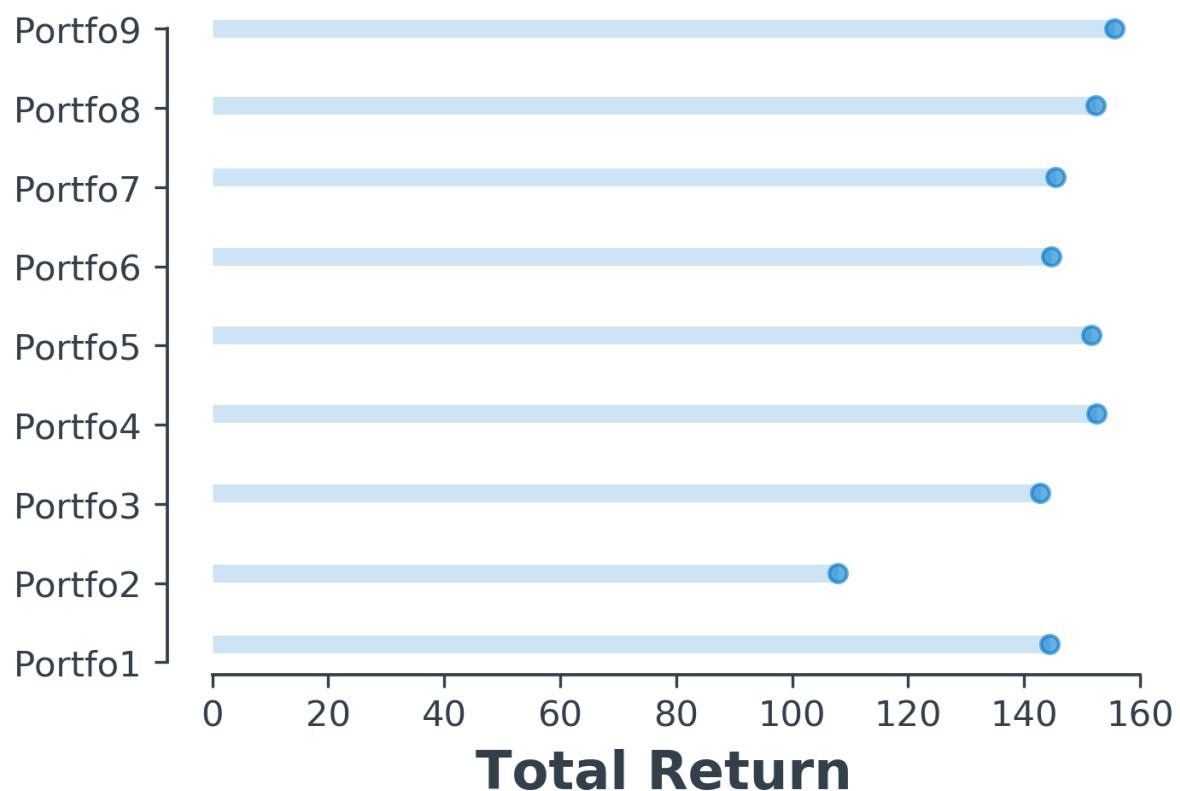
۳.۵ تضاد ریسک با بازدهی

در ابتدای فصل نشان دادیم که چگونه بازار تعادل بین ریسک و بازدهی را نگه می دارد. در این بخش می خواهیم نشان دهیم که این تعادل در بین سبد های پیشنهادی الگوریتم ژنتیک چگونه برقرار است و آیا می توان در بین تعداد بیشمار تبگهی موجود پیشنهادی این برنامه، تفکیک از نقطه نظر میزان بازدهی کرد. برای

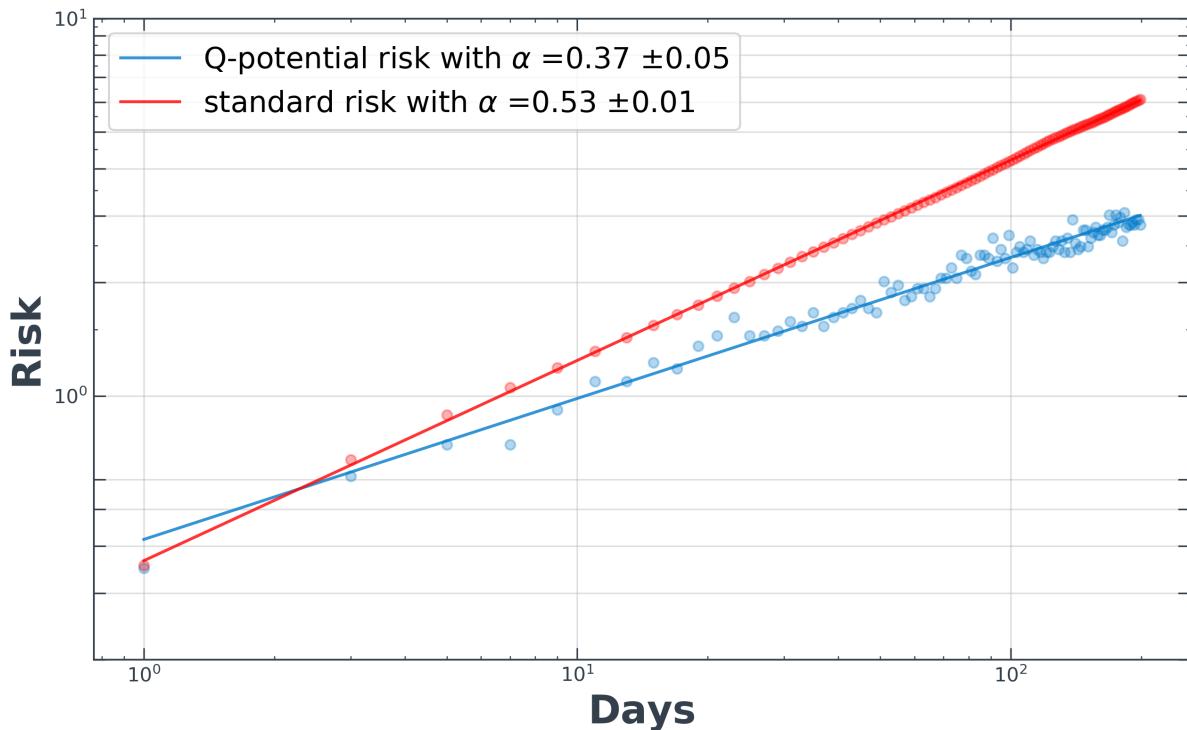


شکل ۷.۵: سبد های سهام پیشنهادی الگوریتم ژنتیک

این کار یکی از بهترین کار های ممکن این است که سبد های پیشنهادی برنامه الگوریتم ژنتیک را تشکیل دهیم و با استفاده از داده های تاریخی میزان بازدهی کل این سبد را در بازه مشخص بسنجیم. برای این کار بار دیگر برنامه الگوریتم ژنتیک را اجرا می کنیم و این بار تعداد ۹ عدد سبد هم ریسک را از بین سبد های با تبهگنی یکسان جدا میکنیم. این نه سبد در شکل ۷.۵ آورده شده ایند. برای هر کدام از این سبد ها بازدهی محاسبه شده در شکل ۸.۵ آورده شده است. با توجه در این شکل می توان نتیجه ابتدایی گرفت که سبد نهم از بین سبد های نشان داده شده بازدهی بیشتری نسبت به دیگر سبد ها را به خود اختصاص داده است. این در حالی است که سبد دوم در میدان رقابت با دیگر سبد ها شکست خورده است. در این فصل نشان دادیم که چگونه می توان با استفاده از فیلتر های مختلف سبد سهام دلخواه خود را پیدا کرد و در این مسیر از فیلتر های کوانتمومی برای جداسازی سبد های سهام کمک گرفتیم. همانطور که در پیشگفتار گفته شد هدف اولیه برای اثبات درستی استفاده از مکانیک کوانتمومی در تحلیل بازارهای مالی مقایسه تمامی فیلتر های آن با فیلتر های استاندارد موجود، در اینجا واریانس تحت عنوان ریسک استاندارد است. برای مقایسه ریسک کوانتمومی و ریسک استاندارد واریانس بهتر است به مقایسه این دو در سری های زمانی با مقیاس های متفاوت پردازیم. برای این مقایسه کافی است یک سبد پیشنهادی الگوریتم ژنتیک را برای مقیاس های یک روز، دو روز الی دویست روز تشکیل دهیم. شکل ۹.۵ مقدار ریسک کوانتمومی و ریسک استاندارد را برای هر کدام از این مقیاس ها نشان می دهد. همانطور که در این شکل پیداست در بازه های زمانی دو روزه خرید و فروش از نقطه نظر ریسک استاندارد ریسک بزرگتری از نقطه نظر ریسک کوانتمومی



شکل ۷.۵: بازدهی هر کدام از سبدهای پیشنهادی شکل ۷.۵



شکل ۹.۵: رابطه نمایی ریسک با مقیاس

دارد ولی از بازه های دو روز به بعد ریسک کوانتمومی مقدار ریسک کمتری را نشان می دهد. از شکل ۹.۵ مشخص است که یک رابطه نمایی بین مقیاس و ریسک وجود دارد. این رابطه از معادله زیر با نماهای مربوطه نشان داده شده در شکل پیروی می کند.

$$Risk(\tau) \propto \tau^\alpha. \quad (2.5)$$

همانطور که در شکل ۹.۵ به وضوح پیداست نمای بحرانی برای ریسک استاندارد بزرگ تر از نمای بحرانی برای ریسک کوانتمومی است و این بیان گر این موضوع است که ریسک کوانتمومی نسبت به ریسک استاندارد آینده بهتری را برای این سبد پیش بینی می کند.

۴.۵ جمع بندی فصل چهارم

در این فصل با استفاده از کنترل پتانسیل کوانتمومی معیاری برای ریسک سری های زمانی تعریف کردیم و نشان دادیم که این معیار در مقایسه با معیار کلاسیکی خود که واریانس است چگونه عمل می کند. در ادامه به بررسی مدیریت سبد سهام با هدف یافتن سبدی که دارای کمترین ریسک در بین تمامی انتخاب

های ممکن است، سبد هایی را معرفی کردیم که در کمینه ریسک قرار داشتند و تبهگن بودند. از نقطه نظر کمترین ریسک هیچ اولویتی بین این سبد ها وجود نداشت ولی از نقطه نظر میزان بازدهی، تفاوت هایی در بین آن ها مشاهده شد. در نهایت نشان دادیم که چگونه می توانیم این تفاوت ها را نمایان کنیم و در مسیر انتخاب بهترین سبد ممکن از نقطه نظر کمترین ریسک و بیشترین بازدهی حرکت کنیم.

فصل ۶

نتیجه گیری و پیشنهادات

در این پایان نامه از ابتدا صحبت از آن بود که چگونه ابزارهای مستقل ریاضیاتی که برای پاسخگویی به مسائلی خاص از علم به وجود آمده اند می توانند پاسخگو در دیگر زمینه های زندگی بشر نیز باشند. یکی از این ابزار ها مکانیک کوانتومی است که برای پاسخ گویی به سوالات موجود در میکروسیستم های فیزیکی تولد یافته است.

در فصل اول سخن از این به میان آمد که آیا مکانیک کوانتومی توانایی یافتن پاسخ نیازهای بشر و رای مسائل مربوط به اتم و موضوعات وابسته را دارد؟ اگر دارد کدامین جنبه از مشکلات آدمیان را می تواند تحلیل کند و جواب های آن تا چه حد قابل مقایسه با دیگر ابزارهای موجود است؟ آیا مکانیک کوانتومی اراده قدم گذاشتن در مسیر حل مشکلاتی (همچون مشکلات فرایند شناختی، تحلیل روانشناسی بازار و غیره) که ابزارهای موازی با آن تاب نفس کشیدن در آن ها را ندارند، دارد؟

برای یافتن این چنین سوالات فصولی را مرتب کردیم که مقدمه ای بر تحکیم جنبش علوم اجتماعی کوانتومی هستند. از جمله این فصول، فصل سوم این پایان نامه، تعمیم پتانسیل کوانتومی در مطالعه بازارهای همبسته و فصل چهارم مدیریت ریسک و سبد سهام به کمک پتانسیل کوانتومی هستند.

در فصل سوم با ارائه مدلی پیشنهادی برای تابع توزیع سود و ضرر یک بازار، رفتار پتانسیل کوانتومی مشترک را در موقعیت های متفاوت ترسیم کردیم. نشان دادیم که پتانسیل کوانتومی مشترک برای بازار های با وابستگی زیاد چگونه نسبت به بازارهای با وابستگی کم تغییر می کند. همچنین برای داده های واقعی بازارهای مختلف از سراسر دنیا این پتانسیل را ترسیم کردیم و در ادامه تحلیل آنها دریافتیم که پتانسیل کوانتومی مشترک همانند ابزارهای کلاسیکی موجود به خوبی از وجود همبستگی بالا میان شاخص های *Dow Jones* و *S&P500* و همچنین از وجود همبستگی کم میان بازارهای *TOPIX* و *DAX* جکایت

می کند.

نباید این گونه برداشت کرد که اطلاعات خروجی از پتانسیل کوانتموی همان اطلاعات موجود در تابع همبستگی مکانیک آماری است و چیزی جدید به دانسته های قبلی ما اضافه نکرده است. می بایست حواسمن باشد همانگونه که فضا و چارچوب این دو ابزار(مکانیک کوانتموی و مکانیک آماری) به کلی متفاوت از یکدیگر بوده، میزان اطلاعات خروجی از هر کدام از این دو ابزار به کلی با یکدیگر متفاوت است. یادمان باشد که هدف در این قسمت نشان دادن این موضوع بود که مکانیک کوانتموی هم همانند برادر بزرگتر خود مکانیک آماری می تواند پاسخگو در مسائل موجود باشد.

در ادامه در فصل چهارم نیز با کمک پتانسیل کوانتموی حاکم بر یک بازار نشان دادیم که چگونه شکل پتانسیل کوانتموی می تواند منعکس کننده ریسک موجود در آن بازار برای سرمایه گذاری باشد و با مقایسه این ابزار با تابع واریانس موجود در مکانیک آماری شباهت ها و تفاوت های موجود در این دو مفهوم را بررسی کردیم. از جمله تفاوت های قابل بحث در این حوزه بیشتر بودن ریسک پتانسیل کوانتموی یک بازار نسبت به واریانس آن بازار است در حالی که سبد ساخته شده با در نظر گرفتن پتانسیل کوانتموی ریسک کمتری در بلند مدت نسبت به واریانس داشته است.

