

به نام خدا

پروژه درس سیگنال و سیستم ها

حسین حیاتی

جهت یابی منابع رادیویی با الگوریتم MUSIC

1.3 خواسته ها :

• تعریف بردار هادی (steering vector) را شرح دهید و ارتباط آن با زیر فضای سیگنال و نویز را توضیح دهید.

بردار هادی (Steering vector) یا $\mathbf{a}(\theta)$ برداری است که جهت گیری و پاسخ آرایه آنتن را به یک سیگنال با زاویه ورود مشخص θ توصیف می کند. این بردار به شکل زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{jkd \sin(\theta)} \\ e^{j2kd \sin(\theta)} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)kd \sin(\theta)} \end{bmatrix}$$

که در آن :

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ عدد موج است .

d فاصله بین المان های آنتن است.

N تعداد المان های آرایه آنتن است.

λ طول موج سیگنال حامل است.

θ زاویه ورود سیگنال است.

در روش های مبتنی بر زیر فضای سیگنال و نویز، مانند روش MUSIC ، ماتریس کوواریانس سیگنال دریافتی \mathbf{R} تجزیه مقادیر ویژه (EVD) می شود. این تجزیه ماتریس، ماتریس کوواریانس را به دو زیر فضای سیگنال و نویز تفکیک می کند:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H$$

که در آن:

\mathbf{E}_s ماتریس بردارهای ویژه مربوط به مقادیر ویژه بزرگ (زیر فضای سیگنال) است.

\mathbf{E}_n ماتریس بردارهای ویژه مربوط به مقادیر ویژه کوچک (زیر فضای نویز) است.

Λ_n و Λ_s ماتریس‌های قطری مقادیر ویژه مربوط به سیگنال و نویز هستند.

\mathbf{E}_n^H و \mathbf{E}_s^H ماتریس‌های مزدوج و ترانپوز \mathbf{E}_n و \mathbf{E}_s هستند.

بردار هادی $\mathbf{a}(\theta)$ به عنوان نماینده‌ای از سیگنال ورودی، باید در زیر فضای سیگنال قرار گیرد. بنابراین، بردار هادی $\mathbf{a}(\theta)$ و زیر فضای نویز باید عمود بر هم باشند. این خاصیت تعامد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta) \approx 0$$

استفاده در الگوریتم MUSIC

در الگوریتم MUSIC، از خاصیت تعامد بین بردار هادی و زیر فضای نویز استفاده می‌شود. این الگوریتم بر اساس محاسبه تابع زیر عمل می‌کند:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta)}$$

که در آن $P_{MUSIC}(\theta)$ تابع MUSIC است. زاویه‌های ورود سیگنال‌ها (DOA) در زوایایی قرار می‌گیرند که تابع MUSIC بیشینه می‌شود. نمودار این تابع به شکل پیک‌هایی در زاویه‌های ورود سیگنال ظاهر می‌شود. هر پیک نشان‌دهنده یک سیگنال ورودی است که با زاویه‌ای مشخص به آرایه آنتن رسیده است. در نتیجه، با تحلیل این نمودار می‌توانیم زوایای ورود سیگنال‌ها را تخمین بزنیم.

• روش MUSIC (Multiple Signal Classification) و نحوه استخراج روابط آن را شرح دهید.

مراحل روش MUSIC

1 جمع‌آوری داده‌ها:

فرض کنید یک آرایه از N آنتن داریم که سیگنال‌هایی از M منبع دریافت می‌کنند.

سیگنال دریافتی در آرایه در زمان t به صورت زیر است:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$$

که در آن $\mathbf{x}(t)$ بردار سیگنال دریافتی $N \times 1$ ، \mathbf{A} ماتریس هدایت $N \times M$ ، $\mathbf{s}(t)$ بردار سیگنال $M \times 1$ و $\mathbf{n}(t)$ بردار نویز $N \times 1$ است.

2 تخمین ماتریس کوواریانس:

ماتریس کوواریانس سیگنال‌های دریافتی به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

$$\mathbf{R} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \mathbf{x}(t) \mathbf{x}^H(t)$$

که در آن T تعداد نمونه‌های زمانی (snapshot) و $\mathbf{x}^H(t)$ مزدوج و ترانهاد $\mathbf{x}(t)$ است.

3 تجزیه مقادیر ویژه: (EVD)

تجزیه مقادیر ویژه بر روی ماتریس کوواریانس R انجام می‌شود:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E} \mathbf{\Lambda} \mathbf{E}^H$$

که در آن E ماتریس بردارهای ویژه و $\mathbf{\Lambda}$ ماتریس قطری مقادیر ویژه است.

