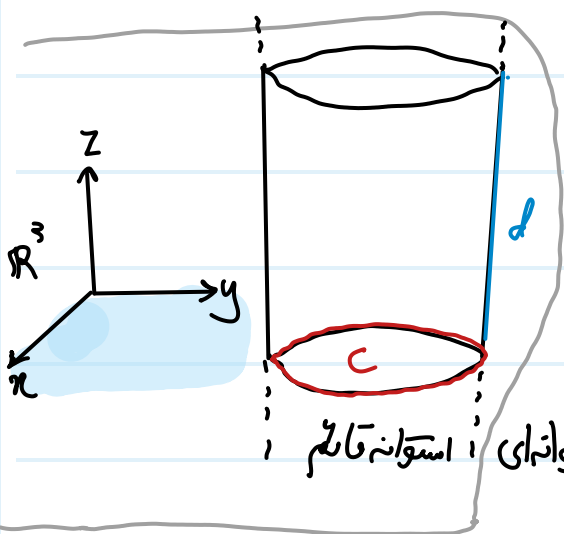


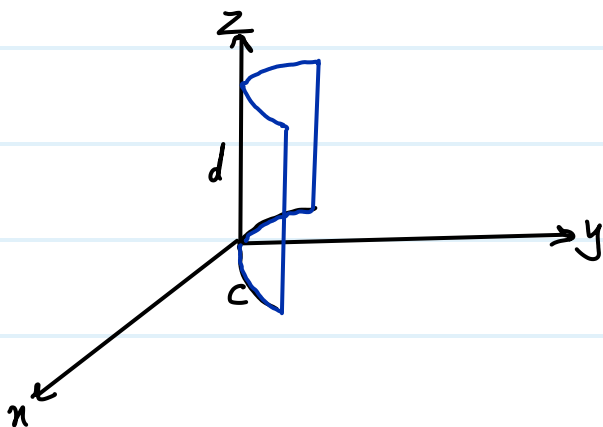
## \* رویه‌های استوانه‌ای و مقاطع مخروطی

\* تعریف (رویه استوانه‌ای): فضای سه بعدی اقلیدسی  $\mathbb{R}^3$  را در نظر بگیرید. فرض کنید  $C$  یک منحنی در صفحه دو بعدی  $P$  واقع در فضای  $\mathbb{R}^3$  بوده و  $d$  خطی باشد که در صفحه  $P$  قرار ندارد.



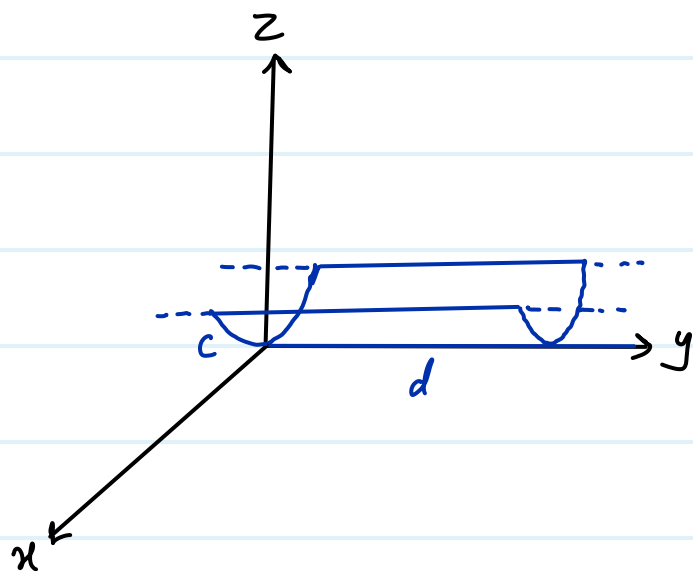
در این صورت با انتقال خط  $d$  به موازات خودش روی منحنی  $C$  سطحی (رویه‌ای) بدست می‌آید که آن را اصطلاحاً یک رویه استوانه‌ای (یا یک «سطح استوانه‌ای» و یا یک «سایندر») تولید شده توسط (cylinder)

منحنی  $C$  و خط  $d$  می‌نامیم. منحنی  $C$  نیز یک منحنی مولد برای رویه استوانه‌ای نامیده می‌شود.