بررسی این دو کار در این پایان نامه نمونه کوچکی از کارهای قابل اجرا برای نشان دادن قدرت مکانیک کوانتموی در یافتن جواب مشکلات جدید جوامع امروزی است. اولین و مهمترین قدم برای مستحکم تر کردن این مفهوم استفاده از مدل های غیر گاوی در مدل پیشنهادی برای تابع توزیع سود و زیان بازارهاست. غیر گاوی بودن بازارها در کارهای مقاله های مختلف بررسی شده است و خوب است که دانشجوهای مشتاق در ابتدا به بررسی مدل های غیر گاوی در تابع توزیع به کار رفته در پتانسیل کوانتموی بپردازنند.

آ پیوست

بهینه سازی چند هدفه

۱. آ مقدمه

یکی از مراحل مهم در مسائل سیستم های پیچیده، بهینه سازی می باشد. روش های بهینه سازی متداول که مبتنی بر مشتق گرفتن از توابع هدف هستند، معمولاً به دلایلی همچون ناتوانی در بیان صریح از تابع هدف و مشتق پذیر نبودن آن، محصور شدن الگوریتم بهینه سازی در نقاط اکسترم م محلی، پیچیده شدن مساله و ... مانند گذشته کاربرد نداشته و جای خود را به روش های تکامل تدریجی نظیر الگوریتم ژنتیک داده اند.

گلدبرگ برای اولین بار در سال ۱۹۸۹ الگوریتم ژنتیک را پیشنهاد داد [۵۸]. این روش از مقادیر توابع هدف به طور مستقیم استفاده می کند و از این رو مشکل روش های پیشین که مبتنی بر مشتق گیری بودند را ندارد و همچنین مزیت دیگر آن نسبت به روش های مشتق محور این است که شروع جستجو را از مجموعه ای از نقاط (جمعیت اولیه) انجام می دهد، که این کار باعث می شود در نقاط اکسترم م محلی به دام نیفتد.

در بسیاری از مسائل بهروز در زمینه های مهندسی، فیزیک، شیمی و اقتصاد، نیاز است تا برای طراحی بهینه، دو یا چند تابع هدف متناقض و وابسته به هم مورد نظر قرار گیرند. در این گونه مسائل، هیچ جواب یکتا نیی که تمام توابع هدف را اکسترم کند وجود ندارد. این گونه مسائل بهینه سازی را مسائل بهینه سازی چند هدفه می نامند. برای ارائه نقاط بهینه در این گونه مسائل از مفهومی به نام مجموعه نقاط پارتو استفاده می شود که به وسیله آن، مجموعه ای از نقاط طراحی غیر برتر به عنوان پاسخ بهینه سازی ارائه می شود. مفهوم پارتو اولین بر توسط کویلو [۵۹] در سال ۱۸۹۶ برای بهینه سازی چند هدفه در اقتصاد ارائه شد. انواع زیادی از الگوریتم های بهینه سازی چند هدفه در سال های اخیر ارائه شده اند که مبتنی بر روش های تکامل تدریجی هستند. روزنبرگ برای اولین بار در سال ۱۹۷۰ [۶۰] الگوریتم های تکاملی را برای حل مسائل بهینه سازی

چند هدفه به کار برد. از مهم‌ترین الگوریتم‌های بهینه‌سازی چند هدفه معرفی شده در سال‌های اخیر می‌توان به، معرفی الگوریتم VEGA^۱ توسط شافر در سال ۱۹۸۵ [۶۲]، الگوریتم PAES^۲ توسط هورن و همکاران در سال ۱۹۹۳ [۶۳]، الگوریتم SPEA^۳ توسط زیتلر و تیله در سال ۱۹۹۹ [۶۴] و الگوریتم PESA^۴ توسط کومه و همکارانش در سال ۲۰۰۰ [۶۵] اشاره کرد. سیرینیواس و دب در سال ۱۹۹۴ [۶۶] الگوریتم ژنتیک مراتب سازی غیر قالب (NSGA^۵) را برای پیدا کردن مقادیر بهینه پیشنهاد دادند که شامل چندین لایه طبقه‌بندی می‌شد. دب و همکارانش در سال ۲۰۰۲ الگوریتم NSGA را بهبود بخشیدند و آن را NSGA-II نامیدند [۶۷]. در منابع اخیر، عملکرد بهتر الگوریتم NSGA-II نسبت به SPEA می‌باشد [۶۸]. در این فصل معرفی مختصر مفاهیم الگوریتم ژنتیک و الگوریتم‌های بهینه‌سازی چند هدفه انجام شده و در نهایت به طور کامل به معرفی الگوریتم NSGA-II پرداخته می‌شود.

آ. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم‌های تکاملی روش‌هایی هستند که از روند تکامل تدریجی در طبیعت برای جستجو و بهینه‌سازی الگو برداری کرده‌اند [۶۹]. دسته بندی الگوریتم‌های تکامل تدریجی، میتواند به صورت زیر باشد:

- الگوریتم ژنتیک
- استراتژی تکاملی
- برنامه‌ریزی تکاملی
- برنامه‌ریزی ژنتیکی

تمام این الگوریتم‌ها در مفاهیم اصلی متشابه هستند. به شکل ساده، الگوریتم‌های تکاملی از میان جمعیت‌هایی که در طول یک فرایند تصادفی و تکراری، تولید و انتخاب شده‌اند، جمعیتی برتر را یافته و حفظ می‌کند. در این الگوریتم‌ها مجموعه‌ای از میان جمعیت‌ها به عنوان کاندیدای جواب انتخاب می‌شود و سپس به وسیله‌ی ترکیبات تصادفی، جمعیت‌های جدیدی ساخته می‌شود. تلاش می‌شود تا توسط یک

¹Vector Evaluated Genetic Algorithm

²Pareto Archived Evolutionary Strategy

³Strength Pareto Evolutionary Algorithm

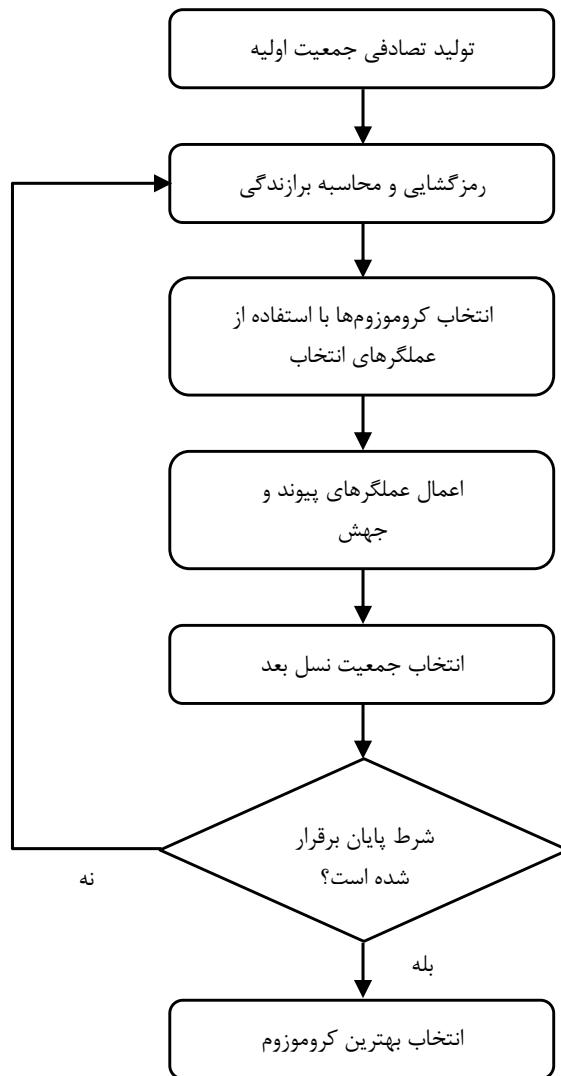
⁴Pareto Envelope-based Selection Algorithm

⁵Non-dominated Sorting Genetic Algorithm

الگوریتم انتخاب برازنده‌گی جمعیت‌ها افزایش یابد. برای فرایندهای انتخاب جمعیت‌ها، اعمال عملگرهای ساختمان ژنتیکی دیدگاه‌های مختلفی وجود دارد که منجر به بوجود آمدن الگوریتم‌های مختلف می‌گردد. در گونه‌های طبیعی، تکامل با بهر گیری از سه عملگر اصلی جهش، پیوند و انتخاب گونه‌های برتر ژنتیکی رخ می‌دهد. تولید کروموزوم‌های جدید که منجر به حفظ تنوع در جمعیت‌های طبیعی می‌شود، وابسته به عملگر جهش است. عملگر پیوند، با انتقال خواص مطلوب دو کروموزوم والدین به کروموزوم‌های جدید، که فرزندان نامیده می‌شوند، باعث بهبود و تکامل جمعیت‌ها می‌شود. همچنین، در طبیعت مشاهده می‌شود که جمعیت‌های برتر از نظر ژنتیکی، نسبت به سایر جمعیت‌ها شانس بهتری برای فرزند آوری و انتقال ژن خود به نسل‌های آینده دارند، که این فرایند در الگوریتم‌های تکاملی با استفاده از ابزاری به نام برازنده‌گی مدل‌سازی و استفاده می‌شود. این ابزار به جمعیت‌ها با برازنده‌گی بیشتر، قدرت تاثیر بیشتری بر تولید جمعیت نسل‌های آینده می‌دهد. الگوریتم‌های تکاملی بر خلاف روش‌های مرسوم، برای یافتن جواب بهینه مبتنی بر یک نقطه نیستند و مجموعه‌ای از جمعیت‌ها را برای بهینه‌سازی در نظر می‌گیرند. این کار، فضای جستجو را به زیرمجموعه‌هایی تقسیم می‌کند که رسیدن به نقطه بهینه نهایی را امکان پذیر می‌سازد. الگوریتم‌های تکاملی همچنین به جای استفاده از خود متغیرهای طراحی، از شکل کد گذاری شده آن‌ها که کروموزوم نامیده می‌شود استفاده می‌کنند. شکل آ.^۱، دیاگرامی از الگوریتم نحوه عملکرد روش‌های تکامل تدریجی را نشان می‌دهد که در مرحله‌ی اول آن جمعیت اولیه با تولید تصادفی مجموعه‌ای از کروموزوم‌ها شروع می‌شود. سپس کروموزوم‌های تولید شده در مرحله‌ی قبل رمز گشایی شده و با استفاده از تابع هدف ارزیابی می‌شوند و مقدار برازنده‌گی آن‌ها حساب می‌شود. در مرحله‌ی بعد با استفاده از عملگرهای انتخاب، تعدادی از کروموزوم‌ها انتخاب شده، عملگرهای جهش و تقاطع بر روی آن‌ها اعمال می‌شود تا کروموزوم‌های جدیدی به وجود آید. در نهایت بعد از تولید کروموزوم‌های جدید، جمعیت نسل آینده انتخاب می‌شود و تلاش می‌شود که کروموزوم‌ها در یک روند تکامل تدریجی، به طرف نقطه یا نقاط بهینه سوق داده شوند. نکات مهمی که برای استفاده از الگوریتم تکاملی برای حل مسائل بهینه‌سازی باید مد نظر قرار بگیرند، عبارت است از:

- تعریف کروموزوم مناسب.
- تولید جمعیت اولیه.
- تعریف تابع هدف به صورتی که به خوبی بتواند برازنده‌گی کروموزوم‌ها را تعریف کند.
- عملگرهای ژنتیکی برای تولید کروموزوم‌های جدید.

- مقادیر اولیه الگوریتم ژنتیک که باید تعیین شوند، مانند تعداد جمعیت اولیه، احتمال جهش، احتمال پیوند و تعداد تکرار.



شكل آ.1: دیاگرام الگوریتم نحوه عملکرد روش‌های تکامل تدریجی

آ.۳ تعریف کروموزوم

یک کروموزوم به صورت آرایه‌ای از مقدار متغیرهای طراحی که باید بهینه شوند تعریف می‌شود. اگر این کروموزوم از تعداد N_v متغیر طراحی تشکیل شود که به صورت p_v داده شده‌اند، آن کروموزوم را

می‌توان به شکل زیر با یک آرایه سطrix به طول N_v نشان داد:

$$\text{Chromosome} = [p_1, p_2, p_3 \dots, p_v] \quad (1.\bar{A})$$

این متغیرها، قبل از استفاده از الگوریتم ژنتیک باید به فرم دودویی در بیانند که از بیت‌ها برای رمز گذاری استفاده می‌کند. در این روش هر متغیر به زنجیره‌ای به طول N_g بیت تبدیل می‌شود که مقدار هر کدام از این بیت‌ها میتواند ۱ یا ۰ باشد. هر کدام از این بیت‌ها را به اصطلاح، یک ژن می‌نامند. برای مثال یک کروموزوم که به روش دودویی رمز نگاری شده است و دارای N_v متغیر طراحی است که با 10^{N_g} رمز نگاری شده را می‌توان به صورت زیر نشان داد:

$$\text{chromosome} = [1110110010, 1010011010, \dots, 1010001011] \quad (2.\bar{A})$$

۴.۱ تولید جمعیت اولیه

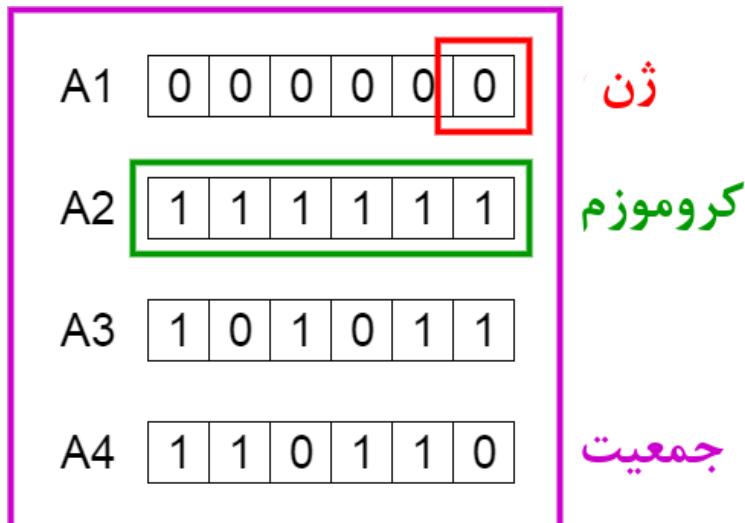
الگوریتم ژنتیک با گروهی از این کروموزوم‌های رمز نگاری شده کار خود را آغاز می‌کند که به این گروه، جمعیت اولیه می‌گویند. اگر جمعیت اولیه تعداد N_p کروموزوم داشته باشد، می‌توان آن را با ماتریسی $N_p \times N_b$ نشان داد که در آن N_b نشانگر تعداد کل بیت‌های تشکیل دهنده هر کروموزوم می‌باشد. سپس این ماتریس به صورت رندوم با صفر و یک پر می‌شود تا در مرحله بعد توسط تابع هدف برازنده‌گی کروموزوم‌ها تعیین شود. در شکل ۱.۲ نمایی کلی از ساختار یک جمعیت ساخت شده از کروموزوم‌های رمز نگاری شده، داده شده است.