مقادیر ویژه به ترتیب نزولی مرتب می‌شوند. اولین M مقدار ویژه به زیر فضای سیگنال و باقی مقادیر N-M به زیر فضای نویز مربوط می‌شوند.

4 تفکیک زیرفضاها:

بردارهای ویژه به زیر فضای سیگنال و نویز تفکیک می‌شوند:

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H$$

که در آن \mathbf{E}_s ماتریس بردارهای ویژه مربوط به زیر فضای سیگنال و \mathbf{E}_n ماتریس بردارهای ویژه مربوط به زیر فضای نویز است.

5 محاسبه طیف MUSIC:

بردار هدایت $\mathbf{a}(\theta)$ برای زاویه مشخص θ به صورت زیر است:

$$\mathbf{a}(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{jkd \sin(\theta)} \\ e^{j2kd \sin(\theta)} \\ \vdots \\ e^{j(N-1)kd \sin(\theta)} \end{bmatrix}$$

طیف MUSIC به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta)}$$

که در آن $\mathbf{a}^H(\theta)$ مزدوج و ترانهاد $\mathbf{a}(\theta)$ است.

طیف MUSIC $PMUSIC(\theta)$ را بر حسب θ رسم کرده.

قله‌های طیف نمایانگر زوایای ورود سیگنال‌ها هستند.

استخراج روابط در روش MUSIC

1 زیرفضای سیگنال و نویز:

سیگنال دریافتی به صورت زیر مدل می‌شود:

$$\mathbf{X} = \mathbf{A}\mathbf{S} + \mathbf{N}$$

که در آن \mathbf{X} ماتریس سیگنال دریافتی $N \times T$ ، \mathbf{A} ماتریس هدایت $N \times M$ ، \mathbf{S} ماتریس سیگنال $M \times T$ و \mathbf{N} ماتریس نویز $N \times T$ است.

ماتریس کوواریانس سیگنال‌های دریافتی به صورت زیر است:

$$\mathbb{E}[\mathbf{N}\mathbf{N}^H] + \mathbf{A}^H \mathbb{E}[\mathbf{S}\mathbf{S}^H] \mathbf{A} = \mathbb{E}[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{R}$$

فرض کنید \mathbf{S} و \mathbf{N} همبسته نیستند و $\mathbf{P} = \mathbb{E}[\mathbf{S}\mathbf{S}^H]$ و $\sigma_n^2 \mathbf{I} = \mathbb{E}[\mathbf{N}\mathbf{N}^H]$ است. بنابراین:

$$\mathbf{R} = \mathbf{A}\mathbf{P}\mathbf{A}^H + \sigma_n^2 \mathbf{I}$$

2 EVD و تفکیک زیرفضا:

انجام تجزیه مقادیر ویژه بر روی \mathbf{R} :

$$\mathbf{R} = \mathbf{E}_s \mathbf{\Lambda}_s \mathbf{E}_s^H + \mathbf{E}_n \mathbf{\Lambda}_n \mathbf{E}_n^H$$

که در آن \mathbf{E}_s و \mathbf{E}_n به ترتیب زیرفضای سیگنال و نویز هستند.

3 تعامد و طیف MUSIC:

بردار هدایت $\mathbf{a}(\theta)$ در زیرفضای سیگنال قرار دارد. بنابراین، با زیرفضای نویز عمود است:

$$\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta) \approx 0$$

روش MUSIC از این تعامد برای یافتن DOA استفاده می‌کند و طیف MUSIC را محاسبه می‌کند:

$$P_{MUSIC}(\theta) = \frac{1}{\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{E}_n \mathbf{E}_n^H \mathbf{a}(\theta)}$$

با دنبال کردن این مراحل و استفاده از این روابط، روش MUSIC به طور مؤثر زوایای ورود سیگنال‌ها را تخمین می‌زند و نتایج با وضوح بالا حتی در حضور نویز ارائه می‌دهد.

- ابتدا روش‌های جهت‌یابی passive و active و تفاوت بین آن‌ها را شرح داده و سپس تعیین کنید الگوریتم MUSIC جزو کدام یک از این روش‌ها می‌باشد.