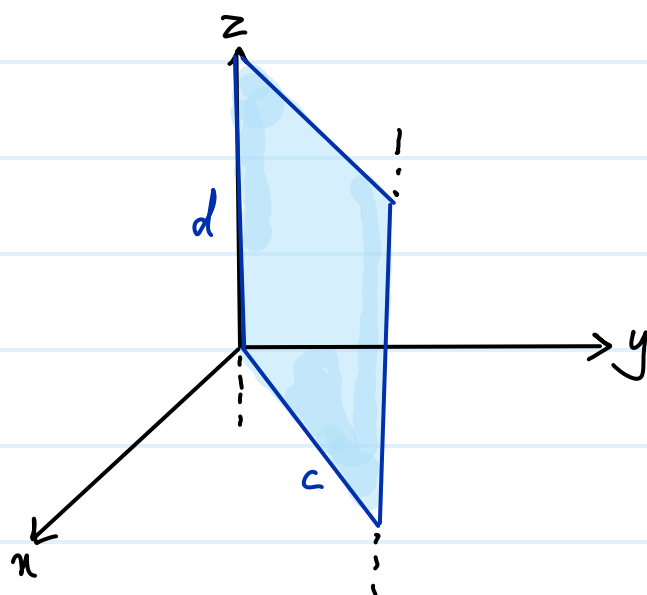
مثال ۱: (الف) سایندر  $y = x^2$  در  $\mathbb{R}^3$

$$\begin{cases} C: y = x^2 \text{ سهمی} \\ \text{در صفحه } \mathbb{R}^3 \text{ با مختصات } (x, y), \\ d: \text{محد } z \text{ ها} \end{cases}$$



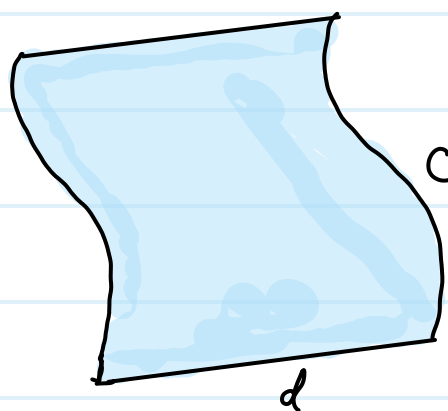
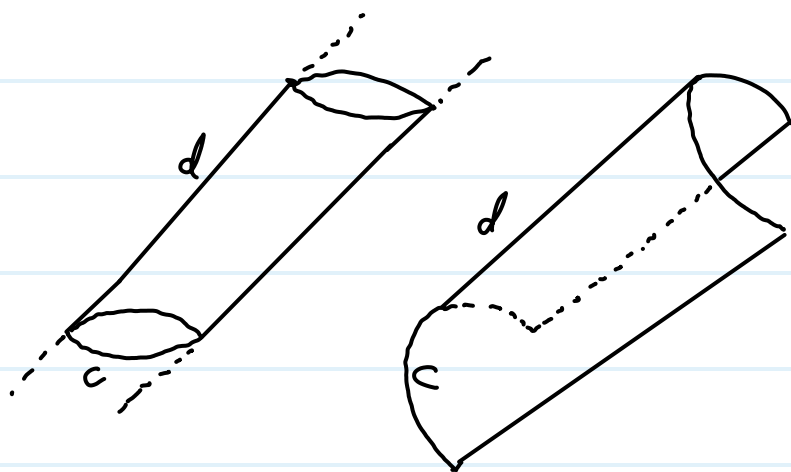
ب) سطح  $z = x^2$  در  $\mathbb{R}^3$

$$\left\{ \begin{array}{l} C: z = x^2 \text{ سهمی} \\ (x, z) \text{ در صفحه} \\ , \\ d: \text{محدور } y \end{array} \right.$$



ج) سطح  $y = x$  در  $\mathbb{R}^3$

$$\left\{ \begin{array}{l} C: \text{خط } y = x \text{ در} \\ (x, y) \text{ صفحه} \\ , \\ d: \text{محدور } z \end{array} \right.$$



مثال ۲

\* تعریف (رویه‌های درجه دو) : اثر دستگاه مختصات دکارتی  $(x, y, z)$  را برای فضای  $(\text{Quadric Surface})$

$\mathbb{R}^3$  در نظر بگیریم. آنجا یک رویه درجه دو عبارتست از مکان هندسی کلیه نقاطی در فضای  $\mathbb{R}^3$

که توسط یک معادله درجه دو بر حسب  $x, y, z$  معرفی می‌شود.