۴.۲ الگوریتم‌های انتخاب

یکی از فرایندهای اصلی در الگوریتم‌های تکاملی، انتخاب می‌باشد. انتخاب کروموزوم‌ها برای عملگرهای جهش و پیوند و همچنین انتخاب کروموزوم‌های نسل بعد، وظیفه الگوریتم‌های انتخاب می‌باشد. سه الگوریتم اصلی برای انتخاب کروموزوم‌ها وجود دارد:

- انتخاب به صورت قطعی

- انتخاب بر اساس تورنمنت



شکل آ.۲: ساختار یک جمعیت ساخت شده از کروموزوم‌های رمز نگاری شده

- انتخاب بر اساس مکانیزم چرخ گردان

آ.۱.۵.۱ انتخاب به صورت قطعی

در این روش، در هر تکرار تنها بخشی از جمعیت‌ها تعویض می‌شوند. بدین صورت که ابتدا عملگرهای تکاملی از μ کروموزوم والد، λ کروموزوم جدید تولید می‌کنند. سپس این کروموزوم‌ها ($\mu + \lambda$) بر اساس برازنده‌گی مرتب شده و در نهایت λ کروموزوم‌های با کمترین میزان برازنده‌گی حذف خواهند شد.

آ.۲.۵.۱ انتخاب بر اساس تورنمنت

روش تورنمنت را به شکل‌های مختلفی می‌توان به کار برد. اساس این روش این است که ابتدا از جمعیت حاضر چند عضو جدا شده و سپس کروموزوم با بهترین برازنده‌گی از میان آن‌ها انتخاب می‌شود و در نسل بعد حضور می‌یابد. این کار تا زمانی که تعداد کافی کروموزوم برای نسل بعدی انتخاب شود ادامه پیدا خواهد کرد. ساده‌ترین روش برای انتخاب تورنمنت، جدا کردن دو به دو و انجام مسابقه میان آنان است. هر کروموزوم در تعداد مشخصی مسابقه شرکت می‌کند و اعضا‌یی که بیشترین برد یا امتیاز را کسب کنند برای نسل بعد انتخاب می‌شوند. راه دیگر می‌تواند این باشد که رقیانی به طور تصادفی برای هر عضو جدا شده و سپس امتیاز آن عضو برابر تعداد رقیانی است که برازنده‌گی کمتری از آن عضو داشته‌اند. تجربه ثابت کرده است که روش‌های انتخاب اتفاقی نسبت به روش‌های قطعی عملکرد بهتری از خود نشان داده و مانع همگرایی زودرس می‌شوند.

از مزیت‌های انتخاب بر اساس ترنمانت می‌توان به ساده بودن از لحاظ به کار گیری، نیاز به زمان محاسبه کم و نتیجه گیری در زمان کوتاه و همچنین کنترل پذیری با تعداد کمی پارامتر اشاره کرد، که این روش را به یکی از روش‌های محبوب و پر کاربرد تبدیل کرده است.

آ.۳.۵. انتخاب بر اساس مکانیزم چرخ گردان

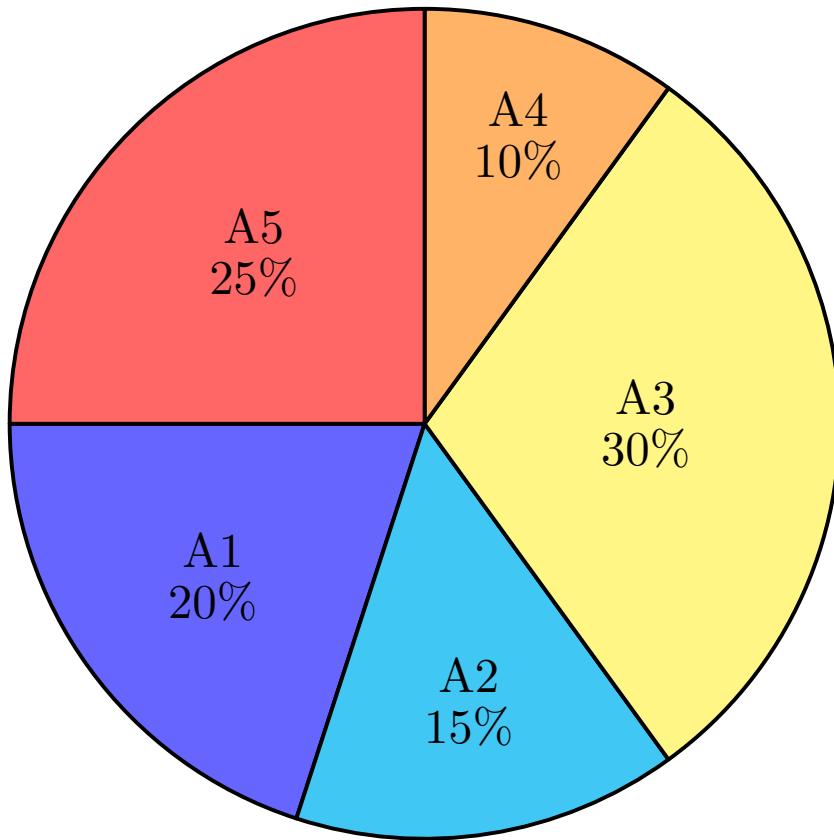
در انتخاب با مکانیزم چرخ گردان، برای هر کروموزوم یک مقدار برازنده‌گی محاسبه می‌شود. این مقدار برای هر کروموزوم برابر است با مقدار تابع هدف آن کروموزوم، تقسیم بر مجموع مقدار توابع هدف همه کروموزوم‌های جمعیت، که به آن احتمال بقا نیز گفته می‌شود. مقدار احتمال بقا برای کروموزوم i -ام به فرم ریاضی به شکل زیر است:

$$\text{fitness}(\text{ch}_i) = \frac{\text{Costfunction}(\text{ch}_i)}{\sum_{j=1}^{N_p} \text{Costfunction}(\text{ch}_i)} \quad (\text{آ.۳.۱})$$

که در آن (ch_i) و $\text{Costfunction}(\text{ch}_i)$ به ترتیب احتمال بقا یا برازنده‌گی و مقدار تابع هدف هر کروموزوم را نشان می‌دهند. الگوریتم انتخاب بر اساس مکانیزم چرخ گردان را به صورت شماتیکی می‌توان توسط دایره‌ای به شعاع واحد نشان داد که محیط آن به نسبت برازنده‌گی اعضا تقسیم بندی می‌شود. بنابراین کروموزوم‌هایی که برازنده‌گی بیشتری دارند محیط بزرگتری از دایره را اشغال می‌کنند. سپس با هر دوران چرخ گردان، به طور تصادفی یک کروموزوم برای نسل بعدی انتخاب می‌شود. برای مثال جمعیتی شامل پنج عضو در الگوریتم انتخاب با مکانیزم چرخ گردان شرکت داده شده‌اند و مقادیر تابع هدف و برازنده‌گی آن‌ها در جدول آ.۱.۱ محاسبه شده است. در شکل آ.۱.۱ می‌توان چرخ گردان متناظر با این جمعیت را مشاهده کرد.

جدول آ.۱: جمعیت شامل پنج کروموزوم و برازنده‌گی آن‌ها

| $\text{fitness}(\text{ch}_i)$ | $\text{Costfunction}(\text{ch}_i)$ | کروموزوم |
|-------------------------------|------------------------------------|----------|
| 0.2 | 240 | A1 |
| 0.15 | 180 | A2 |
| 0.3 | 360 | A3 |
| 0.1 | 120 | A4 |
| 0.25 | 300 | A5 |
| 1 | 1200 | مجموع |



شکل آ.۳: چرخ گردان متناظر با جدول آ.۱

استفاده از چرخ گردان برای انتخاب جمعیت در مسائل تک هدفه توصیه می شود زیرا تجربه نشان داده که این روش انتخاب در مقایسه با دو روش دیگر، منجر به جواب های بهتری در مسائل تک هدفه می شود. انتخاب بر اساس چرخ گردان و تورنمنت بر خلاف روش اول که انتخاب در آن به صورت قطعی است، به کروموزومها با برازنده کی پایین نیز شанс انتخاب شدن می دهد.

آ.۶ عملگرهای ژنتیکی

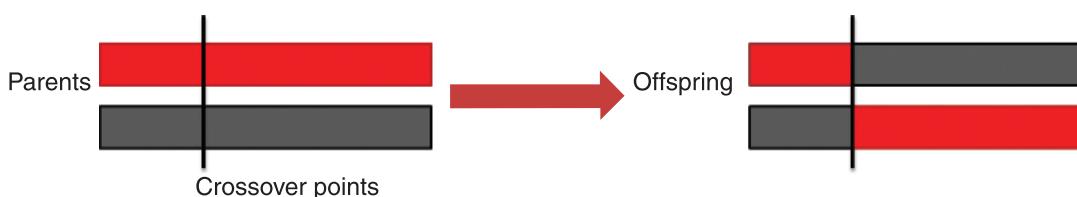
دو عملگر پیوند و جهش، به منظور ساخت کروموزومهای جدید به کار می روند. در این بخش به معرفی این دو عملگر پرداخته می شود.

آ.۶. عملگر تقاطع

عملگر تقاطع روندی است که یک کروموزوم را به بخش‌هایی تقسیم کرده و سپس این بخش‌ها را با بخش‌های متناظر کروموزومی دیگر تعویض می‌کند. این روند دو کروموزوم جدید تولید می‌کند، که با کروموزوم‌های اولیه تفاوت دارند. نقطه‌ی تقاطع به صورت رندوم بین اولین و آخرین بیت کروموزوم والدین انتخاب می‌شود. سپس کروموزوم‌های والدین در آن نقطه بریده شده و قسمت‌های آنان تعویض می‌شود. روش‌های گوناگونی برای تقاطع وجود دارد که در زیر به بعضی از آن‌ها پرداخته می‌شود.

تقاطع یک نقطه‌ای

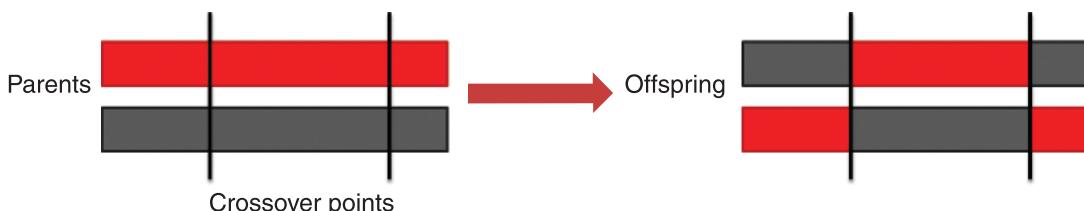
یک نقطه‌ی تقاطع روی هر دو کروموزوم والد انتخاب می‌شود. سپس تمام بیت‌های بعد از آن نقطه در هر کروموزوم بین دو والد جایه‌جا شده و در نتیجه دو کروموزوم جدید به دست می‌آید (شکل آ.۴).



شکل آ.۴: تقاطع یک نقطه

تقاطع دو نقطه‌ای

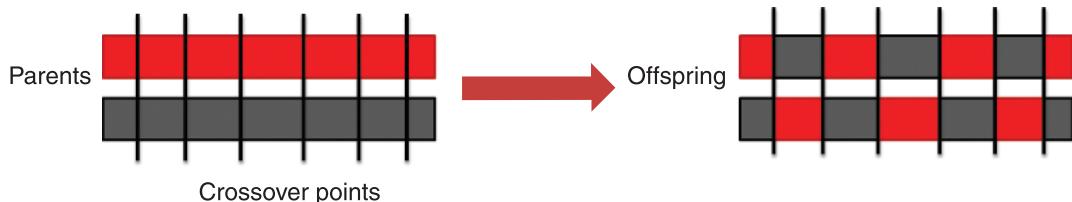
تقاطع دو نقطه‌ای همانطور که از نام آن پیداست کار خود را با انتخاب دو نقطه بر روی هر کدام از والدین شروع می‌کند. همه‌ی بیت‌های بین این دو نقطه در هر کروموزوم با کروموزوم دیگر تعویض می‌شود و دو کروموزوم جدید تولید خواهد شد (شکل آ.۵).



شکل آ.۵: تقاطع دو نقطه‌ای

تقاطع یکنواخت

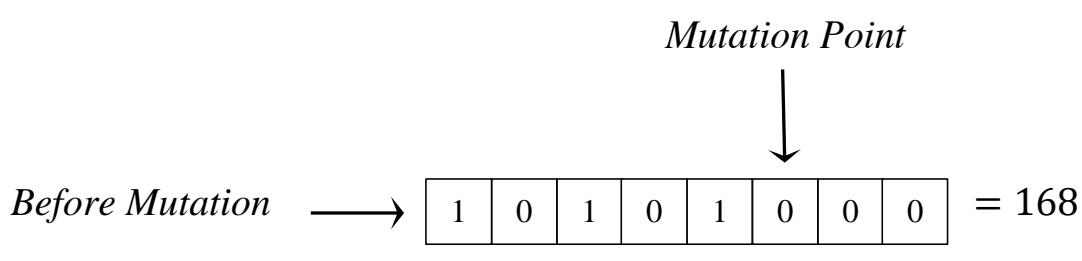
تقاطع یکنواخت از یک نسبت اختلاط ثابت میان والدین استفاده می‌کند. این روش برخلاف روش‌های اختلاط یک و دو نقطه‌ای که در آن اختلاط در هر بخش صورت می‌گرفت، اختلاط بین دو والد را از هر ژن منحصر به فرد ممکن می‌سازد (شکل آ.۶).