روش‌های جهت‌یابی Passive

در روش‌های جهت‌یابی passive، سیستم به سیگنال‌های منتشر شده از منابع خارجی گوش می‌دهد بدون اینکه سیگنالی ارسال کند. این روش‌ها به طور معمول برای نظارت و شناسایی منابع انتشار سیگنال‌های رادیویی مورد استفاده قرار می‌گیرند. مزیت اصلی روش‌های passive این است که تشخیص داده نمی‌شوند زیرا خودشان سیگنال ارسال نمی‌کنند. برخی از روش‌های جهت‌یابی passive شامل موارد زیر می‌شوند:

تخمین زاویه ورود (DOA):

سیگنال‌های دریافت شده توسط آرایه‌ای از آنتن‌ها برای تخمین زاویه ورود سیگنال‌ها تحلیل می‌شوند. مدولاسیون دامنه و فاز:

تغییرات دامنه و فاز سیگنال‌های دریافت شده برای تعیین موقعیت منبع سیگنال استفاده می‌شود. استفاده از چند سنسور:

استفاده از چند سنسور که در مکان‌های مختلف قرار دارند و تحلیل تفاوت زمان دریافت سیگنال برای تعیین موقعیت منبع.

روش‌های جهت‌یابی Active

در روش‌های جهت‌یابی active، سیستم سیگنال‌هایی را ارسال می‌کند و سپس سیگنال‌های بازگشتی یا منعکس شده را تحلیل می‌کند تا موقعیت یا جهت منبع را تعیین کند. این روش‌ها معمولاً در رادارها، سونارها و سیستم‌های مشابه استفاده می‌شوند. روش‌های active به دلیل ارسال سیگنال‌های خاص، می‌توانند نتایج دقیق‌تری را ارائه دهند، اما از طرف دیگر می‌توانند تشخیص داده شوند و هدف قرار گیرند. برخی از روش‌های جهت‌یابی active شامل موارد زیر می‌شوند:

رادار:

ارسال پالس‌های رادیویی و تحلیل سیگنال‌های بازگشتی برای تعیین موقعیت و سرعت اهداف.

سونار:

ارسال پالس‌های صوتی در آب و تحلیل پژواک‌های بازگشتی برای تعیین موقعیت و حرکت اهداف.

لیدار:

ارسال پالس‌های نوری و تحلیل سیگنال‌های بازگشتی برای تعیین فاصله و موقعیت اهداف.

تفاوت بین روش‌های جهت‌یابی Active و Passive

انتشار سیگنال:

روش‌های passive سیگنال ارسال نمی‌کنند، در حالی که روش‌های active سیگنال ارسال می‌کنند.

قابلیت تشخیص:

سیستم‌های passive به دلیل عدم ارسال سیگنال قابل تشخیص نیستند، اما سیستم‌های active ممکن است توسط دشمن شناسایی شوند.

دقت:

روش‌های active معمولاً دقت بالاتری دارند به دلیل کنترل بیشتر بر سیگنال‌های ارسالی و دریافت شده. کاربرد:

روش‌های passive برای نظارت و شناسایی مناسب‌تر هستند، در حالی که روش‌های active برای تعیین دقیق موقعیت و حرکت اهداف کاربرد دارند.

روش MUSIC

الگوریتم MUSIC (Multiple Signal Classification) یک روش جهت‌یابی passive است. این الگوریتم از سیگنال‌های دریافتی توسط آرایه‌ای از آنتن‌ها استفاده می‌کند تا زوایای ورود سیگنال‌ها را تخمین بزند. MUSIC نیاز به ارسال سیگنال ندارد و تنها با تحلیل سیگنال‌های دریافتی کار می‌کند، بنابراین جزو روش‌های passive جهت‌یابی است

● برای استفاده از روش MUSIC، پهنای باند سیگنال باید چه ویژگی‌هایی داشته باشد؟ (همراه با بیان علت)

خصوصیات پهنای باند سیگنال برای روش MUSIC

سیگنال‌های باند باریک:

خصوصیت: روش MUSIC عمدتاً برای سیگنال‌های باند باریک طراحی شده است، جایی که پهنای باند سیگنال بسیار کوچکتر از فرکانس مرکزی است.

دلیل: در پردازش سیگنال‌های باند باریک، فرض بر این است که تغییرات فاز در عناصر آرایه عمدتاً به جهت ورود بستگی دارد و نه به اجزای فرکانسی سیگنال. این فرض مدل را به یک بردار هدایت کننده برای آرایه ساده می‌کند و تجزیه مقدار ویژه و تفکیک زیر فضای MUSIC را دقیق و آسان می‌سازد.

خصوصیت: سیگنال باید رابطه فازی منسجم در سراسر عناصر مختلف آرایه داشته باشد.

دلیل: سیگنال‌های منسجم اطمینان می‌دهند که تفاوت‌های فاز مشاهده شده در سنسورهای مختلف، سازگار و عمدتاً به جهت ورود مربوط است. این سازگاری برای تخمین دقیق ماتریس کوواریانس و انجام تجزیه مقدار ویژه حیاتی است.