تذکر: در این مبحث، شکل کلی معادلات درجه دومی که برای معرفی رویه‌های درجه دو در نظر می‌گیریم به صورت کلی زیر است :

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dx + Ey + Fz + G = 0$$

که در آن ضرایب هکلی اعدادی ثابت و حقیقی هستند

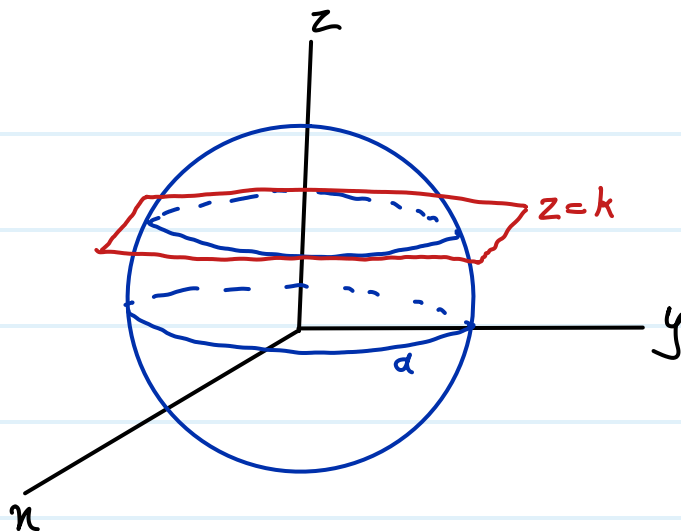
مثال: ساده ترین رده از رویه‌های درجه دو، کره‌ها هستند. برای هر عدد حقیقی مثبت  $a \in \mathbb{R}, a > 0$

یک کره به مرکز مبدأ مختصات در  $\mathbb{R}^3$  و به شعاع  $a$  را می‌توان توسط معادله زیر معرفی کرد

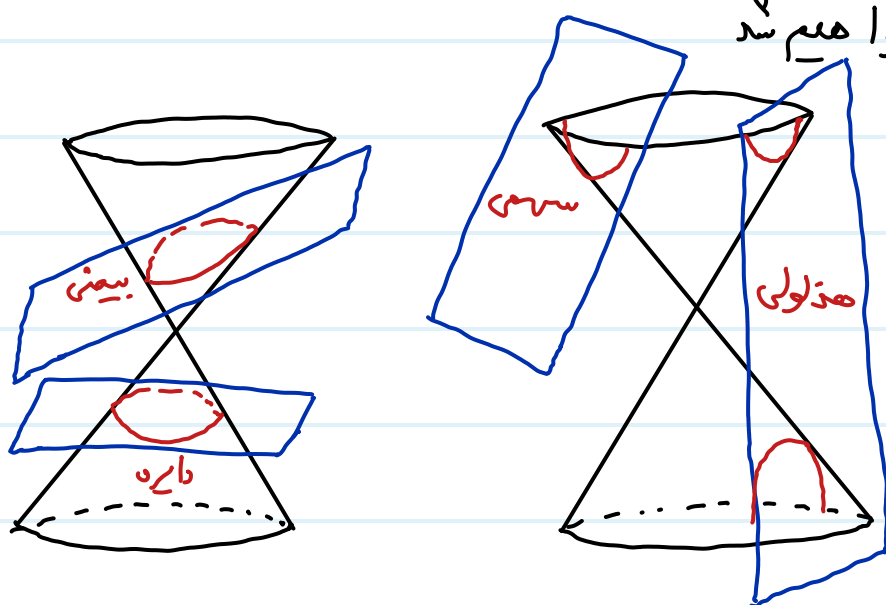
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{a^2} = 1 \quad \text{یا} \quad \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = a^2 & \sqrt{(x-0)^2 + (y-0)^2 + (z-0)^2} = a \\ z = k, \quad 0 < k < a & \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = a \end{cases}$$

در حالت کلی تر، معادله درجه دوم  $(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2 + (z-z_1)^2 = a^2$  معرف کره‌ای

به شعاع  $a$  و به مرکز  $(x_1, y_1, z_1) \in \mathbb{R}^3$  می‌باشد



تذکر: خواهیم دید که کُرّه‌ها در واقع حالت خاصی از ردهٔ بیژرکتی از رویه‌های درجه دو به نام بیضی‌گون‌ها (ellipsoids) می‌باشند. در واقع برای معرفی کلیه رده‌های پایه‌ای از رویه‌های درجه دو به اطلاعات در ارتباط با مفهوم مقاطع مخروطی (Conic Sections) نیاز داریم که در ادامه با آن آشنا خواهیم شد.



\* مقاطع مخروطی :