شکل آ.۶: تقاطع یکنواخت

آ.۶. عملگر جهش

به وسیله جهش رندوم، درصد مشخصی از ژن‌های تشکیل دهنده کروموزوم‌های جمعیت را می‌توان تغییر داد. این روش این توانایی را دارد تا صفاتی را به جمعیت معرفی کند که در جمعیت اولیه حضور نداشته‌اند و باعث جلوگیری از همگرایی زودرس می‌شود. جهش در یک ژن باعث می‌شود بیت تشکیل دهنده‌ی آن ژن از ۱ به ۰ یا برعکس تغییر کند. مطالعات تجربی نشان داده‌اند که مقدار درصد جهش مطلوب زیر ۵ درصد است. عملگر جهش به صورت شماتیکی در شکل آ.۷ نشان داده شده است.



$$\text{New Chromosome} \longrightarrow \boxed{1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0} = 172$$

شکل آ.۷: جهش بر روی یک کروموزوم

آ.۷ پیمایش برازنده‌گی

در هنگام انتخاب کروموزوم‌ها به‌وسیله چرخ گردان، بعضی از کروموزوم‌هایی که برازنده‌گی زیادی دارند، محیط زیادی از چرخ گردان را به خود اختصاص داده و شانس انتخاب را از کروموزوم‌های دیگر می‌گیرند. این امر باعث همگرایی زودرس شده و تکامل تدریجی را مختل می‌کند. برای جلوگیری از این اتفاق از مفهومی به نام پیمایش برازنده‌گی استفاده می‌شود. این روش مقادیر برازنده‌گی اولیه (C_i) f را به مقادیر پیمایش شده (\hat{f}) تبدیل می‌کند. پیمایش خطی به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\hat{f}(C_i) = c_0 \cdot f(C_i) + c_1 \quad (\text{آ.۴})$$

که در آن ثابت c_0 و c_1 برای هر نسل به طور جدا محاسبه می‌شود. معمولاً شرایط مطلوب برازنده‌گی این است که نسبت بیشترین مقدار برازنده‌گی هر نسل به میانگین برازنده‌گی، ۱.۵ تا ۳ باشد. پس می‌توان نوشت:

$$\begin{aligned} \hat{f}_{\max} &= \alpha \cdot \hat{f} \\ c_0 \cdot \hat{f}_{\max} + c_1 &= \alpha \cdot (c_0 \cdot \bar{f} + c_1) \quad , (\alpha = 1.5, \dots, 3.0) \end{aligned} \quad (\text{آ.۵})$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\frac{c_0}{c_1} = \frac{\alpha - 1}{f_{\max} - \alpha \bar{f}} \quad (\text{آ.۶})$$

با این کار مقادیر برازنده‌گی جدید به طور یکنواخت تری روی چرخ گردان توزیع می‌شود و با حفظ احتمال بیشتر انتخاب برای کروموزوم‌های برازنده تر، جمعیت‌هایی که برازنده‌گی کمی داشتند نیز شانس انتخاب شدن برای نسل بعد را پیدا می‌کنند.

آ.۸ نمایش استاندارد مسائل بهینه‌سازی چند هدفه

بهینه‌سازی چند هدفه که به آن بهینه‌سازی چند معیاری یا بهینه‌یابی برداری نیز گفته می‌شود، به یافتن برداری مت Shank از متغیرهای طراحی به طوری که قیود را ارضاء کنند و مقادیر مطلوبی برای همهٔ توابع هدف به دست آید، گفته می‌شود. نمایش استاندارد مسائل بهینه‌سازی چند هدفه به شکل ریاضی را می‌توان

به صورت زیر بیان کرد:

$f(X) = [x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*]^T$, به منظور بهینه‌سازی بردار هدف =
 $[f_1(X), f_2(X), \dots, f_m(X)]^T$

$$h_i(X) = 0, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (\text{V.}\bar{\text{A}})$$

و \mathcal{A} قید نامساوی به شکل

$$g_j(X) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, l \quad (\text{A.}\bar{\text{A}})$$

ارضا شود.

در اینجا فرض بر این است که تمامی توابع هدف باید مینیمم شوند. همانطور که اشاره گردید، جواب مساله فوق به صورت مجموعه‌ای از نقاط طراحی بهینه غیر برتر به نام نقاط پارتولار ارائه می‌شود. در ادامه روش پارتولار و برخی از مفاهیم مورد استفاده در آن گفته می‌شود.

۹.۱ نقاط بهینه پارتولار

نقطه X^* که عضو ناحیه مجاز طراحی (Ω) است را یک نقطه پارتولار برای یک مساله مینیمم سازی می‌نامیم،

اگر داشته باشیم:

$$\forall X \in \Omega \wedge i \in I \Rightarrow f_i(X) \geq f(X^*) \quad (\text{A.}\bar{\text{A}})$$

برای مسائل ماقزیمم سازی، علامت نامساوی در رابطه $\text{A.}\bar{\text{A}}$ تغییر جهت داده می‌شود.

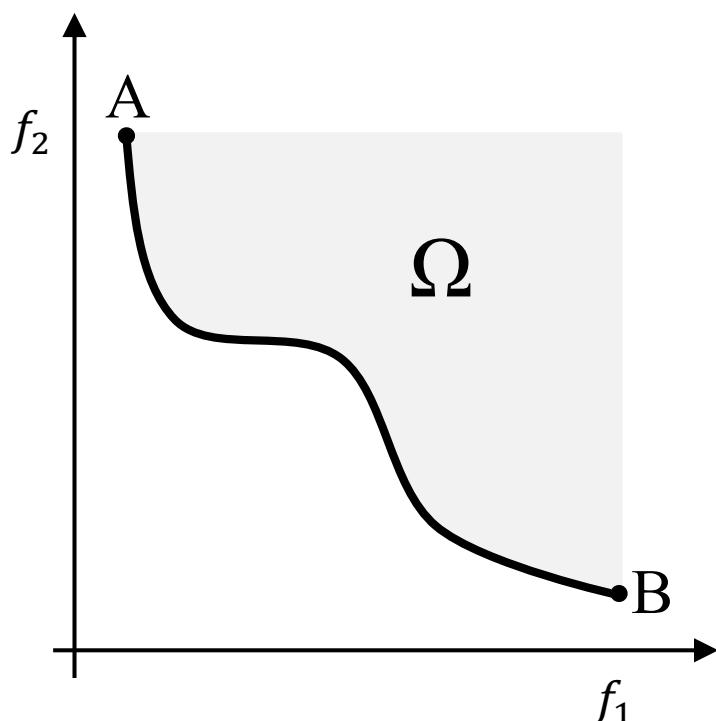
این تعریف را می‌توان به این صورت بیان کرد که، نقطه X^* را یک نقطه بهینه پارتولار گویند، اگر هیچ برداری مثل X در محدوده طراحی مجاز (Ω) یافت نشود که کاهشی در بعضی از توابع هدف داده شده ایجاد کند بدون آنکه سایر توابع هدف افزایش مشابهی داشته باشند. جواب‌های پارتولار معمولاً به شکل مجموعه جوابی هستند که نسبت به هم هیچ برتری ندارند. به این جواب‌ها، مجموعه جواب‌های غیر برتر می‌گویند. نقاط پارتولار یک مساله نمونه در شکل $\text{A.}\bar{\text{A}}$ داده شده که در آن با حرکت از نقطه A به نقطه B (یا بر عکس)، اگر هرگونه بهبودی در یکی از توابع هدف ایجاد شود، وضعیت تابع هدف دیگر بدتر خواهد

شد.

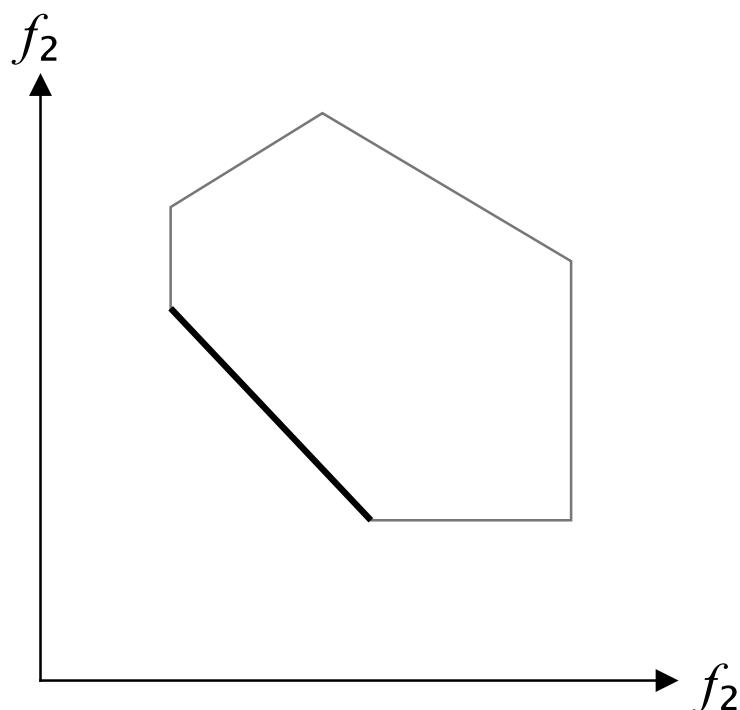
مجموعه نقاط بهینه پارتول معمولاً نقاطی هستند که در مرزهای ناحیه مجاز طراحی قرار دارند. در شکل آ.^۹ می‌توان خط جبهه پارتول را که به صورت خطی پر رنگ نشان داده شده، برای یک مساله نمونه با دو تابع هدف دید. همانطور که مشاهده می‌شود این خط در مرز ناحیه مجاز طراحی قرار گرفته و در حالت کلی پیدا کردن یک رابطه ریاضی برای آن کار ساده‌ای نیست. به منظور ارائه درک بهتری از مسائل بهینه‌سازی چند‌هدفه، در اینجا یک مساله ساده طرح می‌شود که هدف آن یافتن مینیمم دو تابع هدف f_1 و f_2 در بازه $[0, 2]$ است. توابع هدف مساله به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x^2 \\ f_2(x) &= (x - 2)^2 \end{aligned} \quad (\text{آ.} ۱۰)$$

در شکل آ.^{۱۰}) این دو تابع رسم شده‌اند و می‌توان مشاهده کرد که، نقطه $x = 0$ برای تابع f_1 نقطه طراحی بهینه است و برای تابع f_2 نیز نقطه بهینه در $x = 2$ قرار دارد. واضح است که نقطه $x = 2$ برای تابع f_1 نقطه خوبی نیست، این موضوع برای نقطه $x = 0$ و تابع f_2 نیز صادق است. نقاط طراحی که در بازه $0 \leq x \leq 2$ قرار دارند، نسبت به هم هیچ برتری ندارند. به عبارت دیگر با کاهش هر یک از توابع، تابع دیگر افزایش

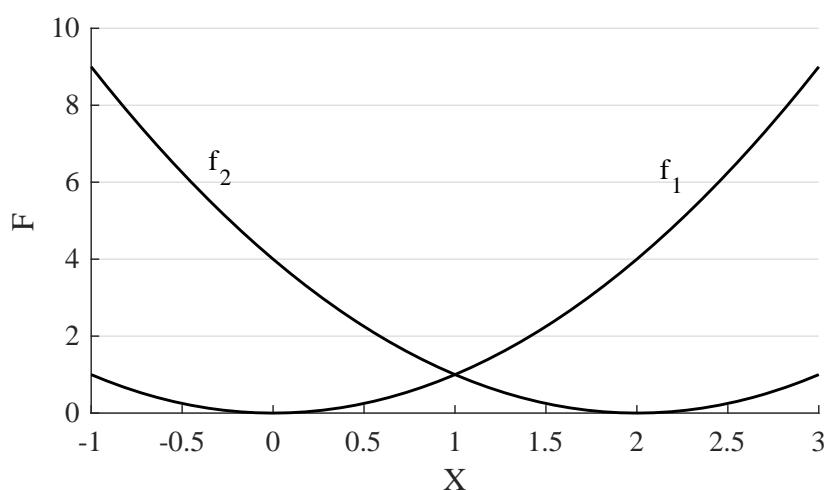


شکل آ.^۸: مجموعه نقاط غیر برتر پارتول



شکل آ.۹: مجموعه نقاط بهینه جبهه پارتو به صورت یک خط راست

پیدا می کند. پس نتیجه می گیریم که تمام نقاط قرار گرفته در بازه $0 \leq x \leq 2$ ، نقاط پارتو می باشند. نقاط خارج این بازه، برای مثال نقطه $x = 3$ برتری نسبت به نقاط پارتو نداشته و نقاط بازه $0 \leq x \leq 2$ باعث حذف این نقطه می شوند.



شکل آ.۱۰: توابع هدف یک مساله ساده

آ.۱.۹ پارتو غالب (Pareto Dominance)

بردار $U = [u_1, u_2, \dots, u_k] \in R^k$ برابر با بردار $V = [v_1, v_2, \dots, v_k] \in R^k$ غالب است ($U \prec V$)، اگر و تنها اگر:

$$\forall i \in \{1, 2, \dots, k\}, u_i \leq v_i \wedge \exists j \in \{1, 2, \dots, k\} : u_j < v_j \quad (۱۱.\bar{۱})$$

آ.۲.۹ مجموعه پارتو (Pareto Set)

در مسائل بهینه سازی چند هدفه، یک مجموعه پارتو P^* در بر گیرنده تمامی بردارهای بهینه پارتو است اگر:

$$P^* = \{X \in \Omega \mid \nexists X' \in \Omega : F(X') \prec F(X)\} \quad (۱۲.\bar{۱})$$

آ.۳.۹ جبهه پارتو (Pareto Front)

جبهه پارتو PF^* برای یک مساله بهینه سازی چند هدفه، به صورت یک مجموعه از بردارهای توابع هدف تعریف می شود که از بردارهای متغیرهای طراحی در مجموعه پارتو P^* به دست آمده:

$$PF^* = \{F(X) = (f_1(X), f_2(X), \dots, f_k(X)) : X \in P^*\} \quad (۱۳.\bar{۱})$$

به بیان دیگر، جبهه پارتو PF^* ، مجموعه ای از بردارهای توابع هدفی است که از P^* نگاشت شده.