نسبت سیگنال به نویز (SNR) کافی:

خصوصیت: سیگنال باید SNR کافی بالا داشته باشد.

دلیل: SNR بالا مهم است زیرا دقت تخمین ماتریس کوواریانس و عملکرد الگوریتم MUSIC به توانایی تفکیک بین زیر فضای سیگنال و نویز بستگی دارد. SNR پایین می‌تواند منجر به تفکیک ضعیف و تخمین‌های جهت ورود نادرست شود.

پایداری زمانی:

خصوصیت: سیگنال باید در طول دوره مشاهده به طور زمانی پایدار باشد.

دلیل: پایداری زمانی اطمینان می‌دهد که ویژگی‌های سیگنال در طول جمع‌آوری داده به طور قابل توجهی تغییر نمی‌کنند. این پایداری برای اینکه ماتریس کوواریانس به طور دقیق محیط سیگنال را نمایان کند و الگوریتم MUSIC به طور مؤثر کار کند، ضروری است.

ملاحظات عملی

کالیبراسیون آرایه: آرایه سنسورها باید به خوبی کالیبره شده باشد تا اندازه‌گیری‌های دقیق فاز و دامنه تضمین شود. هر گونه خطای کالیبراسیون می‌تواند بر تخمین ماتریس کوواریانس تأثیر بگذارد.

نرخ نمونه‌برداری: نرخ نمونه‌برداری باید به اندازه‌ای بالا باشد که پهنای باند سیگنال را بدون علی‌اسینگ ضبط کند و هنوز با فرض باند باریک مطابقت داشته باشد.

عوامل محیطی: این روش فرض می‌کند که محیط انتشار سیگنال نسبتاً پایدار است و تأثیرات چند مسیره یا تغییرات زمانی قابل توجهی را معرفی نمی‌کند.

سناریوی نمونه

فرض کنید یک سیستم ارتباطی بی‌سیم که ایستگاه پایه از یک آرایه آنتن برای تخمین جهت‌های ورود سیگنال‌های ورودی از چندین کاربر استفاده می‌کند. برای اجرای موثر روش MUSIC، سیگنال‌های ارسالی توسط کاربران باید دارای خصوصیات زیر باشند:

ماهیت باند باریک: فرکانس حامل بسیار بالاتر از پهنای باند سیگنال است.

SNR بالا: سیگنال‌های ارسالی نسبت به نویز قوی هستند.

پایداری زمانی: سیگنال‌های کاربران در طول دوره جمع‌آوری داده پایدار هستند.

اگر این شرایط برآورده شود، ایستگاه پایه می‌تواند یک ماتریس کوواریانس دقیق بسازد، تجزیه مقدار ویژه انجام دهد و از الگوریتم MUSIC برای تخمین دقیق جهت‌های ورود سیگنال‌های ورودی استفاده کند.

• آیا روش MUSIC قادر به جهت‌یابی منابعی که از لحاظ شکل سیگنال به هم شباهت دارند، (coherent signals) می‌باشد؟ چرا؟ اگر جواب منفی است، یک روش برای حل این مسئله بیان کنید.

روش MUSIC (Multiple Signal Classification) در حالت عادی قادر به جهت‌یابی منابعی که سیگنال‌های هم‌فاز (coherent signals) دارند، نیست. دلیل این امر به نحوه تجزیه و تحلیل زیر فضای سیگنال و نویز در روش MUSIC برمی‌گردد. در حضور سیگنال‌های هم‌فاز، ماتریس کوواریانس سیگنال‌های دریافتی دچار رنک کاهش یافته (rank-deficient) می‌شود که این امر باعث می‌شود تا تفکیک زیر فضای سیگنال و نویز به درستی انجام نشود و در نتیجه تخمین زوایای ورود سیگنال‌ها با خطا همراه باشد.

دلیل ناتوانی MUSIC در حضور سیگنال‌های هم‌فاز

ماتریس کوواریانس:

در حالت سیگنال‌های هم‌فاز، اجزاء ماتریس کوواریانس به شدت به هم وابسته می‌شوند و این ماتریس رنک کامل خود را از دست می‌دهد.

تجزیه مقادیر ویژه:

روش MUSIC بر پایه تجزیه مقادیر ویژه ماتریس کوواریانس استوار است. در حضور سیگنال‌های هم‌فاز، تعداد مقادیر ویژه غیرصفر به طور مصنوعی کاهش می‌یابد که باعث اختلال در تفکیک زیر فضای سیگنال و نویز می‌شود.

راه‌حل برای جهت‌یابی سیگنال‌های هم‌فاز

برای حل این مسئله و جهت‌یابی منابع سیگنال‌های هم‌فاز می‌توان از تکنیک‌های پیش‌پردازش مانند روش Spatial Smoothing استفاده کرد. این روش به تفکیک سیگنال‌های هم‌فاز و بهبود عملکرد الگوریتم MUSIC کمک می‌کند.

روش Spatial Smoothing

روش Spatial Smoothing تکنیکی برای کاهش اثرات هم‌فازی سیگنال‌ها است و با میانگین‌گیری‌های مکانی بر روی آرایه آنتن، ساختار ماتریس کوواریانس را اصلاح می‌کند.

مراحل اجرای Spatial Smoothing

تقسیم آرایه به زیرآرایه‌های همپوشان:

آرایه N المانی را به چند زیرآرایه همپوشان P المانی تقسیم کرده. هر زیرآرایه به اندازه یک المان با زیرآرایه بعدی همپوشانی دارد.

محاسبه ماتریس کوواریانس هر زیرآرایه:

برای هر زیرآرایه، ماتریس کوواریانس را محاسبه کرده. فرض کنید $L = N - P + 1$ تعداد زیرآرایه‌ها باشد. میانگین گیری از ماتریس‌های کوواریانس:

میانگین ماتریس‌های کوواریانس زیرآرایه‌ها را محاسبه کرده تا یک ماتریس کوواریانس مکانی هموار شده بدست آید:

$$\mathbf{R}_{smooth} = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L \mathbf{R}_i$$

تجزیه مقادیر ویژه:

تجزیه مقادیر ویژه بر روی ماتریس کوواریانس هموار شده \mathbf{R}_{smooth} انجام داده. اجرای الگوریتم MUSIC:

الگوریتم MUSIC را با استفاده از ماتریس کوواریانس هموار شده \mathbf{R}_{smooth} اجرا کرده.

مزایای Spatial Smoothing

افزایش رنک موثر ماتریس کوواریانس:

روش Spatial Smoothing رنک موثر ماتریس کوواریانس را افزایش می‌دهد و مشکل رنک کاهش یافته در حضور سیگنال‌های هم‌فاز را برطرف می‌کند.

تفکیک بهتر زیرفضای سیگنال و نویز:

این روش باعث می‌شود تفکیک زیرفضای سیگنال و نویز با دقت بیشتری انجام شود، که در نتیجه بهبود تخمین زوایای ورود سیگنال‌ها را به دنبال دارد.

نتیجه :: در حالت عادی، روش MUSIC قادر به جهت‌یابی منابعی که سیگنال‌های هم‌فاز دارند، نیست. با این حال، با استفاده از تکنیک Spatial Smoothing، می‌توان این مشکل را برطرف کرد و قابلیت MUSIC برای جهت‌یابی منابع هم‌فاز را بهبود بخشید. Spatial Smoothing با هموارسازی مکانی و افزایش رنک موثر ماتریس کوواریانس، عملکرد MUSIC را در حضور سیگنال‌های هم‌فاز بهبود می‌بخشد.

-
- حداکثر تعداد سورهاهایی را که می‌توان به روش MUSIC جهت‌یابی کرد (با داشتن آنتن گیرنده N المانی)، تعیین کنید. (با ذکر دلیل)
- حداکثر تعداد منابعی که می‌توان با روش MUSIC جهت‌یابی کرد به تعداد المان‌های آنتن گیرنده بستگی دارد. این حداکثر تعداد به صورت زیر تعیین می‌شود:

تعداد منابع قابل جهت‌یابی

اگر تعداد المان‌های آنتن گیرنده N باشد، حداکثر تعداد منابع قابل جهت‌یابی با روش MUSIC برابر است با $N-1$

دلیل:

کوواریانس ماتریس و زیرفضای سیگنال:

فرض کنید آرایه آنتن N المان دارد و M منبع سیگنال داریم. ماتریس کوواریانس سیگنال‌های دریافتی R یک ماتریس $N \times N$ است.

تجزیه مقادیر ویژه (EVD) بر روی ماتریس کوواریانس انجام می‌شود و ماتریس R به دو زیر فضا تفکیک می‌شود: زیر فضای سیگنال E_s و زیر فضای نویز E_n

تعداد مقادیر ویژه غیر صفر:

اگر M تعداد منابع سیگنال باشد، ماتریس کوواریانس R دارای M مقدار ویژه بزرگ و $(N-M)$ مقدار ویژه کوچک (که معمولاً صفر یا نزدیک به صفر هستند) است.

برای تفکیک درست زیرفضای سیگنال و نویز، تعداد مقادیر ویژه بزرگ باید کمتر از تعداد کل المان‌های آنتن باشد. به عبارت دیگر، M باید کوچکتر از N باشد.