آ.۴.۹ تحدب و تقریب مجموعه پارتو

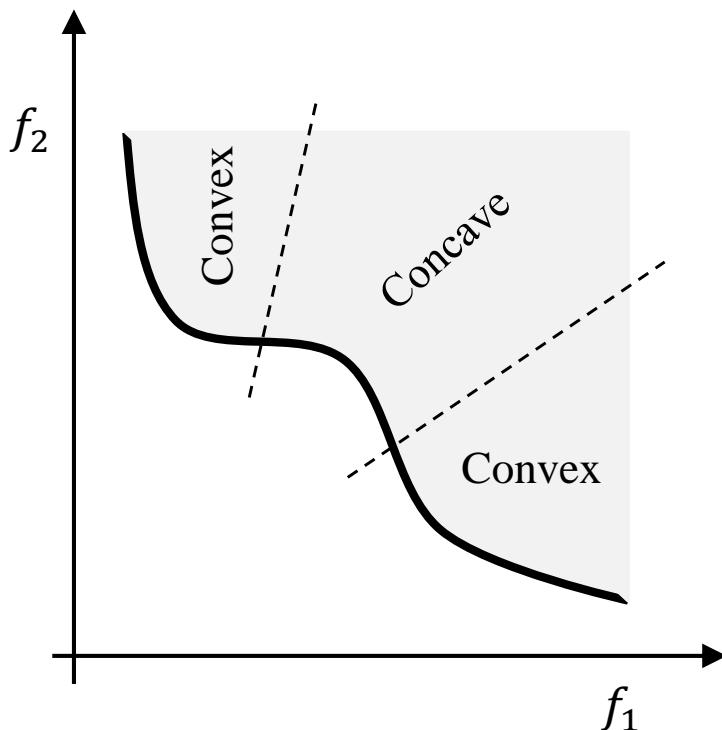
مجموعه پارتو P^* محدب است اگر و فقط اگر:

$$\forall U, V \in P^*, \forall \gamma \in (0, 1), \exists W \in P^* : W \leq \gamma U + (1 - \gamma)V \quad (۱۴.\bar{۱})$$

همچنین، مجموعه پارتو P^* مقعر نامید می شود اگر و فقط اگر:

$$\forall U, V \in P^*, \forall \gamma \in (0, 1), \exists W \in P^* : \gamma U + (1 - \gamma)V \prec W \quad (15.\tilde{A})$$

مجموعه پارتو در حالت کلی می تواند نه محدب و نه مقعر باشد (شکل ۱۱.آ).



شکل ۱۱.آ: تحدب و تقریر در مجموعه پارتو

آ. ۱۰. الگوریتم‌های مختلف حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه

برای حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه، روش‌های مختلفی ارائه شده که هر کدام دارای نقاط ضعف و قوتی است. در این بخش به معرفی برخی از این الگوریتم‌ها پرداخته می‌شود.

آ. ۱۱۰. روش ضرایب وزنی

استفاده از ضرایب وزنی، یکی از ساده‌ترین روش‌ها برای حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه است که در آن، یک تابع هدف نهایی به وسیله ترکیب توابع هدف موجود با استفاده از ضرایب وزنی تشکیل می‌شود.

اهمیت هر تابع هدف، مقدار ضریب وزنی مربوط به آن را تعیین می‌کند به شکلی که توابع هدفی که اهمیت بیشتری در طراحی بهینه دارند، ضرایب وزنی بزرگتری خواهند داشت. با این روش، مساله بهینه‌سازی چند هدفه، به یک مساله بهینه‌سازی تک هدفه تبدیل می‌شود که در آن، با تغییر ضرایب وزنی می‌توان نقاط بهینه طراحی مختلفی را محاسبه کرد.

آ. ۲.۱۰. روش معیار سراسری

در روش معیار سراسری، هدف یافتن برداری از متغیرهای طراحی است به طوری که معیار سراسری زیر را بهینه کند:

$$f(\bar{x}) = \sum_{i=1}^n \left[\frac{f_i^0 - f_i(\bar{x})}{f_i^0} \right] \quad (\text{آ. ۱۶.})$$

که در آن f_i^0 و n به ترتیب نشانگر بردار طراحی ایده‌آل و تعداد توابع هدف می‌باشند.

آ. ۳.۱۰. روش Min-Max

در این روش، هدف پیدا کردن مقدار بهینه برای هر یک از توابع هدف است به طوری که، اختلاف نسبی بین تک تک توابع هدف موجود و مقادیر هدف ایده‌آل آن‌ها مینیموم شود. روش Min-Max برای یک مساله مینیموم سازی را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

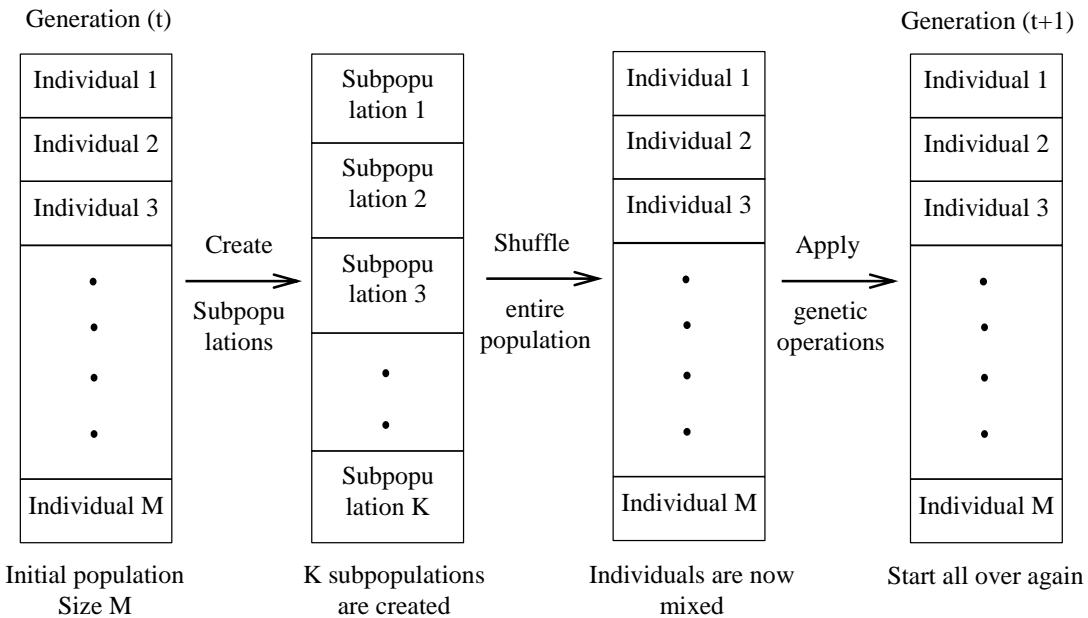
$$F(X) = \max_{i=\{1,2,\dots,n\}} \left(\frac{f_i(x) - g_i}{w_i} \right) \quad (\text{آ. ۱۷.})$$

که در آن n و w_i به ترتیب نشانگر تعداد توابع هدف، مقدار مطلوب برای هر تابع هدف و وزن‌های مثبت در راستای دلخواه برای جستجو در فضای هدف می‌باشند. این روش با اینکه توانایی پیدا کردن پاسخ‌هایی در نواحی محدب را دارد، اما دستیابی به نقاط غیر برتر را در فضای توابع هدف تضمین نمی‌کند.

آ. ۴.۱۰. روش VEGA

اولین الگوریتمی که از روش‌های تکامل تدریجی برای حل مسائل بهینه‌سازی چند هدفه استفاده کرد، الگوریتم VEGA بود که توسط شافر پیشنهاد شد. الگوریتم این روش به طور کلی برای یک مساله با جمعیت

اولیه M و K تابع هدف در شکل ۱۲.آ نشان داده شده است. در ابتدا به طور تصادفی M کروموزوم تولید شده و سپس به K زیر جمعیت M/K عضوی تقسیم بندی می‌شود. در قدم بعدی کروموزوم‌های متعلق به هر زیر جمعیت بر اساس یکی از توابع هدف مرتب سازی می‌شود. این کروموزوم‌ها به طور رندوم آمیخته می‌شوند و در آخر جمعیت جدید به وسیله عملگرهای ژنتیکی تولید می‌شود.



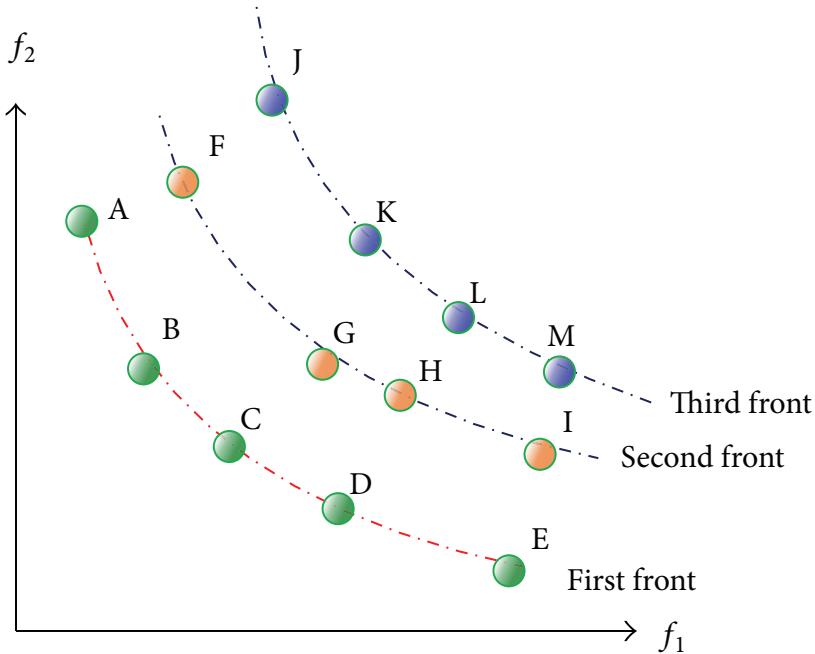
شكل ۱۲.آ: الگوریتم VEGA

۱۱.آ NSGA-II الگوریتم

همانطور که گفت شد، دب در سال ۱۹۹۴ الگوریتم NSGA را ارائه کرد که در آن از پارامتری با عنوان σ_{Share} استفاده می‌شد. این پارامتر که در مسائل مختلف مقدار متفاوتی داشت باید به صورت سعی و خطای توسط کاربر پیدا می‌شد و از آن جایی که تاثیر زیادی بر صحبت پاسخ‌های برنامه داشت و همچنین تعیین آن برای کاربر دشوار بود، دب در سال ۲۰۰۲ این روش را بهبود داد و روش NSGA-II را پیشنهاد کرد. در این روش جدید به جای استفاده از پارامتر σ_{Share} از زیر برنامه‌ی فاصله‌ی تجمعی (CDA)^۶ استفاده شده بود. نحوه عملکرد الگوریتم NSGA-II به طور شماتیک در شکل ۱۴.آ داده شده. در این الگوریتم ابتدا تعداد N جمعیت اولیه (Pt) به طور تصادفی تولید می‌شود و سپس جمعیت جدید (Qt) به وسیله عملگرهای ژنتیکی بدست می‌آید. در مرحله‌ی بعد این دو جمعیت ترکیب شده و Rt را تشکیل می‌دهند که دارای $2N$

^۶Crowding Distance Assignment

عضو است. N تعداد اعضای جمعیت جدید است که باید تشکیل گردد و اندیس t شمارشگر دفعات تکرار الگوریتم می‌باشد. پس از آن، Rt به صورت جبهه‌های غیر برتر مرتب می‌شود(شکل آ.۱۳).



شکل آ.۱۳: جبهه بندی غیر قالب

برای مثال جمعیتی که به سه جبهه غیر قالب تقسیم بندی شده‌اند نمایش داده شده است. اعضای هر کدام از این جبهه‌ها نسبت به هم هیچ برتری ندارند اما نسبت به اعضای جبهه‌های ضعیفتر، برتر هستند. سپس در هر کدام از جبهه‌ها، به وسیله معیار CDA کروموزوم‌هایی که در نزدیکی یکدیگر قرار دارند حذف شده تا پراکندگی جمعیت در هر جبهه مناسب شود. حال که کل جمعیت ابتدا بر اساس رتبه جبهه بندی شده و سپس در هر جبهه بر اساس فاصله تجمعی مرتب سازی شدند، تعداد N عضو نیمه بالایی جمعیت برای نسل بعد انتخاب می‌شود. این روند تا کامل شدن سیر تکامل تدریجی تکرار می‌شود.

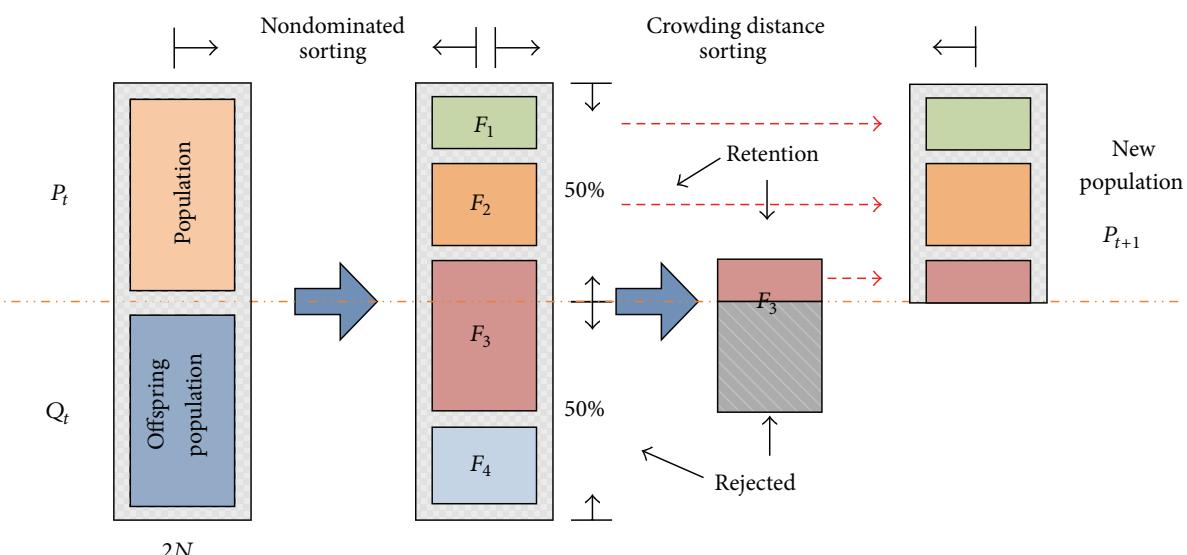
آ.۱۱. زیر برنامه‌ی فاصله‌ی تجمعی (CDA)