بنابراین، حداکثر تعداد منابعی که می‌توان با روش MUSIC جهت‌یابی کرد برابر است با $N-1$ به عبارت دیگر، اگر تعداد منابع M باشد، باید $M \leq N-1$ باشد تا الگوریتم MUSIC بتواند به درستی زوایای ورود را تخمین بزند.

● آیا می‌توان برای آرایش غیریکنواخت المان‌ها (مثلاً دایروی) از روش MUSIC استفاده کرد؟ چرا؟

دلایل استفاده از روش MUSIC با آرایه‌های غیر یکنواخت

نمونه‌برداری فضایی: نیاز اساسی روش MUSIC به نمونه‌برداری فضایی مناسب از جبهه‌های موج ورودی است. آرایه‌های غیر یکنواخت، از جمله آرایه‌های دایره‌ای، می‌توانند تنوع فضایی کافی را فراهم کنند تا جهت‌های ورود منابع چندگانه (DOAs) را جدا کنند.

تخمین ماتریس کوواریانس: روش MUSIC بر اساس ساختار ایگن‌وال‌های ماتریس کوواریانس سیگنال‌های دریافتی وابسته است. این ماتریس بر اساس همبستگی‌های فضایی بین سیگنال‌های دریافتی در عناصر مختلف آرایه محاسبه می‌شود. آرایه‌های غیر یکنواخت همچنان می‌توانند همبستگی‌های فضایی مورد نیاز را برای تخمین دقیق این ماتریس فراهم آورند.

آرایه‌های دایره‌ای: آرایه‌های دایره‌ای، به عنوان مثال، مزایایی نظیر حساسیت سراسری و قابلیت پوشش گسترده‌تری از زوایای آزمون‌تال را ارائه می‌دهند. الگوریتم MUSIC می‌تواند از تنوع فضایی ارائه شده توسط ترتیب دایره‌ای برای تخمین دقیق DOAs استفاده کند.

قابلیت رزولوشن: قابلیت الگوریتم MUSIC برای تفکیک منابع نزدیک به یکدیگر به وابستگی به رزولوشن فضایی آرایه است، که تحت تأثیر فاصله گذاری عناصر و هندسه کلی قرارگیری قرار دارد. آرایه های دایره ای می توانند رزولوشن زاویه ای خوبی را به دست آورند که به تفکیک منابع نزدیک به یکدیگر تحت شرایط مناسب اجازه می دهد.

-
- مزایا و معایب روش جهت یابی MUSIC را به طور کلی شرح دهید. و روش هایی که برای برطرف سازی این معایب ابداع شده را نیز به طور مختصر شرح دهید.

مزایا و معایب روش تعیین جهت MUSIC

مزایا:

رزولوشن بالا: روش MUSIC به خاطر رزولوشن زاویه ای بالایی که در تخمین جهت ورود منابع چندگانه (DOAs) دارد شناخته می شود. این قادر است منابع نزدیک به یکدیگر را با دقت خوبی جدا کند.

روش غیر پارامتریک: بر خلاف روش های پارامتریک، MUSIC نیازی به دانستن پیشین اطلاعات پارامترهای سیگنال مانند شکل موج سیگنال و آمار نویز ندارد. این فقط بر اساس ویژگی های فضایی سیگنال های دریافتی اعتماد دارد.

عدم فرض ساختار سیگنال: MUSIC هیچ فرض خاصی در مورد ساختار سیگنال ها (مانند باندهای باریک یا وسیع) ندارد و می تواند با انواع گسترده ای از انواع سیگنال مرتبط شود.

کارایی در برنامه های باندهای وسیع: این روش در شرایطی که سیگنال ها دارای پهنای باند وسیعی هستند، عملکرد خوبی دارد که این را برای سیستم های ارتباطی و راداری مدرن مناسب می سازد.

چندوجهی: MUSIC قابلیت اجرا با انواع هندسه های آرایه (خطی، صفحه ای، دایره ای و غیره) را دارد و می تواند به شرایط محیطی مختلفی تطبیق پیدا کند.

معایب:

پیچیدگی محاسباتی بالا: بار محاسباتی روش MUSIC با افزایش تعداد سنسورها در آرایه و تعداد منابع مورد تخمین بسیار افزایش می یابد. این می تواند کاربردهای زمان واقعی را محدود کند، به ویژه با آرایه های بزرگ مقیاس.

حساسیت به اشکال آرایه: نقص ها در کالیبره کردن آرایه یا دقت پایین در تخمین ماتریس کوواریانس می تواند عملکرد الگوریتم MUSIC را کاهش دهد.

کارایی محدود در SNR پایین: در شرایط با نسبت سیگنال به نویز (SNR) پایین، MUSIC ممکن است دچار مشکل شود و توانایی تمیز کردن بین سیگنال های واقعی و نویز را از دست بدهد که منجر به تخمین نادرست DOA می شود.

مشکل با سیگنال های همدم: سیگنال هایی که فرکانس ها و فازهای بسیار نزدیک یکدیگر هستند می توانند باعث کاهش رتبه ماتریس کوواریانس شوند و چالش هایی را برای MUSIC در تمیز کردن این منابع ایجاد کنند.

هموارسازی فضایی: این تکنیک شامل تقسیم آرایه آنتن به زیرآرایه‌ها و میانگین‌گیری ماتریس‌های کوواریانس آن‌ها است تا رزولوشن منابع نزدیک به هم را بهبود دهد و اثرات سیگنال‌های هم‌دم را کاهش دهد.

روش‌های زیرفضا: تکنیک‌هایی مانند ESPRIT و Root-MUSIC به تسریع محاسبات پرداخته و از ساختار زیرفضای سیگنال بهره می‌برند.

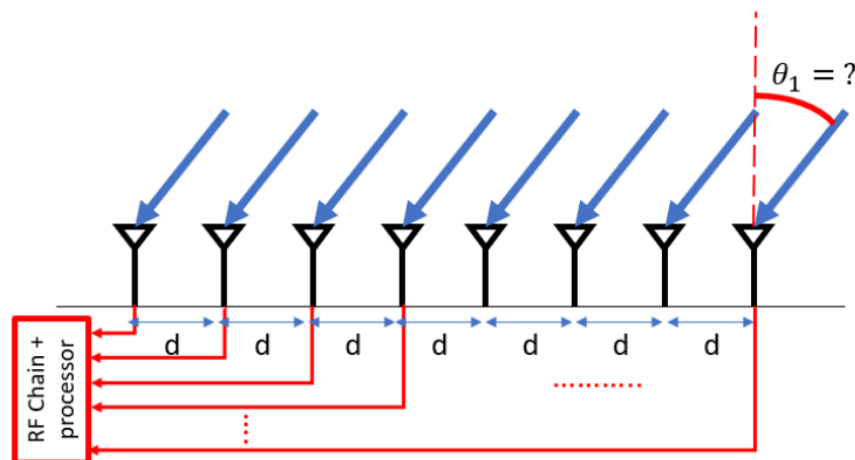
تخمین مقاوم ماتریس کوواریانس: استفاده از روش‌های مقاوم برای تخمین ماتریس کوواریانس می‌تواند دقت و عملکرد MUSIC را در برابر نقص‌های آرایه و نویز بهبود دهد.

رویکردهای حساس به فشرده‌سازی: این روش‌های نوین به کاهش تعداد اندازه‌گیری‌های لازم توسط آرایه هدف دارند، که ممکن است پیچیدگی محاسباتی را کاهش دهند و عملکرد بهبود بخشند.

الگوریتم‌های تطبیقی: نسخه‌های تطبیقی از MUSIC پاسخگویی آرایه را بهبود می‌دهند تا بهترین تطبیق را با سیگنال‌های ورودی ارائه دهند و عملکرد را در شرایط متغیر و شرایط سیگنال بهبود دهند.

این روش‌ها جمعاً به جلوگیری از محدودیت‌های روش MUSIC کمک می‌کنند و عملکرد آن را در تنظیمات عملی بهبود می‌بخشند.

-
- الگوریتم MUSIC را در متلب شبیه‌سازی کنید و سپس با فرض اینکه سیگنال دریافتی ناشی از دو منبع می‌باشد، زوایای دیتاستی (سیگنال دریافتی) را که در اختیار شما قرار می‌گیرد، استخراج کنید. (توجه کنید زوایایی که استخراج می‌کنید با توجه به ساختار خطی المان‌های آنتن گیرنده، بین -90° تا 90° درجه می‌باشد. یعنی زاویه بین جهت ورود سیگنال و بردار نرمال آنتن را گزارش کنید. بردار نرمال آنتن بردار عمود بر خط وصل‌کننده المان‌های آنتن می‌باشد. (شکل ۱))