این زیر برنامه برای حفظ پراکندگی یکنواخت جواب‌ها روی جبهه‌ی پارتو ارائه شده است، زیرا در بهینه‌سازی چند هدفه علاوه بر این که بیشترین تعداد جواب بهینه روی جبهه‌ی پارتو مورد نظر است، پخش یکنواخت و مناسب جواب‌ها روی جبهه پارتو نیز مطلوب است. فاصله‌ی تجمعی هر عضو از جمعیت n ، d_n ، تخمینی از تراکم جواب‌های موجود در نزدیکی عضو مورد نظر می‌باشد. با توجه به این نکته که هدف نهایی الگوریتم یافتن بیشترین و بهترین جواب‌های نامغلوب در محدوده طراحی مجاز است به شکلی که

این جواب‌ها فاصله‌ی برابری روی تمام جبهه داشته باشند، فاصله‌های تجمعی بزرگ‌تر، بهتر هستند. این زیر برنامه ابتدا به تمام اعضای جمعیت فاصله‌ی تجمعی $d_n = 0$ را اختصاص می‌دهد. سپس با مرتب کردن جمعیت برای i -امین تابع هدف f_i ، فاصله‌ی تجمعی از رابطه زیر به روز می‌شود:

$$d_{I_n^i} = \begin{cases} d_{I_n^i} + \frac{f_i^{(I_n^i-1)} - f_i^{(I_n^i+1)}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}} & \text{for } I_n^i = 2, 3, \dots, N-1 \\ d_{I_n^i} + \infty & \text{for } I_n^i = 1, N \end{cases} \quad (18.آ)$$

در رابطه‌ی بالا همانطور که مشخص است، به جواب‌هایی که در مرز قرار دارند فاصله‌ی تجمعی بزرگی اختصاص می‌یابد. f_i^{\max} و f_i^{\min} به ترتیب کمترین و بیشترین مقدار تابع هدف i -ام در کل جمعیت است و I_n^i نشانگر n -امین عضو جمعیت است که در جمعیت مرتب شده برای i -امین تابع هدف قرار دارد. دلیل اختصاص مقادیر بزرگ به جواب‌های مرزی این است که الگوریتم به سمت نقاط انتهایی جبهه‌ی پارتو هدایت شود. این پروسه تا اختصاص فاصله تجمعی به تمام اعضای جمعیت برای تمام توابع هدف ادامه می‌یابد. به بیان ساده، مقدار فاصله تجمعی برای عضوی از یک جبهه در مساله‌ای با دو تابع هدف، برابر است با محیط مستطیلی که توسط اعضای قبل و بعد از آن ساخته شده (شکل ??).



شکل آ.۱۴: نمایی شماتیک از نحوه عملکرد الگوریتم NSGA-II

پیوست ب

کتابخانه پایتون نوشته شده برای فصل چهارم

```
#-----#
#——Used libraried inside class functions below——#
#-----#
import numpy as np
from numpy import sum,zeros ,amin ,amax ,ceil ,log ,array ,exp ,sort ,diff
from random import random , randint
from functools import reduce
from operator import add
from sklearn.neighbors.kde import KernelDensity
from scipy.signal import argrelextrema
#-----#
#——Coupled markets modules as 2-D quantum potential——#
#-----#
class coupled_markets(object):
    """docstring for price_return."""
    def __init__(self , price_series):
        # super(price_return , self).__init__()
        self.price = price_series
```

```

def price_return(p):
    pr = []
    for i in range(len(p)-1):
        pr.append(np.log(p[i+1])-np.log(p[i]))
    return pr

def joint_pdf(data1,data2,delta_x,delta_y):
    dlim_data1 = int(min(data1)/delta_x) * delta_x
    dlim_data2 = int(min(data2)/delta_y) * delta_y
    ulim_data1 = int(max(data1)/delta_x) * delta_x
    ulim_data2 = int(max(data2)/delta_y) * delta_y
    x_values = np.zeros(int((ulim_data1 - dlim_data1) / delta_x) + 1)
    y_values = np.zeros(int((ulim_data2 - dlim_data2) / delta_y) + 1))
    pdf = np.zeros((int((ulim_data1 - dlim_data1) / delta_x) + 1),\
int((ulim_data2 - dlim_data2) / delta_y) + 1))
    for i in range(0,len(x_values)):
        x_values[i] = dlim_data1 + (i * delta_x)
    for i in range(0,len(y_values)):
        y_values[i] = dlim_data2 + (i * delta_y)

    for i in range(min(len(data1),len(data2))):
        block_one = int((data1[i]-dlim_data1)/delta_x)
        block_two = int((data2[i]-dlim_data2)/delta_y)
        pdf[block_one][block_two]+=1
        # self.pdf=(len(self.pdf)**2 * self.delta_x)
        # self.pdf=(sum(self.pdf) * self.delta_x)
        # pdf=sum(pdf)

```

```

# self.pdf=(len(self.data1)*len(self.data2))

return { 'pdf':pdf , 'x_values':x_values , 'y_values':\
y_values , 'dlim':dlim_data1}

def quantum_potential(pdf,betta):
    sec_xdev = np.zeros(pdf.shape)
    for i in range(2,pdf.shape[0]-2):
        for j in range(pdf.shape[1]):
            sec_xdev[i][j] = (-pdf[i+2][j]+8*pdf[i+1][j])\
            -8*pdf[i-1][j]+pdf[i-2][j])/(12*1)

    sec_ydev = np.zeros(pdf.shape)
    for i in range(pdf.shape[0]):
        for j in range(2,pdf.shape[1]-2):
            sec_ydev[i][j] = (-pdf[i][j+2]+8*pdf[i][j+1])\
            -8*pdf[i][j-1]+pdf[i][j-2])/(12*1)

    Q_x = np.array(sec_xdev)/np.array(pdf)
    Q_y = np.array(sec_ydev)/np.array(pdf)
    Q_tot = Q_x + betta*Q_y

    return { 'Q_x':Q_x , 'Q_y':Q_y , 'Q_tot':Q_tot}

def kernel_2d(grid,sigma1,sigma2):
    data_kernel=np.zeros(grid.shape)
    for i in range(sigma1,grid.shape[0]-sigma1):
        for k in range(sigma2,grid.shape[1]-sigma2):
            for j in range(-sigma1,sigma1):

```

```

for l in range(-sigma2 , sigma2 ):

    data_kernel [ i , k ]+=grid [ i+j ] [ k+l ]*np.\

        exp ( -0.5*(( j /sigma1 )**2+( l /sigma2 )**2))

data_kernel=np.sum( data_kernel )

return data_kernel


def linebazi( grid1 ):

    grid = grid1 .copy()

    for i in range( grid .shape [ 0 ]):

        for j in range( grid .shape [ 1 ]):

            if np.isnan( grid [ i ][ j ]):

                grid [ i ][ j ] = 0

            elif grid [ i ][ j ] > 100000:

                grid [ i ][ j ] = 1

            elif grid [ i ][ j ] < -100000:

                grid [ i ][ j ] = 1

    for i in range( grid .shape [ 0 ]):

        for j in range( grid .shape [ 1 ]):

            if grid [ i , j ] == 0 :

                grid [ i , j ] = 3

return grid


def simple_pdf( data , delta ) :

    down_limit = int(min( data ))/delta)*delta

    up_limit = int(max( data ))/delta)*delta

```

```

pdf = np.zeros(int((up_limit-down_limit)/delta)+1)
x_axis = np.zeros(pdf.shape[0])
for i in range(len(x_axis)):
    x_axis[i] = down_limit + i*delta
for i in range(len(data)):
    block = int((data[i]-down_limit)/delta)
    pdf[block] +=1

pdf /= np.sum(pdf)
return {'x_axis':x_axis, 'simple_pdf':pdf}

def kernel(data,sigma):
    data_kernel=zeros(len(data))
    for i in range(sigma,len(data)-sigma):
        for j in range(-sigma,sigma):
            data_kernel[i]+=data[i+j]*exp(-0.5*(j/sigma)**2)
    data_kernel/=sum(data_kernel)
    return data_kernel

def quasi_qpot(pdf):
    sec_xdev = np.zeros(pdf.shape)
    for i in range(2,pdf.shape[0]-2):
        for j in range(pdf.shape[1]):
            sec_xdev[i][j] = (-pdf[i+2][j]+8*pdf[i+1][j]\
            -8*pdf[i-1][j]+pdf[i-2][j])/(12*1)

    sec_ydev = np.zeros(pdf.shape)

```

```

for i in range( pdf . shape [ 0 ] ):

    for j in range( 2 , pdf . shape [ 1 ] - 2 ):

        sec_ydev [ i ] [ j ] = ( -pdf [ i ] [ j + 2 ] + 8 * pdf [ i ] [ j + 1 ] \ 
        - 8 * pdf [ i ] [ j - 1 ] + pdf [ i ] [ j - 2 ] ) / ( 12 * 1 )



xdev = np . zeros ( pdf . shape )

for i in range( 2 , pdf . shape [ 0 ] - 2 ):

    for j in range( pdf . shape [ 1 ] ):

        xdev [ i ] [ j ] = ( pdf [ i + 1 ] [ j ] - pdf [ i - 1 ] [ j ] ) / 2



ydev = np . zeros ( pdf . shape )

for i in range( pdf . shape [ 0 ] ):

    for j in range( 2 , pdf . shape [ 1 ] - 2 ):

        ydev [ i ] [ j ] = ( pdf [ i ] [ j + 1 ] - pdf [ i ] [ j - 1 ] ) / 2



vq1 = ( ( 1 / 2 * np . array ( pdf ) ) * np . array ( xdev ) ** 2 - sec_xdev ) / np . array ( p
vq2 = ( ( 1 / 2 * np . array ( pdf ) ) * np . array ( ydev ) ** 2 - sec_ydev ) / np . array ( p
vq_tot = vq1 + vq2

return { 'Q_x' : vq1 , 'Q_y' : vq2 , 'Q_tot' : vq_tot }



def quantum_pot1d1( pdf ):

    sec_dev = np . zeros ( len ( pdf ) )

    for i in range( 2 , len ( pdf ) - 2 ):

        sec_dev [ i ] = ( -pdf [ i + 2 ] + 8 * pdf [ i + 1 ] - 8 * pdf [ i - 1 ] + pdf [ i - 2 ] ) / ( 12 * 1 )



Q = np . array ( sec_dev ) / np . array ( pdf )



return Q

```

```

def quantum_pot1d2( pdf ):
    sec_dev = np.zeros( len( pdf ) )
    for i in range( 2 , len( pdf ) - 2 ):
        sec_dev[ i ] = ( pdf[ i + 2 ] + pdf[ i - 2 ] - 2 * pdf[ i ] ) / 4

    Q = np.array( sec_dev ) / np.array( pdf )

    return Q

def numpy_qpot( pdf ):
    sec_dev = np.gradient( np.gradient( pdf ) )
    qpot = sec_dev / np.array( pdf )
    return qpot

def quantum_pot1d3( pdf ):
    sec_dev = np.zeros( len( pdf ) )
    for i in range( 2 , len( pdf ) - 2 ):
        sec_dev[ i ] = ( 469 / 90 ) * pdf[ i ] - ( 223 / 10 ) * pdf[ i - 1 ] + \
            ( 879 / 20 ) * pdf[ i - 2 ] - ( 949 / 18 ) * pdf[ i - 3 ] + \
            41 * pdf[ i - 4 ] - ( 201 / 10 ) * pdf[ i - 5 ] + \
            ( 1019 / 180 ) * pdf[ i - 6 ] - ( 7 / 10 ) * pdf[ i - 7 ]

    Q = np.array( sec_dev ) / np.array( pdf )

    return Q
#-----#
#-----A handwritten non-uniform pdf estimation and numpy fitting process#
#-----#

```

```

class non_uniform_pdf(object):
    """bin such that in every bin there is a particle"""
    def __init__(self, dx1, dx2):
        self.delta_x1 = dx1
        self.delta_x2 = dx2
        self.sort_ret = []
        self.data_count = 0
        self.d_limit1 = 0
        self.u_limit1 = 0
        self.d_limit2 = 0
        self.u_limit2 = 0
        self.d_limit3 = 0
        self.u_limit3 = 0
        self.Final_x = []
        self.Final_pdf = []

    def set_data_list(self, data_list):
        self.sort_ret = sort(data_list)
        self.data_count = len(self.sort_ret)

    def pdf_nu_func(self):
        sort_ret1 = self.sort_ret[(self.sort_ret < -0.01)]
        sort_ret2 = self.sort_ret[(self.sort_ret >= -0.01) & (self.sort_ret < 0.01)]
        sort_ret3 = self.sort_ret[(self.sort_ret > 0.01)]
        self.d_limit1 = int(amin(sort_ret1) / self.delta_x2) * self.delta_x
        self.d_limit2 = int(amin(sort_ret2) / self.delta_x1) * self.delta_x
        self.d_limit3 = int(amin(sort_ret3) / self.delta_x2) * self.delta_x

```

```

self.u_limit1 = int(amax(sort_ret1) / self.delta_x2 + 1) * self.delta_x2
self.u_limit2 = int(amax(sort_ret2) / self.delta_x1 + 1) * self.delta_x1
self.u_limit3 = int(amax(sort_ret3) / self.delta_x2 + 1) * self.delta_x2
num_oF_bins1 = int((amax(sort_ret1) - amin(sort_ret1))/ self.delta_x2)
num_oF_bins2 = int((amax(sort_ret2) - amin(sort_ret2))/ self.delta_x1)
num_oF_bins3 = int((amax(sort_ret3) - amin(sort_ret3))/ self.delta_x2)
pdf1 = zeros((num_oF_bins1,2))
pdf2 = zeros((num_oF_bins2,2))
pdf3 = zeros((num_oF_bins3,2))
for i in range(pdf1.shape[0]):
    pdf1[i,0] = self.d_limit1 + i*self.delta_x2
for i in range(pdf2.shape[0]):
    pdf2[i,0] = self.d_limit2 + i*self.delta_x1
for i in range(pdf3.shape[0]):
    pdf3[i,0] = self.d_limit3 + i*self.delta_x2

for i in range(len(sort_ret1)):
    block = int((sort_ret1[i]-self.d_limit1)/ self.delta_x2)
    pdf1[block,1] += 1/ self.delta_x2
for i in range(len(sort_ret2)):
    block = int((sort_ret2[i]-self.d_limit2)/ self.delta_x1)
    pdf2[block,1] += 1/ self.delta_x1
for i in range(len(sort_ret3)):
    block = int((sort_ret3[i]-self.d_limit3)/ self.delta_x2)
    pdf3[block,1] += 1/ self.delta_x2

pdf1[:,1]/= self.data_count
pdf2[:,1]/= self.data_count