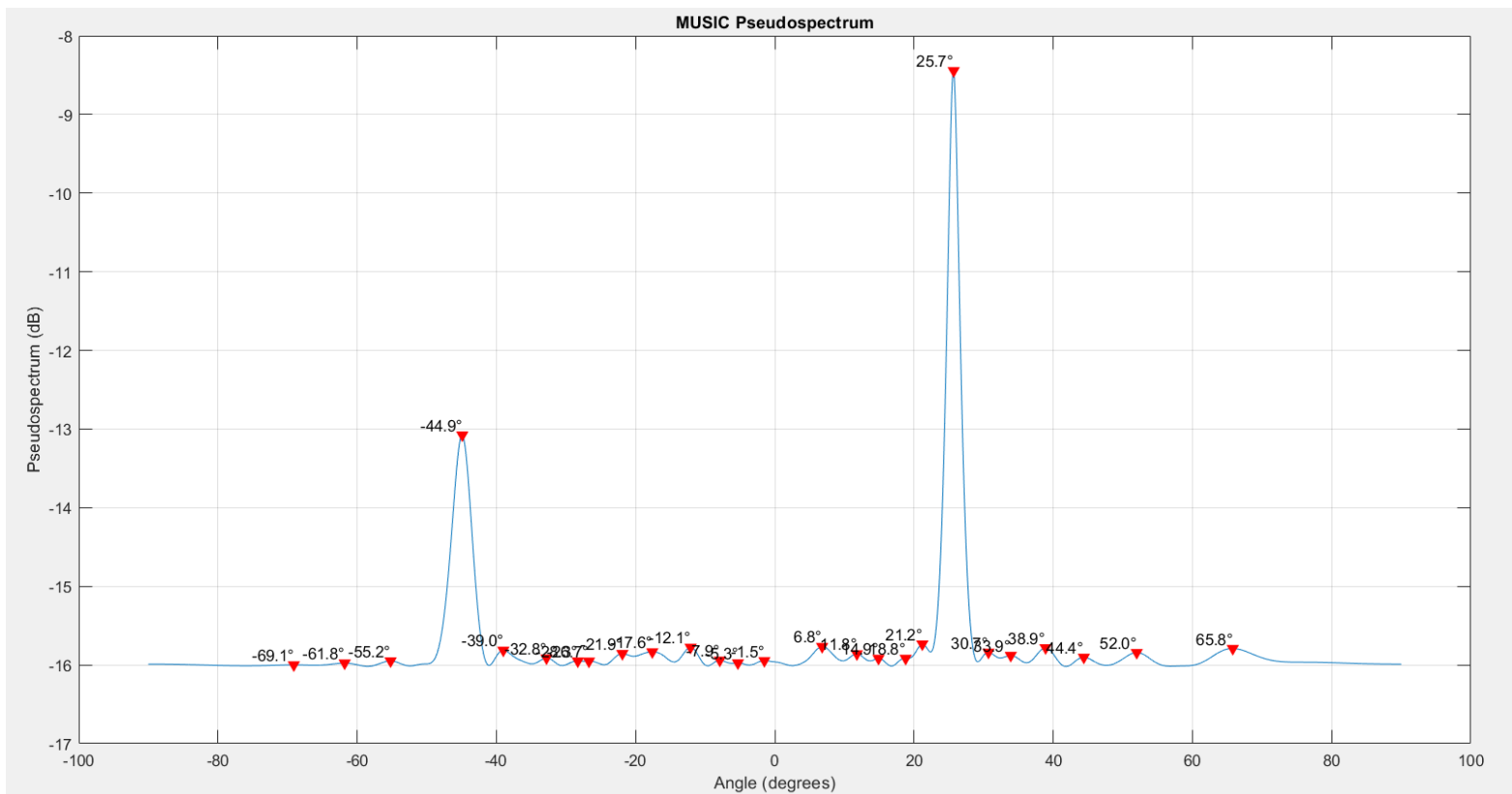
در کد نوشته شده ابتدا فایل `mat` را بارگذاری کرده و داده‌ها را از اولین متغیر موجود در فایل استخراج کرده . سپس فرکانس حامل، سرعت نور، طول موج و فاصله بین عناصر آنتن را تعریف کرده. همچنین تعداد عناصر آنتن و تعداد نمونه‌های زمانی از داده‌ها استخراج کرده.

پس از آن ماتریس کوواریانس را تخمین زده و مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس کوواریانس محاسبه و مرتب کرده.

با توجه به اینکه دو منبع سیگنال وجود دارد ، زیرفضای سیگنال و نویز با توجه به تعداد منابع تعیین می‌شوند.

و در نهایت بردارهای جهت‌گیری (steering vector) برای زوایای مختلف محاسبه شده و مقدار تابع موزیک برای هر زاویه محاسبه و مقدار تابع موزیک به مقیاس دسیبل تبدیل شده.

و در کل خروجی کد به صورت زیر است :



که باتوجه به نمودار نشان داده شده زوایای بدست آمده 25.7 و -44.9 درجه است .

قله های کوچک نویز هستند .