```

```

pdf3[:,1] /= self.data_count

# pdf1[:,1] = (sum(pdf1[:,1]) * self.delta_x2)
# pdf2[:,1] = (sum(pdf2[:,1]) * self.delta_x1)
# pdf3[:,1] = (sum(pdf3[:,1]) * self.delta_x2)

pdf2[0,1] = 2*(pdf2[0,1]+pdf1[-1,1])/4
pdf1[-1,1] = pdf2[0,1]/1.2
pdf2[-1,1] = (pdf2[-2,1]+pdf3[0,1])/2

left_fit = np.polyfit(pdf1[:,0], pdf1[:,1], 4)
left_fet = np.poly1d(left_fit)

right_fit = np.polyfit(pdf3[:,0], pdf3[:,1], 4)
right_fet = np.poly1d(right_fit)

xx1 = np.arange(pdf1[0,0], pdf1[-1,0], self.delta_x1)
for i in xx1:
    self.Final_x.append(i)
    self.Final_pdf.append(left_fet(i))

# for i in range(pdf1.shape[0]):
#     self.Final_x.append(pdf1[i,0])
#     self.Final_pdf.append(pdf1[i,1])

for i in range(pdf2.shape[0]):
    self.Final_x.append(pdf2[i,0])

```

```
self.Final_pdf.append(pdf2[i,1])
```

```
# for i in range(pdf3.shape[0]):  
#     self.Final_x.append(pdf3[i,0])  
#     self.Final_pdf.append(pdf3[i,1])
```

```
xx2 = np.arange(pdf3[0,0],pdf3[-1,0], self.delta_x1)
```

```
for i in xx2:
```

```
    self.Final_x.append(i)  
    self.Final_pdf.append(right_fet(i))
```

```
#-----#  
#—Genetic algorithm for optimizing risk function of a given portfolio—#  
#-----#
```

```
"""genetic algorithm written for risk."""
```

```
def __init__(self, portfo_prices):  
    # super(price_return, self).__init__()  
    self.ret = portfo_prices  
    self.length = len(portfo_prices)
```

```
def individual(self):
```

```
    suu = np.array([random() for x in range(self.length)])  
    return suu/np.sum(suu)
```

```
def population(self, count):
```

```
    return [self.individual() for x in range(count)]
```

```
def fitness(self, individual, markets):
```

```

portfo_return = np.zeros(len(markets[0]))

for j in range(len(markets[0])):
    portfo_return[j] = np.dot(np.array(individual), \
    np.array(markets).T[j])

ret = portfo_return

X = ret[:, np.newaxis]

X_plot = np.linspace(min(ret),max(ret), 200)[:, np.newaxis]

kde = KernelDensity(kernel='gaussian', bandwidth=np.std(X)).fit(X)

log_dens = kde.score_samples(X_plot)

pdf = np.exp(log_dens)

sec_dev = np.gradient(np.gradient(pdf))

qpot = sec_dev/np.array(pdf)

dd = X_plot[argrelextrema(qpot, np.greater)]
risk = dd[dd<0][-1]

return abs(risk)

def grade(self, pop, markets):
    summed = reduce(add, (self.fitness(x, markets) for x in pop), 0)
    return summed/(len(pop)*1.0)

def evolve(self, pop, markets, retain=0.3, random_select=0.2, mutate=0.1):
    graded1 = [ (self.fitness(x, markets), list(x)) for x in pop]
    graded = [ x[1] for x in sorted(list(graded1))]

```

```

retain_length = int(len(graded)*retain)

parents = graded[:retain_length]

for individual in graded[retain_length:]:
    if random_select > random():
        parents.append(individual)

for i in range(len(parents)):
    if mutate > random():
        pos_to_mutate = randint(0, len(individual)-1)
        parents[i][pos_to_mutate] = random()*(-min(individual)-
+max(individual)) + min(individual)
        parents[i] /= np.sum(parents[i])

parents_length = len(parents)
desired_length = len(pop) - parents_length
children = []
while len(children) < desired_length:
    male = randint(0, parents_length-1)
    female = randint(0, parents_length-1)
    if male != female:
        male = parents[male]
        female = parents[female]
        half = int(len(male) / 2)
        child = np.concatenate((male[:half], female[half:]))
        child /= np.sum(child)
        children.append(child)

```

```

parents.extend(children)

return parents
#-----#
#----1-D quantumm potential using sklearn and numpy-----#
#-----#
class quantum_potential(object):
    """docstring for price_return."""
    # def __init__(self):
    #     # super(price_return, self).__init__()
    #     self.ret

def pdf_sklearn( ret ,num):
    X = ret[:, np.newaxis]
    X_plot = np.linspace(min(ret),max(ret), 200)[:, np.newaxis]
    kde = KernelDensity(kernel='gaussian', bandwidth=np.std(X)*num).fit
    log_dens = kde.score_samples(X_plot)
    pdf = np.exp(log_dens)
    return X_plot.reshape(len(pdf)), pdf

def risk( x , pot):
    dd = x[argrelextrema(pot , np.greater)]
    risk = dd[dd>0][0] - dd[dd<0][-1]
    return risk

def new_risk(x,pot):
    xx = []
    for i in range(len(pot)):

```

```

if pot [ i ] >= 499:
    xx . append ( i )
x _ list = np . array ( x ) [ xx ]
d _ lim = x _ list [ x _ list <0] [ -1 ]
u _ lim = x _ list [ x _ list >0] [ 0 ]
return d _ lim , u _ lim

def loss ( x , pot ):
    dd = x [ argrelextrema ( pot , np . greater ) ]
    loss = dd [ dd <0] [ -1 ]
    return abs ( loss )

def gain ( x , pot ):
    dd = x [ argrelextrema ( pot , np . greater ) ]
    loss = dd [ dd >0] [ 0 ]
    return ( loss )

def numpy_qpot ( data , band_width ):
    X = data [ : , np . newaxis ]
    X _ plot = np . linspace ( min ( data ) , max ( data ) , 200 ) [ : , np . newaxis ]
    kde = KernelDensity ( kernel='gaussian' , bandwidth=band_width ) . fit ( X )
    log _ dens = kde . score _ samples ( X _ plot )
    pdf = np . exp ( log _ dens )

    sec _ dev = np . diff ( pdf , 2 )
    qpot = [ 500 . 0 ]
    for i in range ( 1 , len ( pdf ) -1 ):

```

```

if pdf[ i ] > 0.0001:
    jj = sec_dev[ i -1]/pdf[ i ]
else:
    jj=500
    qpot.append( jj )
qpot.append(500)
return X_plot.reshape( len(pdf) ) , qpot

def scaled_return( data , scale ):
    ret_list = []
    for i in np.arange(0,len(data)-scale):
        ret_list.append( log( data[ i+scale] )-log( data[ i ] ) )
    return np.array( ret_list )

def scaled_return_of_return( data , scale ):
    sc_data = np.zeros( len(data)-scale )
    for i in range( len(sc_data)-scale ):
        sc_data[ i ] = np.sum( data[ i : i+scale ] )
    return sc_data

def ind_generator( markets , ind ):
    portfo_return = np.zeros( len(markets[ 0 ]) )
    for j in range( len(markets[ 0 ]) ):
        portfo_return[ j ] = np.dot( np.array( ind ) , np.array( markets ).T[ j ]
    return portfo_return

def risk_data_input( ret , scale ):
    X = ret [ : , np.newaxis ]

```

```

X_plot = np.linspace(min(ret),max(ret), 200)[:, np.newaxis]
kde = KernelDensity(kernel='gaussian', bandwidth=scale).fit(X)
log_dens = kde.score_samples(X_plot)
pdf = np.exp(log_dens)
x = X_plot.reshape(len(pdf))

sec_dev = np.diff(pdf,2)
qpot = [500.0]
for i in range(1,len(pdf)-1):
    if pdf[i] > 0.0001:
        jj = sec_dev[i-1]/pdf[i]
    else:
        jj=500
    qpot.append(jj)
qpot.append(500)

xx = []
for i in range(len(qpot)):
    if qpot[i] >= 499:
        xx.append(i)
x_list = np.array(x)[xx]
d_lim = x_list[x_list<0][-1]
u_lim = x_list[x_list>0][0]
return d_lim , u_lim

```

پیوست ب

کتابخانه پایتون نوشته شده برای فصل پنجم

```
#-----#
#—Used libraried inside class functions below-----#
#-----#
import numpy as np
from numpy import sum,zeros ,amin ,amax ,ceil ,log ,array ,exp ,sort ,diff
from random import random , randint
from functools import reduce
from operator import add
from sklearn.neighbors.kde import KernelDensity
from scipy.signal import argrelextrema
#-----#
#—Genetic algorithm for optimizing risk function of a given portfolio—#
#-----#
class GA_new(object):
    """genetic algorithm written for risk."""
    def __init__(self , portfo_prices , band_width):
        # super(price_return , self).__init__()
        self.ret = portfo_prices
```

```

self.length = len(portfo_prices)
self.band_width = band_width

def individual(self):
    suu = np.array([random() for x in range(self.length)])
    return suu/np.sum(suu)

def population(self, count):
    return [self.individual() for x in range(count)]

def fitness(self, individual, markets):
    portfo_return = np.zeros(len(markets[0]))
    for j in range(len(markets[0])):
        portfo_return[j] = np.dot(np.array(individual), np.array(markets[0][j]))
    ret = portfo_return
    X = ret[:, np.newaxis]
    X_plot = np.linspace(min(ret), max(ret), 200)[:, np.newaxis]
    kde = KernelDensity(kernel='gaussian', bandwidth=self.band_width).fit(X)
    log_dens = kde.score_samples(X_plot)
    pdf = np.exp(log_dens)

    sec_dev = np.diff(pdf, 2)
    qpot = [500.0]
    for i in range(1, len(pdf)-1):
        if pdf[i] > 0.0001:
            jj = sec_dev[i-1]/pdf[i]
        else:
            jj = sec_dev[i-1]/pdf[i-1]
        qpot.append(jj)
    return qpot

```

```

jj=500
qpot.append( jj )
qpot.append(500)
# dd = X_plot[argrelextrema(qpot, np.greater)]
# risk = dd[dd>0][0] - dd[dd<0][-1]

xx = []
x = X_plot.reshape(len(qpot))
for i in range(len(qpot)):
    if qpot[i] >= 499:
        xx.append(i)
x_list = np.array(x)[xx]
d_lim = x_list[x_list<0][-1]
u_lim = x_list[x_list>0][0]

return u_lim-d_lim

def grade(self, pop, markets):
    summed = reduce(add, (self.fitness(x, markets) for x in pop), 0)
    return summed/(len(pop)*1.0)

def evolve(self, pop, markets, retain, random_select, mutate):
    graded1 = [ (self.fitness(x, markets), list(x)) for x in pop]
    graded = [ x[1] for x in sorted(list(graded1))]

    retain_length = int(len(graded)*retain)

```

```

parents = graded [: retain_length ]

for individual in graded [ retain_length : ]:
    if random_select > random ():
        parents . append ( individual )

for i in range ( len ( parents ) ):
    if mutate > random ():
        pos_to_mutate = randint ( 0 , len ( individual ) - 1 )
        parents [ i ] [ pos_to_mutate ] = random () * ( - min ( individual ) + max ( individual ) )
        parents [ i ] /= np . sum ( parents [ i ] )

parents_length = len ( parents )
desired_length = len ( pop ) - parents_length
children = []
while len ( children ) < desired_length :
    male = randint ( 0 , parents_length - 1 )
    female = randint ( 0 , parents_length - 1 )
    if male != female :
        male = parents [ male ]
        female = parents [ female ]
        half = int ( len ( male ) / 2 )
        child = np . concatenate ( ( male [ : half ] , female [ half : ] ) )
        child /= np . sum ( child )
        children . append ( child )

parents . extend ( children )

```

```

return parents

class GA_std(object):
    """genetic algorithm written for risk."""

    def __init__(self, portfo_prices):
        # super(price_return, self).__init__()
        self.ret = portfo_prices
        self.length = len(portfo_prices)

    def individual(self):
        suu = np.array([random() for x in range(self.length)])
        return suu/np.sum(suu)

    def population(self, count):
        return [self.individual() for x in range(count)]

    def fitness(self, individual, markets):
        portfo_return = np.zeros(len(markets[0]))
        for j in range(len(markets[0])):
            portfo_return[j] = np.dot(np.array(individual), np.array(markets[j]))
        return np.std(portfo_return)

    def grade(self, pop, markets):
        summed = reduce(add, (self.fitness(x, markets) for x in pop), 0)
        return summed/(len(pop)*1.0)

    def evolve(self, pop, markets, retain, random_select, mutate):
        graded1 = [ (self.fitness(x, markets), list(x)) for x in pop]

```

```

graded = [ x[1] for x in sorted(list(graded1))]

retain_length = int(len(graded)*retain)
parents = graded[:retain_length]

for individual in graded[retain_length:]:
    if random_select > random():
        parents.append(individual)

for i in range(len(parents)):
    if mutate > random():
        pos_to_mutate = randint(0, len(individual)-1)
        parents[i][pos_to_mutate] = random()*(-min(individual)+max(
            parents[i]) / np.sum(parents[i]))


parents_length = len(parents)
desired_length = len(pop) - parents_length
children = []
while len(children) < desired_length:
    male = randint(0, parents_length-1)
    female = randint(0, parents_length-1)
    if male != female:
        male = parents[male]
        female = parents[female]
        half = int(len(male) / 2)
        child = np.concatenate((male[:half], female[half:]))
        child /= np.sum(child)
    children.append(child)

```

```

    children.append( child )

parents.extend( children )

return parents

def run_genetic( data , p_count , steps , retain , random_select , mutate , scale ):
    genetic = GA_new( data , scale )
    p = genetic.population( p_count )
    fitness_history = [[ genetic.fitness( p[0] , data ) , list( p[0] ) ]]
    for i in range( steps ):
        p = genetic.evolve( p , data , retain , random_select , mutate )
        fitness_history.append( [ genetic.fitness( p[0] , data ) , p[0] ] )
        print( 'step' +str( i )+ '/' +str( steps ))
    return fitness_history

def run_genetic_std( data , p_count , steps , retain , random_select , mutate ):
    genetic = GA_std( data )
    p = genetic.population( p_count )
    fitness_history = [[ genetic.fitness( p[0] , data ) , list( p[0] ) ]]
    for i in range( steps ):
        p = genetic.evolve( p , data , retain , random_select , mutate )
        fitness_history.append( [ genetic.fitness( p[0] , data ) , p[0] ] )
        print( 'step' +str( i )+ '/' +str( steps ))
    return fitness_history

```

كتاب نامه

- [۱] Black, Fischer, and Myron Scholes. "The pricing of options and corporate liabilities." *Journal of political economy* ۳.۸۱ : (۱۹۷۳) . ۶۵۴-۶۳۷
- [۲] Bachelier, L. (۱۹۰۰) *Théorie de la spéculation*. Annales scientifiques de l'Ecole Normale Supérieure, ۸۶-۲۱
- [۳] Mandelbrot, Benoit B. "The variation of certain speculative prices." *Fractals and scaling in finance*. Springer, New York, NY, . ۱۹۹۷ . ۴۱۸-۳۷۱
- [۴] Kadanoff, Leo P. "From simulation model to public policy: An examination of Forrester's" *Urban Dynamics*". " *Simulation* ۶.۱۶ : (۱۹۷۱) . ۲۶۸-۲۶۱
- [۵] Montroll, Elliott W., and Wade W. Badger. *Introduction to quantitative aspects of social phenomena*. Gordon and Breach, . ۱۹۷۴
- [۶] Anderson, P. W., and K. J. Arrow. "D. Pines (eds.) (۱۹۸۸). *The Economy as an Evolving Complex System*, Redwood City."
- [۷] Penrose, Roger. *Shadows of the Mind*. Vol. ۲ Oxford: Oxford University Press, . ۱۹۹۴
- [۸] Hameroff, Stuart R. "Quantum coherence in microtubules: A neural basis for emergent consciousness?" *Journal of consciousness studies* ۱.۱ : (۱۹۹۴) . ۱۱۸-۹۱

- [۹] Khrennivov, Andrei. "Classical and quantum mechanics on information spaces with applications to cognitive, psychological, social, and anomalous phenomena." *Foundations of Physics* v.۲۹ : (۱۹۹۹) . ۱۰۹۸-۱۰۶۵
- [۱۰] Khrennikov, A. Yu. "Information Dynamics in Cognitive, Psychological," Social and Anomalous Phenomena. Kluwer .(۲۰۰۴)
- [۱۱] Goldstein, Sheldon. "Bohmian mechanics and quantum information." *Foundations of Physics* ۴.۴۰ : (۲۰۱۰) . ۳۵۵-۳۳۵
- [۱۲] Bouwmeester, Dirk, and Anton Zeilinger. "The physics of quantum information: basic concepts." *The physics of quantum information*. Springer, Berlin, Heidelberg, . ۲۰۰۰ . ۱۴-۱
- [۱۳] Fuchs, Christopher A. "Quantum mechanics as quantum information (and only a little more)." arXiv preprint quant-ph/۰۲۰۵۰۳۹ .(۲۰۰۲)
- [۱۴] Khrennikov, A. Y. "Ubiquitous Quantum Structure from Psychology to Finance. Springer." .(۲۰۱۰)
- [۱۵] Shen, C., and E. Haven. "Using empirical data to estimate potential functions in commodity markets: some initial results." *International Journal of Theoretical Physics* ۱۲.۵۶ : (۲۰۱۷) . ۴۱۰۴-۴۰۹۲
- [۱۶] Tahmasebi, F., et al. "Financial market images: a practical approach owing to the secret quantum potential." *EPL (Europhysics Letters)* ۳.۱۰۹ : (۲۰۱۵) . ۳۰۰۰۱
- [۱۷] Nasiri, Sina, Eralp Bektas, and Gholamreza Jafari. "Risk Information of Stock Market Using Quantum Potential Constraints." *Emerging Trends in Banking and Finance*. Springer, Cham, . ۲۰۱۸ . ۱۳۸-۱۳۲
- [۱۸] Nasiri, Sina, Eralp Bektas, and G. Reza Jafari. "The impact of trading volume on the stock market credibility: Bohmian quantum potential ap-

- proach." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۵۱۲ : (۲۰۱۸) .۱۱۱۲-۱۱۰۴
- [۱۹] Khrennikov, Andrei Y. *Ubiquitous quantum structure*. Springer, ۲۰۱۴
- [۲۰] Choustova, Olga. Pilot wave quantum model for the stock market. No. quant-ph/109122. ۲۰۰۱
- [۲۱] Choustova, Olga. "Bohmian mechanics for financial processes." *Journal of Modern Optics* ۷-۶.۵۱ : (۲۰۰۴) .۱۱۱۱-۱۱۱۱
- [۲۲] Choustova, Olga. "Price-Dynamics of Shares and Bohmian Mechanics: Deterministic or Stochastic Models?" *AIP Conference Proceedings*, Vol. ۸۸۹ No. ۱ American Institute of Physics, ۲۰۰۷
- [۲۳] Choustova, Olga. "Quantum modeling of nonlinear dynamics of stock prices: Bohmian approach." *Theoretical and Mathematical Physics* ۲.۱۵۲ : (۲۰۰۷) .۱۲۲۲-۱۲۱۳
- [۲۴] Choustova, Olga. "Quantum model for the price dynamics: the problem of smoothness of trajectories." *Journal of mathematical analysis and applications* ۱.۲۴۶ : (۲۰۰۸) .۳۰۴-۲۹۶
- [۲۵] Choustova, Olga. "Application of Bohmian mechanics to dynamics of prices of shares: Stochastic model of Bohm–Vigier from properties of price trajectories." *International Journal of Theoretical Physics* ۱.۴۷ : (۲۰۰۸) -۲۵۲ .۲۶۰
- [۲۶] Choustova, Olga. "Quantum-like Viewpoint on the Complexity and Randomness of the Financial Market." *Coping with the Complexity of Economics*. Springer, Milano, ۲۰۰۹ .۶۶-۵۳
- [۲۷] Khrennikov, A. Yu. "p-adic quantum mechanics with p-adic valued functions." *Journal of mathematical physics* ۴.۳۲ : (۱۹۹۱) .۹۳۷-۹۳۲

- [۲۸] Segal, William, and I. E. Segal. "The Black–Scholes pricing formula in the quantum context." *Proceedings of the National Academy of Sciences* v.۹۵ : (۱۹۹۸) .۴۰۷۵–۴۰۷۲
- [۲۹] Baaquie, Belal E. *Quantum finance: Path integrals and Hamiltonians for options and interest rates*. Cambridge University Press, ۲۰۰۷
- [۳۰] Baaquie, Belal E. "Quantum mechanics and option pricing." Department of Physics, National University of Singapore, July ۲۸. (۲۰۰۵)
- [۳۱] Haven, Emmanuel E. "A discussion on embedding the Black–Scholes option pricing model in a quantum physics setting." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۴-۳۳۰, ۴ : (۲۰۰۲) .۵۲۴–۵۰۷
- [۳۲] Haven, Emmanuel. "A Black–Scholes Schrödinger option price: 'bit' versus 'qubit'." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۲-۱, ۳۲۴ : (۲۰۰۳) .۲۰۶–۲۰۱
- [۳۳] Haven, Emmanuel. "The wave-equivalent of the Black–Scholes option price: an interpretation." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* ۲-۱, ۳۴۴ : (۲۰۰۴) .۱۴۵–۱۴۲
- [۳۴] Haven, Emmanuel. "Analytical solutions to the backward Kolmogorov PDE via an adiabatic approximation to the Schrödinger PDE." *Journal of mathematical analysis and applications* ۲, ۳۱۱ : (۲۰۰۵) .۴۴۴–۴۳۹
- [۳۵] Haven, Emmanuel. "Bohmian mechanics in a macroscopic quantum system." *AIP Conference Proceedings*. Vol. ۸۱. No. ۱ American Institute of Physics, ۲۰۰۶
- [۳۶] Khrennikov, Andrei Yu, and Emmanuel Haven. "Quantum mechanics and violations of the sure-thing principle: The use of probability interference

and other concepts." *Journal of Mathematical Psychology* 5.53 : (۲۰۰۹) -۳۷۸ .۳۸۸

[۳۷] Piotrowski, Edward W., and Jan Sładkowski. "Quantum-like approach to financial risk: quantum anthropic principle." arXiv preprint quant-ph/0110046 .(۲۰۰۱)

[۳۸] Piotrowski, Edward W., and J. Sładkowski. "Quantum market games." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 2-1.312 : (۲۰۰۲) -۲۰۸ .۲۱۶

[۳۹] Piotrowski, Edward W., Jan Sładkowski, and Jacek Syska. "Interference of quantum market strategies." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 4-3.318 : (۲۰۰۳) .۵۲۸-۵۱۶

[۴۰] Piotrowski, Edward W., and Jan Sładkowski. "An invitation to quantum game theory." *International Journal of Theoretical Physics* 5.42 : (۲۰۰۳) .۱۰۹۹-۱۰۸۹

[۴۱] Piotrowski, Edward W. "Fixed point theorem for simple quantum strategies in quantum market games." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 2-1.324 : (۲۰۰۳) .۲۰۰-۱۹۶

[۴۲] Piotrowski , Edward W., and Jan Sładkowski. "Quantum games in finance." *Quantitative Finance* 6.4 : (۲۰۰۴) .۶۷-۶۱

[۴۳] Piotrowski, Edward W., Małgorzata Schroeder, and Anna Zambrzycka. "Quantum extension of European option pricing based on the Ornstein-Uhlenbeck process." *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications* 1.368 : (۲۰۰۶) .۱۸۲-۱۷۶

- [۴۴] Granger, C. W. "Is chaotic economic theory relevant for economics? A review essay." *Journal of International and Comparative Economics* ۳ : (۱۹۹۴) .۱۴۵-۱۲۹
- [۴۵] Barnett, William A., and Apostolos Serletis. "Martingales, nonlinearity, and chaos." *Journal of Economic Dynamics and Control* ۷-۸.۲۴ : (۲۰۰۰) .۷۲۴-۷۰۳
- [۴۶] Benhabib, Jess, ed. *Cycles and chaos in economic equilibrium*. Princeton University Press, ۱۹۹۲
- [۴۷] Brock, William A., and Chera L. Sayers. "Is the business cycle characterized by deterministic chaos?." *Journal of monetary economics* ۱.۲۲ : (۱۹۸۸) .۹۰-۷۱
- [۴۸] Campbell, John Y., et al. *The econometrics of financial markets*. princeton University press, ۱۹۹۷
- [۴۹] Hsieh, David A. "Chaos and nonlinear dynamics: application to financial markets." *The journal of finance* ۵.۴۶ : (۱۹۹۱) .۱۸۷۷-۱۸۳۹
- [۵۰] Samuelson, Paul A. "Proof that properly anticipated prices fluctuate randomly." *The world scientific handbook of futures markets*. ۲۰۱۶ .۳۸-۲۵
- [۵۱] Samuelson, Paul A. "Rational theory of warrant pricing." *Henry P. McKean Jr. Selecta*. Birkhäuser, Cham, ۲۰۱۵ .۲۳۲-۱۹۵
- [۵۲] Malkiel, Burton G., and Eugene F. Fama. "Efficient capital markets: A review of theory and empirical work." *The journal of Finance* ۲.۲۵ : (۱۹۷۰) .۴۱۷-۳۸۲
- [۵۳] Stanley, H. Eugene, and Rosario N. Mantegna. *An introduction to econophysics*. Cambridge University Press, Cambridge, ۲۰۰۰
- [۵۴] Shiryaev, Albert N. *Essentials of stochastic finance: facts, models, theory*. Vol. ۱. World scientific, ۱۹۹۹

- [۵۵] Bohm, D., B. J. Hiley, and P. Holland. "Book-Review-the Undivided Universe—an Ontological Interpretation of Quantum Theory." *Nature* ۳۶۶ : (۱۹۹۳) .۴۲۰
- [۵۶] Hiley, Basil, and P. Pylkkonen. "Active information and cognitive science—A reply to Kieseppä." *Brain, mind and physics* : (۱۹۹۷) .۸۵-۹۴
- [۵۷] Shen, C., and E. Haven. "Using empirical data to estimate potential functions in commodity markets: some initial results." *International Journal of Theoretical Physics* ۱۲.۵۶ : (۲۰۱۷) .۴۱۰۴-۴۰۹۲
- [۵۸] Goldberg, D.E., ۱۹۸۹ *Genetic algorithms in search, Optimization, and MachineLearning*.
- [۵۹] Coello, C.A.C., Lamont, G.B. and Van Veldhuizen, D.A., ۲۰۰۷ *Evolutionary algorithms for solving multi-objective problems* (Vol. ۵ pp. .۱۰۴-۷۹ New York: Springer.
- [۶۰] Rosenberg, R.S., ۱۹۷۰ Stimulation of genetic populations with biochemical properties: I. the model. *Mathematical Biosciences*, .(۴-۳)۷ pp.۲۵۷-۲۲۳.
- [۶۱] Schaffer, J.D., ۱۹۸۵ Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. In *Proceedings of the first international conference on genetic algorithms and their applications*, ۱۹۸۵ Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.
- [۶۲] Schaffer, J.D., ۱۹۸۵ Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. In *Proceedings of the first international conference on genetic algorithms and their applications*, ۱۹۸۵ Lawrence Erlbaum Associates, Inc., Publishers.
- [۶۳] rey Horn, J., Nafpliotis, N. and Goldberg, D.E., ۱۹۹۳ Multiobjective optimization using the niched pareto genetic algorithm. *IlliGAL report*, ۹۳-۰۵

- [۶۴] Zitzler, E. and Thiele, L., ۱۹۹۹ Multiobjective evolutionary algorithms: a comparative case study and the strength Pareto approach. *IEEE transactions on Evolutionary Computation*, ۳(۴) pp.۲۷۱–۲۵۷.
- [۶۵] Corne, D.W., Knowles, J.D. and Oates, M.J., ۲۰۰۰ September. The Pareto envelope-based selection algorithm for multiobjective optimization. In *International conference on parallel problem solving from nature* (pp. -۸۳۹). (۸۴۸ Springer, Berlin, Heidelberg.
- [۶۶] Srinivas, N. and Deb, K., ۱۹۹۴ Muiltiobjective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms. *Evolutionary computation*, ۲(۳) pp.۲۴۸–۲۲۱.
- [۶۷] Datta, D., Deb, K. and Fonseca, C.M., ۲۰۰۶ Solving class timetabling problem of IIT Kanpur using multi-objective evolutionary algorithm. *KanGAL Report*, ۲۰۰۶۰۰۶ pp.۱۰–۱.
- [۶۸] Toffolo, A. and Benini, E., ۲۰۰۳ Genetic diversity as an objective in multi-objective evolutionary algorithms. *Evolutionary computation*, ۱۱(۲) pp.۱۶۷–۱۵۱.
- [۶۹] Holland, J.H., ۱۹۹۲ Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. MIT press.

